Fundamentos de Fotogrametría

Jacinto Santamaría Peña
Teófilo Sanz Méndez

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

FUNDAMENTOS DE FOTOGRAMETRÍA

MATERIAL DIDÁCTICO

Ingenierías

nº 16

Jacinto Santamaría Peña
Teófilo Sanz Méndez

FUNDAMENTOS DE FOTOGRAMETRÍA

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA
SERVICIO DE PUBLICACIONES
2011

publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

ISBN: 978-84-694-0865-0

0. PRÓLOGO.

Con esta publicación sobre "Apuntes de Fotogrametría", se pretende cubrir un gran vacío característico de las enseñanzas de Ingeniería Técnica (no Topográfica), especialmente tras la aplicación de los nuevos Planes de Estudio, en el campo no bien definido de la Cartografía, la Topografía y la Fotogrametría. La general disminución de créditos en las asignaturas relacionadas con este tema ha provocado que en estas carreras técnicas la Fotogrametría se reduzca a su mínima expresión.

Hay que reconocer, que esta Ciencia requiere para su dominio y comprensión de una buena base teórica en cuanto a los Sistemas de Representación y un adecuado desarrollo práctico, que afiance adecuadamente los conocimientos que se van adquiriendo.

Para los alumnos que se enfrentan por primera vez a los "procedimientos fotogramétricos" y además lo hacen de una forma acelerada y extremadamente teórica, es de gran utilidad disponer de pequeños manuales que puedan aclarar conceptos dudosos, acompañados de sencillos ejemplos. Este es el objetivo de la presente obra, en la que los autores no han pretendido hacer un compendio de todo el saber actual en cuanto a Fotogrametría, sino más bien todo lo contrario. Se intenta extraer lo más importante y significativo de cada uno de los elementos y procesos que intervienen y presentarlo a los lectores, sabiendo que si se está interesado se puede ampliar cada tema con una abundante bibliografía externa.

Se inicia la publicación con una breve introducción a la Fotogrametría y a su base fundamental como son los fotogramas, para posteriormente describir someramente un instrumento importante: las cámaras fotogramétricas.

Después se inicia un bloque importante denominado "Proyecto de Vuelo", donde se analizan cada uno de los elementos a tener en cuenta en el mismo. Además, se presentan y desarrollan dos ejemplos de Proyecto de Vuelo, uno mediante resolución numérica y otro mediante resolución gráfica, de forma que el lector compruebe las bondades o los inconvenientes de cada uno de ellos.

En una posición intermedia, se desarrolla uno de los bloques de mayor importancia conceptualmente hablando, como es el que estudia el concepto de "paralaje" y deduce el "teorema fundamental de la estereofotogrametría". A todo ello se acompañan diversos ejemplos aclaratorios y de aplicación realmente práctica de todo lo explicado.

Por último, se estudian los distintos procesos que intervienen en la Restitución Fotogramétrica, es decir, se explica cómo a partir de unos fotogramas puede llegarse a la representación tanto planimétrica como altimétrica del terreno fotografiado, con todos sus detalles. Se es consciente de que estos conocimientos sin una ejecución práctica simultánea de los mismos, son difíciles de asimilar. La orientación tanto externa como interna de los fotogramas, donde se realiza y se "entiende" es delante de los restituidores, no delante de un libro. Confiemos en que estas páginas descansen siempre encima de la mesa de un buen restituidor, porque entonces serán realmente prácticas y útiles.

Finalmente, quisiéramos agradecer el interés mostrado por que esta publicación aparezca, a quienes más han solicitado precisamente su publicación. Nos referimos a nuestros alumnos, que conscientes de que los conceptos sobre Fotogrametría impartidos en asignaturas como Topografía y Cartografía o como Técnicas Auxiliares de Infraestructuras, son realmente mínimos y fundamentalmente teóricos, requerían un manual de conceptos y procedimientos básico. Y esto es lo que modestamente hemos pretendido.

Jacinto Santamaría Peña
Teófilo Sanz Méndez
Profs. de Expresión Gráfica en la Ingeniería
Universidad de La Rioja

1. LA FOTOGRAMETRÍA

1.1. Concepto de Fotogrametría

Fotogrametría es la ciencia por medio de la cual a partir de fotografías del terreno, se consigue deducir su planta y su alzado, llegando a formar un plano topográfico del mismo. Estas fotografías pueden tomarse desde tierra o desde el aire, dando lugar a la división en dos grandes ramas de la fotogrametría: **terrestre** y **aérea**.

Puede definirse también la fotogrametría como el conjunto de métodos y procedimientos mediante los cuáles podemos deducir de la fotografía de un objeto, la forma y dimensiones del mismo.

Levantamiento fotogramétrico es la aplicación de los métodos fotogramétricos a la fotografía.

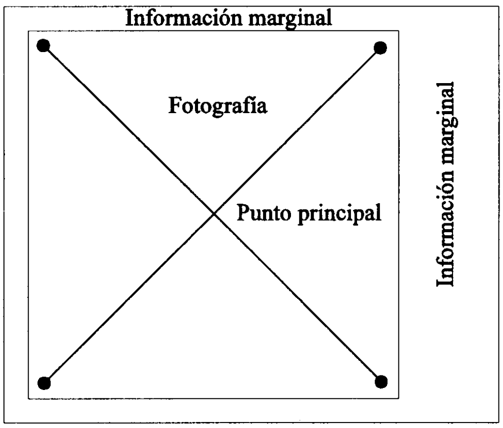
Cuando la fotografía se hace desde el aire con objeto de tomar medidas del terreno, estamos haciendo fotogrametría aérea.

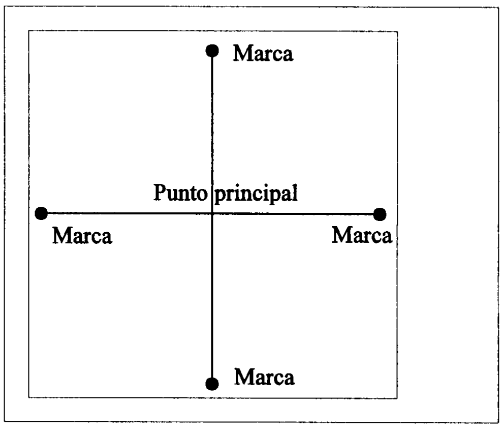
1.2. Concepto de Fotograma

Es una vista aérea del terreno obtenida por fotografía desde un avión. Para este propósito, los aviones llevan una cámara especial en su suelo con la cual obtienen los fotogramas. Estos fotogramas, además de impresionar cierta superficie del terreno, llevan en sus bordes una serie de datos como son: la distancia focal, altura del vuelo, hora de la toma, número de orden de la fotografía, etc.

El tamaño de los fotogramas suele ser de 18 x 18 , 23 x 23 y 30 x 30 cm.

Una cámara fotogramétrica, es métrica necesariamente. Se ha de conocer la distancia focal o distancia principal con precisión de la centésima de milímetro. Interesa también conocer la proyección de la distancia focal sobre el fotograma, denominada "Punto principal". Este, queda determinado por la intersección de las diagonales del fotograma.





Obtención del punto pricipal a partir de las marcas fiduciales

2. LAS CAMARAS AÉREAS

Una buena cámara debe tener una exposición rápida, un buen objetivo y una película o serie de placas que se puedan sustituir con rapidez.

Las fotos aéreas pueden ser:

Simples: que son las de una zona o lugar que se quiere ver desde el aire. (Fotos aisladas)

En serie: las obtenidas cuando entra en juego el automatismo de la cámara. Los disparos se hacen en función de la velocidad del avión, para que haya cierto solapamiento entre fotos consecutivas.

Las cámaras aéreas son totalmente automáticas.

2.1. Los Objetivos

El objetivo de una cámara fotogramétrica está formado por un sistema óptico centrado de lentes. Este sistema es convergente y reúne los rayos que llegan a él en su plano focal.

El objetivo va siempre complementado con una pieza metálica que se abre y se cierra por su parte central llamada "diafragma". Disminuyendo el diámetro del diafragma, limitamos ciertas aberraciones, pero también disminuimos el campo del objetivo.

2.2. Conceptos generales

- *Abertura útil*.

Es el número que mide en mm el diámetro del haz de rayos incidentes paralelos al eje óptico del objetivo.

- *Abertura útil relativa*.

Es el cociente de dividir la abertura útil por la distancia focal del objetivo. (1/2, ¼, …)

- *Profundidad de foco*.

Es la distancia que separa las posiciones extremas del plano focal, siempre que haya nitidez en la imagen del objeto. La nitidez que admite el ojo humano medio es de 1/10 mm. Este valor es el poder resolvente, es decir, el ojo humano es capaz de distinguir las imágenes de dos puntos distantes entre sí 0.1 mm., a la distancia de la visión distinta (unos 25 cm.).

El ojo humano es capaz de ver separados dos puntos cuando su separación es de 1/10 de mm.

- *Profundidad de campo*.

Es la separación existente entre los dos planos extremos en profundidad en el campo del objeto, para que su imagen fotográfica aparezca nítida.

- *Ángulo de campo*.

Es el determinado por las líneas que unen el centro óptico con dos extremos del diámetro del diafragma.

- *Luminosidad*.

Es el poder que tiene el objetivo de recoger luz. Se expresa generalmente por el símbolo $\frac{f}{numero}$, así la anotación *luminosidad* $=\frac{f}{4{,}5}$ significa que la distancia focal de la lente es 4.5 veces su diámetro efectivo. Para una distancia focal dada, cuanto más pequeño sea este número, tanto mayor será el diámetro de la lente y mayor la luminosidad o rapidez del objetivo. Los objetivos muy rápidos tienen números pequeños, por ejemplo f/1.5.

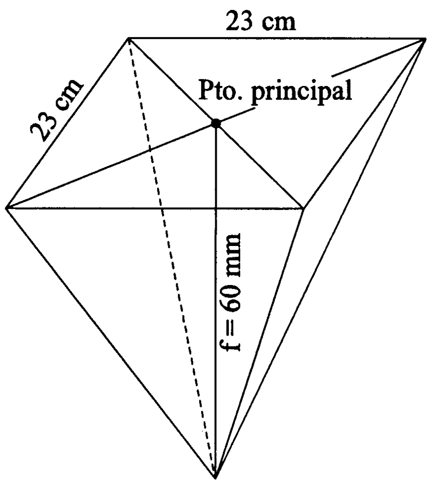
El tiempo de exposición que se requiere suele aumentar con el cuadrado del f/n. Las fotos con objetivos muy luminosos necesitan menos exposición, se hacen más rápidas.

Un objetivo de f/2.8 es mejor que uno de f / 4.5. El ideal de luminosidad sería de f / 1.

2.3. Objetivos fotogramétricos

Según la focal del objetivo o de su ángulo de campo:

formato 18 x 18	f = 20 cm	A = 67º	Normal
formato 23 x 23	f = 15 cm	A = 90º	Granangular
formato 23 x 23	f = 8.8 cm	A = 120º	Supergranangular



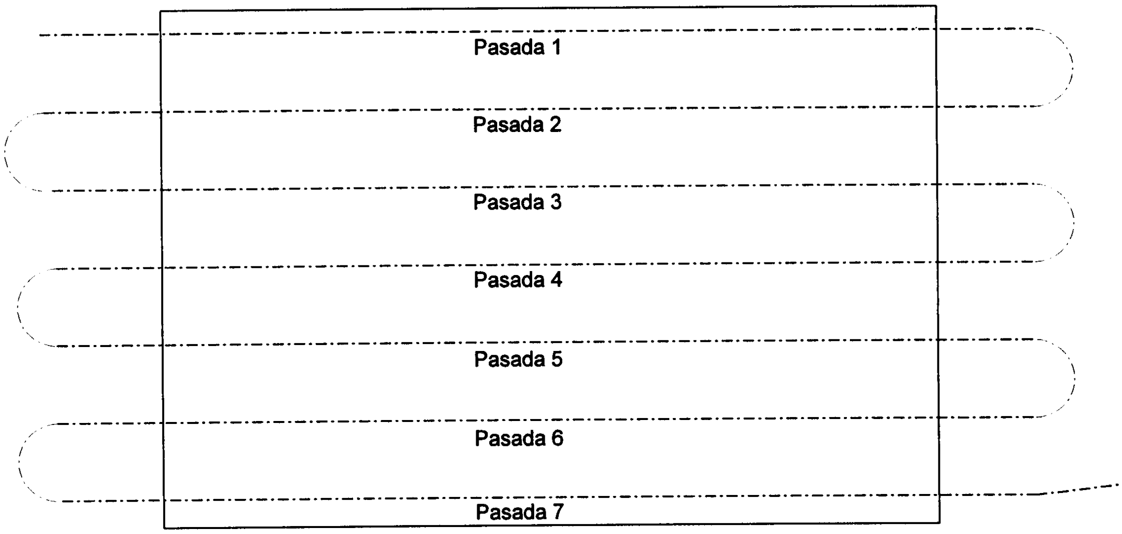
Todo objetivo está complementado por un diafragma, que limita su abertura útil y un obturador que lo mantiene cerrado y que lo abre en el momento de la exposición.

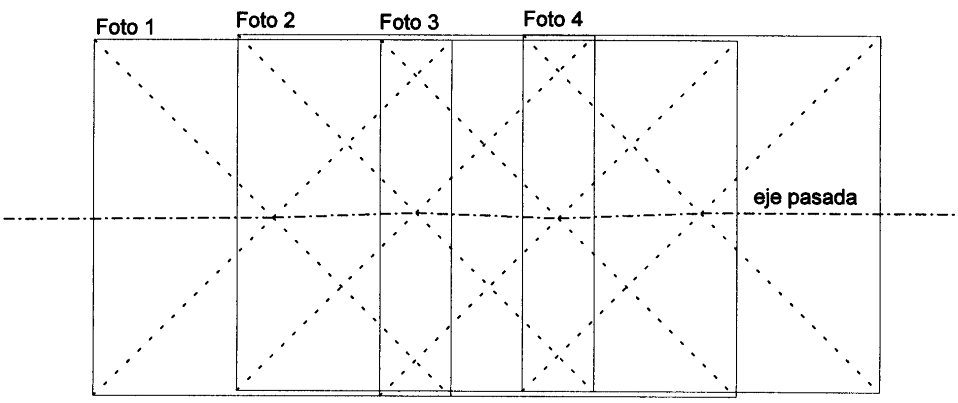
3. EL PROYECTO DE VUELO

El vuelo fotogramétrico de un terreno, debe hacerse por pasadas paralelas y todas a la misma altura de vuelo.

Eje de la pasada es la línea que une los puntos principales de todos los fotogramas.

Debe existir un recubrimiento longitudinal (para ver en estereoscopía) y otro recubrimiento transversal, de una pasada sobre otra.





Hay tres tipos de vuelo:

Vuelo Nadiral. Es el ideal. El eje del levantamiento (prolongación de la focal) es completamente vertical. Es casi imposible de conseguir.

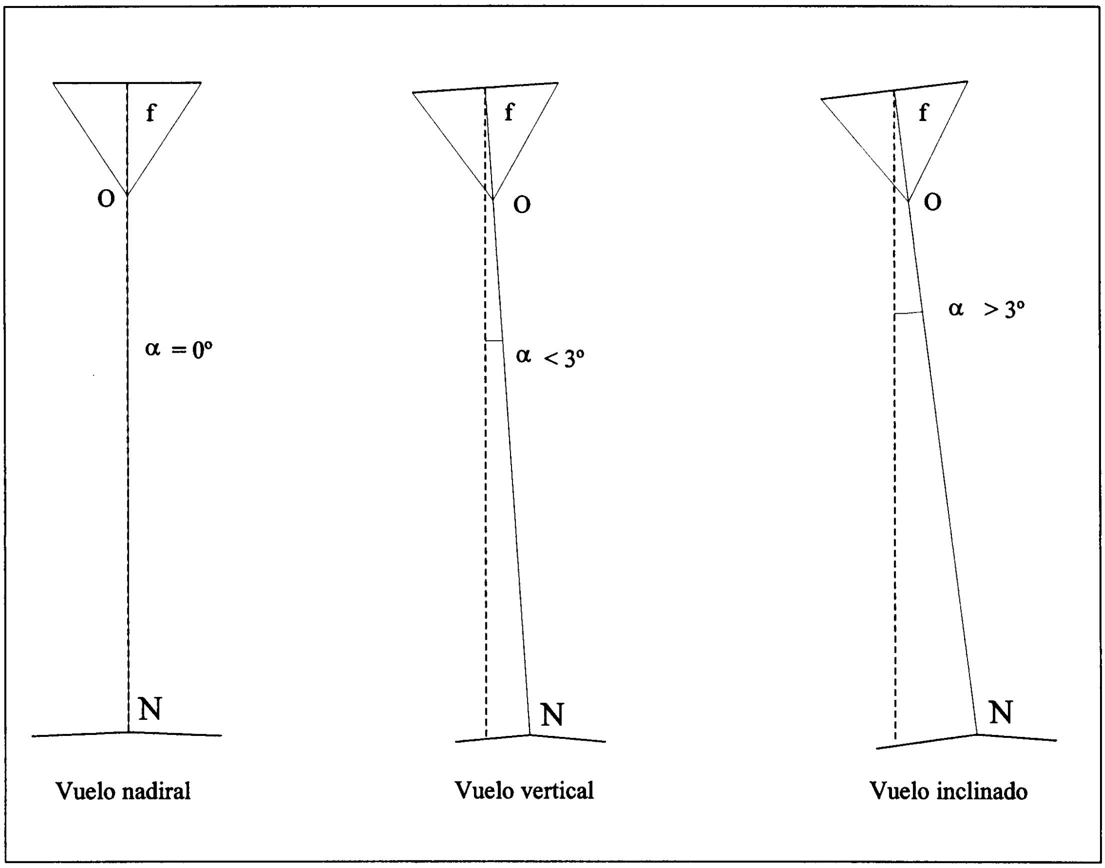
Vuelo vertical. Es aquel en el que el ángulo de separación entre la vertical y el eje del levantamiento es menor de 3º. El vuelo vertical, se puede considerar como nadiral sin cometer error apreciable.

Vuelo inclinado. Es cuando el ángulo es mayor de 3º.

El punto donde el eje del levantamiento corta al terreno, se denomina N (punto Nadiral) o principal del terreno.

ON = H = altura de vuelo (ver figura siguiente)

En fotogrametría aérea, se supone que el vuelo es vertical.

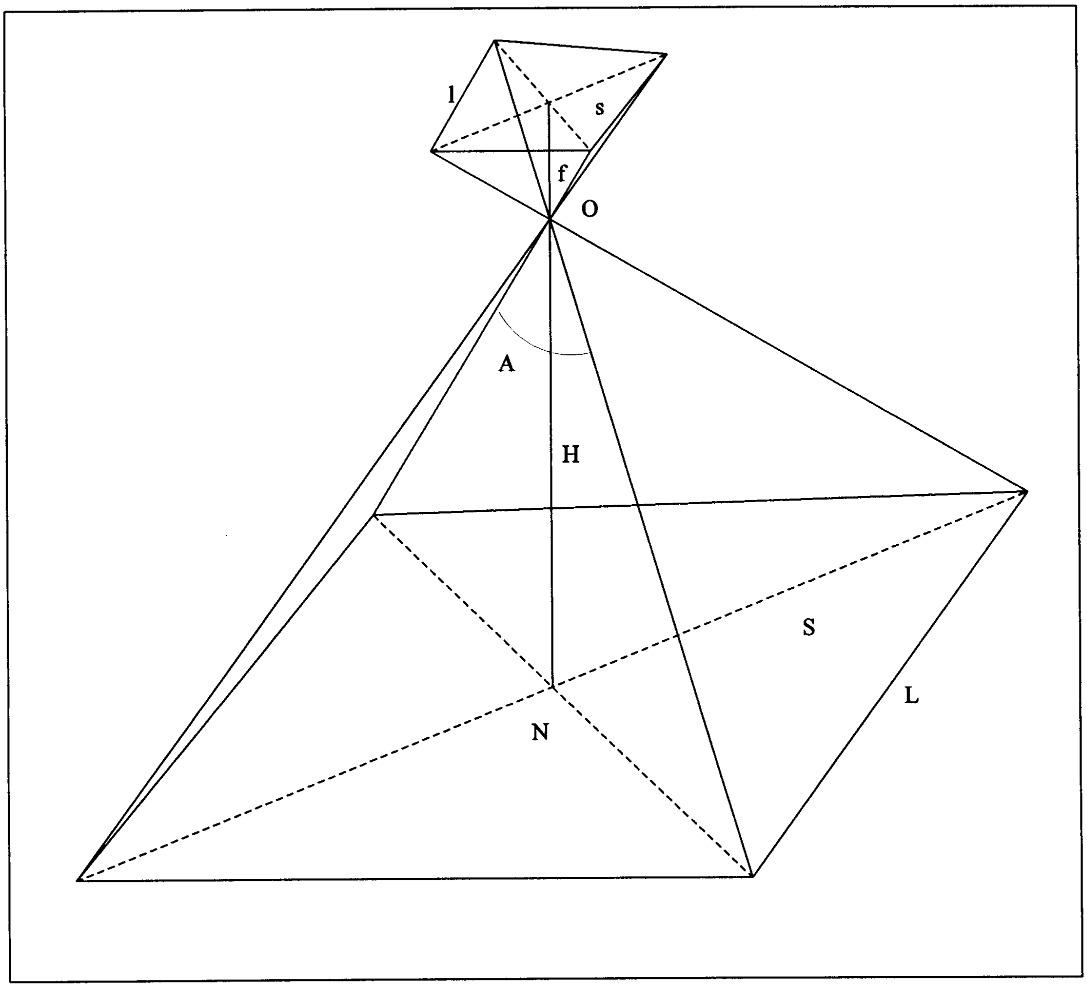


3.1. Escala del fotograma

Es la relación entre dos líneas homólogas cualesquiera, una del terreno y otra del fotograma.

$$E = \frac{1}{e} = \frac{f}{H} = \frac{l}{L} \qquad \frac{1}{e^2} = \frac{s}{S} = \frac{l^2}{L^2} \qquad H = e * f$$

e = denominador de la escala del fotograma
f = focal de la cámara en centésimas de mm
H = altura de vuelo
l = longitud del fotograma
s = superficie del fotograma = l * l = l^2
S = superficie cubierta por el fotograma en el terreno = L * L

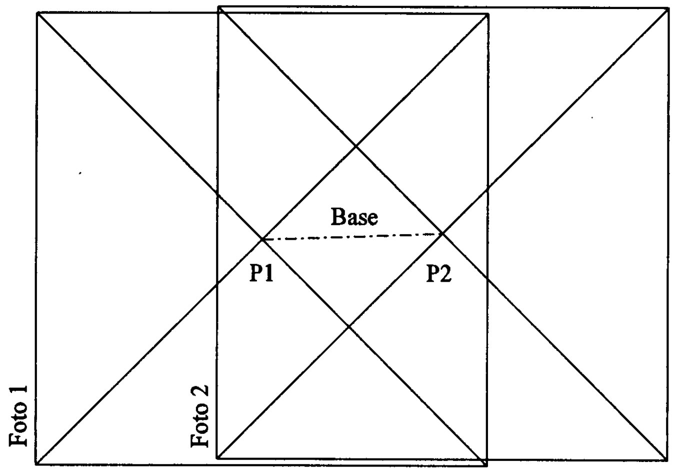


Como normalmente el terreno no es plano, E es una escala media del fotograma.

3.2. Recubrimientos

Como las fotografías aéreas se van a trabajar en estereoscopía, es necesario el "recubrimiento", que es la zona común de terreno obtenida en dos fotogramas consecutivos. Normalmente es del orden del 60% de la superficie del fotograma.

Los puntos principales de dos fotogramas consecutivos están en la zona de estereoscopía.



Lo mínimo es un recubrimiento del 20%, pero en este caso, el objetivo no será conseguir visión estereoscópica, sino obtener un mosaico de un terreno para su estudio planimétrico, geológico, arqueológico, …

El mínimo recubrimiento longitudinal para uso estereoscópico es del 60% y el máximo el 90%. El recubrimiento longitudinal se suele denominar " **p%** ". (ver página siguiente)

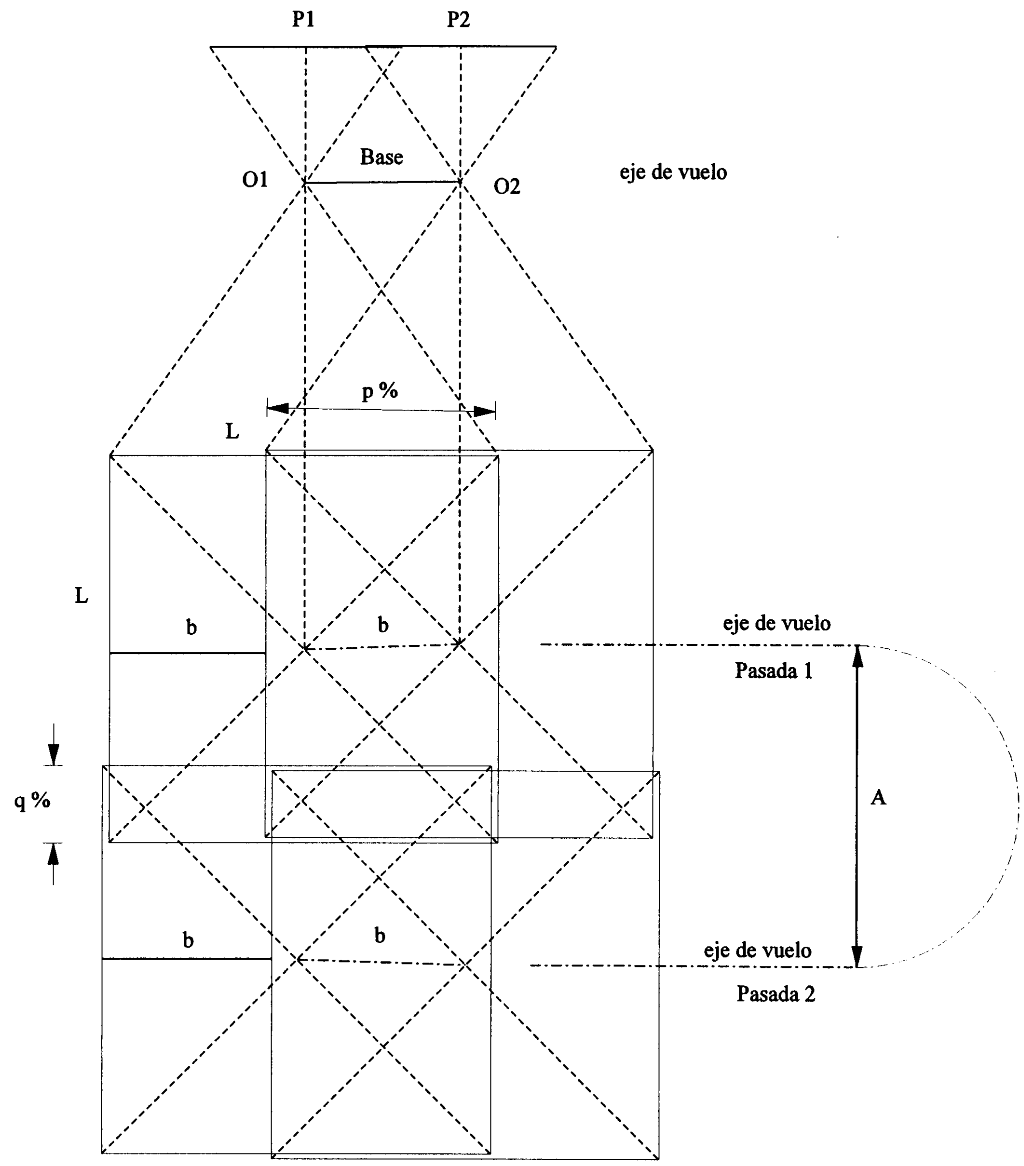
Cuando se va a obtener un mosaico es necesario un recubrimiento lateral o transversal, que denominamos " **q%** ".

La distancia entre los puntos principales de dos fotogramas consecutivos P_1P_2, se denomina "base".

B = b * e
e = denominador de la escala del fotograma
b = distancia entre puntos principales en el fotograma
B = distancia entre puntos principales en el terreno
a = distancia en el fotograma entre los ejes de dos pasadas consecutivas.
A = distancia en el terreno entre los ejes de dos pasadas consecutivas.

$$b = L - \frac{p \times L}{100} = \frac{L \times (100 - p)}{100} \quad \text{y como } B = b * e \quad B = \frac{100 - p}{100} \times L \times e$$

$$a = L - \frac{q \times L}{100} = \frac{L \times (100 - q)}{100} \quad \text{y como } A = a * e \quad A = \frac{100 - q}{100} \times L \times e$$



Recubrimiento longitudinal y transversal

Ejemplo:

Datos para una cámara granangular (formato 23 x 23 cm)

E = 1 / e = 1 / 10.000 p = 60% q = 20%.

Se pide calcular B y A.

$$B = \frac{100-60}{100} \times 10.000 \times 0.23 = 920m$$

Cada 920 m. hay un disparo.

Distancia entre los ejes de dos pasadas consecutivas:

$$A = \frac{100-20}{100} \times 10.000 \times 0.23 = 1.840m$$

$$q = \frac{0,23 \times 20}{100} \times 10.000 = 460m$$

Si el avión se desvía de su eje de vuelo en más de 460 m, no hace recubrimiento transversal.

3.3. El intervalo

El intervalo, es la diferencia de tiempo entre dos disparos consecutivos (disparos o exposiciones). Se da siempre en segundos.

$$t = \frac{e(espacio)}{v(velocidad)} = \frac{B(base)}{v(m/s)}$$

$$V_{km/sg} = V \times \frac{1000m}{60*60sg} = \frac{V}{3,6} m/sg$$

$$I = \frac{B_{(m)}}{\frac{V_{(Km/h)}}{3,6}(m/sg)} = \frac{3,6 \times B}{V}(sg)$$

I = intervalo

Ejemplo:

Si B = 920 m y V = 360 km./h

¿Cuál es el intervalo?

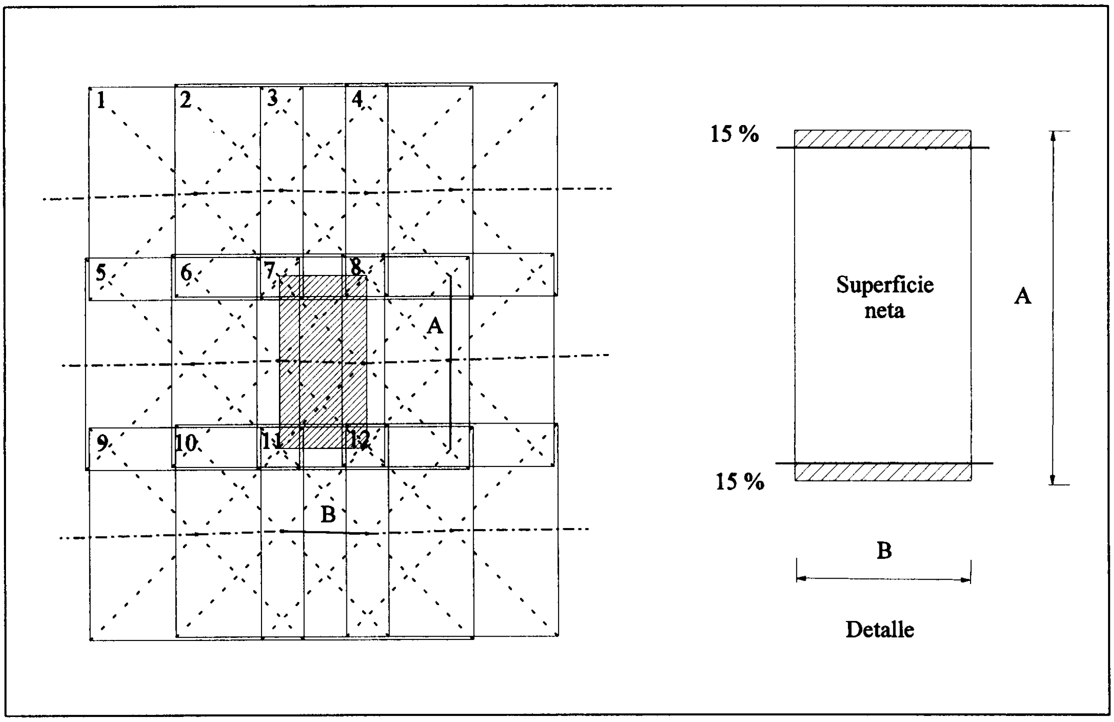
$$I = \frac{3,6 \times 920}{360} = 9,2sg$$

cada 9,2 seg. hay un disparo de la cámara fotográfica

3.4. Superficie que abarca cada fotograma

Un fotograma es una fotografía de la cual se conoce su orientación interna, que está constituida por dos parámetros: el punto principal y la distancia focal.

Si q% = 30% y p % = 60%



Lo que da de sí un fotograma al incorporarse a la totalidad es una denominada "superficie neta".

Sn = B *

$$A=\left(\frac{100-p}{100}\times L\times e\right)\times\left(\frac{100-q}{100}\times L\times e\right)=(100-p)\times(100-q)\times\left(\frac{e\times l}{100}\right)^2$$

Con esto ya podemos saber el número exacto (teórico) de fotogramas que se necesitan para cubrir una superficie en vuelo regular.

$$N^{o}\,foto\mathrm{gra}mas=\frac{S}{Sn}$$

Esto sólo sirve cuando la superficie S es una superficie regular (un cuadrado, un trapecio, …)

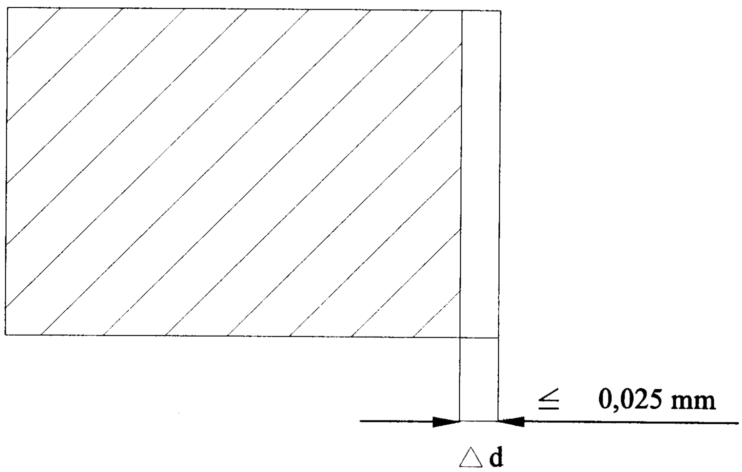
Aunque el contorno del terreno que nos interesa fotografiar no tenga una figura regular, este se hace que sea regular para facilitar el vuelo y se debe hacer en dirección E-W.

3.5. El Flou.

Una fotografía que tenga alguna zona poco nítida, se dice que esa zona está movida o tiene "flou".

Debido a que el avión se mueve, hay un tiempo de exposición máximo, sobrepasando ese tiempo se produce "flou".

Para calcular el tiempo máximo de exposición, hay que tener en cuenta que existe nitidez en la fotografía, si el espacio recorrido por el avión durante el tiempo de exposición está representado en la foto por menos de 0,025 mm



Se llama $\Delta d = \Delta d' * e = 0{,}025\ (mm) * e$

espacio = velocidad * tiempo

0,025 mm * e = V km/h * $t_{máx}$

$$tmax(sg) = \frac{\frac{0{,}025}{1000m} \times e}{\left(\frac{V_{Km/h}}{3{,}6}\right)_{m/sg}} \qquad tmax(sg) = \frac{0{,}025 \times e \times 3{,}6}{1000 \times V} sg$$

Ejemplo:

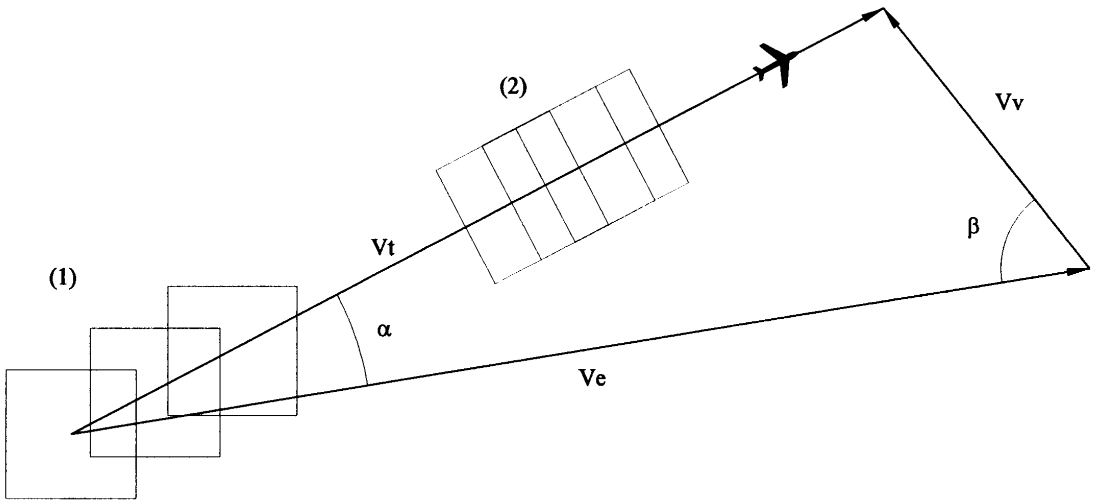
Escala de vuelo = 30.000 Velocidad del avión = 300 Km/h

$$tmax(sg) = \frac{0{,}025 \times 30.000 \times 3{,}6}{1000 \times 300} = 0{,}009 sg = \frac{1}{111} \cong \frac{1}{150} sg$$

(siempre se toma el número de la obturación aproximado por defecto, además de tener en cuenta las vibraciones del avión).

3.6. Triángulo de los vientos.

El piloto del avión debe tener en cuenta la dirección, sentido y velocidad del viento, para obtener un eje de vuelo correcto, ya que debe componer vectorialmente la velocidad del avión y la del viento.



V_e = velocidad del eje del avión respecto del aire

V_v = velocidad del viento

V_t = resultado de $V_e + V_v$ (Es la velocidad del avión respecto del terreno)

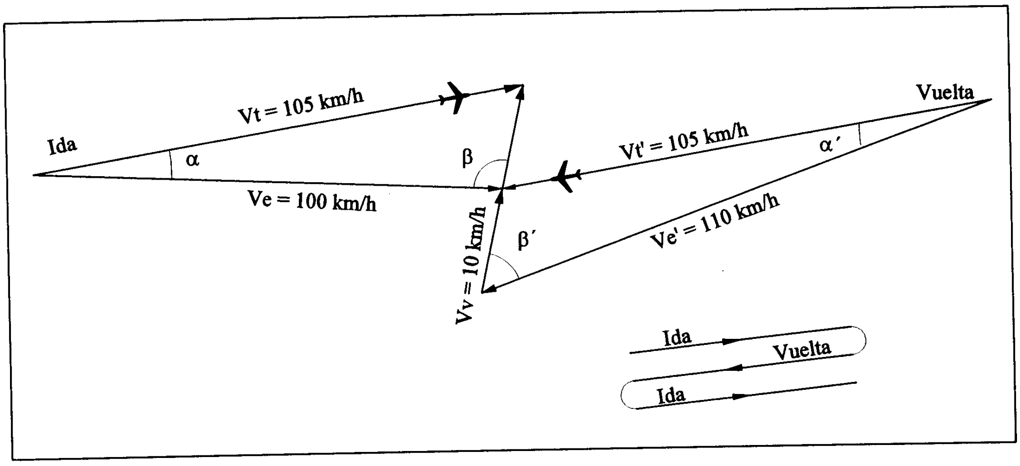
α = ángulo de deriva

En estas condiciones nos darán las fotografías recubiertas en la forma (1), que están mal sacadas. Girando la cámara un ángulo α, obtenemos las fotografías correctamente (2). [ver figura en esta página]

V_v y β son datos meteorológicos.

$$\frac{V_t}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{V_e}{\operatorname{sen}\left[180 - (\alpha + \beta)\right]} \quad V_t = V_e \times \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)} \qquad \frac{V_v}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{V_e}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}$$

Si queremos una V_t dato por ejemplo de 105 km./h y conocemos la velocidad del avión, hemos hacer la composición de la figura:



A éste gráfico se le denomina "triángulo de los vientos".
Una velocidad del viento de 6 m/seg. ya influye.

3.7. Escala de mapa/Escala de vuelo

Si queremos una escala de mapa "E_m" (denominador de la escala) no es necesario volar a esa escala, sino que podemos hacerlo a otra escala fotogramétrica "E_f" que puede ser mucho más pequeña.

No hay una relación fija entre "E_m" y "E_f", pero la relación aproximada entre ambas es:

Escala mapa	Escala fotograma
500	4.500
1.000	8.000
2.000	14.000
2.500	15.000
5.000	21.000
10.000	30.000
25.000	40.000
50.000	54.000
100.000	70.000

La altura de vuelo mínima más prudente es de H = 600 m por razones de seguridad. Con más razón si la velocidad del avión es lenta.

La escala de fotograma vendrá determinada en gran medida por equidistancia exigida para las curvas de nivel.

Si la equidistancia de las curvas de nivel ha de ser aprox. 10 m. tendríamos una escala de fotograma aproximada de 1/10.000. Si la equidistancia es de 20 m tendríamos una E_f = 20.000. Si la equidistancia es de 2 m tendríamos una E_f = 2.000

Los datos del cuadro oscilan según la claridad del día, calidad del material fotográfico, de la cámara, etc.

Von Gruber dio la relación empírica entre "E_m" y "E_f": $e_f = c \times \sqrt{e_m}$, siendo "c" su constante.

En 1975 el valor de la constante "c" en las condiciones más favorables era de 300. Ya que todo no será favorable, se toma el valor c = 280.

4. EJEMPLO NUMÉRICO DE UN PROYECTO DE VUELO

Queremos volar sobre una determinada hoja del M.T.N. a escala 1:50.000 para restituirla a escala 1/5.000, es decir, e_m = 5.000.

La velocidad del avión es de 300 km./h.

Se utiliza una cámara granangular de focal f = 152,00 mm y formato del fotograma de 23 x 23 cm

El vuelo se quiere con recubrimientos: longitudinal p = 60% y q = 20%.

Las dimensiones de una hoja del M.T.N. son de 36 x 58 cm.

Las dimensiones reales de una hoja del M.T.N.serán:

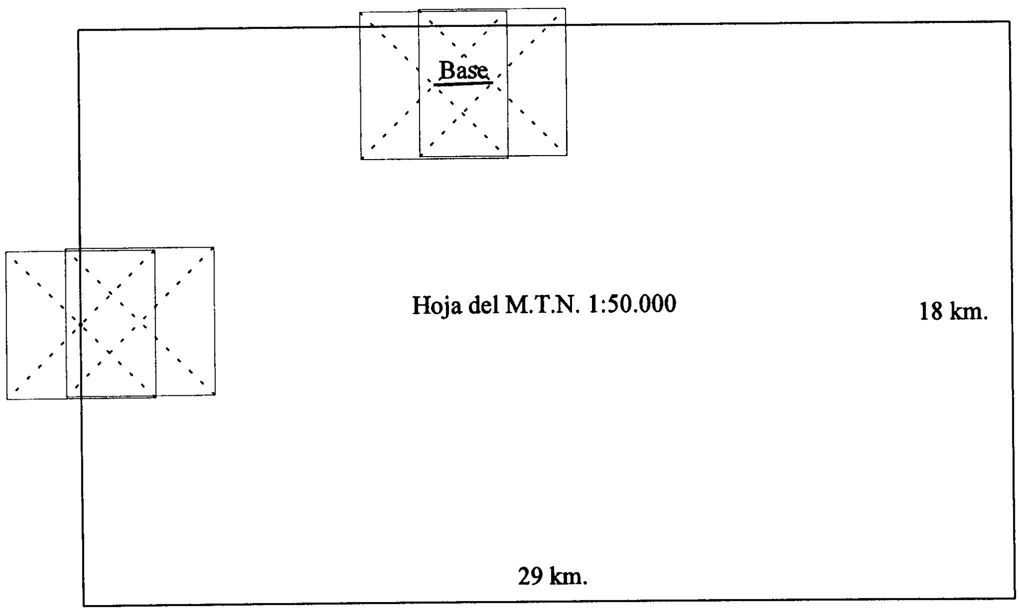
0,36 x 50.000 =18.000 m = 18 km
0,58 x 50.000 = 29.000 m = 29 km

La superficie total a volar es pues 522 km^2 = 52.200 Has

En los bordes de la zona siempre se deja un margen de confianza para que pese al bandeo del avión, se recubra todo el rectángulo de terreno.

El valor máximo que se suele dar a este recubrimiento es del 10%

La primera foto debe hacerse justo en el momento en que el punto principal está sobre el borde del terreno.



Viendo la tabla de relación entre la escala del fotograma e_f y la escala de mapa e_m, para la e_m = 5.000 será buena una e_f = 20.000.

Cada fotograma abarcará un cuadrado de terreno de lado (formato 23 x 23 cm):

l = 0,23 cm
L = 0,23 x 20.000 = 4.600 m

$$Sn=BxA=\left(\frac{100-p}{100}\times L\times e\right)\times\left(\frac{100-q}{100}\times L\times e\right)=(100-p)\times(100-q)\times\left(\frac{e\times l}{100}\right)^2$$

$$B=\frac{100-p}{100}\times L=\frac{40}{100}\times 4.600m=1.840m$$

$$A=\frac{100-q}{100}\times L=\frac{80}{100}\times 4.600m=3.680m$$

La distancia que queda entre el punto principal y el borde superior del terreno en la primera pasada es la correspondiente al 40% del fotograma, esto es, tiene el mismo valor de la base.

4.1. Número de pasadas

Veamos cuál es el número de pasadas:

18.000 - 1.840 = 16.160 m
16.160:3.680 (A) = 4 más un resto (1.440)

De momento tenemos 4 + 1 = 5 pasadas

Son:	Primera pasada	1.840 m
	Segunda pasada	3.680 m
	Tercera pasada	3.680 m
	Cuarta pasada	3.680 m
	Quinta pasada	3.680 m
	Total	16.560 m

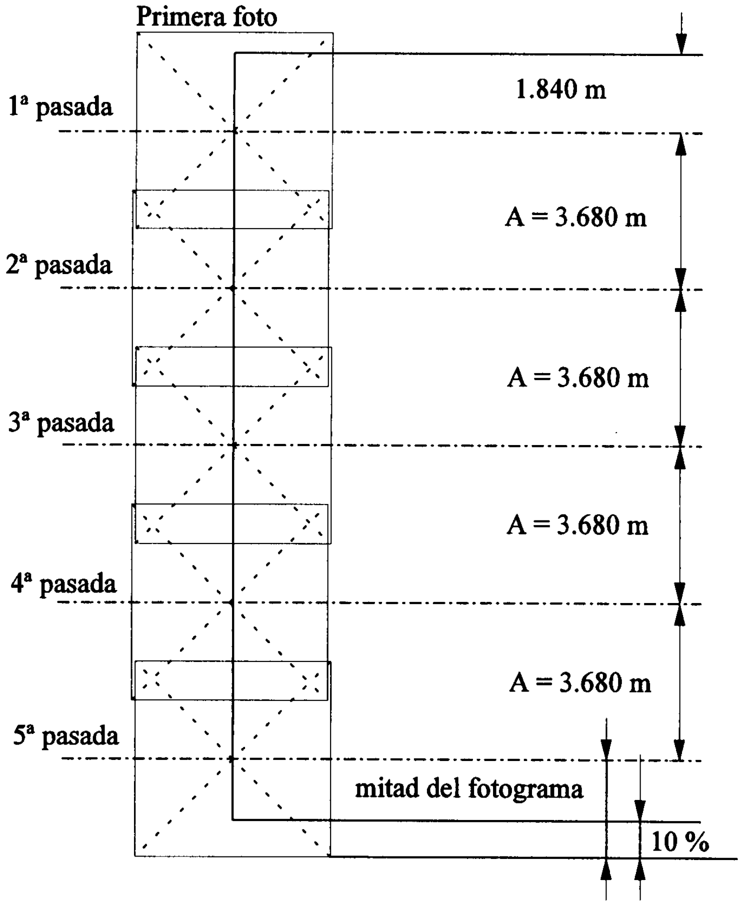
Pero hemos contado tan solo hasta el eje de la última pasada y hay que sumarle media fotografía, que es:

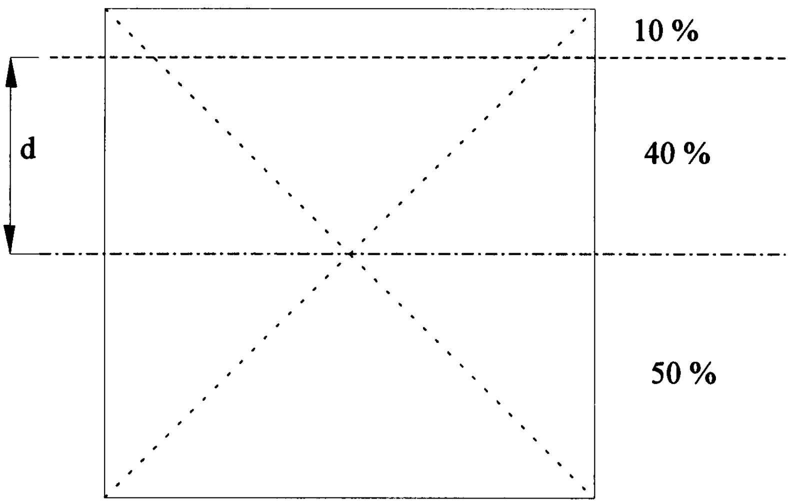
si L = 4.600 m L : 2 = 2.300 m

y son 16.560 + 2.300 = 18.860 m (*) (ver página 18)

18.860 - 18.000 = 860 m. Nos sobran entonces 860 m

Luego son 4 + 1 = 5 pasadas


Primera foto
1ª pasada
1.840 m
A = 3.680 m
2ª pasada
A = 3.680 m
3ª pasada
A = 3.680 m
4ª pasada
A = 3.680 m
5ª pasada
mitad del fotograma
10 %


10 %
d
40 %
50 %

Si al margen del 10 % equivale a

0,1 x L = 0,1 x 4.600 = 460 m

Quiere decirse que como el margen de la primera pasada fue de 460 m y en la última ha sido de 860 m, repartiendo podemos dar un margen de 660 m en cada una de las dos pasadas extremas.

660 : 4.600 = 0,14

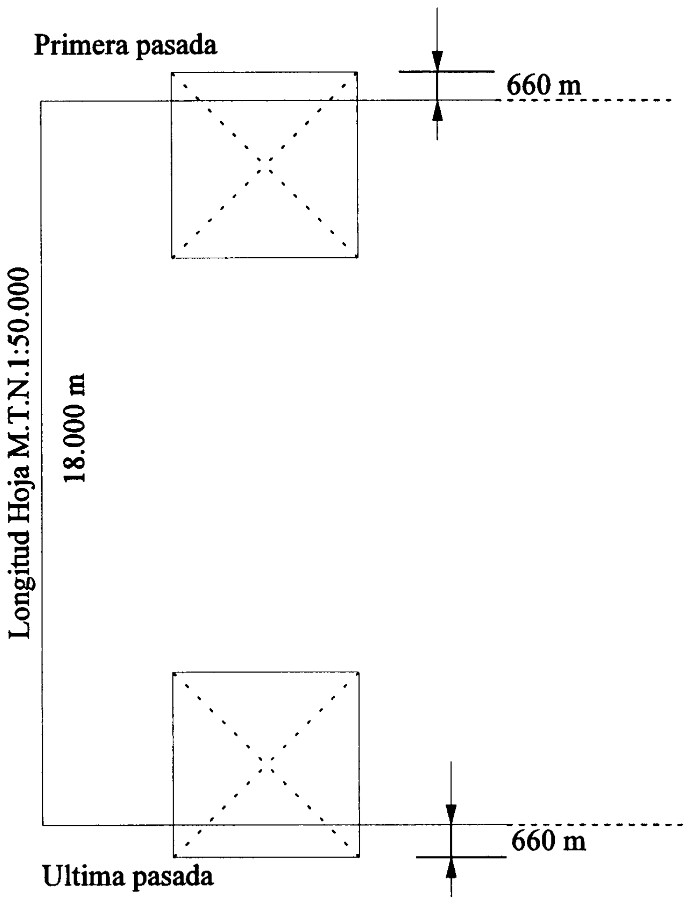
luego podemos dar un 14 % de margen en ambas pasadas.

(*) (ver página 16). Si hubiéramos obtenido por ejemplo 18.000, la última pasada se nos habría quedado sin margen. Si el piloto es de fiar y el tiempo es bueno, le podemos dar un margen del 5 % por cada lado (primera y última pasadas)

(*) (ver página 16). Si obtenemos 17.000 por ejemplo, nos queda sin recubrir una faja longitudinal de

1.000 + 10 % de 4.600 = 1.000 + 460 = 1.460 m

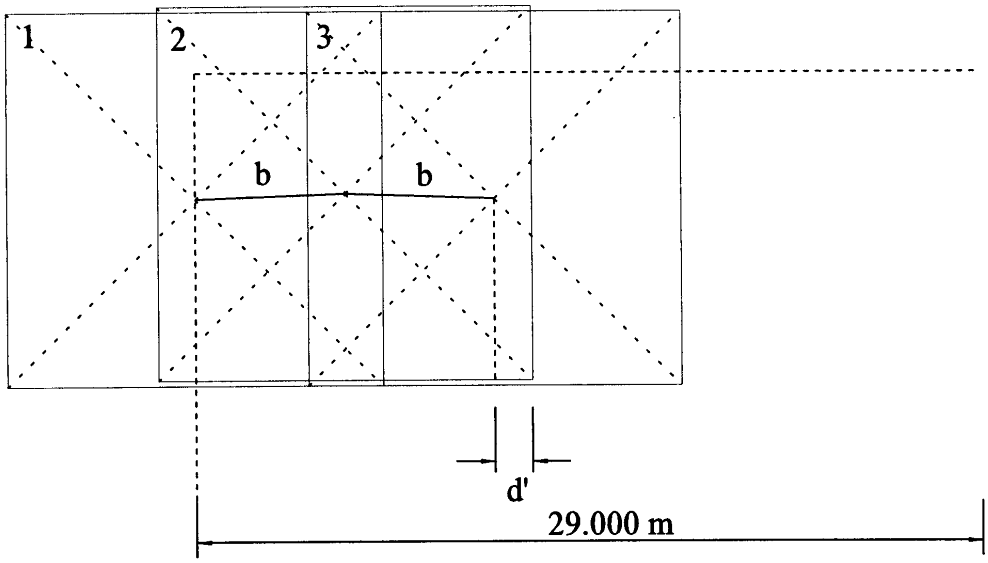
Forzosamente hay que dar otra pasada. A continuación repartiríamos el valor del margen en los bordes.



4.2. Número de fotos por pasada

Hay que tener en cuenta que todo el cuadrado de terreno, tiene que quedar con recubrimiento para la visión estereoscópica.

La primera foto se hace justo en el momento en que el punto principal está sobre el borde del terreno (teóricamente).



El valor de "**B**" es como sabemos de 1.840 m

29.000:1840 ≅ 15 fotos ---------- 1.840 x 15 = 27.600 m
27.600 + [medio fotograma (= 2.300)] = 29.900 m

Veamos si hay recubrimiento:

Para ver si queda con recubrimiento el borde final, habrá que sumarle la distancia d' (la que hay entre el punto principal de un fotograma y el borde posterior del anterior).

d' = 10 % x L = 0,1 x 4.600 = 460 m

y como ya sabíamos: 27.600 + 460 = 28.060 m

Luego queda sin recubrimiento, entonces hay que poner una foto más.

15 veces "**b**" equivale a 16 fotos; más una foto son en total 17 fotos/pasada.

El número total de fotos es:

17 fotos por pasada * 5 pasadas = 65 fotos

4.3. Tiempo entre foto y foto

$$I = \frac{B_{(m)}}{\frac{V_{(Km/h)}}{3,6}(m/sg)} = \frac{3,6 \times B}{V}(sg)$$

$$t = \frac{e(espacio)}{v(velocidad)} = \frac{B(base)}{v(m/s)} = \frac{1.840 \times 3,6}{300} = 22seg$$

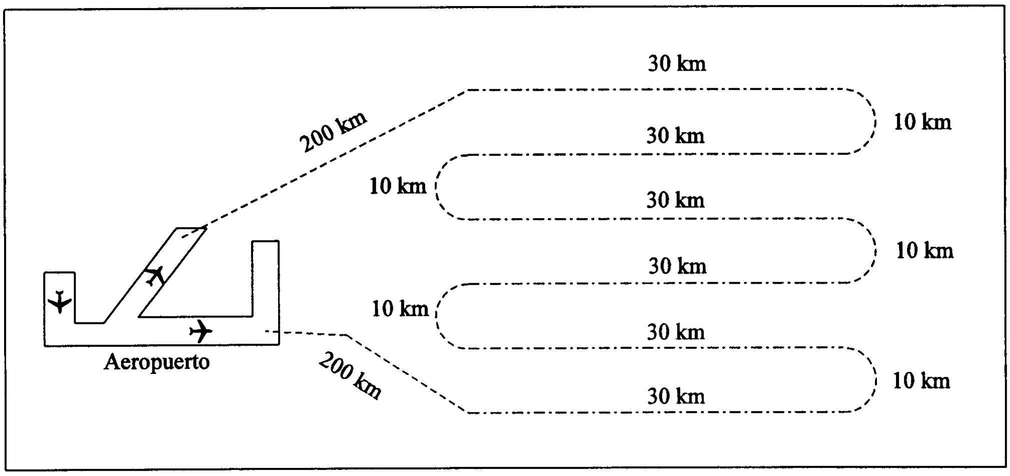
$$V_{km/sg} = V \times \frac{1000m}{60 \times 60sg} = \frac{V}{3,6} m/sg$$

I = intervalo entre disparos

cada 22 seg hay un disparo de la cámara fotográfica

4.4. Duración del vuelo

Suponiendo que el aeródromo dista 200 km. del lugar de trabajo y dando un margen de 10 km. al avión para cambiar de pasada. Calcularemos los km. que recorre el avión y el tiempo que dura el vuelo.



Número de km.		400 (2 x 200)
		180 (30 x 6)
		50 (10 x 5)
	Total	630 km.

El número de horas (teórico) que dura el vuelo es:

630 : 300 = 2,1 horas

La altura a la que tendría que volar el avión será:

$1 : e_f = f : H$ $\quad\quad$ $H = f * e_f = 152 \times 20.000 = 3.040$ m de altitud

5. EJEMPLO GRÁFICO DE UN PROYECTO DE VUELO

Nos proponemos volar una hoja del M.T.N. para restituirla a escala 1 : 5.000, es decir $e_m = 5.000$.

La velocidad del avión es de 300 km/h

Se utiliza una cámara granangular de f = 152 mm y formato 23 x 23 cm
Queremos unos recubrimientos p = 60 % y q = 20 %

Las dimensiones de una hoja del M.T.N. son de 36 x 58 cm, o bien 18 x 29 km. en la realidad.

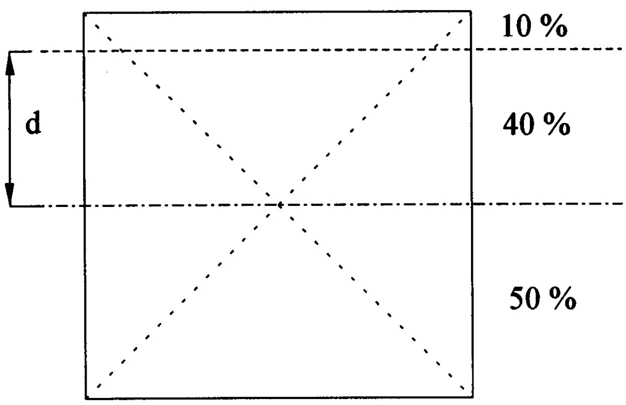
Calcular el número de fotos y la altura de vuelo.

Consultando el cuadro de correspondencias (e_m/e_f):

vemos que para una $e_m = 5.000$ es buena una $e_f = 20.000$

$E = 1 : e_f = f : H$ $H = 0,152$ m x 20.000 = 3.040 m

Un lado del fotograma cubre teóricamente: 0,23 m * 20.000 = 4.600 m



el 40 % de 4.600 = 4.600 x 0,4 = 1.840 m

Esta es también la distancia entre dos puntos principales, cuando el recubrimiento es del 60 %.

B = 1.840 m

$$A = \frac{100-q}{100} \times L \times e = 0,8 \text{ x } 4.600 = 3.680 \text{ m}$$

Para ver como se hace, tomamos un rectángulo que represente los 18 x 29 km. que es lo que abarca una hoja del MTN a escala 1:50.000.

Lo representamos en una hoja tamaño DIN A4. Para ello, una escala adecuada resulta ser 1:120.000.

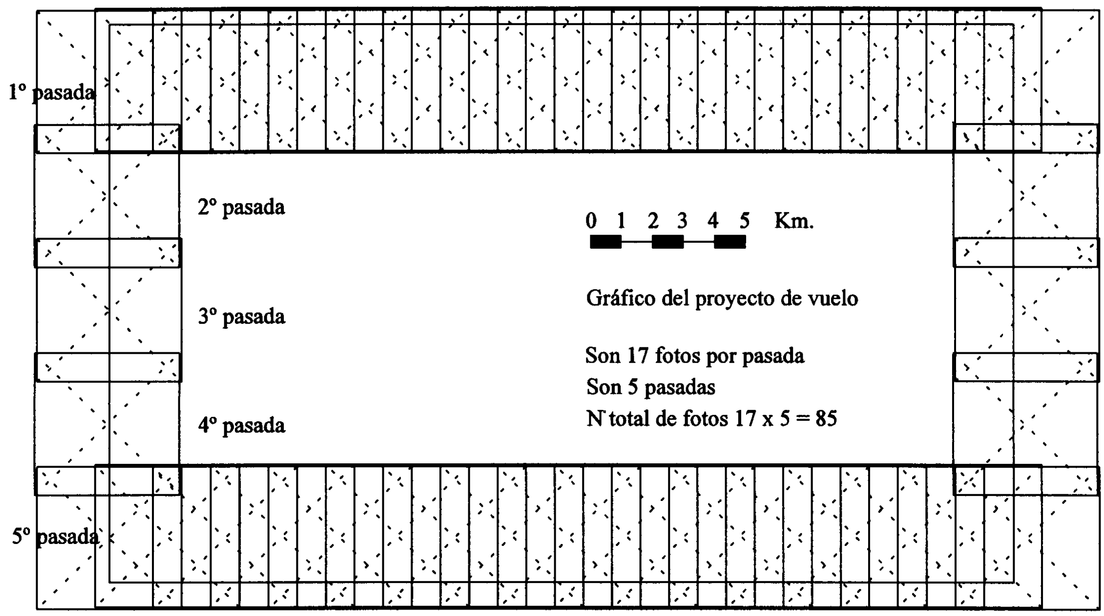
X * 120.000 = 18.000 m   X = 0,15 m
Y * 120.000 = 29.000 m   Y = 0,2416 m

B = 1.840 m   a escala 1 : 120.000 son   b = 0,01533 m = 15,33 mm
A = 3.680 m   a escala 1 : 120.000 son   a = 0,03066 m = 30,66 mm

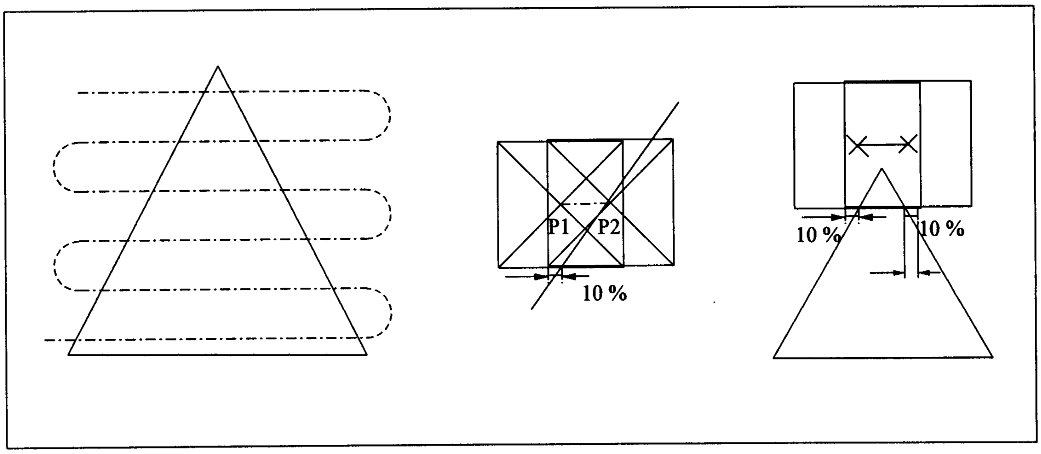
Lado del fotograma L = 4.600 m a escala 1:120.000 son l = 38,33 mm

Recortamos un sistema de tres o más fotogramas consecutivos para ver cuantas fotos entran en una pasada y uno suelto o más para ver las pasadas que hay que hacer.

También podemos representar gráficamente (con CAD) los fotogramas. *(ver gráfico siguiente)*



Cuando el terreno a volar es triangular



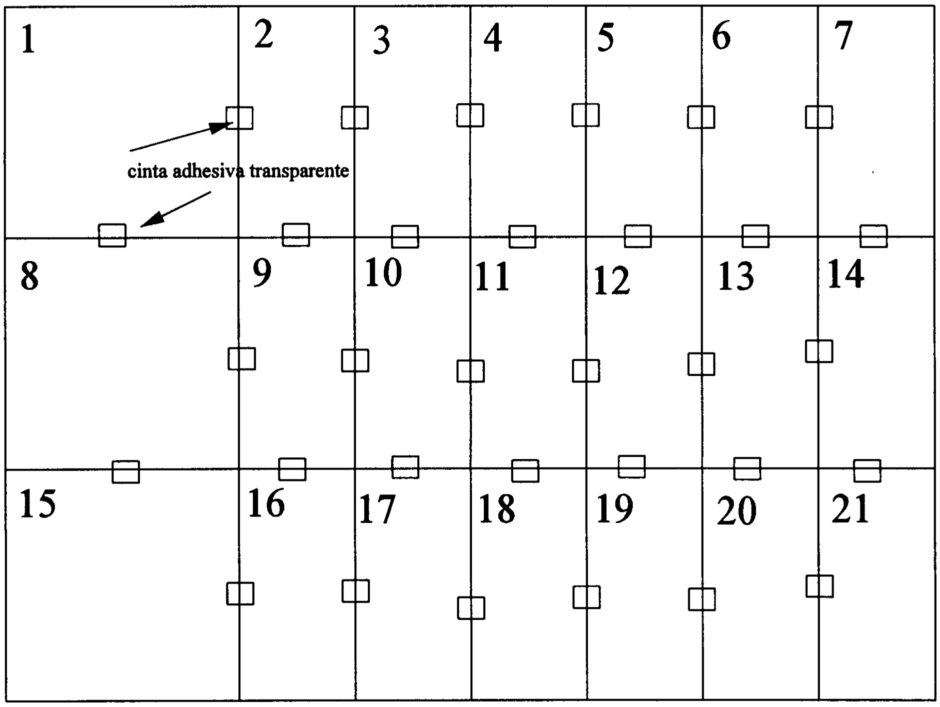
En este caso, con dos fotos basta para obtener el vértice del triángulo.

Para economizar, se debe hacer también el cálculo del mínimo número de pares posibles, variando la dirección de vuelo pero tendiendo a E - W.

6. MOSAICOS FOTOGRÁFICOS Y ORTOFOTOPLANOS

Mosaicos fotográficos

El formar la representación de la zona fotografiada con todos los pares fotogramétricos, se denomina “mosaico fotográfico” de la zona.



Haciendo una foto del mosaico tal que el plano focal de la cámara sea paralelo al plano del mosaico (o el eje óptico perpendicular al mosaico), obtenemos lo que se denomina “fotoíndice”. Tendremos una representación general de la zona volada.

Los ortofotoplanos.

Son fotografías aéreas a escalas grandes, 1:1.000; 1:2.000; 1:5.000, cuya principal ventaja, es que la escala es correcta para toda la foto, por lo que tiene la gran ventaja sobre un plano, que es el fiel reflejo del terreno fotografiado y al mismo tiempo, sirve para medir directamente sobre ellos las distancias que queramos. Suelen llevar impresas a trazos blancos las curvas de nivel y la cuadrícula U.T.M, lo que facilita más el trabajo sobre ellos.

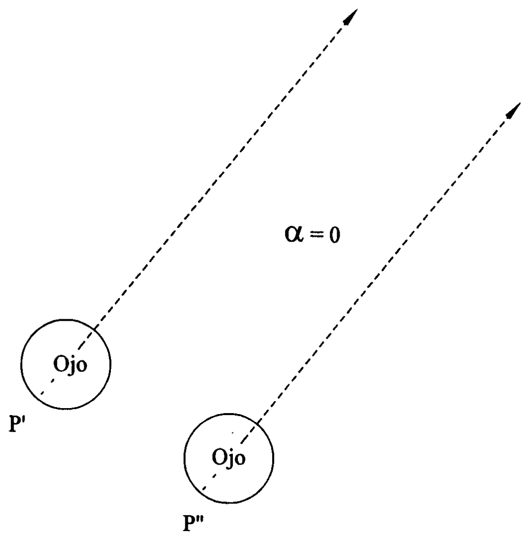
La escala de una fotografía aérea normal, es una escala media (los puntos de mayor cota vendrán reflejados a menor escala que los de menor cota), sin embargo, la ortofotografía tiene una escala fija para todos sus puntos. Esto se consigue mediante un proceso de rectificación de la foto original, pixel a pixel.

7. LOS ESTEREOGRAMAS

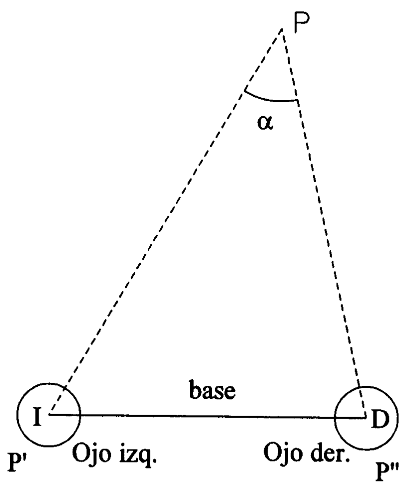
7.1. Condiciones de estereoscopía

La pareja de fotogramas o par estereoscópico, se denomina “estereograma”.
Un par es estereoscópico en la parte común de terreno fotografiado.
En definitiva, para que un par sea estereoscópico, cada foto ha de estar tomada desde dos puntos distintos y tiene que haber una zona común fotografiada.

Para que haya estereoscopía en la visión humana, los puntos de vista P’ y P’’ de la retina no deben ser homólogos.



No hay estereoscopía*.*
Para un punto del ∞ no se ve su relieve



Si hay estereoscopía*.*
Porque P’ y P’’ no son homólogos

La distancia entre el centro óptico del ojo izquierdo y del derecho, se denomina Base o distancia interpupilar y varía en cada persona.

α = ángulo paraláctico o paralaje angular del punto P

Para que haya visión estereoscópica, α ha de estar comprendido entre un valor mínimo y otro máximo.

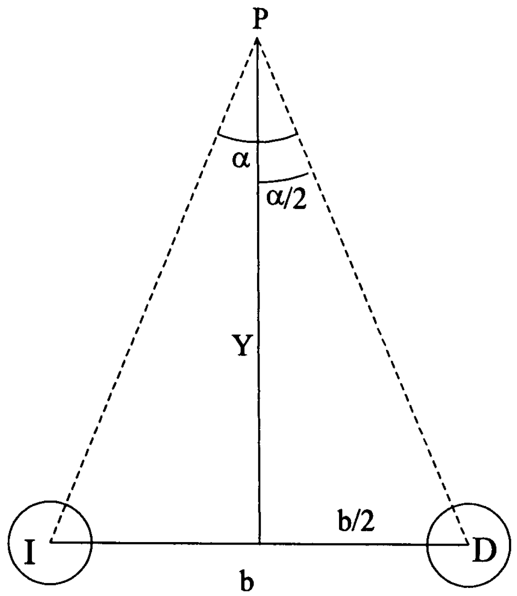
El límite de percepción visual medio en el hombre es $\alpha \approx 30''$ (el mínimo en estereoscopía).

Si P está infinitamente cerca, α es muy grande y tampoco se ve estereoscopía.

El punto de visión distinta medio está a 25 cm.

Cuanto más alejado está el punto P, más pequeño será el ángulo α .

7.2. Distancia hasta la que se puede ver el relieve.



La distancia interpupilar o base es en general 65 mm

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{b/2}{Y} \qquad \frac{b}{2} = Y \times \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$$

Como valor mínimo de α (máximo alejamiento de P) α ≈ 30”, tenemos que:

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}\ \text{radianes}\ \frac{b}{2} = Y \times \frac{\alpha}{2}\ _{\text{rad}}$$

$$b = Y \times \alpha_{\text{rad.}}$$

Para la visión humana:

$$Y = \frac{b}{\alpha} \qquad Y = 0{,}065m \times \frac{206265''}{30''} \cong 450m$$

Más allá de esta distancia, teóricamente no vemos relieve.

$$Y = \frac{b}{\alpha}$$

Cuanto menor α , corresponde mayor Y
Cuanto mayor “**b**” , corresponde mayor Y

Diferenciándola con respecto a α podemos obtener el error en distancias:

$$Y = f(\alpha) \qquad dY = \frac{b}{\alpha^2} \times d\alpha$$

Como es una diferencial ya no nos preocupa el signo, pero $\alpha^2 = \frac{b^2}{Y^2}$

luego: $dY = \frac{b \times Y^2}{b^2} \times d\alpha$

Por tanto, el error en lejanía es: $dY = \frac{Y^2}{b} \times d\alpha$

Vemos que el error en lejanía, en función del ángulo paraláctico del punto, es directamente proporcional al cuadrado de la distancia, e inversamente proporcional a la base.

Por tanto, a mayor base corresponde menor error.

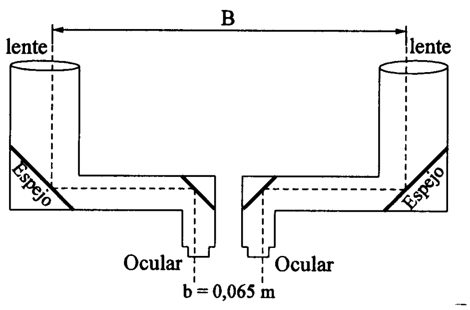
Para ampliar la base “b”, se puede usar un telémetro, un estereoscopio de espejos, etc.

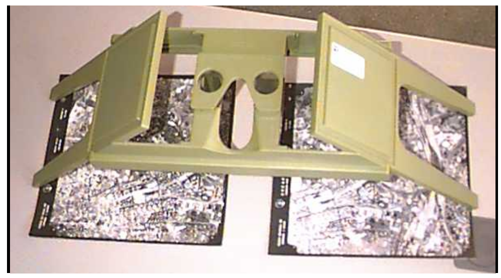
7.3. Los Estereoscopios

Para la observación del relieve a partir de las fotografías, se utilizan los estereoscopios. Estos pueden ser de bolsillo o de espejos.

Para grandes producciones están los restituidores.

7.3.1. Estereoscopio de espejos





No hay que solapar con este aparato los fotogramas, sino que, obligatoriamente han de estar separados uno debajo de cada espejo. Podemos observar el par, de tres formas, según el mecanismo óptico que empleemos:

a.- Sin oculares, puesto que estos son desmontables a través de dos lentes de varios aumentos, que van fijas.

b.- Sin oculares a través de estas dos lentes mencionadas pero interponiendo otras dos lentes en el camino de los rayos, de menor aumento que los oculares. Estas lentes sólo las llevan algunos modelos y son movibles.

c.- Con oculares (prismáticos de 2-4 aumentos o más). Para ello hemos de quitar las lentes móviles que interponíamos en el camino de los rayos. Por supuesto también influyen las lentes fijas.

El mecanismo de mayor aumento es el ***c.-***, el intermedio el ***b.-*** y el de menor aumento el ***a.-***

El campo del par que apreciamos es el mayor en el mecanismo ***a.-*** y el menor en el ***c.-*** ya que a mayor aumento, menor campo.

Las dos fotografías se colocan de modo que sus puntos principales estén alineados con la imagen de cada uno de ellos en la otra placa.

Esto se hace en la práctica, señalando en ambos fotogramas con los dedos de cada mano dos puntos homólogos que podamos identificar en ellos.

Mirando a través del estereoscopio, moveremos con estos 4 dedos los fotogramas hasta que los dedos homólogos se superpongan. La imagen se verá casi en relieve, y sólo queda tantear hasta conseguir la visión perfecta.

Además se consigue un acercamiento del objeto con las lentes que tienen ciertos aumentos.

A = aumentos de éstas lentes $\quad Ynueva = Y \times \frac{B}{b} \times A$

B/b suele ser normalmente de 2.

"Y" vimos que era del orden de 450 m

Con unos prismáticos de 6 aumentos se tendría: Yn = 450 * 2 * 6 = 5.400 m

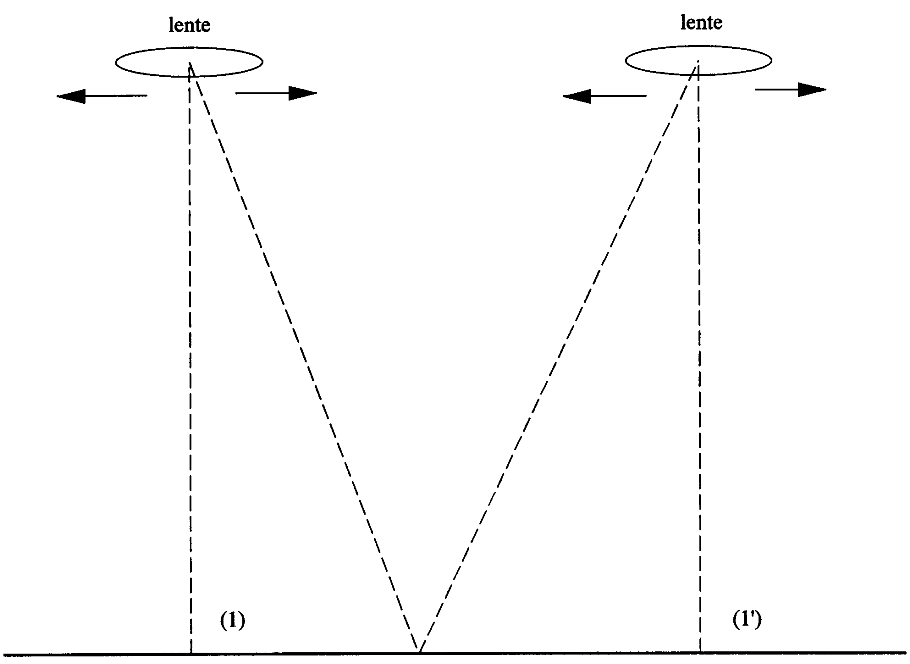
En los telémetros de marina, B es del orden de 4 m y A de 20

$Y = 450 \times \frac{4}{0{,}065} \times 20 = 54.000m$ más de lo que permite la esfericidad terrestre.

7.3.2. Estereoscopio de bolsillo

Lentes de 1,8 a 2 aumentos. Movibles a mano para adaptar a la distancia interpupilar del individuo.

(1) y (1') Punto común en las dos fotos. Lo vemos separadamente, pero sus imágenes se superponen en el cerebro y se produce la visión estereoscópica.

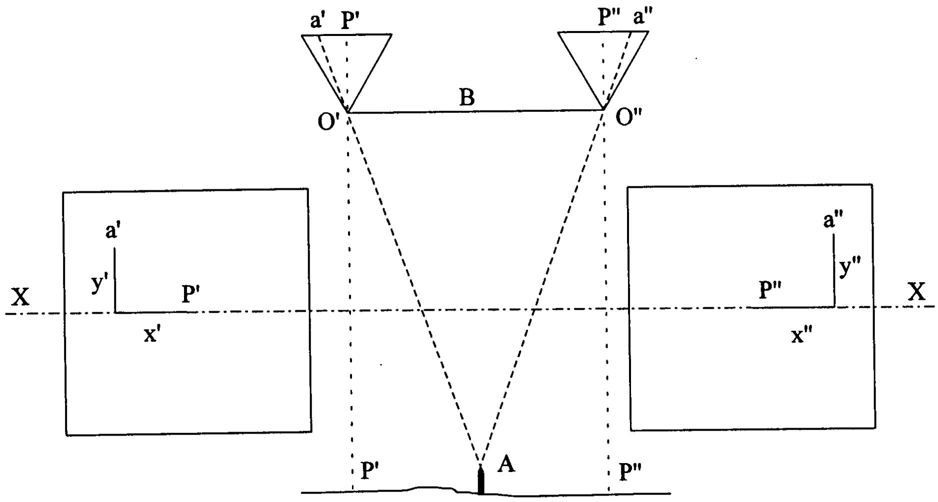


8. LA PARALAJE

Se llama paralaje ρ de un punto A, a la suma algebraica de abscisas en dos fotogramas consecutivos teniendo en cuenta el signo.

Concepto fotogramétrico de paralaje. Se llama paralaje ρ de un punto A a la diferencia de abscisas en valor absoluto de la imagen del punto en dos fotogramas consecutivos (a' y a''). [ver figura siguiente]

$\rho_A = |x' - x''|$, pero x' es negativo, luego $\rho_A = -x' - x''$

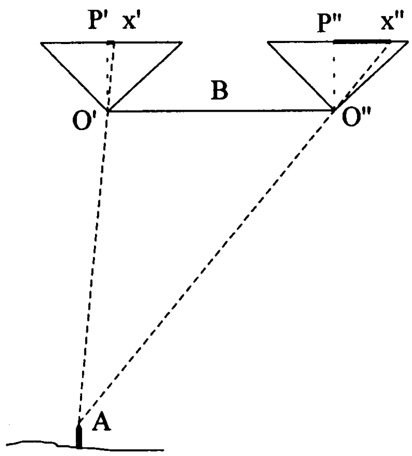


La paralaje se mide en milímetros. Con los aparatos modernos se aprecia las dos micras; sin embargo tan solo es indispensable dar la centésima de milímetro (menos precisión no vale)

Si tenemos el caso de la figura siguiente: $\rho_A = |x' - x''|$

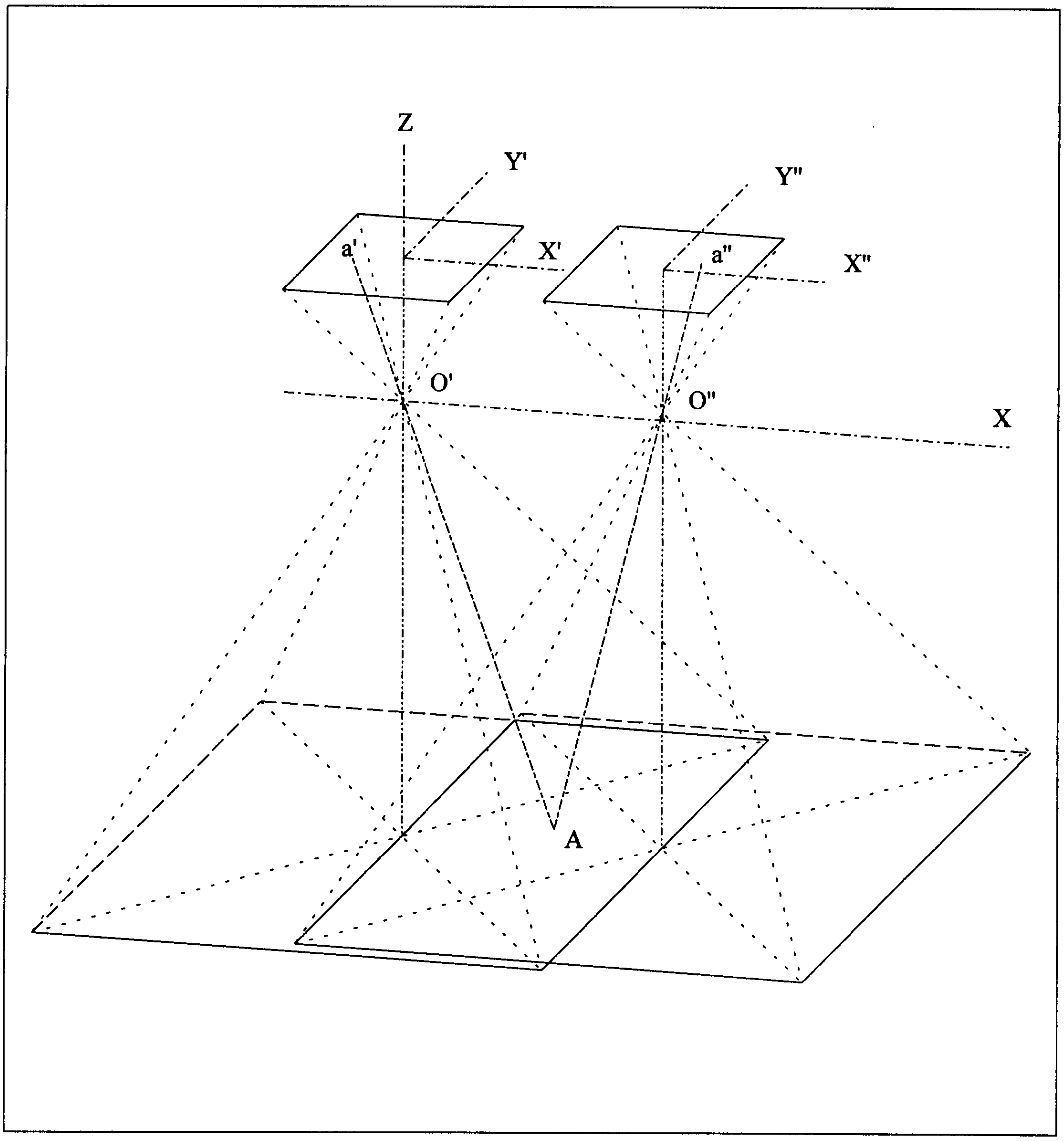
pero como x' y x'' son ahora positivas $\rho_A = x' - x''$

es decir, no es más que una suma algebraica teniendo en cuenta el signo



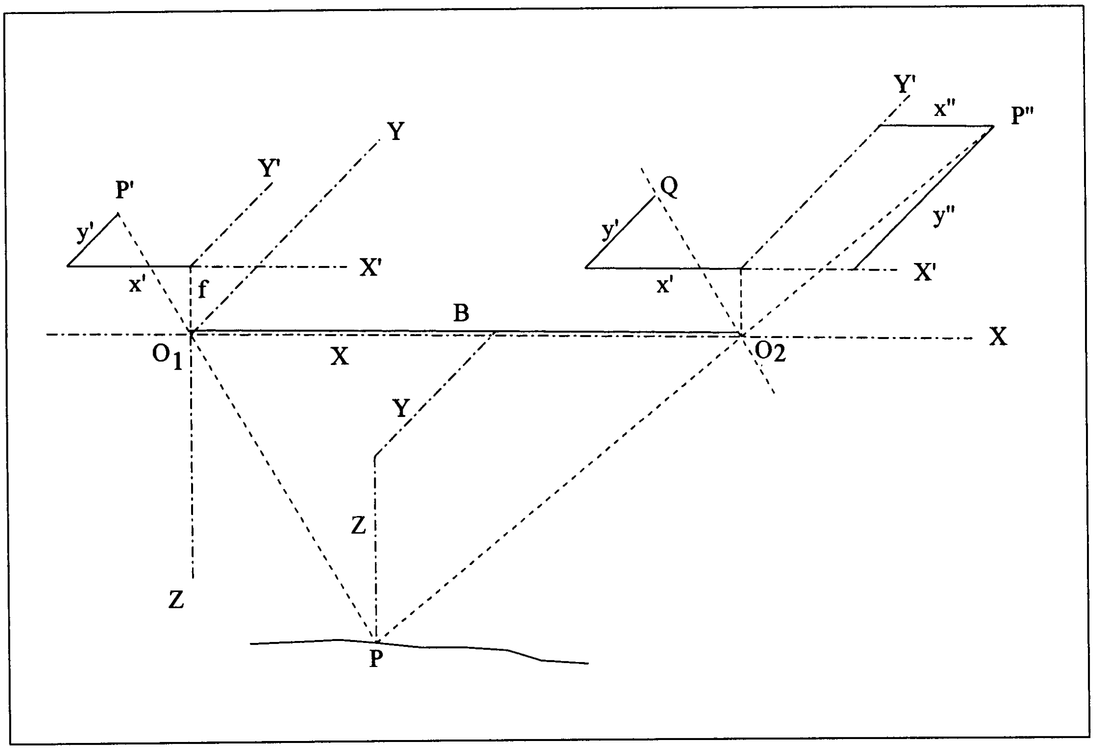
9. TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ESTEREOFOTOGRAMETRÍA

Se demuestra que midiendo coordenadas en una foto, con una ecuación fácilmente deducible, se puede pasar de coordenadas planas a coordenadas espaciales.



Es mejor considerar que el sentido positivo del eje Z es el inverso al dibujado.

Deduzcamos el valor de las tres coordenadas: X, Y, Z del punto P del terreno:



QO_2 es paralelo a O_1P'
La paralaje de P vale: $-x'-(+x'') = -x'-x'' = -(x'+x'')$

Hay dos triángulos semejantes que son fundamentales $O_1\ P\ O_2 = Q\ O_2\ P''$
Mirando la perspectiva vamos a ver Z:

$$\frac{Z}{f} = \frac{O_1O_2}{QP''} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{Z}{f} = \frac{B}{\rho} \qquad Z_p = B \times \frac{f}{\rho}$$

donde **Z** es la altura de vuelo; **ρ** es la paralaje; **B** es la base; **f** es la distancia focal

Mirando la perspectiva vamos a ver Yp:

$$\frac{Y_P}{Y'_P} = \frac{B}{\rho} \quad Y = y' \times \frac{B}{\rho} \qquad \text{pero} \quad \frac{B}{\rho} = \frac{Z}{f} \qquad \text{luego} \quad Y_P = y' \times \frac{B}{\rho} = y' \times \frac{Z}{f}$$

mirando la perspectiva, vamos a ver Xp:

$$\frac{X_P}{X'_P} = \frac{B}{\rho} \qquad X_P = x' \times \frac{B}{\rho} = x' \times \frac{Z}{f}$$

es decir, la fórmula fundamental de la fotogrametría es: $\boxed{Z = \frac{B \times f}{\rho}}$

las otras dos fórmulas son derivadas.

Si el vuelo es alto (Z grande) tenemos que la paralaje **ρ** es pequeña, ya que **B** y **f** son constantes.

Si el vuelo es bajo (Z pequeño) tenemos que la paralaje es grande.

A mayor focal **(f)**, para unos valores constantes de **B** y **ρ,** corresponde mayor **Z**.

La medida de **ρ** ha de ser lo más precisa posible para obtener una **Z** exacta.

Todos los puntos del terreno que tienen igual paralaje, están en el mismo plano horizontal (paralelo al XY)

A efectos de exactitud en la determinación de Z, es indiferente una paralaje grande o una pequeña.

9.1. Deducciones de la fórmula fundamental

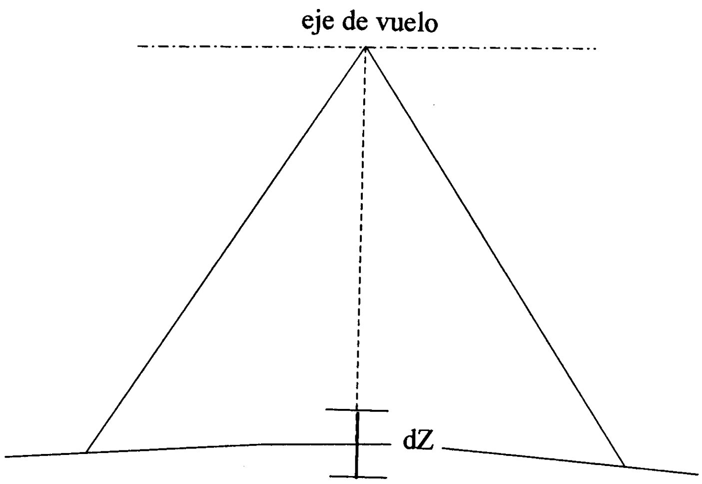
$$Z = \frac{B \times f}{\rho}$$

En esta expresión, **B** es constante; **f** es constante; **ρ** no es constante. Luego **ρ** es la variable y se puede estudiar **Z** como: $Z = f(\rho)$

Error que corresponde en altura a un error en la medida de la paralaje. Cuando el error de esta medida es pequeño, podemos diferenciar:

$$dZ = -\frac{B \times f}{\rho^2} \times d\rho \qquad \text{pero} \qquad \rho^2 = \frac{B^2 \times f^2}{Z^2} \qquad dZ = -\frac{B \times f}{\frac{B^2 \times f^2}{Z^2}} \times d\rho$$

$$dZ = \frac{Z^2}{B \times f} \times d\rho$$



A mayor **B** corresponde menor **dZ** (trabajo preciso)

A mayor **f** corresponde menor **dZ** (“ “)

A mayor **Z** corresponde mayor error
(directamente proporcional al cuadrado de Z)

Luego los vuelos bajos son más precisos, hay menos errores en la determinación de cotas y por tanto en las curvas de nivel.

Error relativo en la medida de Z.

Es igual al error relativo en la medida de la paralaje.

$\frac{dZ}{Z} = \frac{Z}{B \times f} \times d\rho$ pero $Z = \frac{B \times f}{\rho}$ $\rho = \frac{B \times f}{Z}$,

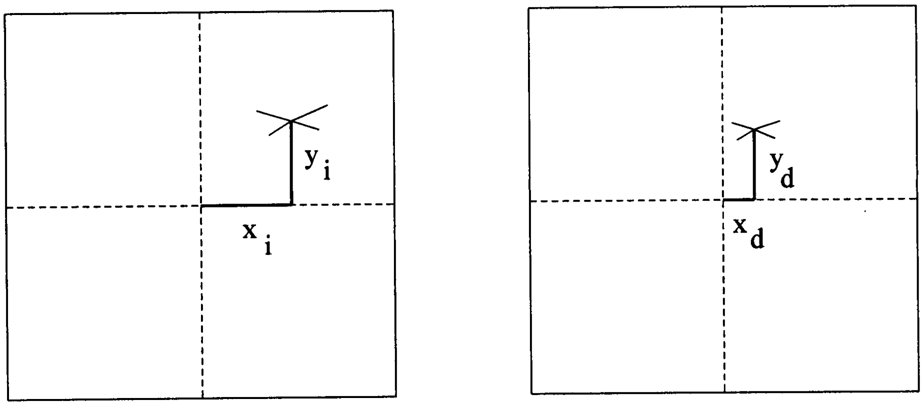
es decir**:** $\frac{dZ}{Z} = \frac{d\rho}{\rho}$

El error relativo de la altura es igual al error relativo con el que se haya medido la paralaje.

9.2. Medidas sobre fotos aéreas. Fundamento del estereomicrómetro.

Medidas sobre fotos aéreas

Hay que medir las coordenadas de la imagen del punto sobre el fotograma izquierdo y el fotograma derecho (x, y)



El estereocomparador de Pulfrich mide las X e Y de las placas derecha e izquierda.

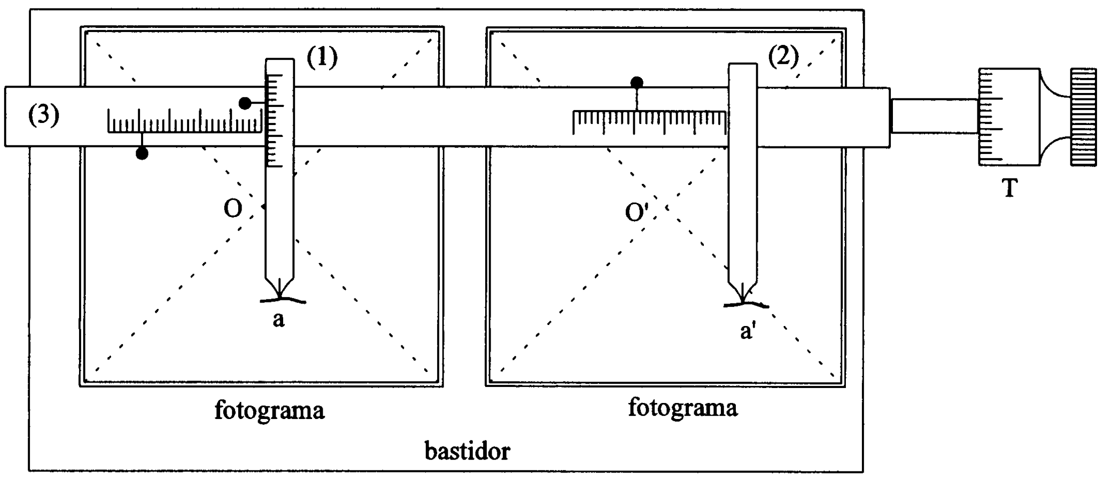
El estereomicrómetro de Pulfrich, mide las X e Y de los dos fotogramas y la paralaje ρ de una vez. Aprecia la décima de milímetro.

Estos aparatos se han perfeccionado y se puede medir hasta la centésima de milímetro con unos tambores dispuestos a tal fin.

El fundamento de ambos viene a ser el mismo.

Fundamento del estereomicrómetro

Es el mismo que del estereocomparador. Ambos se deben a Pulfrich.



En primer lugar, colocamos los estiletes (1) y (2) sobre los puntos principales de los fotogramas.

La pieza (3) es movible a mano.

El estilete (1) es movible a mano de arriba a abajo, que también lo colocamos en la posición cero.

Entre tanto, el estilete (2) también habrá quedado en la posición cero.

A continuación movemos (3) y (1) hasta que la punta de éste estilete coincida con el punto “a” y tendremos x_a e y_a

(2) se habrá desplazado lateralmente la magnitud x_a. Con el tambor T llevamos (2) a coincidir con a’

T sólo mueve (2) y no (3) con lo cual en este caso, el desplazamiento total de (2) habrá sido:

$- x_a - (+ x_{a'})$ es decir, la paralaje directamente.

Se verificará que $y_a = y_{a'}$

Ejemplo 1.

Hallar la distancia inclinada entre dos puntos A y B del terreno, sabiendo que estos fotogramas se han obtenido con una cámara de focal f=150 mm y que la base B es de 500 m.

Obtenidos sobre dos fotogramas y por medio de un estereocomparador se miden sus coordenadas, que son:

Placa izquierda	*A1*	*(x_1 = 37 mm y_1 = 2 mm)*
	B1	*(x'_1 = 40 mm y'_1 = 10 mm)*
Placa derecha	*A2*	*(x_2 = 44 mm y_2 = 2 mm)*
	B2	*(x'_2 = 50 mm y'_2 no hace falta)*

$$Z_A = \frac{B \times f}{\rho} = \frac{500 \times 150mm}{44 - 37mm} = 10.714m$$

$$X_A = x_1 \times \frac{B}{\rho} = 37mm \times \frac{500m}{7mm} = 2.643m$$

$$Y_A = y_1 \times \frac{B}{\rho} = 2mm \times \frac{500m}{7mm} = 143m$$

$$Z_B = \frac{B \times f}{\rho} = \frac{500 \times 150mm}{50 - 40mm} = 7.500m$$

$$X_B = x_1^{'} \times \frac{B}{\rho} = 40mm \times \frac{500m}{10mm} = 2.000m$$

$$Y_B = y_1^{'} \times \frac{B}{\rho} = 10mm \times \frac{500m}{10mm} = 500m$$

$$Distancia = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

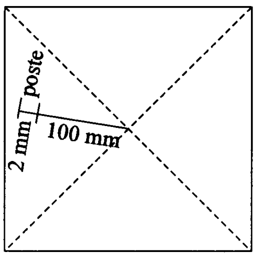
$$Distancia = \sqrt{(-643)^2 + (360)^2 + (-3214)^2} = 3.297,40m$$

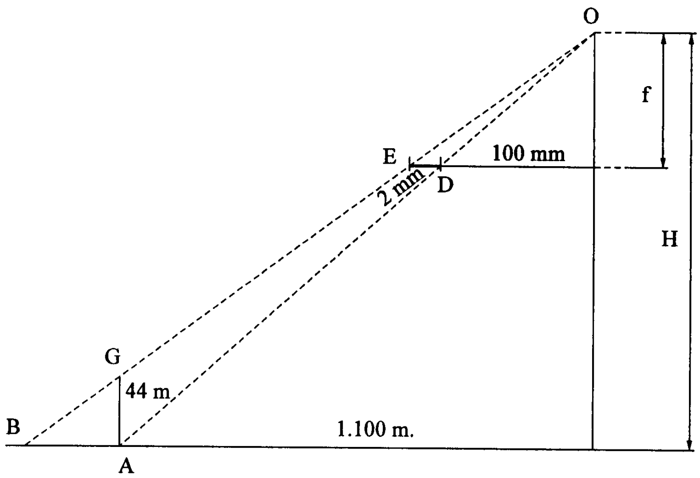
Ejemplo 2.

En un fotograma vertical tenemos la imagen de una pista de aterrizaje con una longitud de 100 mm, y un poste de señales que presenta una longitud de 2 mm en el extremo de dicha pista. El otro extremo de la pista es el punto principal del fotograma.

Se sabe que la pista tiene 1.100 m de longitud y el poste una altura de 44 m.

Hallar la focal de la cámara y la altura de vuelo.





$E = \frac{1}{e} = \frac{100mm}{1.100m} = \frac{0,1}{1.100} = \frac{1}{11.000}$ $\qquad E = \frac{1}{11.000}$ escala del fotograma

Imagen de la torre:

AB = 2 mm * 11.000 = 22 m

Los triángulos OCE y GAB son semejantes, luego:

$\frac{f}{EC} = \frac{AG}{AB}$ $\qquad \frac{f}{102mm} = \frac{44m}{22m}$ $\qquad$ f = 2 * 102 = 204 mm

La altura de vuelo es:

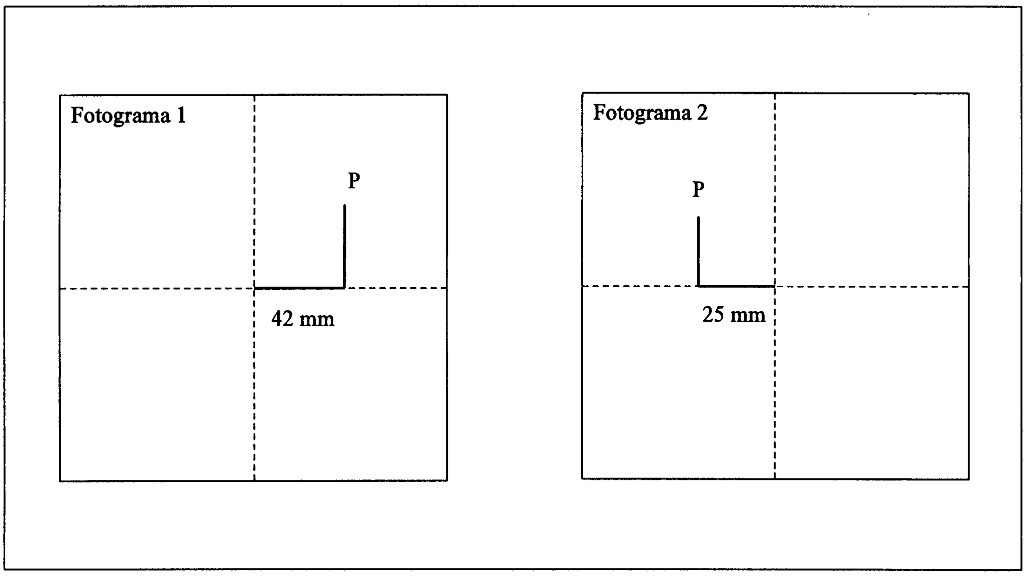
H = e * f = 11.000 * 0,204 m = 2.244 m $\qquad$ H = 2.244 m

Ejemplo 3.

En un vuelo fotogramétrico con cámara de focal 150 mm se van obteniendo fotografías cada 15 segundos. La velocidad del avión es de 204 km./h.

En dos fotos consecutivas un punto P determinado está en la forma de las figuras.

Hallar a qué altura se ha volado sobre el punto P.



$$Z = \frac{B \times f}{\rho} \qquad \rho = 42 + 25 = 67 \text{ mm}$$

$$B = V \times t = 204 \times \frac{15}{3,6} m = \frac{3.060}{3,6} m = 850m$$

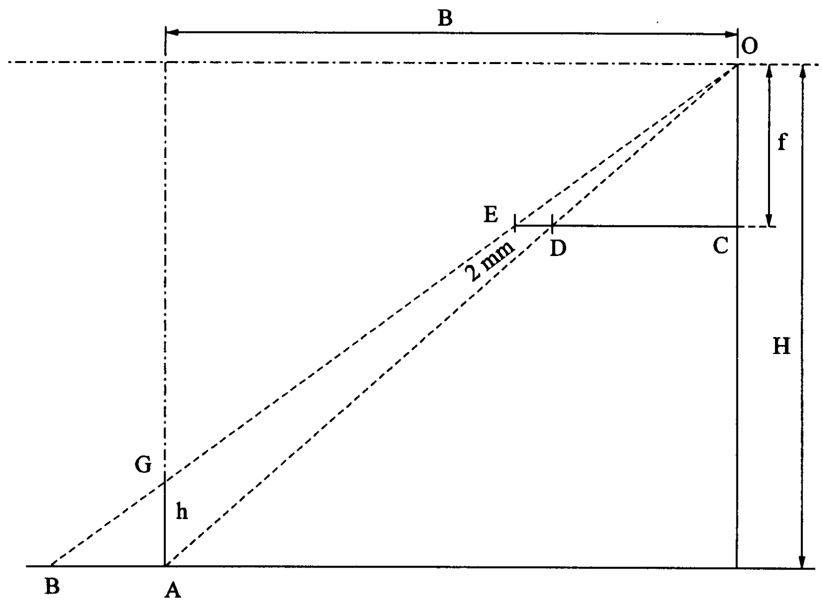
$$Z = \frac{850 \times 150}{67} m = \frac{127.500}{67} m = 1.903m$$

Ejemplo 4.

En un vuelo vertical, de un terreno llano, con cámara de focal 100 mm y una altura de vuelo H = 2.000 m; al hacer un fotograma el avión se pasa sobre la vertical de una antena de radio que sabemos tiene 46 m de altura.

En la siguiente foto, la antena presenta una imagen de 2 mm.

Sabiendo que la velocidad del avión es de 506 km/h, calcular el tiempo transcurrido entre ambos disparos.



$E = \frac{f}{H} = \frac{0{,}1m}{2.000m} = \frac{1}{20.000}$ $\qquad \frac{f}{h} = \frac{EC}{BA}$

AB = DE * e = 2 x 20.000 = 40 m $\qquad \frac{100mm}{46m} = \frac{EC}{40m}$

$EC = \frac{40 \times 100}{46} = 87mm$ $\qquad \frac{f}{H} = \frac{DC}{B}$

$B = \frac{85 \times 2.000}{0{,}1} m = 1.700m$

o también: 87 - 2 = 85

85 x 20.000 = 1.700.000 mm = 1.700 m $\qquad$ B = 1.700 m

El tiempo transcurrido entre ambos disparos es:

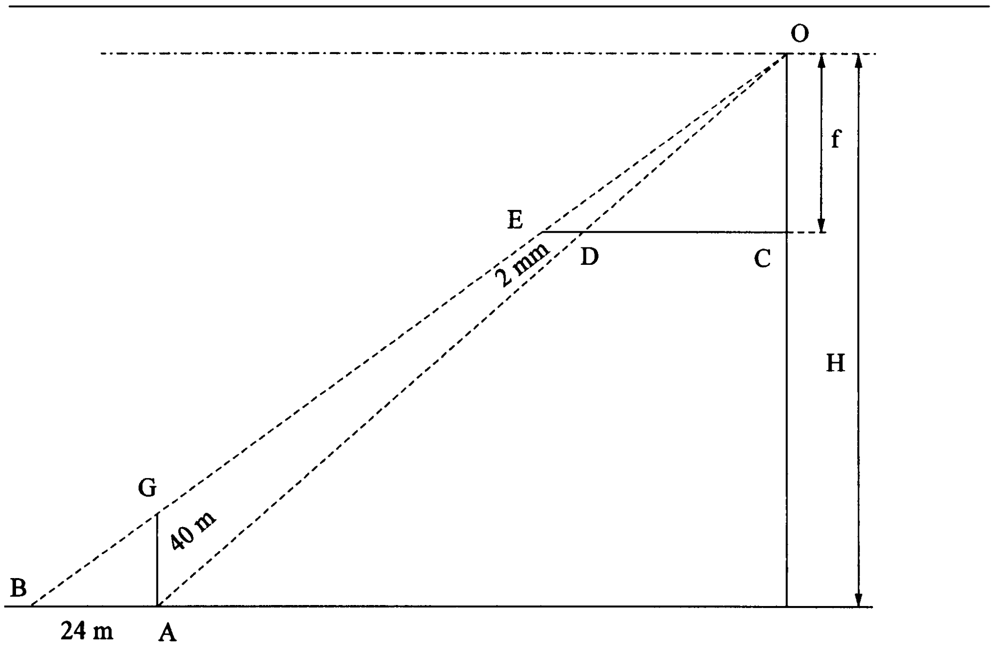
$t = \frac{e}{v} = 1.700m \times \frac{3{,}6}{506m/seg} = 20seg$ $\qquad$ t = 20 seg.

Ejemplo 5.

Un vuelo vertical en terreno llano, con cámara de focal 210 mm y H = 2.520 m. Se hace una foto, que pasa por la vertical de la torre de una iglesia que sabemos la altura h = 40 m.

En la fotografía siguiente la torre presenta una imagen de 2 mm. Entre las dos fotos han pasado 30 segundos.

Hallar la velocidad del avión.



$$E = \frac{2.520.000}{210} = 12.000$$

2 mm x 12.000 = 24 m en el terreno

$$\frac{f}{CE} = \frac{40}{24} \qquad CE = 21 \times \frac{24}{40} = 126mm$$

DC = CE - DE = 126 - 2 = 124 mm

B = 0,124 * e = 0,124 x 12.000 = 1.488 m

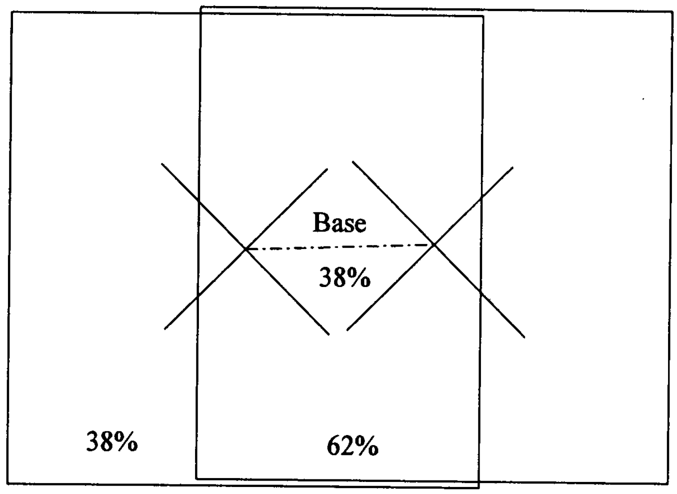
$$V = \frac{B}{t} = \frac{1.488m}{30sg} = 49,6m/sg$$

49,6 x 3,6 = 178,56 km./h

Ejemplo 6.

Calcular la precisión con que obtendremos las alturas en el siguiente par estereoscópico. Altura de vuelo H = 3.000 m, focal f = 150 mm, formato 9" x 9" (23 cm x 23 cm) y recubrimiento longitudinal del 62 %.

Precisión en las lecturas de las paralajes de la centésima de milímetro (dρ = 0,01 mm).



$$Z = \frac{B \times f}{\rho} \qquad \rho = \frac{B \times f}{Z}$$

$$dZ = -\frac{B \times f}{\rho^2} \times d\rho = -\frac{B \times f}{\frac{B^2 \times f^2}{Z^2}} \times d\rho$$

$$dZ = -\frac{Z^2}{B \times f} \times d\rho$$

$$B = \frac{100 - p}{100} \times E \times l \qquad E = \frac{3.000}{0{,}150} = 20.000$$

$$B = \frac{38}{100} \times 20.000 \times 230mm = 1.748.000mm = 1.748m$$

$$dZ = \frac{9.000.000 \times 0{,}01mm}{1.748m \times 150mm} = 0{,}34m$$

o así: $$dZ = \frac{Z}{f} \times \frac{Z}{B} \times d\rho \qquad \frac{Z}{B} = \frac{f}{b}$$

$$dZ = \frac{Z}{b} \times d\rho = \frac{3.000}{87{,}4} \times 0{,}01 = 0{,}33m$$

Precisión en alturas es de 0,34 m

10. LA RESTITUCIÓN DE FOTOGRAMAS

Restituir un punto de un fotograma es determinar su situación relativa respecto a otros que aparezcan también en él y tengan una situación conocida, lo que se consigue cuando se conocen sus tres coordenadas X, Y, Z respecto a un origen de referencia conocido de antemano.

Una vez realizado el vuelo se han de obtener sobre el terreno las coordenadas X, Y, Z de determinados puntos bien definidos en el terreno e identificarlos en los fotogramas. Cada punto que se observe (punto de apoyo) debe aparecer en la zona común de dos fotogramas.

El conjunto de dos fotografías contiguas, se llama par estereoscópico.

El recubrimiento lateral entre dos fotogramas contiguos debe ser como mínimo del 60 %

El recubrimiento vertical entre dos fotogramas contiguos debe ser como mínimo del 30 %

Generalmente se dan coordenadas X, Y, Z a seis puntos en la zona común de dos fotogramas (tres puntos en sentido vertical y 2 en horizontal). Estos puntos se llaman puntos de apoyo.

Por medio de los restituidores fotogramétricos y la visión binocular de dos fotogramas contiguos, teniendo las coordenadas de los puntos de apoyo, podemos obtener planos del terreno a la escala que deseemos.

Los restituidores fotogramétricos, permiten ver en relieve la zona común de dos fotografías consecutivas, por lo que, apoyándonos en las coordenadas obtenidas, se pueden ir trazando la planimetría y la altimetría.

10.1. Determinación de puntos de apoyo para la restitución

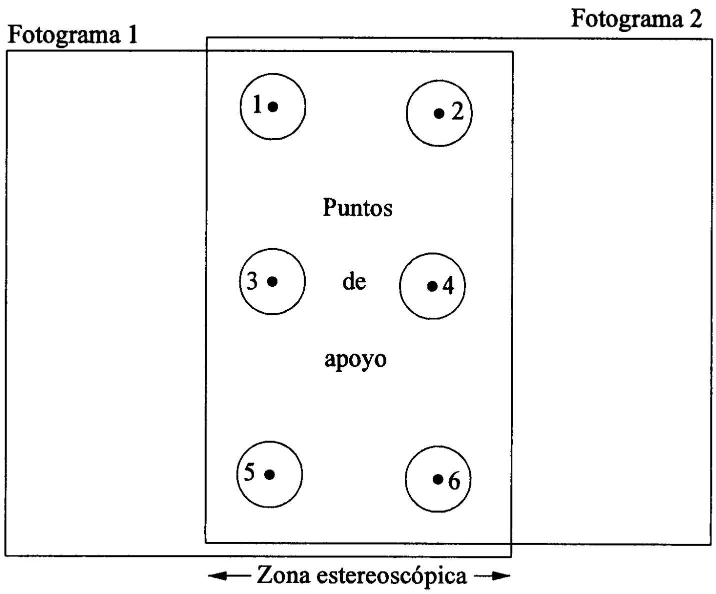
Para hacer la orientación relativa es necesario hacer coincidir 6 puntos homólogos de la parte estereoscópica del par fotogramétrico (5 + 1 que comprueba).

La orientación absoluta, es obtener las coordenadas de los puntos e identificarlos. (Obtener la escala correcta del modelo estereoscópico y nivelarlo).

Para hacer la orientación absoluta, se cogen 3 puntos de apoyo en el campo para luego identificarlos en el cliché. (Con 3 puntos no tenemos comprobación).

Si cogemos 4 puntos de apoyo, con 3 de ellos nos basta para operar y luego con el cuarto se comprueba. Si al comprobar con el cuarto no sale bien, es porque nos hemos equivocado en dar coordenadas a un punto de apoyo, pero no sabemos qué punto está mal al no poder hacer la nivelación absoluta.

Para saber y tener comprobación, es preciso tener 5 puntos (combinaciones de 5, de 3 en 3). Si un punto tiene coordenadas erróneas, se puede detectar cuál es.



Las Z residuales obtenidas deben ser lo más parecidas posibles.

Lo ideal es tener 6 puntos de apoyo en la zona estereoscópica.

Conviene elegir los puntos de apoyo algo separados del borde del fotograma, para evitar errores ópticos de la proyección.

En los fotogramas que se utilizan en campo para determinar los puntos de apoyo, se pinchan y se marcan con círculos de unos dos centímetros de radio.

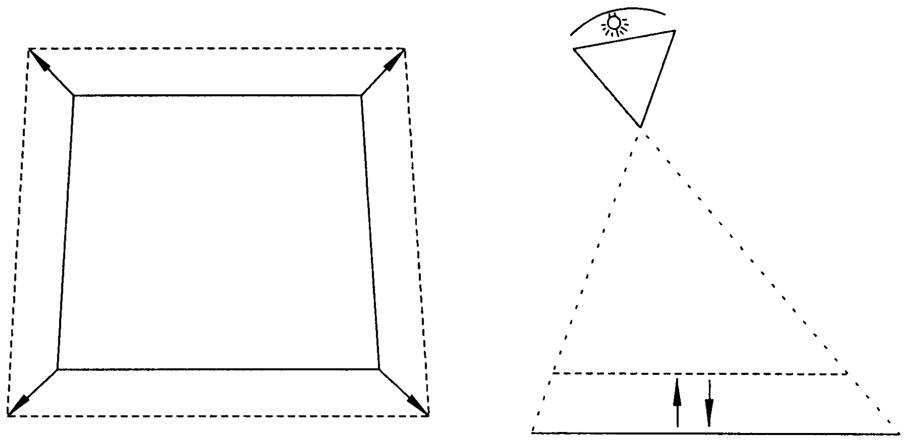
10.2. Grados de libertad del plano de la mesa de trabajo

Un polígono de **n** lados, para quedar definido requiere **2n - 3** condiciones. Si es un cuadrilátero, serán **5** grados de libertad.

Estos 5 movimientos se distribuyen generalmente entre el cliché y la mesa de proyección de diversa forma, según el tipo de aparato utilizado.

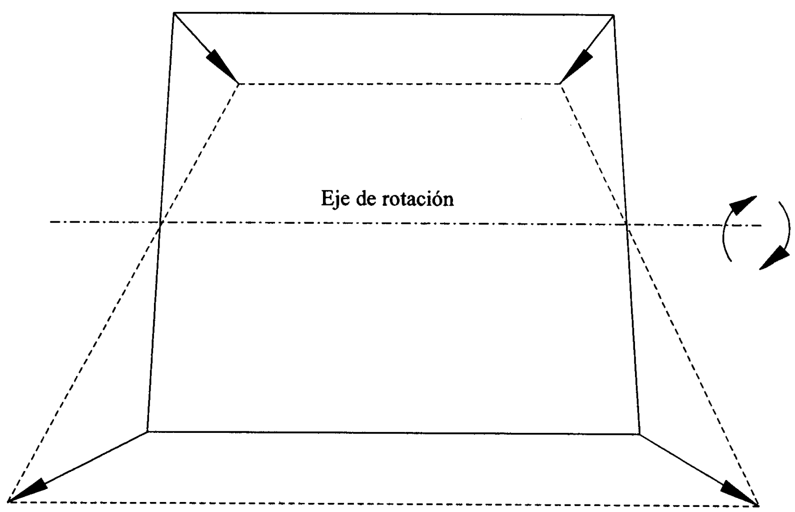
1.- Variación de escala.

Si se sube a baja el plano del tablero, varía la escala del fotograma proyectado sobre el tablero. El ascenso o descenso de la mesa, arrastra al fotograma por medio del inversor, permaneciendo constantemente enfocada.



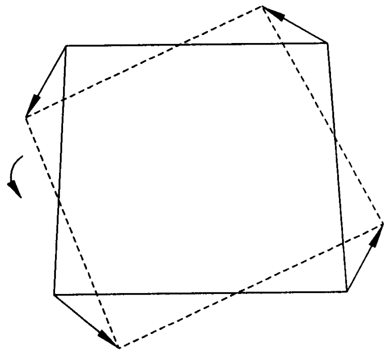
2.- Movimiento de basculación o anteroposterior de la mesa.

Por medio de mecanismos apropiados se obliga al cumplimiento de la ley de Sheimpflung

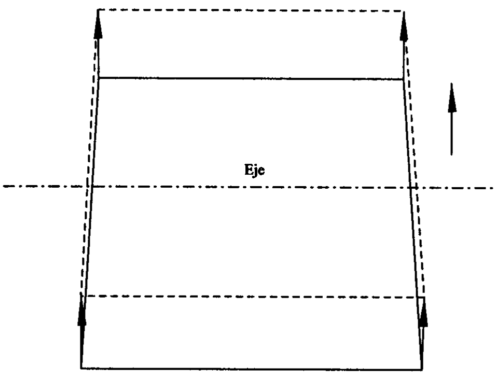


3.- Movimiento de giro marginal del fotograma alrededor de su centro.

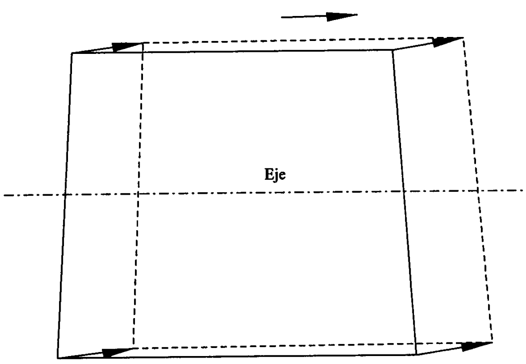
La figura varía de posición y se deforma como consecuencia del distinto recorrido de sus cuatro vértices.



4.- Movimiento de traslación normal al eje del cliché (movimiento del cliché)



5.- Movimiento a lo largo del eje. Desplazamiento paralelo al eje del cliché por él mismo.

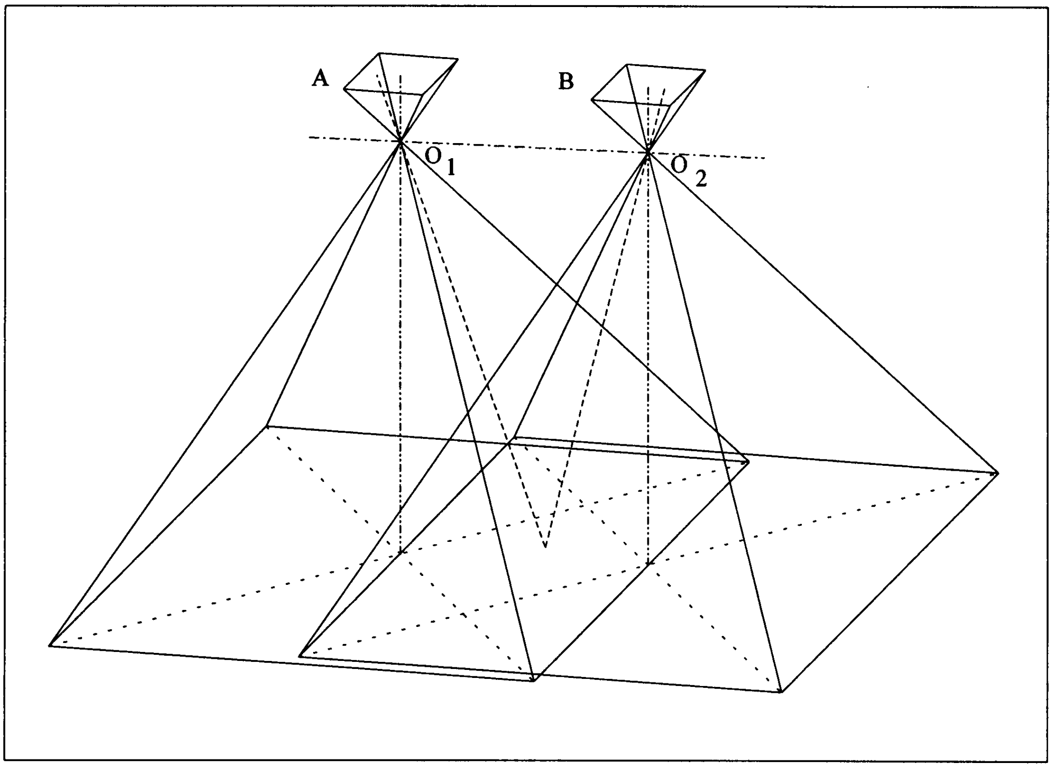


Todo aparato tiene un mecanismo de Carpentier y la condición de nitidez.

11. ORIENTACIÓN DE FOTOGRAMAS PARA LA RESTITUCIÓN FOTOGRAMÉTRICA

11.1. Introducción

Sean A y B dos posiciones sucesivas del avión desde las que se han tomado dos fotografías.



Los rayos de luz que han partido de todos sus puntos de la zona fotografiada han impresionado las placas, formando dos haces perspectivos con centro en las dos posiciones sucesivas del objetivo de la cámara, O_1 y O_2.

Si consideramos simultáneas las dos posiciones de la cámara en los puntos A y B y que en ellos las cámaras tuviesen exactamente la misma posición que tuvieron en el momento de efectuar las fotografías, iluminando las placas por detrás volveríamos a formar los mismos haces que las impresionaron (la luz iría ahora en sentido opuesto). Dichos rayos se cortarían dos a dos, dándonos con sus intersecciones una reproducción exacta del terreno. Como esta operación se hará en gabinete, sustituyendo la cámara en sus dos posiciones por dos proyectores idénticos a la misma, habrá que reducir la distancia AB con arreglo a una escala conveniente; como no se varía ningún otro elemento, dicha reducción no producirá otro efecto que la reducción a una escala determinada de la reproducción del terreno obtenida por la intersección de los dos haces de rayos.

Los aparatos de restitución más usados se basan en la reproducción del terreno mediante la formación de los haces que durante el vuelo fotogramétrico impresionaron las placas sucesivas. Estos haces pueden estar formados por verdaderos rayos de luz en los aparatos de proyección óptica o por el conjunto de posiciones de unas varillas móviles metálicas, que son las que representan los rayos de luz en los aparatos de proyección mecánica. El problema a resolver consistirá, en conseguir en gabinete la reproducción exacta de los dos haces de rayos y su colocación respecto al terreno, en la misma posición que tuvieron al ser impresionadas ambas placas durante el vuelo fotogramétrico.

La operación que consigue este resultado se llama, en general, ***orientación*** de las cámaras o proyectores. La orientación, que es la más importante de las operaciones fotogramétricas, se suele dividir en varias partes.

Primero, la orientación puede ser ***interna*** o ***externa***. Se llama ***orientación interna*** a la operación por la que por medio de las placas correspondientes, se reproduce en cada proyector un haz de rayos idéntico al que en su tiempo impresionó la propia placa. Por la ***orientación externa*** se consigue que los haces formados en los dos proyectores mediante la orientación interna estén, con respecto al terreno, en idéntica posición a la que tuvieron al ser impresionadas las placas.

Una vez conseguida la orientación externa, dispondremos en el aparato de restitución de un modelo óptico que será una perfecta reproducción del terreno. Al mismo tiempo que el terreno, veremos un índice espacial (llamada “marca flotante”) que mediante los mandos del aparato podremos hacer mover, independientemente del terreno, en todas direcciones, tanto planimétricamente como en altura. Con los movimientos de este índice y por medio de su coincidencia con los distintos puntos del terreno representados en el modelo, podremos efectuar todas las medidas que deseemos sobre el mismo. Si además disponemos de un órgano mecánico que nos traslade a un tablero todos los movimientos del índice, podremos trazar mecánicamente el plano del terreno representado por el modelo óptico.

11.2. Orientación interna

Para que la orientación interna sea correcta deberán cumplirse las siguientes condiciones:

- Los objetivos de los proyectores han de ser, si se trata de aparatos de proyección óptica, de características iguales a los de las cámaras fotogramétricas usadas en el vuelo.

  La distancia focal de los proyectores ha de ser igual a la de las cámaras correspondientes.

  En todo aparato de restitución, la distancia focal de los proyectores puede variar entre ciertos límites. En cada proyector hay que ajustar la distancia focal que corresponde a la fotografía que se coloca y que se puede leer en el borde de la misma.

- El eje óptico del proyector ha de ser perpendicular a la placa y pasar por su punto principal.

La perpendicularidad se obtiene por la misma construcción del aparato. El paso por el punto principal se consigue mediante el perfecto centrado de la placa sobre el portaplacas del proyector, para esta operación están las marcas fiduciales que llevan las placas.

11.3. Orientación externa

La orientación externa sería inmediata si pudiéramos conocer la situación exacta de los puntos A y B, así como la posición (inclinación, desvío, etc.) que la cámara tuvo en los mismos puntos cuando se efectuó el vuelo. Pero por ahora no existe ningún equipo de aparatos que nos permita medir o conocer estos datos con la exactitud requerida. De ahí que se hayan tenido que idear métodos para efectuar dicha orientación. De hecho ésta se consigue con auxilio del mismo aparato restituidor y de los puntos de apoyo del terreno cuya posición en el espacio se determina mediante operaciones topográficas de campo.

Para efectos de clasificación , se da el nombre de *fotografías verticales* a las que se obtienen con una inclinación del eje de la cámara que se aparta menos de 5º de la vertical. Cuando el ángulo formado por el eje con la vertical es de 5º o mayor, se llaman *fotografías inclinadas*. Trataremos aquí de fotografías verticales., que es el caso más corriente en fotogrametría.

La condición ideal de un vuelo fotogramétrico sería que el eje óptico de la cámara estuviera rigurosamente vertical en los puntos A y B, así como en todos los otros que impresionara sus placas. Esta condición es imposible de conseguir con los medios actuales, pero sí se puede obtener que el eje sea casi vertical. A pesar del límite de 5º dado por definición a las fotografías verticales, es inadmisible en todo vuelo bien efectuado que la inclinación pase de 3º. Si esto se cumple, podremos colocar verticales los ejes de los proyectores, con la seguridad de que los tendremos aproximadamente orientados, por lo que se refiere a la inclinación de la cámara. Es importante este extremo, porque entonces la pequeñez de las correcciones a efectuar para conseguir la orientación exacta permitirá usar fórmulas y procedimientos más expeditivos.

La orientación externa se consigue mediante dos operaciones: orientación relativa y orientación absoluta.

La orientación relativa tiene por objeto colocar los dos haces proyectivos de rayos en posición perspectiva. Estarán uno respecto al otro en la misma posición relativa que cuando se efectuaron las fotografías; los rayos correspondientes se intersectarán y formarán un modelo óptico o modelo estereoscópico del terreno. Según la Geometría Proyectiva, bastará que se efectúe la intersección simultánea de cinco pares de rayos correspondientes para que todos los otros rayos se intersecten también. La orientación relativa consistirá en conseguir la intersección simultánea de cinco rayos correspondientes.

La orientación absoluta tiene por objeto ajustar el modelo óptico obtenido por la orientación relativa, al sistema de coordenadas que corresponde al terreno fotografiado. Constará de la determinación de dos elementos:

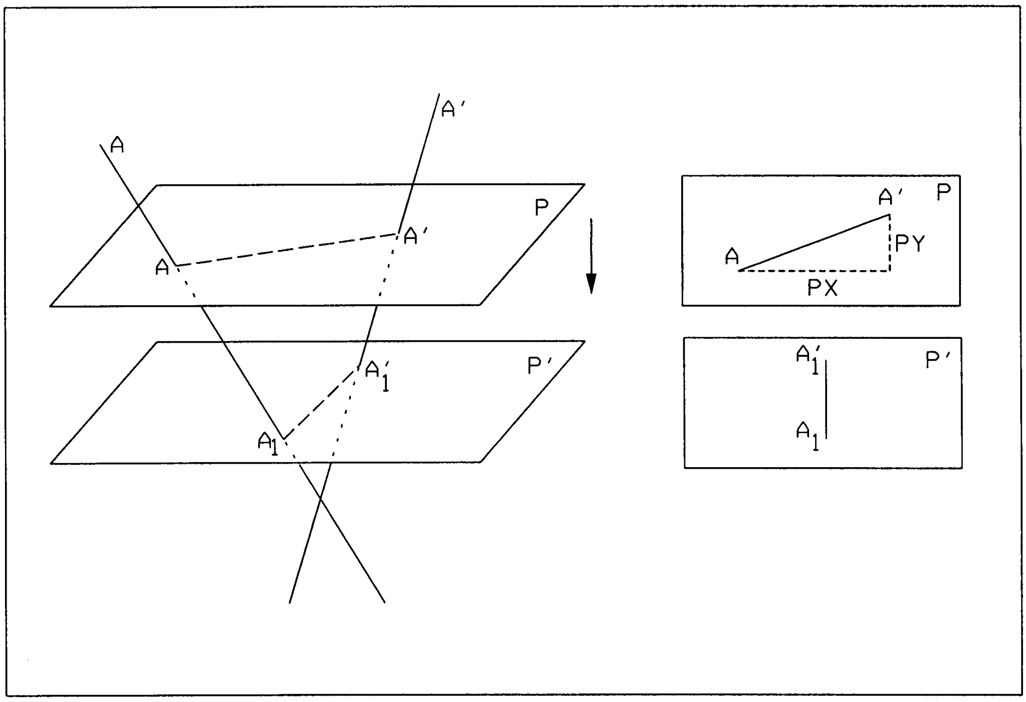
- la escala del modelo
- la inclinación absoluta de ambas cámaras (la posición en el espacio del eje Z del modelo óptico)

11.4. Orientación relativa

Si suponemos colocados los proyectores con el eje vertical, los rayos homólogos no se cortarán por lo general en el espacio, sino que se cruzarán. Dos rayos homólogos **A** y **A'** si se observan a la altura del plano **P**, formarán en el mismo dos imágenes tales como **a** y **a'**. La recta aa' representa la paralaje con que se ven ambas imágenes de un mismo punto; dicha paralaje se puede descomponer en dos, según los ejes coordenados:

p_x (paralaje horizontal o longitudinal)

p_y (paralaje vertical o transversal)



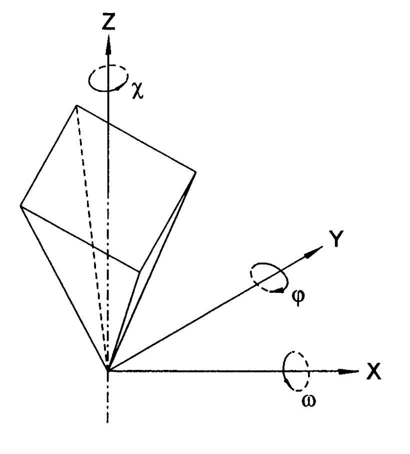
Si los dos rayos, en lugar de cruzarse, se cortasen en el espacio, su paralaje horizontal y vertical sería nula en el plano que pasase por su intersección.

Subiendo o bajando el plano (modificando la distancia de proyección) conseguimos que las dos imágenes se presenten en el plano **P'**, en el que la línea de paralaje $\mathbf{a_1a'_1}$ es paralela al eje Y. La paralaje p_x se habrá reducido a cero.

Variando la distancia de proyección podremos reducir a cero la paralaje horizontal. Pero no ocurrirá lo mismo con la paralaje vertical. Para anular la paralaje vertical será necesario mover uno de los proyectores. Este movimiento es el que trata de determinar la orientación relativa. La orientación se hace siempre a base de observar exclusivamente las paralajes verticales.

11.5. Movimientos de un proyector

Será necesario conocer los efectos producidos en la paralaje vertical por los distintos movimientos que se pueden dar a un proyector. Estos movimientos son seis: tres traslaciones y tres rotaciones.



Movimientos de un proyector

Se puede desplazar paralelamente a sí mismo, según los tres ejes coordenados; desplazamientos en el sentido de las X, de las Y y de las Z, que son tres traslaciones. Con estos desplazamientos lo que hacen es modificar la base estereoscópica entre los dos proyectores del aparato de restitución, se representa respectivamente por ***dbx***, ***dby*** y ***dbz***. En el gráfico se puede ver el sentido que se suele tomar como positivo la traslación en cada uno de los ejes.

Considerando ahora el proyector fijo en un punto, puede darse tres rotaciones, cada uno alrededor de uno de los ejes coordenados.

La rotación del eje Z, se llama rotación marginal o desvío y se representa por la letra χ.

La rotación del eje Y se llama rotación longitudinal o convergencia y se representa por la letra φ.

La rotación del eje X se llama rotación transversal o torsión y se representa por la letra ω.

Las rotaciones φ y ω corresponden a las componentes de la inclinación del eje del proyector respecto de la vertical.

11.6. Orientación absoluta

Cuando hemos finalizado la orientación relativa, haciendo que se corten todos los pares de rayos homólogos del par fotogramétrico y obteniendo el modelo plástico, resulta que:

- Los proyectores están situados en gabinete en la misma posición relativa respecto al plano de proyección, que la que tuvieron la cámara y el terreno en el momento de obtenerse las fotografías.

- Sin embargo, puede que el bloque de los dos proyectores no esté orientado con respecto al plano.
Esto es lo que sucederá normalmente

Conseguir orientar el bloque de los dos proyectores con respecto al plano, se llama hacer la orientación absoluta, que consta de dos partes:

a) Escala.- Generalmente la escala obtenida no será la escala buscada del plano. Para conseguirla, mediremos en el modelo la distancia entre dos puntos de apoyo y la compararemos con la del plano.

Esto indicará el alejamiento o acercamiento que ha de darse a los dos proyectores en el sentido del eje nuclear o epipolar, con lo que no se destruye el modelo plástico.

b) Basculación.- Una vez lograda la escala, moveremos el bloque hasta obtener perfecta coincidencia planimétrica y altimétrica de los puntos de apoyo con sus respectivas imágenes en el modelo.

Teóricamente para la orientación absoluta bastan tres puntos de apoyo, pero siempre es conveniente disponer como comprobación de cuatro por lo menos.

Estos puntos de apoyo se han obtenido en el terreno por topografía clásica (sus coordenadas) después de haber sido elegidas en el fotograma (en el par de fotogramas) por ser perfectamente identificados y adecuados.

Los cuatro puntos de apoyo, han de estar situados aproximadamente hacia las cuatro esquinas de la zona de recubrimiento.

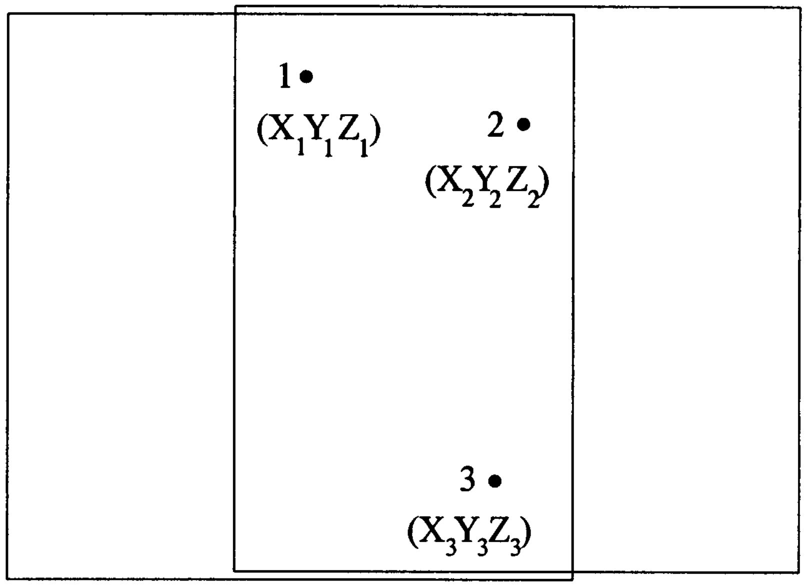
Orientación absoluta

- *Puesta en escala del modelo (par estereoscópico)*

- *Bascular o nivelar el modelo hasta que coincida planimétricamente y altimétricamente con los puntos de apoyo representados en el plano.*

11.7. La puesta en escala del modelo

Se obtienen las coordenadas X, Y, Z de los tres puntos de apoyo y los representamos en el papel a la escala que queramos para el trabajo, por ejemplo 1 : 2.000.



Con la línea 1-3 p.e. del modelo y del plano orientamos bien girando el plano hasta que ambas alineaciones coincidan, o bien girando el conjunto de los dos proyectores.

Una vez hecha la coincidencia, comparamos la distancia entre esos dos puntos de apoyo en el modelo y en el plano para obtener la escala.

Así en el ejemplo siguiente:

Base que marcan los dos proyectores = 87 mm
Punto de apoyo 1 - Punto de apoyo 3 (en el modelo) = 80 mm
Punto de apoyo 1 - Punto de apoyo 3 (en el plano) = 106 mm
(El plano está a la escala que deseo conseguir)

Si teniendo de base	87 mm	sale en el modelo	80 mm
teniendo de base	*x* mm	saldrá en el modelo	106 mm

$$\frac{87}{x} = \frac{80}{106} \qquad x = \frac{87 \times 106}{80} = 110mm$$

Entonces la nueva distancia entre los centros de proyección de los proyectores (base) será 110 mm que colocamos con la manivela del aparato (no se estropea la orientación relativa por la teoría epipolar).

Como comprobación, nos vamos con la mesilla móvil al punto 2 del modelo plástico y el lápiz debe caer sobre el punto 2 de apoyo en el plano.

11.8. La basculación

Una vez puesta en escala, puede suceder que el modelo esté torcido (inclinado respecto al plano).

Hay que hacer que los ejes Z del modelo y del plano sean paralelos.

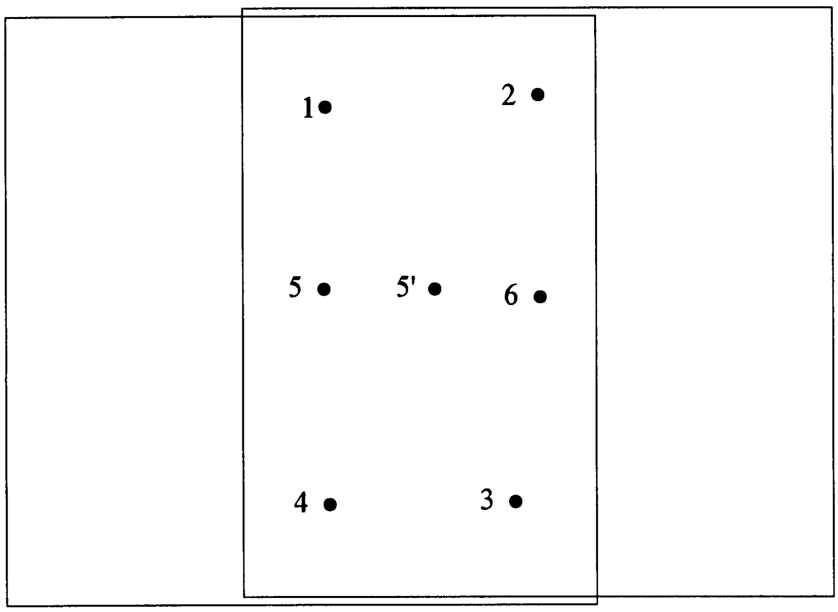
Si con la mesilla móvil hacemos la lectura Z del punto 1 y no obtenemos su cota exacta, será señal de este defecto.

Entonces soltamos el tornillo de presión y colocamos el conjunto de los dos proyectores de tal forma que la Z dada por la mesilla móvil del punto 1 en el modelo plástico sea la Z obtenida en el terreno por topografía clásica.

Esto se hace en los 3 puntos de apoyo, pues es necesario saber por donde corta el plano del modelo al plano cartográfico (los dos tienen que ser paralelos).

Es muy importante que las coordenadas de los tres puntos del terreno estén bien tomadas.

Para la basculación sólo se necesitan 3 puntos pero para comprobar se hace imprescindible un cuarto punto. Por la comprobación son necesarios un mínimo de cuatro puntos de apoyo.



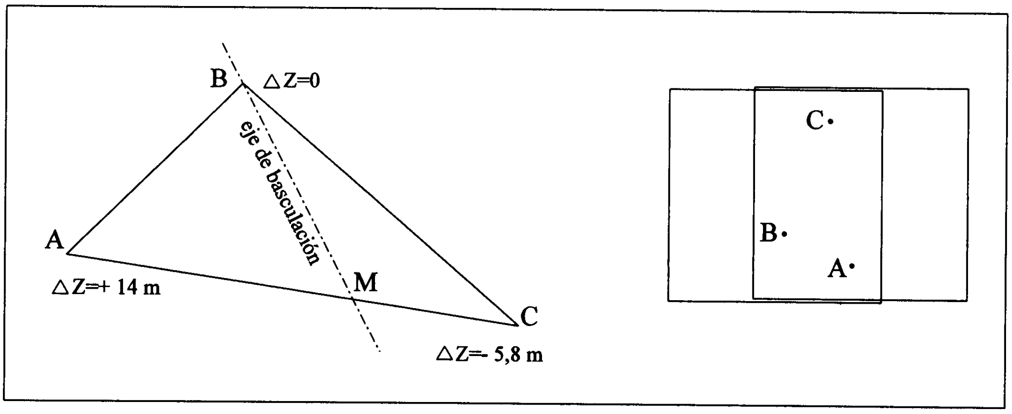
Para la puesta en escala bastan tres puntos, contenida la comprobación.

Lo ideal es un mínimo de 4 puntos de apoyo y un máximo de 6.

Lo que se suele hacer en la toma de los puntos de apoyo es tomar el punto 5' en lugar del 5 y 6 (en las posiciones de la figura aproximadamente)

Ejemplo

Veamos, puntos de apoyo en el plano a escala 1 : 5.000



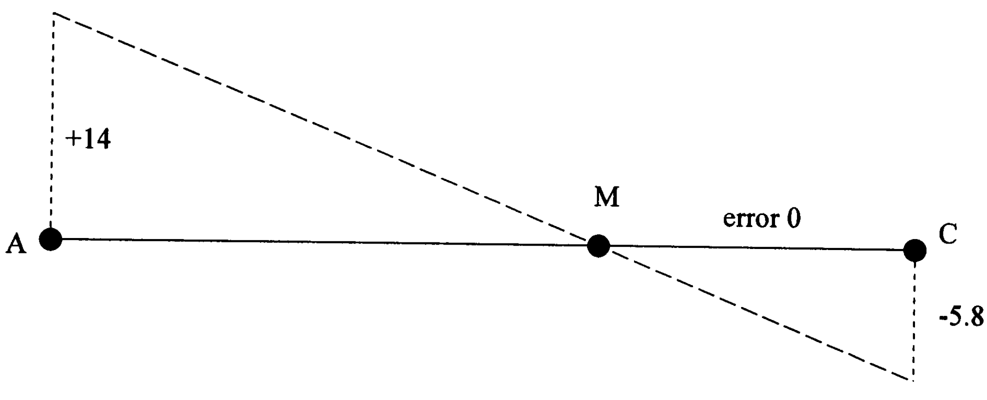
Preparamos una tabla de datos:

Puntos de apoyo	Altitud (m)	Altitud leída en aparato	ΔZ (m)
A	500,1	514,1	+ 14
B	600,5	600,5	0
C	400,0	394,2	- 5,8

Forzando la lectura de B a 600,5 con el tambor del aparato, en estas condiciones leo 514,2 en A y 394,2 en C, lo que indica que el modelo está inclinado respecto al plano.

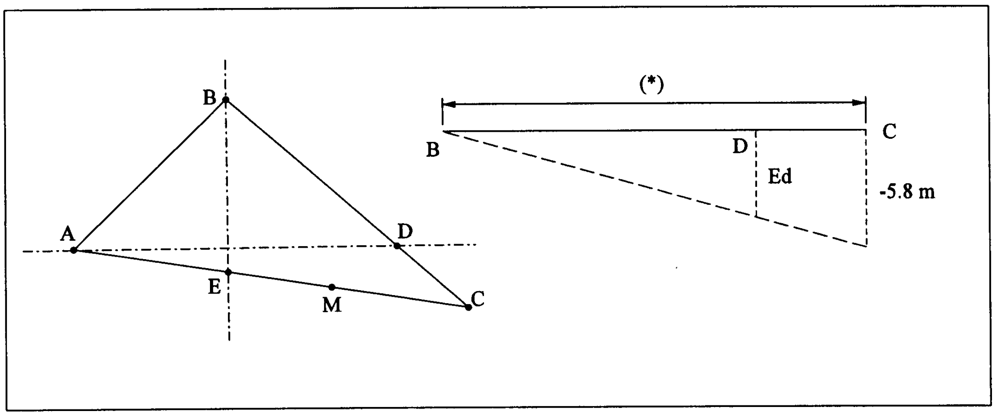
Ahora vamos a la figura anterior

Para hallar el punto M de error cero que define con B el eje de basculación



no podemos eliminar la inclinación de golpe con el aparato. Sin embargo, en el aparato tenemos los mandos de φ (inclinación longitudinal) y ω (inclinación transversal).

El ángulo de inclinación del eje de basculación lo descomponemos en dos ángulos de planos perpendiculares que son precisamente φ y ω.



Para calcular el error en D y E

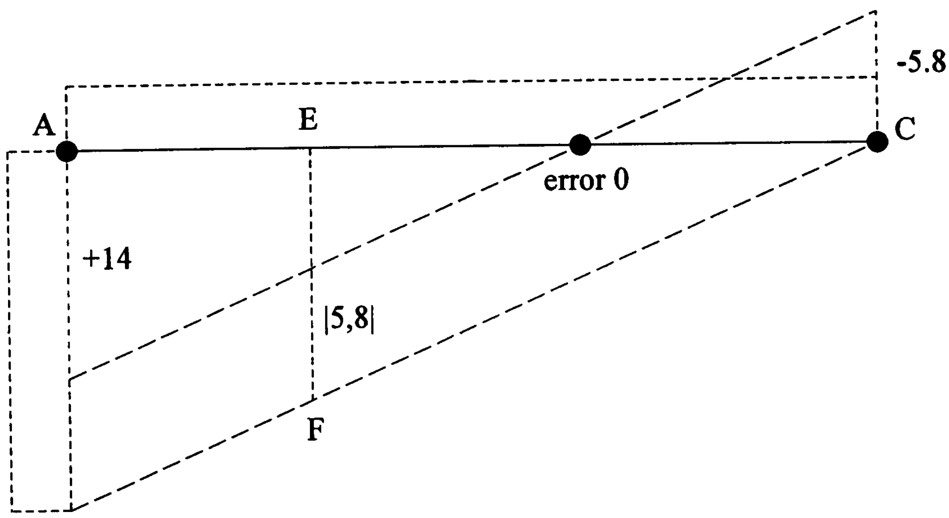
(*) Misma magnitud que en el plano, o bien, a escala arbitraria con tal de pasar luego a la escala del plano la solución obtenida.

Todo esto se puede hacer numéricamente y gráficamente midiendo con una regla en el plano.

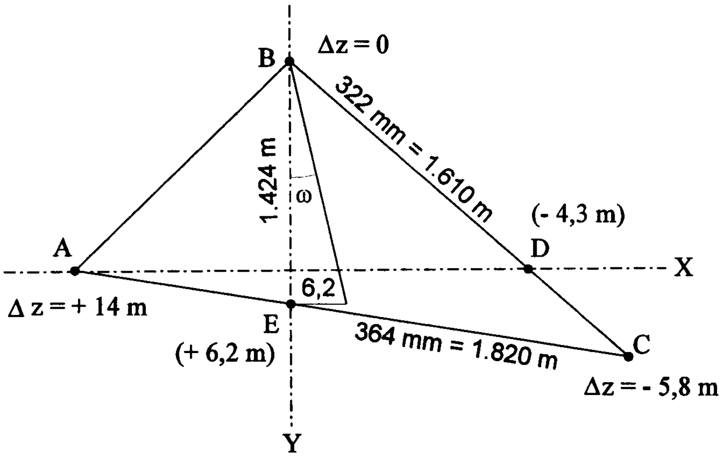
Si BC = 1.610 m BD = 1.210 m A escala BC = 322 mm

$$\frac{1.610}{5,8} = \frac{1.210}{E_D}$$

Pero es más cómodo hacerlo gráficamente y medir con doble decímetro.

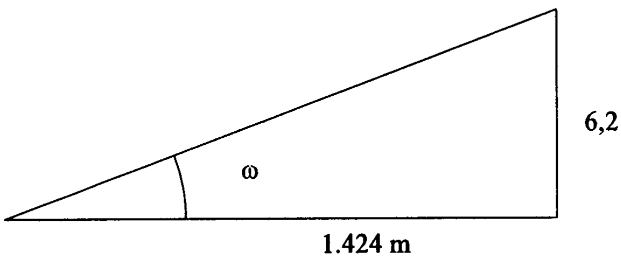


$\frac{AC}{19,8} = \frac{CE}{EF = x}$ $\frac{1.820}{19,8} = \frac{1.100}{EF = x}$ x = 12 $\varepsilon_E = 12 - 5,8 = +6,2$



Los 1.424 = BE se miden con escalímetro

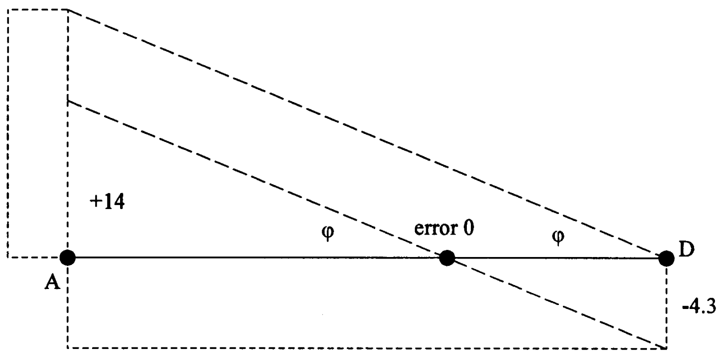
$\mathrm{tg}\,\omega = \frac{6,2}{1.424}$ $\omega = \left(\frac{6,2}{1.424} \times 6.366\right)^2 \cong 30'$ centesimales



Calculamos el ángulo φ

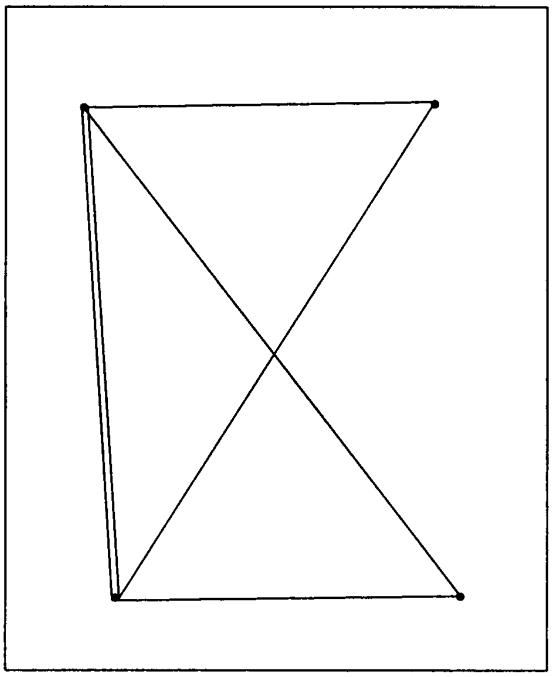
AD = 1.620 (medido con escalímetro)

$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{18,3}{1.620}$ $\varphi = \left(\frac{18,3}{1.620} \times 6.366\right) \cong 75'$ centesimales



Así se hace una orientación absoluta con tres puntos de apoyo como base.

Si tenemos 4 puntos, se hace esto dos veces y obtenemos dos φ y dos ω que diferirán como mucho en 1' centesimal y así tenemos comprobación.



Vamos a ver como se introducen en el aparato las φ y ω calculadas.

Un aparato que tiene una φ general o un ω general es aquel, que al accionar un mando de φ o de ω, se mueve el conjunto o el bloque de los dos proyectores a la vez.

Hoy día los aparatos no llevan φ y ω general, sino uno para cada proyector, y si a un proyector le damos 36' p.e. al otro proyector le daremos también 36', y es como si hubiéramos movido el bloque 36' general.

Esto se puede hacer porque los limbos están perfectamente graduados y son iguales en uno y otro proyector.

ÍNDICE

*****

UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA

Material Didáctico: Ingenierías, 16