

MEDIDAS DE RIESGO EN LA GESTIÓN DE CARTERAS DE VIDA DEL MERCADO ESPAÑOL

Manuela Bosch, Pierre Devolder e Inmaculada Domínguez*

WP-EC 2003-24

Correspondencia a: Inmaculada Domínguez Fabián, Dpto. de Economía Financiera y Contabilidad, Facultad de Estudios Empresariales y Turismo, Universidad de Extremadura, Avda. de la Universidad, s/n, 10071 CÁCERES, Tel.: 927 257 480, Fax: 927 257 481, E-mail: idomingu@unex.es.

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Primera Edición Diciembre 2003

Depósito Legal: V-5480-2003

Los documentos de trabajo del IVIE ofrecen un avance de los resultados de las investigaciones económicas en curso, con objeto de generar un proceso de discusión previo a su remisión a las revistas científicas.

* M. Bosch: Departamento de Matemática Económica Financiera y Actuarial. Universidad de Barcelona; P. Devolder: Faculté des Sciences – Mathématique. Sciences actuarielles, Universidad Católica de Louvain (Bélgica); I. Domínguez: Departamento de Economía Financiera y Contabilidad, Universidad de Extremadura. Facultad de Estudios Empresariales, Campus Universitario de Cáceres, Avenida de la Universidad S/N, 10071 Cáceres, Phone: +34927257480, Fax: +34927257481, E-mail: idomingu@guadiana.unex.es.

MEDIDAS DE RIESGO EN LA GESTIÓN DE CARTERAS DE VIDA DEL MERCADO ESPAÑOL

Manuela Bosch, Pierre Devolder e Inmaculada Domínguez

RESUMEN

La gestión de carteras de vida de las compañías de seguros o de un fondo de pensiones debe tener en cuenta la evolución temporal de sus obligaciones y activos, a través del análisis de una serie de variables: factores y rendimientos. El comportamiento de estos es analizado, en este trabajo, estadísticamente y se modeliza mediante un vector de corrección de errores (VECM). A través de simulaciones, aplicando el VECM, se generan diferentes trayectorias, de cada una de los factores y rendimientos, las cuales denominamos escenarios con una probabilidad de ocurrencia asociada. Las medidas de riesgo que se proponen analizan el riesgo de activos y pasivos de forma conjunta, dinámica y multiperiodica, siendo todo ello la principal aportación del trabajo.

Palabras clave: Gestión activos-pasivos, escenarios, medidas de riesgo, VaR

ABSTRACT

The management of a life insurance portfolio or pension fund must take into account the temporal evolution of its liabilities and its assets through some variables: the factors and returns. Their behaviour is analysed statistically and we deduce it to a vector error correction model (VECM). Using the VECM obtained and by means of simulations different trajectories are generated, for each factors and returns, or scenarios with an associated probability of occurrence. The risk measures, that we propose, analyse the assets and liabilities risk generated together in a dynamic and multiperiodical process, and it is the main contribution of this paper.

Keywords: Asset-liability management (ALM), scenario generation, risk measures, VaR

JEL: G22, G23

Introducción

La Sociedad de Actuarios Americana [1998] define la gestión de activos y pasivos (Asset Liabilities Management (ALM), en nomenclatura anglosajona) como *“el proceso continuo de formular, poner en práctica, supervisar y revisar las estrategias relacionadas con los activos y pasivos, con el fin de alcanzar los objetivos financieros fijados para un conjunto dado de tolerancias y restricciones de riesgo”*.

La gestión coordinada de activos y pasivos se ha convertido en un campo de estudio para muchos investigadores desde mediados de los noventa. Una excelente recopilación de artículos relacionados con el tema se encuentra en Mulvey y Ziemba Eds. [1998]. En el mismo se recogen trabajos de diversa índole por ser un tema que ha sido tratado desde diversas perspectivas: Análisis estático de la asignación de los activos, modelos de generación de escenarios, análisis dinámico de la cartera de activos y pasivos, tratamiento del riesgo... Otro aspecto a resaltar en los últimos trabajos es que los métodos tradicionales de gestión como el cash-flow-matching e inmunización, tratados desde una óptica estática, se ven superados por el dynamic financial analysis (DFA) desarrollado en trabajos como Dynamic Financial Analysis Committee of the Casualty Actuarial Society [1999], Swiss Re Economic Research & Consulting [2000] y Kaufmann et al. [2000].

Los factores y rendimientos que forman parte, y condicionan el comportamiento de los activos y de las obligaciones, son generados mediante un gran número de escenarios, los cuales reflejarán un comportamiento del entorno en el que las decisiones han de ser tomadas. Situados en este contexto, nuestro trabajo se centra en el análisis que, a posteriori, debe efectuarse de la generación de escenarios y siempre como paso previo al uso de modelos de programación matemática, Bosch [1997].

Para llevar a cabo el análisis de riesgo es necesario no solo generar el comportamiento de los parámetros en el futuro sino también analizar cómo influye este en las estrategias de inversión. En el desarrollo de este trabajo, las estrategias de inversión no se mantienen constantes en el tiempo, puesto que en cada período se puede modificar la decisión de inversión si los criterios de rentabilidad y riesgo lo aconsejan. Dado que los parámetros toman valores diferentes a lo largo del horizonte temporal, es lógico, desde nuestra perspectiva, que las estrategias de inversión puedan ser modificadas en consonancia con el entorno cambiante. Este análisis dinámico enriquece el estudio que se plantea pues proporciona al gestor un instrumento flexible de análisis y evaluación de las estrategias de inversión.

En cuanto a la metodología utilizada para la obtención del modelo generador de escenarios, si bien se podría partir de estructuras de cascada siguiendo los trabajos de Mulvey and Thorlacius [1998] y de Wilkie [1986, 1995], en este trabajo se han ajustado las series temporales analizadas a un vector autoregresivo con corrección de errores (VECM) siguiendo la línea iniciada por Boender [1995], Boender, et al [1995, 1998], Dert [1995, 1998] y Kim et al. [1999].

La coordinación entre activos y pasivos para cada uno de los escenarios se analiza con el -excedente-, entendido como la diferencia entre el valor de los activos y el valor de las obligaciones, Mulvey [1994], o bien con el nivel de financiación, entendido como el ratio entre el valor de los activos y el valor de las obligaciones, Daykin et al. [1995]. En este trabajo nos decantamos por la primera opción que permite cuantificar las necesidades o excesos de capital en unidades monetarias. El excedente nos permitirá cuantificar tanto el beneficio obtenido con la gestión realizada como el capital necesario para garantizar la cobertura de las obligaciones. Mediante un caso práctico se introducen un conjunto de estrategias de inversión con el objetivo de conocer el nivel de riesgo de cada una de ellas, incorporando la información futura de los rendimientos y factores, obtenida del conjunto de escenarios multiperíodico generado.

Las medidas de riesgo con las que se trabaja son la pérdida media, probabilidad de pérdida, desviación típica, y rango. Asimismo, se calcula el valor en riesgo (en adelante VaR_γ) para estimar la pérdida de la cartera en un horizonte temporal establecido.

La principal aportación de este trabajo es contrastar, con una aplicación práctica, que un adecuado modelo de generación de escenarios, permite llevar a cabo un completo análisis del riesgo implícito en la gestión de activos y pasivos de las carteras de vida. Aún cuando las medidas de riesgo que se utilizan son conocidas en la literatura financiera, en este caso son aplicadas a una cartera de seguros. La gestión de una cartera de vida es diferente a la de cualquier fondo, puesto que además de las inversiones han de tenerse en cuenta las obligaciones, cobertura de pensiones, a las que la entidad debe hacer frente. En el análisis de riesgo de una cartera de vida ha de tenerse en cuenta tanto el comportamiento de la rentabilidad de las inversiones como de los factores que influyen en las obligaciones. Para las carteras de vida se requiere un análisis multiperíodico, dinámico, en un horizonte temporal a largo plazo y que permita controlar tanto el riesgo de los activos como el de las obligaciones. El modelo de

generación de escenarios que obtenemos tras el análisis de los datos del mercado español, nos permite analizar el riesgo de cualquier cartera de vida de forma óptima, así como valorar la adecuada coordinación entre los activos y las obligaciones de la misma.

Para llevar a cabo este proceso la estructura del artículo es dividida en las siguientes secciones. En la primera se expone el modelo de generación de escenarios obtenido, tras analizar la estructura de comportamiento de los factores y rendimientos en el pasado. Con él se simulan diferentes trayectorias de comportamiento de los mismos en el futuro a través de la simulación del Montecarlo. En la sección segunda se analizan los activos y pasivos de una cartera de vida o de un fondo de pensiones para, posteriormente, en la sección tercera llevar a cabo un análisis del riesgo desde una óptica dinámica y multiperiodica trabajando con distintas medidas. Se finaliza el trabajo con las conclusiones obtenidas con el mismo.

1. Generación de escenarios para el mercado español

Un escenario dentro del ámbito de la gestión de activos y pasivos hace referencia, siguiendo la definición dada por el Dynamic Financial Analysis Committee of the Casualty Actuarial Society [1999], a una trayectoria de comportamiento de un grupo de variables que razonablemente se espera tengan impacto en la evolución de una compañía de seguros o de un fondo de pensiones.

Dichas variables las agrupamos en 3 niveles distinguiendo las que se refieren a series económicas propiamente dichas como son inflación, crecimiento, tasa de desempleo, tipos de interés a distintos vencimientos, tipos de cambio,..., en segundo lugar incluimos las que se refieren a las inversiones de la cartera como son las que influyen en la renta variable, la renta fija, mercado de derivados, evolución del mercado de inmuebles... y, finalmente, las propias del mercado asegurador o de un fondo de pensiones como son la evolución de las primas o aportaciones y prestaciones, los recargos, la participación en beneficios, rescates, siniestralidad, impuestos, evolución de nuevo negocio,... El gran número de variables que deben ser tenidas en cuenta ocasiona una gran complejidad al modelo generador de escenarios.

El tipo de modelo generador de escenarios con el que se trabaja se incluye dentro de los denominados “Dynamic Modeling”, tal y como son descritos en Dynamic Financial Analysis Committee of the Casualty Actuarial Society [1999]. En la línea de

obtener el modelo generador mediante un vector autorregresivo con corrección de errores, como se verá en los siguientes párrafos se encuentran, también, los trabajos de Boender et al. [1995, 1998], Dert [1995, 1998] y Kim et al. [1999] del grupo Riskmetrics.

Las variables utilizadas en este trabajo son algunas de las anteriormente mencionadas: rentabilidad de la tesorería (T), de los depósitos (D), de la renta variable (RV), de la renta fija (RF) y de los créditos hipotecarios (CH), el tipo de valoración actuarial (i) y la tasa de inflación (IPC). Las proxis tomadas para el análisis de los rendimientos y factores relacionados con el mercado español son: el tipo del mercado interbancario día a día (T), el tipo a tres meses (D), el índice general de la bolsa de Madrid (RV), el índice de rendimiento de una cartera de deuda pública (RF), el tipo medio de préstamos hipotecarios a más de tres años (CH), el tipo de emisión de bonos del Estado a cinco años (L) y, finalmente, el índice de precios al consumo (IPC). La base de datos utilizada en este trabajo está constituida por datos anuales de periodicidad mensual.

Analizando el comportamiento histórico de estos parámetros de forma conjunta, en el período comprendido entre enero de 1989 y diciembre de 2001¹, se puede afirmar que, las relaciones en el corto plazo, medidas por la correlación, indican una fuerte conexión entre los diferentes tipos de interés y entre éstos y el IPC. Sin embargo, la relación entre ellos y la rentabilidad de la renta fija y la de renta variable es escasa y negativa entre todos los tipos de interés y la rentabilidad de la renta variable.

Respecto a la correlación cruzada, se observa que el carácter regresivo de la correlación es de grado bajo. Los resultados obtenidos, con el criterio de Akaike, Schwartz y el ratio del logaritmo de máxima verosimilitud ajustado, indican que el retardo óptimo para el tratamiento conjunto de los parámetros es el de dos períodos. El contraste de causalidad de Granger, tanto dos a dos parámetros, como en bloque, confirman la existencia de causalidad entre los factores y rendimientos analizados.

Todo esto nos lleva a pensar en un modelo de vector autorregresivo (VARM) en niveles, como el más adecuado para reflejar el comportamiento de los datos analizados. No obstante, el trabajar con parámetros que tienen raíces unitarias, estos son

¹ La base de datos es obtenida del Boletín Estadístico del Banco de España y del Instituto Nacional de Estadística.

susceptibles de provocar regresiones espurias, por lo que es más adecuado trabajar con un modelo de vector autorregresivo en primeras diferencias. Para un desarrollo más detallado de este procedimiento nos remitimos a Domínguez [2001].

Se han analizado las relaciones existentes entre los parámetros en el corto plazo y se han incorporado las relaciones en el largo plazo, mediante un análisis de cointegración. Los contrastes de la traza y del máximo valor indican que son tres las relaciones de cointegración las cuales se introducen en el modelo a través de un mecanismo de corrección de errores (MCE). El vector autorregresivo con corrección de errores (VECM) resultante informa de las relaciones existentes, tanto en el corto como en el largo plazo. Con los parámetros analizados en este trabajo y para un período cualesquiera, t , el VECM toma la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} T_t^{(12)} \\ D_t^{(12)} \\ L_t^{(12)} \\ RF_t^{(12)} \\ RV_t^{(12)} \\ IPC_t^{(12)} \\ CH_t^{(12)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00238 \\ -0.0025 \\ -0.00041 \\ 0.00524 \\ 0.00064 \\ -0.0012 \\ 0.00009 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.6719 & 0 & 0 & -0.8659 & -0.46483 & 0 & -0.80502 \\ 1.0837 & -1.4586 & -1.5317 & 0 & -0.10734 & -0.1369 & 0.89607 \\ 0.1085 & 0 & 1.2571 & 0 & 0.89155 & 1.0487 & 1.0724 \\ 0.3099 & 0.1651 & -1.4637 & 0.8691 & -0.38233 & -0.22644 & 0.4067 \\ 0.0692 & 0.4094 & -0.9173 & 0.8204 & 0.886 & -1.7761 & 0.2898 \\ -0.2856 & -0.0571 & 0.1494 & 0.3719 & -1.3464 & 2.5214 & 0.1974 \\ -0.1626 & 0.3240 & 0 & 0.9149 & -0.4227 & -0.5104 & 0.9842 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{t-1}^{(12)} \\ D_{t-1}^{(12)} \\ L_{t-1}^{(12)} \\ RF_{t-1}^{(12)} \\ RV_{t-1}^{(12)} \\ IPC_{t-1}^{(12)} \\ CH_{t-1}^{(12)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3.8288 & 2.5547 & 0 & 0.06719 & 0.87241 & 0 & -0.8051 \\ -0.7054 & 0.691 & 1.1707 & 1.0699 & 0.56731 & 0.3861 & -0.2951 \\ -1.1079 & -1.3135 & 0 & 0 & 0.89155 & -0.2890 & -0.8660 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.8788 & -0.0817 & -0.7239 \\ 0.2368 & -0.6093 & 1.4335 & -0.09533 & -0.80259 & 1.2949 & -0.53238 \\ -1.1680 & 0.8055 & -1.0024 & -1.4519 & 2.5276 & -0.5275 & 0.7915 \\ 0 & -0.0861 & 0 & 0 & 1.0671 & 0.7747 & 1.9346 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{t-2}^{(12)} \\ D_{t-2}^{(12)} \\ L_{t-2}^{(12)} \\ RF_{t-2}^{(12)} \\ RV_{t-2}^{(12)} \\ IPC_{t-2}^{(12)} \\ CH_{t-2}^{(12)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_T \\ \varepsilon_D \\ \varepsilon_L \\ \varepsilon_{RF} \\ \varepsilon_{RV} \\ \varepsilon_{IPC} \\ \varepsilon_{CH} \end{pmatrix} \quad [1]$$

Tomando la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos los siguientes valores:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \varepsilon_T & \varepsilon_D & \varepsilon_L & \varepsilon_{RF} & \varepsilon_{RV} & \varepsilon_{IPC} & \varepsilon_{CH} \\ \varepsilon_T & .9973E -5 & .7408E -5 & .2007E -5 & -.9211E -5 & -.22284E -4 & -.2413E -6 & .7914E -6 \\ \varepsilon_D & .7408E -5 & .9439E -5 & .2658E -5 & -.1971E -4 & -.5213E -4 & .2393E -7 & .1188E -5 \\ \varepsilon_L & .2007E -5 & .2658E -5 & .7740E -5 & -.1510E -4 & -.2124E -4 & .5487E -7 & .2272E -6 \\ \varepsilon_{RF} & -.9211E -5 & -.1971E -4 & -.1510E -4 & .0002871 & .5475E -3 & -.02814E -5 & -.1077E -5 \\ \varepsilon_{RV} & -.22284E -4 & -.5213E -4 & -.2124E -4 & .0005475 & .007238 & -.1602E -4 & .2066E -4 \\ \varepsilon_{IPC} & -.2513E -6 & .2393E -7 & -.5487E -7 & -.2814E -5 & -.1602E -4 & .7603E -5 & -.3154E -6 \\ \varepsilon_{CH} & .7914E -6 & .1188E -5 & -.2272E -6 & -.1077E -5 & -.2066E -4 & -.3154E -6 & .2438E -5 \end{bmatrix} \quad [2]$$

Tras aplicar la factorización de Cholesky a los residuos del VECM estimado anteriormente, que se caracterizan por ser $N(0, \Sigma)$, se transforman en residuos $N(0, I)$ y se obtienen diferentes valores de los parámetros en el futuro, a través de la simulación de Montecarlo. La probabilidad de ocurrencia para cada una de las simulaciones realizadas es la misma.

La generación de escenarios consiste en obtener diferentes trayectorias de comportamiento de la totalidad de los parámetros a lo largo de un horizonte temporal prefijado, cada una de ellas con una probabilidad de ocurrencia. Al conjunto de escenarios lo representamos por S de modo que, cualquier escenario s generado forma parte de dicho conjunto ($s \in S$).

El modelo obtenido de generación de escenarios es adecuado para la gestión de una cartera de vida o de un fondo de pensiones puesto que:

- 1) En primer lugar reconoce que tanto, los activos como los pasivos, dependen de rendimientos y factores aleatorios e introduce ambos en la modelización.
- 2) Este modelo generador de escenarios proporciona al gestor la posibilidad de evaluar estrategias potenciales puesto que, explícitamente, tiene en cuenta los regímenes económicos y el equilibrio en el largo plazo, permitiendo incorporar la información futura para la toma de decisiones actuales.
- 3) Es adecuado para la gestión de activos y pasivos de una cartera de vida o de un fondo de pensiones puesto que ambos son productos con vencimiento a largo plazo y, la utilidad técnicas de cointegración valida el modelo de generación de escenarios para el análisis de riesgo de estas carteras.
- 4) Cumple las características que debe satisfacer todo modelo de generación de escenarios ya que los valores que se generan, para cada parámetro en cada uno de los escenarios, son consistentes con la información del pasado que se tiene de los mismos puesto que el modelo estimado se basa en los valores de la serie temporal.

Asimismo al trabajar con un VECM se respeta la interrelación existente entre los factores y rendimientos puesto que dicha técnica tiene en cuenta la información de los parámetros así como las correlaciones entre los residuos de los mismos. Debido a la flexibilidad del modelo se pueden generar tantos valores como se consideren suficientes para capturar las posibles trayectorias de comportamiento de los parámetros.

Una de las principales ventajas que presenta el modelo de generación de escenarios que se obtiene es su flexibilidad, puesto que con él se puede calcular tanto un único valor de predicción como un conjunto de trayectorias, en función de las necesidades de información del gestor.

Para el caso práctico que se desarrolla en la siguiente sección se han generado un total de 625 escenarios, $s = \{1, 2, \dots, 625\}$, con idéntica probabilidad de ocurrencia, para un horizonte temporal de dos períodos. Si bien en este trabajo, al objeto de simplificar, se ha trabajado con 25 trayectorias de comportamiento en cada período de tiempo, el análisis que exponemos puede ser implementado para cualquier número de escenarios que se considere necesario. La representación de un escenario cualquiera viene dado por s , de manera que, $s \in S$. El valor de cualquier variable que dependa de los valores del escenario s , añadirá s como superíndice de la mencionada variable.

2. Coordinación entre activos y pasivos de la cartera de vida

El objetivo de este apartado es analizar el grado de coordinación entre las obligaciones a las que debe hacer frente una cartera de seguros de vida o un fondo de pensiones, y los activos en los que está invertida, tomando la información descrita en la sección anterior. La variable utilizada para evaluar la coordinación entre los activos y pasivos la denominamos -excedente- y se define como la diferencia entre el valor del activo y el del pasivo para cada período (E_t).

Para materializar este objetivo, se necesita disponer de información relativa al flujo de obligaciones y primas o aportaciones que se harán efectivas y a la política de asignación de activos que se efectúa. El proceso se resume en tres pasos:

- 1) Análisis de las obligaciones que se derivan de los contratos de seguros o de los planes de pensiones que integran el fondo de pensiones. Fijación de hipótesis y supuestos necesarios para determinar el flujo de cobro de primas y de pago de las prestaciones. Asimismo deben fijarse las bases técnicas utilizadas para efectuar la valoración actuarial requerida.
- 2) Análisis de las estrategias de inversión generadas por las distintas asignaciones de activos en los que se puede invertir.
- 3) Determinación del excedente o valor actual de la diferencia entre el valor de los activos frente al volumen de las obligaciones que deben atenderse.

Para el desarrollo de esta sección se realiza una aplicación práctica que permite seguir los tres pasos citados y hacer uso del modelo de generación de escenarios obtenido en la sección 1.

2.1. Fijación de hipótesis y supuestos necesarios para la valoración actuarial

En este apartado, se han de tener presente varios aspectos relacionados directamente con las obligaciones a las que debe hacer frente una cartera de vida o un fondo de pensiones:

- 1) Prestación objeto de cobertura y su determinación.
- 2) Determinación de las primas o aportaciones a pagar desde que se firma el contrato, las cuales darán derecho al cobro de la futura prestación.
- 3) Bases técnicas que incluyen el tipo de interés técnico, la inflación estimada y las tablas actuariales de supervivencia.

Con el objetivo de simplificar el caso práctico, se va a trabajar con los siguientes supuestos:

1. Cobertura de la prestación de jubilación mediante un capital diferido de cuantía 100.000 € a cobrar a partir de la edad de jubilación, que se supone los 65 años. La fecha en la que se firma el contrato es 1 de enero de 2002 y el asegurado - varón - tiene 60 años de edad.
2. Las primas o aportaciones se pagan al inicio de cada mes, y constituyen un porcentaje del sueldo del individuo a lo largo de su vida activa. El sueldo es de 1.875 € mensuales (en diciembre de 2001), creciente con el mismo porcentaje de la tasa de inflación estimada.
3. La tabla de supervivencia con la que se trabaja es una tabla estática concretamente la GRM-95².

Tipo de interés técnico de la valoración actuarial³: El tipo máximo aplicable será el 60% de la media aritmética ponderada de los tres últimos años de los

² La normativa española permite trabajar con tablas de supervivencia estáticas y dinámicas. Mediante Resolución de 3 de octubre de 2000, la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones publica unas tablas de supervivencia dinámica (PERM/F 2000-P) de modo que la probabilidad de supervivencia está vinculada a cada generación de individuos.

³ En el apartado 2 del artículo 33 del Reglamento de Ordenación y Supervisión del Seguro Privado. En materia de Planes de Pensiones sería el equivalente al 4% fijado en la Disposición Adicional Única del Real Decreto 1589/1999, si bien, en el caso de externalización de compromisos por pensiones se permite trabajar con tipos de interés superiores.

tipos de interés medios del último trimestre de cada ejercicio de los empréstitos materializados en bonos y obligaciones del Estado a 5 años o más.

La ponderación es del 50%, 30% y 20% sobre cada uno de los tipos de interés de los tres últimos años. Por lo tanto, la fórmula del tipo de interés, para períodos posteriores, ha de tener en cuenta las previsiones de interés de los Bonos del Estado para los próximos períodos. El modelo generador de escenarios nos permite obtener el valor de la rentabilidad de los bonos y obligaciones del Estado a 5 o más años. Con él podemos calcular el tipo de interés medio del último trimestre de los tres años previos al año que corresponda el período t , para cada uno de los escenarios. La variable que expresa el interés técnico de la valoración actuarial, para cada período t , añade el superíndice s y viene expresada por:

$$i_t^s = 0.6 \left[0.5 \left(\bar{L}_{-1}^s \right) + 0.3 \left(\bar{L}_{-2}^s \right) + 0.2 \left(\bar{L}_{-3}^s \right) \right] \quad [3]$$

siendo:

i_t^s : Tanto anual de la valoración actuarial en t , bajo el escenario s . El equivalente mensual viene expresado mediante $i_t^{(12)s}$ y se corresponde con el tanto mensual que se genera entre t y $t+1$.

$\bar{L}_{-1}^s$: Tanto anual medio del último trimestre del año antes al del período t , obtenido de los empréstitos materializados en bonos y obligaciones del Estado a 5 años o más, bajo el escenario s .

$\bar{L}_{-2}^s$: Tanto anual medio del último trimestre de dos años antes al del período t , obtenido de los empréstitos materializados en bonos y obligaciones del Estado a 5 años o más, bajo el escenario s .

$\bar{L}_{-3}^s$: Tanto anual medio del último trimestre de tres años antes al del período t , obtenido de los empréstitos materializados en bonos y obligaciones del Estado a 5 años o más, bajo el escenario s .

Como se indica en Otero et al. [2001] una de las principales preocupaciones de las compañías de seguro de vida es establecer el valor justo de las obligaciones en cada

período, que se estiman descontando las proyecciones del flujo de caja del pasivo utilizando para ello una tasa de descuento. Utilizando el tipo de valoración actuarial expresado en [3] como tasa de descuento, se trabaja con un tipo de descuento dinámico, en función de la trayectoria de cada escenario. Se introduce la aleatoriedad en el comportamiento de las obligaciones, más allá del riesgo actuarial implícito en las mismas.

En el Anexo se recoge la formulación para cada uno de los cálculos realizados para dos períodos, en este caso para los meses de enero y febrero de 2002, respectivamente. Se ha trabajado, únicamente, con dos períodos para simplificar el análisis y el desarrollo de la aplicación práctica. No obstante, el análisis realizado en este trabajo puede ser implementado para tantos períodos como se estime necesario.

2.2. *Asignación de Activos*

La toma de decisiones, relativa a la política de inversiones, se realiza todos los meses y para cada uno de los períodos se invierte, bajo las condiciones del mercado existentes en ese momento. Las asignaciones de inversión no se mantienen constantes puesto que cada período se pueden modificar las mismas si los criterios de riesgo y rentabilidad lo aconsejan. Esto conlleva un volumen de costes de transacción elevado. Sin embargo, aún siendo conscientes de este problema vamos a suponer que estos costes son cero, para simplificar el análisis que se presenta.

Las alternativas de las que dispone el gestor a la hora de decidir sus inversiones son: tesorería, depósitos, activos de renta fija, activos de renta variable y la concesión de créditos con garantía hipotecaria. La cuantía mensual asignada para cada alternativa en t , bajo el escenario s , viene representada por, $x_{Tt}^{(12)s}$, $x_{Dt}^{(12)s}$, $x_{RFt}^{(12)s}$, $x_{RVt}^{(12)s}$ y $x_{CHt}^{(12)s}$ respectivamente y la suma de todas ellas supone el total del activo en cada período. Dichas cuantías suponen un porcentaje α_{Tt} , α_{Dt} , α_{RFt} , α_{RVt} y α_{CHt} del total del fondo disponible en el mes t bajo el escenario s , que viene expresado por $F_t^{(12)s}$. El fondo disponible es el resultante de la suma de las inversiones existentes, de los rendimientos de las mismas, y de las nuevas primas y aportaciones menos el pago de las prestaciones.

Una estrategia de inversión, representada por e , está formada por la elección de una asignación, de entre las alternativas de inversión, para cada período. En este caso práctico, la estrategia está formada por la elección de dos asignaciones, una para cada uno de los dos períodos analizados.

Las posibles asignaciones de activos para cada período son múltiples, sin embargo, en este caso práctico se trabaja únicamente con cuatro. Dentro de estas cuatro asignaciones hemos realizado dos, en función a un criterio de asignación extremo, en el sentido de que, en ellas, el 100 por 100 del activo es destinado a una única alternativa de inversión. Esto, ciertamente, incumple requerimientos legales, puesto que va en contra del principio de diversificación, pero el análisis de las mismas, aún cuando carecen de realismo, proporciona una información adicional que puede ser de gran interés para el gestor. Las alternativas a las que se le asigna el 100 por 100 del activo son en un caso la renta fija y en el otro la renta variable. Además hay que tener en cuenta que, la información histórica española, pone de manifiesto que más del 80% del activo total de las carteras de vida o de los fondos de pensiones es invertido entre estas dos partidas.

Las posibles asignaciones realizadas para cada período, se resumen a continuación:

- % *Asignación 1*: Es la que se denomina conservadora puesto que en ella se destina el 100 por 100 del activo total a renta fija. Se trata de la alternativa con menor volatilidad, dentro de las dos partidas que ocupan más del 80 por 100 del activo total del fondo.
- % *Asignación 2*: Refleja la estructura de inversiones que, tradicionalmente, han seguido los seguros de vida y los fondos de pensiones en España.
- % *Asignación 3*: Esta asignación se decanta por un mayor porcentaje en renta variable sobre la renta fija. Es una estrategia arriesgada y refleja una política inversa a la que tradicionalmente se ha desarrollado en España.
- % *Asignación 4*: Es la asignación que hemos denominado de mayor riesgo puesto que el 100 por 100 del activo es destinado a renta variable, inversión que se caracteriza por tener la mayor volatilidad.

Los porcentajes de activos destinados en cada asignación se resumen en la Tabla 1.

Como ya se ha indicado anteriormente, la decisión de inversión puede ser modificada en cada período⁴, de esta forma las estrategias de inversión en los dos

⁴ Las alternativas 1 y 4, determinadas en función de criterios extremos, va a mantenerse constantes en todo el horizonte temporal.

períodos de tiempo pueden ser varias, sin embargo, la selección efectuada de estrategias es la que se resume en las seis estrategias $e=\{1,2,3,4,5,6\}$ especificadas en la Tabla 2.

Tabla 1. Porcentaje del Activo total destinado a las inversiones financieras en cada una de las asignaciones por período

Inversiones Financieras	Asignación 1	Asignación 2	Asignación 3	Asignación 4
- Tesorería	0%	11%	4%	0%
- Depósitos	0%	5%	3%	0%
- Renta fija	100%	60%	25%	0%
- Renta variable	0%	23%	60%	100%
-Créditos hipotecarios	0%	1%	8%	0%
<i>TOTAL</i>	100%	100%	100%	100%

Tabla 2. Estrategias de inversión en función de las asignaciones realizadas

Estrategia	1	2	3	4	5	6
Período 1 Enero de 2002	$\alpha_{RF} : 100\%$	$\alpha_T : 11\%$ $\alpha_D : 5\%$ $\alpha_{RF} : 60\%$ $\alpha_{RV} : 23\%$ $\alpha_{CH} : 1\%$	$\alpha_T : 11\%$ $\alpha_D : 5\%$ $\alpha_{RF} : 60\%$ $\alpha_{RV} : 23\%$ $\alpha_{CH} : 1\%$	$\alpha_T : 4\%$ $\alpha_D : 3\%$ $\alpha_{RF} : 25\%$ $\alpha_{RV} : 60\%$ $\alpha_{CH} : 8\%$	$\alpha_T : 4\%$ $\alpha_D : 3\%$ $\alpha_{RF} : 25\%$ $\alpha_{RV} : 60\%$ $\alpha_{CH} : 8\%$	$\alpha_{RV} : 100\%$
Período 2 Febrero de 2002			$\alpha_T : 4\%$ $\alpha_D : 3\%$ $\alpha_{RF} : 25\%$ $\alpha_{RV} : 60\%$ $\alpha_{CH} : 8\%$	$\alpha_T : 11\%$ $\alpha_D : 5\%$ $\alpha_{RF} : 60\%$ $\alpha_{RV} : 23\%$ $\alpha_{CH} : 1\%$		

Una vez se ha introducido la posibilidad de varias estrategias de inversión, la cuantía mensual asignada para cada alternativa en t , bajo el escenario s , dependerá de la estrategia seguida. Las variables incorporan dicha información mediante $x_{Tt}^{(12)s,e}$, $x_{Dt}^{(12)s,e}$, $x_{RFt}^{(12)s,e}$, $x_{RVt}^{(12)s,e}$ y $x_{CHt}^{(12)s,e}$. Asimismo, la variable fondo disponible en t , bajo el escenario s , que aparece en la expresión [3A] del Anexo, también ve modificada su expresión mediante $F_t^{(12)s,e}$.

El fondo disponible en t , bajo el escenario s , y la estrategia e , *previo pago de la prima o aportación correspondiente* viene dado por la siguiente expresión:

$$F_{t-}^{(12)s,e} = \left(1 + T_t^{(12)s}\right) x_{T(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + D_t^{(12)s}\right) x_{D(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + CH_t^{(12)s}\right) x_{CH(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + RF_t^{(12)s}\right) x_{RF(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + RV_t^{(12)s}\right) x_{RV(t-1)}^{(12)s,e} - OBL_t^{(12)s} \quad [4]$$

$$\forall s = \{ 1, 2, \dots, 625 \} ; t = \{ 0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1 \} ; e = \{ 1, 2, \dots, 6 \}$$

siendo:

$\rightarrow I_t^{(12)s}$: Rendimiento del Activo I en t , bajo el escenario s .

$$\forall I = T, D, RV, RF, CH$$

$\rightarrow x_{I_t}^{(12)s,e}$: Cuantía mensual destinada a la alternativa de inversión I en t , bajo el escenario s y siguiendo la estrategia e .

$$\forall I = T, D, RV, RF, CH$$

$\rightarrow OBL_t^{(12)s}$: Obligación mensual a la que debe hacerse frente en t , bajo el escenario s y siguiendo la estrategia e .

El valor $F_{t-}^{(12)s,e}$ es el que, efectivamente, se toma para la determinación del porcentaje del sueldo que se destina a efectuar el pago de primas o aportaciones, que aparece en la expresión [3A] del Anexo. En aquel momento no se había introducido el supuesto de poder elegir entre distintas estrategias de inversión, por tanto, es a partir de este momento que se expresa por $\beta_t^{(12)s,e}$ y esto afecta directamente a la prima a pagar o aportación a efectuar, la cual viene representada por $P_t^{(12)s,e}$.

El fondo disponible en t , bajo el escenario s , y la estrategia e , de la expresión [4], una vez *efectuado el pago de la prima o de la aportación correspondiente* se convierte en:

$$F_t^{(12)s,e} = \left(1 + T_t^{(12)s}\right) x_{T(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + D_t^{(12)s}\right) x_{D(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + CH_t^{(12)s}\right) x_{CH(t-1)}^{(12)s,e} + \\ + \left(1 + RF_t^{(12)s}\right) x_{RF(t-1)}^{(12)s,e} + \left(1 + RV_t^{(12)s}\right) x_{RV(t-1)}^{(12)s,e} - OBL_t^{(12)s} + P_t^{(12)s,e} \quad [5]$$

$$\forall s = \{ 1, 2, \dots, 625 \} ; t = \{ 0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1 \} ; e = \{ 1, 2, \dots, 6 \}$$

siendo la nueva variable:

$\rightarrow P_t^{(12)s,e}$: La prima o aportación que debe hacerse efectiva en t , bajo el escenario s , y siguiendo la estrategia e .

En cada uno de los períodos pretendemos mantener la proporción de activos que fijamos en la tabla 1, esto supone que tanto el “superávit” como el “déficit” que se produzca con cada una de las estrategias analizadas repercutirá en el valor del fondo en cada período, pero no afectará a la política de inversión.

2.3. *Determinación del excedente*

El impacto del comportamiento de los factores sobre el resultado de la compañía o del fondo de pensiones es evaluado a través de la diferencia entre el valor de los activos y los pasivos, en cada período del horizonte temporal.

La diferencia en el valor de los activos y los pasivos se define en este trabajo como excedente y equivale a lo que en la nomenclatura anglosajona se denomina “*surplus*”.

El activo viene reflejado por el valor de las inversiones existentes en cada momento, mientras que el pasivo u obligación viene reflejado por la provisión matemática que en cada período ha de estar dotada. La provisión matemática se calcula por el método prospectivo, como diferencia del valor actual actuarial de las obligaciones y el valor actual actuarial de las primas o aportaciones futuras.

El excedente generado en t , que a inicios de la sección 2 de este trabajo era expresado por E_t , depende del escenario y la estrategia elegidos, por tanto, la variable se expresa, a partir de este momento, mediante $E_t^{(12)s,e}$ y es la resultante de:

$$E_t^{(12)s,e} = F_{t-}^{(12)s,e} - (V_{OBL\ t}^{(12)s} - V_{P\ t}^{(12)s,e}) \quad [6]$$

$$\forall s = \{ 1, 2, \dots, 625 \} ; t = \{ 0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1 \} ; e = \{ 1, 2, \dots, 6 \}$$

siendo:

- $E_t^{(12)s,e}$: Excedente obtenido en t , bajo el escenario s , y la estrategia e .
- $F_{t-}^{(12)s,e}$: Fondo Disponible en t , bajo el escenario s , y la estrategia e , *previo pago de la prima o aportación correspondiente*.
- $V_{OBL\ t}^{(12)s}$: Valor actual actuarial en t de las obligaciones futuras bajo el escenario s .
- $V_{P\ t}^{(12)s,e}$: Valor actual actuarial en t de las primas o aportaciones futuras bajo el escenario s , y la estrategia e .

Determinado el excedente generado para cada uno de los períodos analizados, se ha calculado el valor del excedente bajo el escenario s , y la estrategia e , para $t=0$.

$$E_0^{(12)s,e} = \frac{E_2^{(12)s,e}}{(1 + i_0^{(12)s})(1 + i_1^{(12)s})} \quad [7]$$

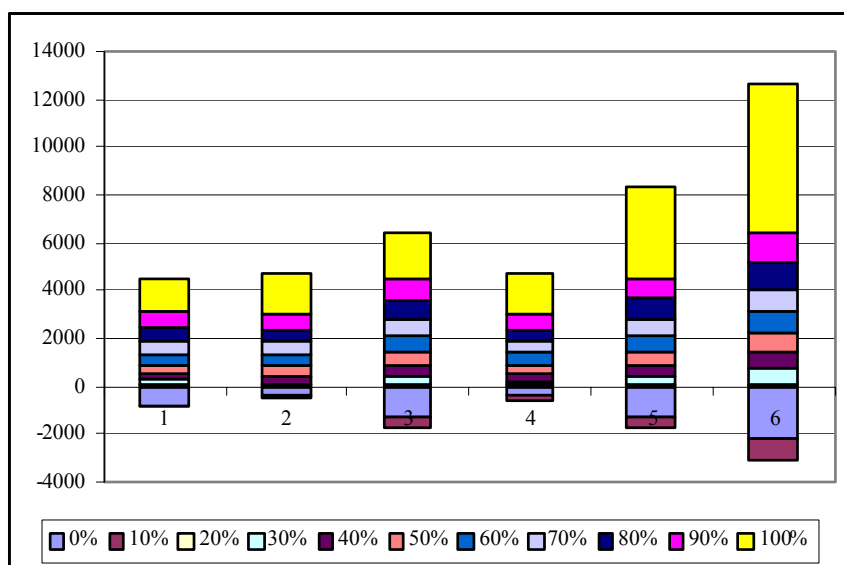
$$\forall s = \{ 1, 2, \dots, 625 \} ; t = \{ 0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1 \} ; e = \{ 1, 2, \dots, 6 \}$$

siendo:

- $E_0^{(12)s,e}$: Excedente valorado en $t=0$, bajo el escenario s , y la estrategia e .
- $E_2^{(12)s,e}$: Excedente obtenido en $t=2$ (se corresponde con 31.02.2002), bajo el escenario s y la estrategia e .
- $i_0^{(12)s}, i_1^{(12)s}$: Tantos de valoración actuarial mensual correspondientes al mes de enero y mes de febrero de 2002, respectivamente, bajo el escenario s .

El Gráfico 1 muestra la distribución del excedente obtenido, en función de los 625 escenarios generados, bajo la expresión [7] para cada una de las seis estrategias, de inversión expresadas en unidades monetarias.

Gráfico 1



Como puede observarse las estrategias que generan mayor excedente son también las que incurren en mayores pérdidas. Aquellas estrategias que destinan mayor porcentaje a renta fija son las que suponen menor pérdida así como menor rendimiento máximo. Sin embargo, aún en el supuesto de elegir un porcentaje de renta fija elevado se aconseja diversificar con otras alternativas pues los excedentes obtenidos son mayores si la estrategia preferente es la 2 en lugar de la estrategia 1.

3. Análisis del riesgo

En esta sección se cuantifican los riesgos en que se incurre con cada una de las inversiones y, por tanto, se obtiene información tanto para valorar las necesidades de capital que conlleva cada una de las estrategias, como para seleccionar la que resulte más acorde con los objetivos del gestor garantizando en todo momento la cobertura de las obligaciones. En este apartado no se mide únicamente el riesgo en el que se incurre en relación a las inversiones sino también en qué medida éstas afectan a la cobertura o

no de las obligaciones, lo cual constituye la principal aportación de este trabajo al proporcionar un instrumento de análisis completo y global que permita una adecuada gestión de activos y pasivos.

El objetivo de todo gestor, evidentemente, es obtener un excedente positivo o beneficio como resultado de su gestión. En función de esto, se incurrirá en riesgo cuando se obtenga un excedente negativo, por tanto, para los escenarios que la variable $E_0^{(12)s,e}$ resulte con signo negativo se considerará que existen pérdidas. En la gestión de activos y pasivos esta pérdida supone que no se da cobertura a las obligaciones de la cartera. Como $E_0^{(12)s,e}$ está formado, en nuestra aplicación práctica, por $E_1^{(12)s,e}$ y $E_2^{(12)s,e}$, se considerara que existe riesgo cuando los beneficio de los sucesivos períodos no compensen los déficit existentes en otros períodos. Así por ejemplo, si $E_1^{(12)s,e}$ resulta negativo pero $E_2^{(12)s,e}$ es positivo y de cuantía suficiente como para absorber el déficit del primer período, en este caso $E_0^{(12)s,e}$ resultaría también positivo, y por tanto, no se considerará que se incurra en riesgo. El hecho de que el modelo de generación de escenarios obtenido permita realizar el análisis de riesgo desde una óptica multiperiodica valida el mismo como instrumento para la adecuada gestión de activos y pasivos.

Para proceder al análisis del riesgo, los S valores (en nuestro caso 625) de la variable excedente obtenidos para enero de 2002 con cada estrategia $e(E_0^{(12)s,e})$ son ordenados de menor a mayor importe. La nueva variable así ordenada se representa por $E_0^{(12)e}$ siendo $P(E_0^{(12)e} = E_0^{(12)s,e}) = \frac{1}{S}$ y $\bar{E}_0^{(12)e} = \sum_{\forall S} E_0^{(12)s,e} \cdot \frac{1}{S}$.

Son varias las medidas de riesgo utilizadas, cada una de ellas proporciona al gestor información distinta, de manera que, cuanta más información tenga el gestor, de mayor número de referencias dispondrá para la toma de decisiones. Destacan entre estas medidas, las siguientes:

- Probabilidad de pérdida que informa de la probabilidad de no poder cubrir totalmente los pasivos u obligaciones con una cartera de activos dada.

$$\Pr(E_0^{(12)e} < 0) = \frac{(N^\circ \text{ de } s \in S \text{ tal que } E_0^{(12)s,e} < 0)}{S} \quad [8]$$

- Pérdida media es el valor esperado de las pérdidas.

$$E\left[E_0^{(12)e} / E_0^{(12)s,e} < 0\right] = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S s_{E_0^{(12)s,e} < 0} \cdot \left(E_0^{(12)s,e} < 0\right) \quad [9]$$

- Desviación media entendida como estimación de la desviación típica del excedente.

$$DM_0^{(12)e} = \left[\frac{1}{(S-1)} \sum_{s=1}^S \left(E_0^{(12)s,e} - \overline{E_0^{(12)e}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad [10]$$

- Rango que cuantifica la diferencia máxima existente entre los valores del excedente.

$$R_0^{(12)e} = \text{Max}(E_0^{(12)s,e}) - \text{Min}(E_0^{(12)s,e}) \quad [11]$$

Para el caso práctico que aquí se desarrolla, las medidas hasta el momento introducidas, vienen resumidas en la Tabla 3.

Tabla 3

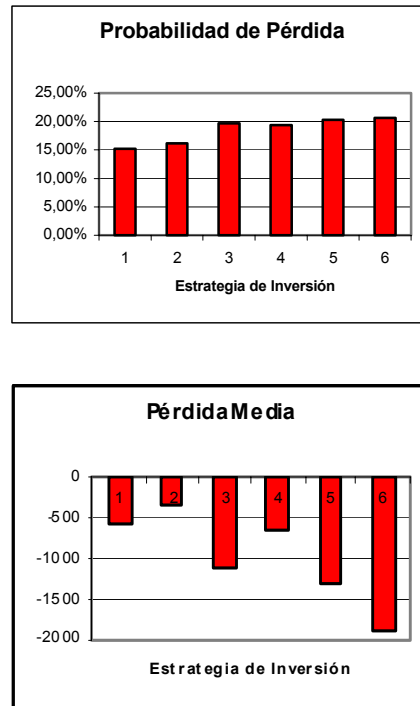
Probabilidad pérdida	e	Pérdida media	e	Excedente medio	e	Desviación excedente	e	Rango	e
15,22%	1	-338	2	1.361	6	931,52	2	6.868,69	1
16,16%	2	-567	1	923	5	1.057,14	1	7.474,48	2
19,36%	4	-641	4	610	1	1.105,05	4	8.408,83	4
19,68%	3	-1.100	3	488	4	1.898,96	3	10.488,4	3
20,32%	5	-1.328	5	415	3	1.922,66	5	20.856,9	5
20,64%	6	-1.897	6	353	2	3.146,61	6	34.099,7	6

En el Gráfico 2, se presenta la probabilidad de incurrir en pérdida, así como la pérdida media del excedente para cada una de las 6 estrategias de inversión analizadas, y bajo los 625 escenarios generados, para el período de enero y febrero de 2002.

Si se analizan los resultados, relativos a la probabilidad de pérdida, se observa que las estrategias 3, 4, 5 y 6 tienen una probabilidad muy similar de incurrir en pérdida. No obstante, si este análisis se complementa con la información de la pérdida media

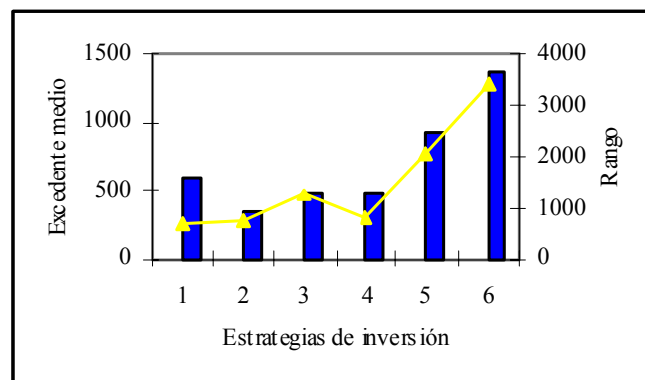
observamos disparidad entre estas estrategias, llegando a una pérdida media superior, en más del doble, para el caso de la estrategia 6 frente a la 4.

Gráfico 2. Probabilidad de Pérdida y Pérdida media



Observando los valores de excedente medio, en el Gráfico 3, vemos una gran similitud entre las alternativas 3 y 4. No obstante en términos del rango la primera supera considerablemente a la estrategia 4, la cual tiene un intervalo menor de fluctuación de la variable excedente.

Gráfico 3. Excedente medio/rango



Estos resultados ponen de manifiesto que un análisis que tuviera en el punto de mira una única medida de riesgo podría llevar a tomar una decisión no acertada ni acorde con los objetivos del gestor, puesto que no tendría en cuenta todos los matices de las estrategias. Cuanto mayor sea el número de medidas de riesgo que se tengan en cuenta menos sesgado será el análisis que se realice. Una relación de las medias de riesgo aplicadas a la gestión de activos y pasivos puede encontrarse en Bosch y otros [2002].

Para finalizar con este apartado, añadir que en los últimos años la literatura financiera utiliza, frecuentemente, el VaR_γ . Dicha medida nos indica la pérdida esperada máxima, en un horizonte temporal, con un nivel determinado de confianza. Esta medida resume la exposición de la institución aseguradora o del fondo de pensiones al riesgo de mercado, así como la probabilidad de un resultado adverso. El VaR_γ del excedente es obtenido aplicando la siguiente expresión:

$$VaR_\gamma(E_0^{(12)e}) = F_{E_0^{(12)se}}^{-1}(1 - \gamma) = Sup\{E_0^{(12)s,e} : F_{E_0^{(12)se}}(E_0^{(12)s,e}) \leq (1 - \gamma)\} \quad [12]$$

donde $F_{E_0^{(12)se}}^{-1}(1 - \gamma)$ resulta ser la inversa de la función de distribución de la variable aleatoria excedente para una probabilidad acumulada de $(1 - \gamma)$ o, dicho de otra manera, el $(1 - \gamma)$ -percentil.

Una descripción detallada del cálculo del VaR_γ para carteras de activos financieros se encuentra en Jorion (1997). Por su parte, Panning (1999), expone de forma teórica los pasos que han de llevarse a cabo para realizar el análisis del riesgo de una cartera de vida a través del VaR_γ , siendo estos los siguientes:

- *“Identificar los factores de riesgo de la cartera, tanto los que influyen en los Activos como en los Pasivos.*
- *Establecer los escenarios futuros de comportamiento de estos factores.*
- *Calcular el efecto sobre la compañía de seguros de la ocurrencia de cada uno de estos escenarios.*
- *Seleccionar el valor apropiado de nivel de confianza para realizar el análisis ”.*

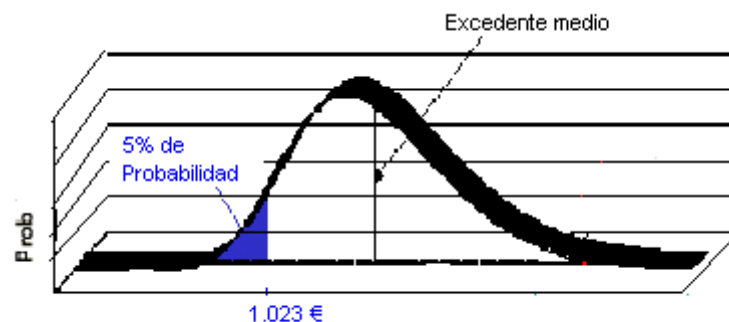
Si se toma el excedente actualizado en $t=0$ resultante de la expresión [7] se obtiene un VAR_γ para cada una de las estrategias analizadas valorado en el momento presente. En la Tabla 4, se indican los resultados del VAR_γ actualizado al momento presente y en valores absolutos, de las diferentes asignaciones de activos analizadas, para un nivel de confianza del 95% ($\gamma = 0,95$). Las estrategias con menor $VaR_{0,95}$ en términos absolutos, son la 2 y la 1, aquellas que invierten mayoritariamente en renta fija durante los dos periodos.

Tabla 4. $VaR_{0,95}$, ordenado de menor a mayor, para las estrategias analizadas con un nivel de confianza del 95%.

$VaR_{0,95}$	E
-1.023	2
-1.680	1
-1.732	4
-2.778	3
-3.356	5
-4.801	6

Esta información nos permite afirmar que con un 95% de probabilidad, bajo las condiciones de mercado estimadas con nuestro modelo de generación de escenarios, la inversión en la estrategia 2 no supone una pérdida generada durante los dos periodos analizados, mayor de 1.023 euros, tal y como se refleja en el Gráfico 4.

Gráfico 4: $VaR_{0,95}$ para la estrategia 2



En los casos extremos de no diversificación (estrategias 1 y 6), si se opta por invertir toda la cartera en renta fija (estrategia 1), con un 95% de probabilidad, la pérdida generada durante los dos períodos no es superior a los 1.680 euros, mientras que en el supuesto de decantarse por el 100% en la renta variable (estrategia 6), con el 95% de probabilidad la pérdida puede llegar hasta los 4.801 euros.

Por tanto, con la medida $VaR_{0,95}$ enriquecemos la información inicial, proporcionada por las medidas de riesgo analizadas, puesto que nos permite cuantificar la pérdida máxima en unidades monetarias.

Con la información obtenida en este trabajo podemos afirmar que la inversión en Bolsa, durante enero y febrero de 2002, reporta unos resultados negativos y arriesgados. Hay que tener en cuenta que estos resultados son consecuencia del mal año para la inversión en Bolsa, tanto por la crisis provocada por los atentados del 11 de septiembre, como por la crisis argentina de primeros del año 2002. Según datos de Inverco, los planes de pensiones de renta variable, cuya cartera está integrada por un 75% como mínimo de activos bursátiles, han cerrado el ejercicio con unas pérdidas medias ponderadas del 16,5% en 12 meses. Según la misma fuente, únicamente, aquellos planes con mayor porcentaje en renta fija han logrado acumular ganancias.

Como puede comprobarse, los resultados obtenidos en el análisis práctico que se presenta se encuentran en consonancia con la situación real⁵, y han constituido, a nuestro juicio, un buen instrumento evaluador del riesgo que se asume con cada una de las estrategias de inversión. Cualquier inversor que en diciembre del 2001 hubiera efectuado un análisis similar al de este trabajo, y desde una óptica conservadora, hubiera decantado su inversión hacia aquellas alternativas donde prima la renta fija, evitando así ciertos resultados adversos que, lamentablemente, se han producido en determinados casos.

El análisis se ha realizado teniendo en cuenta la variable excedente, diferencia entre activos y obligaciones, y no únicamente el fondo generado por las inversiones y la rentabilidad de la misma. Con todas las medidas expuestas se ha pretendido realizar un análisis global del riesgo de una cartera de vida mediante la generación de un conjunto de escenarios del comportamiento tanto de rentabilidades como de factores y

⁵ Boletín Económico del Banco de España de febrero de 2002 y de marzo de 2002. Sección: “Evolución reciente de la economía española”

proporcionar al gestor un instrumento de evaluación objetiva que le ayude a “caminar” en el incierto mundo de la gestión.

4. Conclusiones

Uno de los aspectos más relevantes en la gestión de activos y pasivos es el análisis del nivel de riesgo que se asume para llevar a cabo dicha coordinación, ante la incertidumbre de determinados parámetros y factores. Un aspecto que debería anotarse es que no existe una única medida de riesgo válida, así pues, las medidas alternativas con las que se trabaja en la literatura financiera permiten al gestor disponer de distinta información que resultará útil para la toma de sus decisiones futuras. Además las medidas de riesgo que se utilicen han de recoger tanto el comportamiento de los activos como el de las obligaciones, puesto que estamos trabajando con una cartera de vida.

El modelo de generación de escenarios que se ha obtenido, se basa en una estructura de vector de corrección de errores (VECM) con dos retardos, el cual genera valores tanto de los rendimientos de las diferentes inversiones; rendimientos de la tesorería, depósitos, de la renta fija, de la renta variable, de los créditos hipotecarios, como de los factores que influyen en las obligaciones; el tipo de interés técnico de la valoración actuarial y el índice de precios al consumo, el cual también condiciona el valor futuro de los activos.

Las diferentes trayectorias de comportamiento de los rendimientos y factores generados, junto con sus probabilidades de ocurrencia, influyen en el valor del excedente que se obtiene al final del horizonte temporal. Esta información permite analizar, en términos de probabilidad de pérdida, pérdida media, desviación típica, rango y valor en riesgo, diferentes alternativas de inversión con el objetivo de estimar la pérdida de la cartera con cada una de ellas, para de esa forma cuantificar y valorar el riesgo antes de tomar la decisión de inversión.

Un análisis que tuviera en cuenta una única medida de riesgo podría llevar a tomar una decisión no acertada ni acorde con los objetivos del gestor, puesto que no tendría en cuenta todos los matices de las estrategias. Cuanto mayor sea el número de medidas de riesgo que se tengan en cuenta menos sesgado será el análisis que se realice.

Un buen análisis del riesgo -a priori-, como el que se propone, permite que el gestor tome una serie de precauciones respecto a la política de inversiones a seguir con

el objetivo de que la coordinación de activos y obligaciones sea lo más ajustada posible. Ello no implica que periódicamente deban efectuarse las revisiones pertinentes, tanto de las obligaciones de la compañía de seguros o del fondo de pensiones, como de la cartera de activos, incorporando la nueva información disponible. Cuanto más ajustada sea la previsión, mediante la generación de escenarios, con la realidad que acaba aconteciendo, menores serán los ajustes que deberán efectuarse en las estrategias de inversión por parte del gestor.

Anexo. Cálculos actuariales.

Para calcular el valor de las primas a pagar o de las aportaciones, se procede a obtener el valor actual actuarial de las obligaciones (V_{OBL}) y valor actual actuarial de la masa salarial (V_{SAL}). De la relación entre ellos, se calcula el porcentaje del salario (β) que hay que destinar a pagar al seguro o al plan de pensiones para disponer de un capital de 100.000 euros en el momento de la jubilación.

Determinación del valor actual actuarial de las obligaciones

El valor actuarial de las obligaciones, en cualquier t del horizonte temporal, bajo el escenario s es el capital que percibirá el individuo en el momento de su jubilación, 100.000 euros, actualizado a t al tipo de valoración actuarial bajo el escenario s y con las tablas de supervivencia GRM-95 mensualizadas. La mensualización de las tablas anuales se hace utilizando el criterio de interpolación lineal que es uno de los aceptados en la práctica actuarial.

$$V_{OBL\ t}^{(12)s} = 100.000 \cdot \prod_{r=t}^{(5 \cdot 12 - 1)} (1 + i_r^{(12)s})^{-1} {}_1P_{(60 \cdot 12 + r)} \quad [1A]$$

$$\forall s = \{1, 2, \dots, 625\} \quad t = \{0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1\}$$

siendo:

→ $V_{OBL\ t}^{(12)s}$: Valor actual actuarial en t de las obligaciones futuras bajo el escenario s .

→ $i_r^{(12)s}$: Tanto de valoración actuarial mensual correspondiente al período r y $r+1$, bajo el escenario s .

→ ${}_1P_{(60 \cdot 12 + r)}$: Probabilidad de que un individuo 60 años y r meses sobreviva un mes más.

Si la prestación contratada es una pensión diferida, en lugar de un capital como sucede en este caso, un paso previo sería reducir la pensión al capital equivalente a la fecha de jubilación.

Determinación del valor actual actuarial de la masa salarial.

El valor actual actuarial de la masa salarial en t , bajo el escenario s , supone actualizar el flujo de salarios mensuales que se revalorizan anualmente, según la tasa de inflación estimada para cada escenario s . La actualización en t se efectuará al tipo de valoración actuarial, bajo el escenario s , y con las tablas de supervivencia GRM-95 mensualizadas.

$$V_{SAL\ t}^{(12)s} = SAL_t^{(12)s} \cdot \left[1 + \sum_{r=t}^{(5 \cdot 12)-1} \prod_{p=r}^r (1 + IPC_p^{(12)s}) (1 + i_p^{(12)s})^{-1} {}_1P_{(60 \cdot 12 + p)} \right] \quad [2A]$$

$$\forall s = \{1, 2, \dots, 625\} \quad t = \{0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1\}$$

siendo:

→ $V_{SAL\ t}^{(12)s}$: Valor actual actuarial en t de los salarios mensuales bajo el escenario s .

→ $SAL_t^{(12)s}$: Salario mensual en t bajo el escenario s .

→ $IPC_p^{(12)s}$: Tasa de inflación mensual correspondiente al período p y $p+1$, bajo el escenario s .

→ $i_p^{(12)s}$: Tanto de valoración actuarial mensual correspondiente al período p y $p+1$, bajo el escenario s .

→ ${}_1P_{(60 \cdot 12 + p)}$: Probabilidad de que un individuo 60 años y p meses sobreviva 1 mes más.

Cálculo de la prima o aportación.

La prima o aportación calculada es la prima pura o aportación que cubre, exclusivamente, el riesgo. No se ha incluido en la misma ningún tipo de recargo ni ningún gasto de gestión.

La prima o aportación como ya se ha establecido en la sección 2.1. viene dada por un porcentaje del sueldo. Dicho porcentaje es el que resulta de seguir la expresión:

$$\beta_t^s = \frac{V_{OBL\ t}^{(12)s} - F_{t-}^{(12)s}}{V_{SAL\ t}^{(12)s}} \quad [3A]$$

$$0 < \beta_t^s < 1$$

$$\forall s = \{ 1, 2, \dots, 625 \} ; t = \{ 0, 1, 2, \dots, (5 \cdot 12) - 1 \}$$

siendo:

→ $\beta_t^{(12)s}$: Porcentaje del salario mensual en t , destinado al pago de la prima del contrato de seguros o a efectuar la aportación del plan de pensiones que cubre la prestación del capital diferido, bajo el escenario s .

→ $V_{OBL\ t}^{(12)s}$: Valor actual actuarial en t de las obligaciones futuras bajo el escenario s .

→ $F_{t-}^{(12)s}$: Fondo Disponible en t formado por los activos en los que están invertidas las provisiones matemáticas y los rendimientos obtenidos de las mismas.

→ $V_{SAL\ t}^{(12)s}$: Valor actual actuarial en t de los salarios mensuales, bajo el escenario s .

Por tanto, la prima o aportación que debe hacerse efectiva en t , bajo el escenario s viene dada por:

$$P_t^{(12)s} = \beta_t^s \cdot SAL_t^{(12)s} \quad [4A]$$

Referencias bibliográficas

- BOENDER, C.G.E. [1995]: A hybrid simulation/optimization scenario model for asset/liability management Report 9513/A *Econometric Institute*, Erasmus University Rotterdam. Too publications to the 20th anniversary special issue of *European Journal of Operational Research*.
- BOENDER, C.G.E. Y HEEMSKERK, F. [1995]: A static scenario optimization model for asset/liability management for defined benefit plans, Report 9512/A *Econometric Institute*, Erasmus University Rotterdam.
- BOENDER, C.G.E., VAN AALST, P.C. Y HEEMSKERK, F. [1998]: Modeling and management of assets and liabilities of pension plans in the Netherlands *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Ed. Cambridge University Press: 561-580.
- BOSCH, M. [1997]: *Modelos de programación estocástica aplicados a la cartera de un Fondo de Pensiones*. Tesis Doctoral. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial de la Universidad de Barcelona.
- BOSCH, M; DEVOLDER, P Y DOMÍNGUEZ, I [2002]: Risk analysis in Asset-Liability Management for Pension Fund. *Belgian Actuarial Bulletin*. Vol 2, No 1.
- DAYKIN, C.D., PENTIKÄINEN, T. Y PESONEN, M. [1995]: *Practical Risk Theory for Actuaries*. 2a Ed. Ed. Chapman & Hall, pp 263-276
- DERT, C. [1995]: *Asset liability management for pension funds. A multistage chance constrained programming approach*. Ph.D thesis, Erasmus University Rotterdam. Department of Mathematics. Netherlands.
- DERT, C. [1998]: A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Ed. Cambridge University Press: 501-537.
- DYNAMIC FINANCIAL ANALYSIS COMMITTEE OF THE CASUALTY ACTUARIAL SOCIETY: "Overview of Dynamic Financial Analysis" [1999] "Performance and Risk Measures, Using Model Results" [2000]
- DOMÍNGUEZ, I. [2001]: *Gestión de activos y pasivos en Carteras de Vida*. Tesis Doctoral. Departamento de Economía Financiera y Contabilidad de la Universidad de Extremadura.
- JORION, P [1997]: *Value at Risk*. Chicago: Irwin.
- KAUFMANN, R. Y PATIE, P. [2000]: Strategic Long-Term Financial Risks Intermediate Report. *RiskLab Switzerland*. Disponible en <www.math.ethz.ch>
- KIM, J; MALZ, A.M Y MINA, J [1999]: LongRun Technical Document, *RiskMetrics Group*, New York.

- MULVEY, J. [1994]: Financial Planning via MultiStage Stochastic Programs. “*Mathematical Programming: State of the Art*”. Eds. J.R. Birge y K.G. Murty.
- MULVEY, J. Y THORLACIUS, E. [1998]: The Towers Perrin global capital market scenario generation system. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Ed. Cambridge University Press, 286-315.
- MULVEY, J Y ZIEMBA, W.T [1998]: *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Ed. Cambridge University Press.
- OTERO, L; XIMÉNEZ, S, RODRÍGUEZ, A Y FERNÁNDEZ, S [2001]: El Value at Risk en el ámbito del Seguro de Vida. *Actualidad Financiera*, enero 2001: 13-23.
- PANNING, W [1999]: The strategic uses of values at risk: long term capital management for property/casualty insurers *North America Actuarial Journal*, 1999: 84-105.
- SWISS RE ECONOMIC RESEARCH & CONSULTING [2000]: “Gestión de Activos y Pasivos” Sigma nº6/2000. Disponible en <www.swissre.com>
- SOCIETY OF ACTUARIES, Professional Actuarial specialty Guide, agosto 1998. Disponible en <www.soa.org/library/aa-1-98.pdf>
- WILKIE, A.D. [1986]: A stochastic investment model for actuarial use. Transaction of the AFIR. International Colloquium, 39: 341-403.
- WILKIE, A.D. [1995]: More on stochastic asset model for actuarial use” presented to the *Institute of Actuaries* 24, April.