

## Distribución potencial de la precipitación extrema en el País Vasco

R. Moncho<sup>1,2</sup> y V. Caselles<sup>2</sup>

<sup>1</sup>AZTI-Tecnalia, Unidad de Investigación Marina, Txatxarramendi ugarte a z/g, 48395 Sukarrieta

<sup>2</sup>Departamento de Física de la Tierra y Termodinámica, Universitat de València, C/ Doctor Moliner, 50, 46100, Burjassot

Recibido: 20-I-2010 – Aceptado: 10-IX-2010 – Versión original

Correspondencia a: robert@temps.cat

### Resumen

*El modelo de Distribución Potencial puede describir conjuntamente tanto la distribución de probabilidad como la distribución temporal de la precipitación. Además permite incorporar la dependencia de la probabilidad con el número de estaciones independientes. En este trabajo se analizan la distribución probabilística y la distribución temporal de la precipitación extrema de la Comunidad Autónoma del País Vasco usando datos diarios de 43 estaciones, con un promedio de 31 estaciones activas entre 1961 y 2000. Se comprueba que el modelo estudiado presenta un buen ajuste (NMAE = 1,4%) para precipitaciones superiores a 115 mm en 24 h, y es consistente con otros análisis de extremos. Finalmente se propone una relación matemática para estimar la precipitación máxima esperada para un período de retorno igual o superior a 10 años, con una duración superior a 1 minuto, y para un determinado conjunto de estaciones independientes. Dicha relación depende de dos exponentes, uno para el período de retorno ( $m = 0,23 \pm 0,02$ ) y otro para la duración ( $n = 0,63 \pm 0,06$ ); además, también depende de un factor de escala, que toma valores entre  $P_o = 42 \pm 2$  mm para el sur de la comunidad y  $P_o = 71 \pm 5$  mm para el norte, siendo el valor promedio del País Vasco igual a  $58 \pm 2$  mm.*

**Palabras clave:** precipitación extrema, distribución potencial, climatología extrema

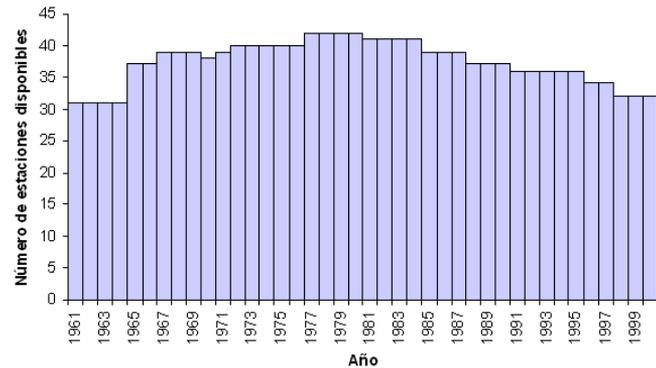
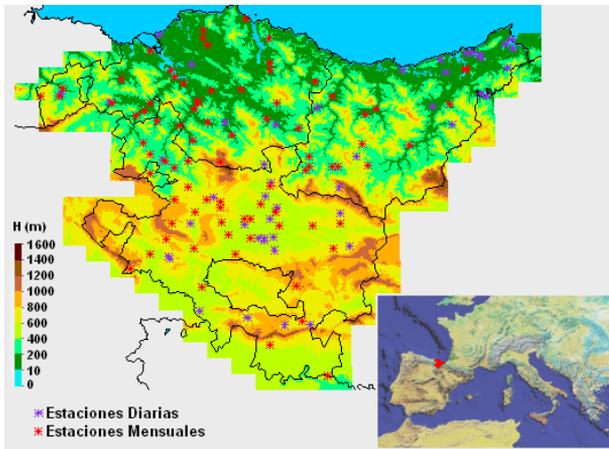
### 1 Introducción

Una de las variables de mayor impacto sobre los recursos humanos es el régimen de precipitaciones intensas. El riesgo de inundaciones depende en mayor medida de la vulnerabilidad de las infraestructuras y sobre todo de la exposición excesiva al fenómeno, generalmente debida a una mala planificación del territorio respecto a las “zonas inundables” (Marco, 1999). Por otro lado, cuando se habla del “riesgo climatológico” se refiere a la probabilidad de ocurrencia de un extremo climático, por ejemplo a la frecuencia de los episodios de lluvias torrenciales, o también de los episodios secos prolongados.

La zona de mayor riesgo de precipitaciones torrenciales en España es la costa mediterránea (Font-Tullot, 2000; Llasat et al., 1996). Sin embargo en el País Vasco también se han registrado diferentes episodios de inundaciones muy importantes, siendo alguno de ellos extraordinario, como es el caso

de las inundaciones de Bilbao de 1983 (Ugarte y González, 1984). Debido a la gran variabilidad natural de la precipitación, es necesario disponer de series largas de registros para estimar tanto la repetición de los extremos de precipitación como la posible tendencia climática (Kundzewicz y Robson, 2000; Lana et al., 2009).

Normalmente, la frecuencia de suceso de un episodio de precipitaciones intensas se designa mediante el término “período de retorno”, que se refiere al tiempo medio que cabría esperar para que se supere un cierto umbral en un determinado punto (Témez, 1978). Por lo tanto, dicho valor puntual no representa adecuadamente los episodios de una zona extensa, que son los que provocan las inundaciones más importantes. De hecho, la repetición para “un punto cualquiera de una zona” siempre será mayor que la repetición para un único punto. Además, debido a la escasez intrínseca de datos de situaciones extraordinarias que sirvan de referencia, o debido a la propia naturaleza de



**Figura 1.** Estaciones de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET) disponibles para el estudio. (a) (izquierda) Distribución geográfica, donde  $H$  representa la elevación en metros respecto al nivel del mar. (b) (derecha) Disponibilidad temporal durante el período 1961-2000.

la precipitación extrema, a menudo los modelos probabilísticos presentan dificultades para reproducir satisfactoriamente los períodos de retorno asociados (Ministerio de Fomento, 1999; de Salas y Fernández, 2006; Soro et al., 2010). Por ello en este trabajo se propone centrar la estadística en la curva de precipitaciones extremas mediante una metodología robusta válida para zonas amplias del País Vasco.

## 2 Material y metodología

### 2.1 Datos de precipitación

Para el análisis de la precipitación intensa del País Vasco disponemos de datos diarios de 43 estaciones de la red meteorológica de la Agencia Estatal de Meteorología (Figura 1a). Sin embargo, la disponibilidad de dichas estaciones depende del tiempo, obteniendo un período de máxima actividad entre 1977 y 1981 (Figura 1b).

Muchas de las estaciones no presentan continuidad ni siquiera entre el año de inicio y el año final de actividad, sino que pueden activarse y desactivarse de forma irregular, presentando interrupciones de meses o años (Ruíz-Urrestarazu, 1983). De hecho, de las 43 estaciones, sólo se dispone de 498 092 registros diarios, lo cual supone un 79% de la disponibilidad máxima para la serie 1961-2000 y sólo 19 estaciones la completan de forma total. El máximo número de estaciones activas en un día es de 36 y el mínimo 19, mientras que la media es de 31.

Para completar el estudio con la distribución temporal, se dispone de la información detallada horaria de 22 de los 30 episodios (1950-2008) en los que se registraron inundaciones de diferente importancia en alguna zona del País Vasco, según diferentes documentos de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET).

### 2.2 Distribución probabilística de la precipitación diaria

Los datos diarios de precipitación no siguen una distribución normal debido a la presencia de un gran número de valores cero y ningún valor menor que cero. Por lo tanto, es necesario considerar otras distribuciones de probabilidad, como la Distribución Gamma, la Distribución Generalizada de Pareto o la SQRT-ET<sub>max</sub>, entre otras (de Salas y Fernández, 2006; Ministerio de Fomento, 1999). Para el tratamiento estadístico de los datos se han usado los siguientes programas informáticos: IDL, R, STATGRAPHICS y EASYFIT.

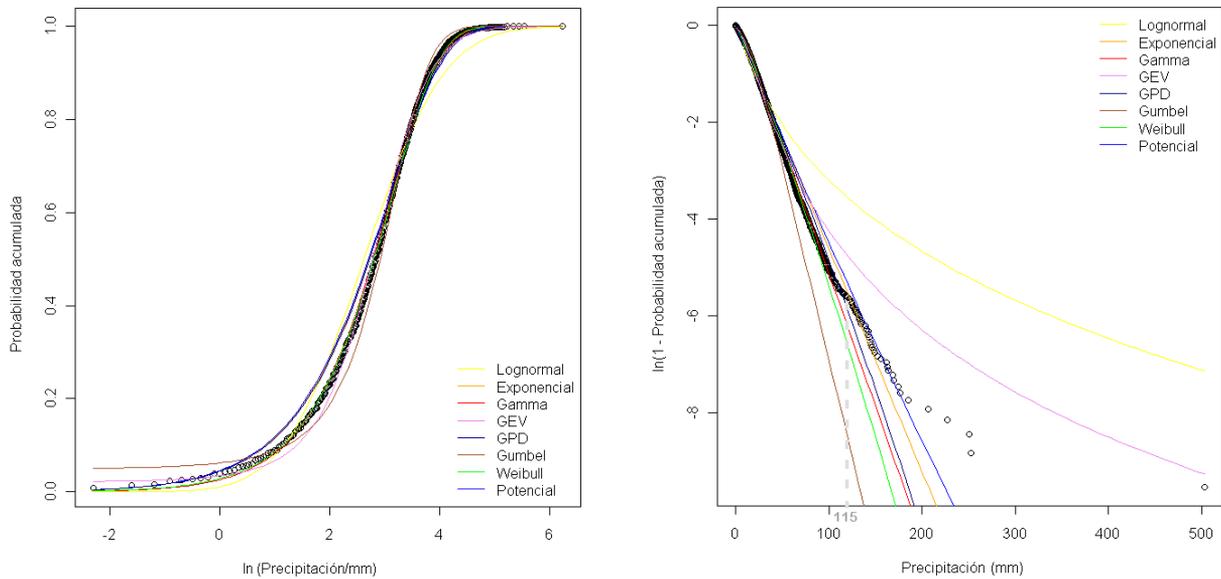
De entre todas las estaciones disponibles, se tomó la precipitación más elevada para cada uno de los días. Con dichos registros se calculó la frecuencia de cada valor de precipitación,  $P$ , y la probabilidad acumulada,  $\pi(p \geq P)$ , que se define como la probabilidad de que un grupo de  $N$  estaciones registre una precipitación diaria máxima igual o superior a  $P$ . Por lo tanto, el período de retorno empírico  $\rho(P)$  (en años) asociado a dicha probabilidad acumulada  $\pi(p \geq P)$  viene dado por la siguiente relación:

$$\rho(P) \equiv \frac{1}{\Pi(p \geq P)} \approx \frac{1}{365,25 \cdot \pi(p \geq P)} \quad (1)$$

donde  $\Pi(p \geq P)$  es la probabilidad de que en un año se produzca una precipitación máxima igual o superior a  $P$  con una cierta duración y en un determinado grupo de estaciones.

Por otro lado, según Moncho et al. (2009) la acumulación máxima  $P_{max}$  puntual de una precipitación intensa, de una duración  $t$  y un periodo de retorno puntual  $\rho$ , entre 1 y 50 años, en la Península Ibérica puede aproximarse a la forma de una curva IMM-IDF (Intensidad Media Máxima - Intensidad-Duración-Frecuencia), del modo:

$$P_{max}(\rho, t) \approx P_o(\rho_o, t_o) \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \quad (2)$$



**Figura 2.** (a) (izquierda) Ajuste de diferentes modelos de distribución a la probabilidad acumulada observada en la precipitación diaria máxima. (b) (derecha) Detalle del logaritmo de la probabilidad acumulada de la parte extrema de la curva.

donde  $P_o(\rho_o, t_o)$  es la acumulación de referencia para un período de referencia  $\rho_o$ , y una duración de  $t_o$  (que se escogió como un día),  $m$  es un parámetro adimensional que para las estaciones principales de la Península Ibérica se ha estimado como  $0,24 \pm 0,06$  (Moncho et al., 2009) y donde  $n$  es un índice de la precipitación (Anexo A).

Teniendo en cuenta la Ecuación 1, se puede demostrar que la Ecuación 2 lleva implícita una Distribución de Probabilidad Potencial o de Pareto (Anexo B), según la siguiente ecuación:

$$\Pi(p \geq P) = \left( \frac{P_1}{P} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3)$$

donde  $P_1$  y  $m$  son constantes ajustables, mientras que  $P$  es el umbral de precipitación considerado, que ha de ser mayor que  $P_1$ . En este trabajo se ha escogido el modelo IMM-IDF (Ecuación 2) porque sólo necesita ajustar tres parámetros ( $n$ ,  $m$  y  $P_o(\rho_o, t_o)$ ), independientemente de la duración  $t$ , por lo tanto es más robusto que las distribuciones habituales, como la distribución SQRT-ET<sub>max</sub> (Etoh et al., 1986; Ferrer, 1996), e incluso que la Distribución Generalizada de Pareto (GPD) usando PDS (Ben-Zvi, 2009), ya que estos modelos usan diferentes parámetros para cada duración  $t$ .

La precipitación máxima diaria ( $P$ ) registrada por un conjunto de estaciones depende en gran medida del número de estaciones ( $N$ ) del grupo y del número de días ( $D$ ) en el que dicho grupo de estaciones está activo. La estadística será mejor cuanto más grande sea el número de días y estaciones independientes entre sí en cada grupo. Además, los grupos analizados deben ser climáticamente semejantes, para así poder suponer que la probabilidad no está condicionada a una tipología de grupo (en función de parámetros climáticos).

Con todas esas suposiciones, cabe esperar que la precipitación máxima registrada  $P$  sea una función del producto entre el número de días de actividad y el número de estaciones independientes ( $N \cdot D$ ), ya que eso equivale a tener sólo una estación con el número de días totales que suman todas ( $D_{total}$ ).

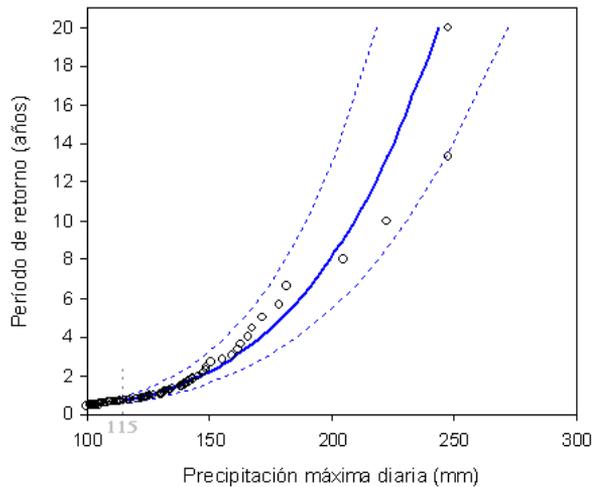
Por lo tanto, la precipitación máxima diaria esperada en dicho número total de días disponibles ( $D_{total}$ ) vendrá dada por la Ecuación 2, tomando dicho tiempo como período de retorno,  $\rho = D_{total}$ , y tomando como duración  $t = t_o = 1$  día, es decir:

$$P(D, N) \approx P_o(D_o, N_o) \left( \frac{DN}{D_o N_o} \right)^m \quad (4)$$

Por otro lado, la probabilidad acumulada  $\pi(P)$  se estima suponiendo que todos los días presentan la misma probabilidad  $\Pi(P)$  de que el grupo de estaciones registre un valor igual o superior a  $P$ . Puesto que es esperable que la precipitación máxima registrada sea más elevada a mayor número de estaciones, podría ser necesario corregir dicha contribución esperada a cada registro diario, según el número de estaciones activas, en base a la Ecuación 4.

### 2.3 Curva de precipitaciones extremas

Para el estudio de la frecuencia de los episodios de lluvia extrema en el País Vasco, puede tomarse un umbral de precipitación suficientemente elevado de tal modo que sólo sea superado por pocos días, por ejemplo el 0,05% (Begueria, 2005). El umbral se define como la precipitación máxima,  $P_U$ , acumulada en un tiempo  $t_U$ . Mientras tanto, el período de retorno  $\rho(P_U)$  puede definirse como el tiempo esperado



**Figura 3.** Ajuste de la curva de períodos de retorno (Ecuación 2) para la precipitación diaria máxima del País Vasco. Los parámetros ajustados son:  $m = 0,23 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 125 \pm 4$  mm (intervalo de error del 95%).

entre dos episodios que superan el umbral  $P_U$ . Para simplificar las ecuaciones, se considera un período de retorno teórico,  $\rho_i(P_{Teo})$ , a partir de la media de las ocurrencias de un episodio y el siguiente,  $\rho_{ij}(P_i)$ , es decir:

$$\rho_i(P_{Teo}(P_i)) \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \rho_{ij}(P_i) \quad (5)$$

donde el subíndice  $i$  enumera los episodios de acumulación máxima igual a  $P_i$  tal que  $P_i > P_U$ ,  $t_{ef} < t_U$ , según la Ecuación 3. Por otro lado  $P_{Teo}$  es la acumulación teórica para el mismo conjunto, que se toma según la siguiente ecuación propuesta:

$$P_{Teo}(P_i) \equiv \frac{(N - 2)P_{Min} + \langle P_i \rangle}{N - 1} \quad (6)$$

donde  $N$  es el número de episodios considerados iguales o superiores a 3, y  $P_{Min}$  es la acumulación máxima más baja de entre todos los episodios. De este modo se pondera la representatividad de la intensidad mínima con el número de datos disponibles y en consideración con el promedio de las intensidades. Finalmente, se considera la curva teórica para los extremos de precipitación del País Vasco, según la Ecuación 2, diseñada a partir del promedio de los tres parámetros anteriores:

$$P_o \equiv \langle P_{Teo}(P_i) \rangle \quad (7)$$

$$\rho_o(P_o) \equiv \langle \rho_i(P_{Teo}) \rangle \quad (8)$$

$$n_o \equiv \langle n_i(P_i) \rangle \quad (9)$$

donde las Ecuaciones 7 y 8 hacen referencia al promedio de los valores obtenidos según las Ecuaciones anteriores 5 y 6, mientras que  $n_i(P_i)$  es el valor del índice  $n$  ajustado para cada uno de los episodios- $i$  de precipitaciones extremas.

### 3 Resultados

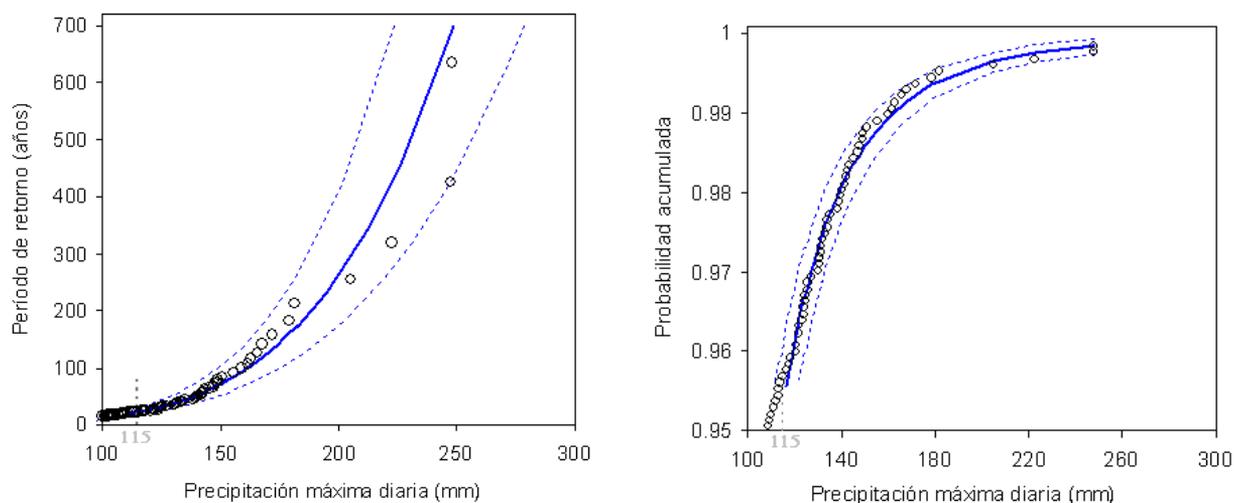
#### 3.1 Distribución probabilística de la precipitación diaria

Una vez estimada la probabilidad acumulada de la precipitación máxima diaria para todo el período 1961-2000, se aplicaron diferentes modelos probabilísticos (Valor Extremo Generalizado, Distribución Generalizada de Pareto, Gamma, Gumbel y Weibull) y se observó que ninguno de ellos se ajusta adecuadamente al conjunto de la precipitación, según diversas pruebas no-paramétricas. Por ejemplo, con un intervalo de confianza del 95% y para 878 clases, el parámetro Kolmogorov-Smirnov es mayor a 0,1 y el parámetro de Anderson y Darling (1952) es superior a 39 en todos ellos (Siegel, 1986; Corder y Foreman, 2009). Uno de los modelos que mejor se ajusta a los datos es la distribución Gamma, con  $\alpha = 19,7 \pm 0,7$  y  $\beta = 0,97 \pm 0,02$  (Figura 2), que presenta un error absoluto medio (NMAE) del 8,6% en la estimación de los valores de precipitación, siendo de 4,1% para valores comprendidos entre 14 y 115 mm en 24 h, y de 12% para valores de entre 115 y 250 mm.

Se encontró un mejor ajuste de la distribución Gamma para valores comprendidos entre 14 y 115 mm en 24 h, con  $\alpha = 17,0 \pm 0,2$  y  $\beta = 1,20 \pm 0,05$ , presentando un NMAE del 1,6%, sin embargo para valores entre 115 y 250 mm el error es más elevado que en el anterior ajuste (17%). También se probó para el intervalo de entre 115 y 250 mm con las mismas distribuciones y se observó que las mejores distribuciones eran: la Distribución Potencial (p-valor  $< 0,0001$ ), la Distribución Exponencial (p-valor = 0,0001), la Distribución Generalizada de Pareto (p-valor = 0,0003) y la Distribución Gamma (p-valor = 0,0005). En concreto, para la Distribución Potencial (Ecuación 2) se obtuvo un NMAE del 1,4%, con los siguientes parámetros ajustados:  $m = 0,23 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 125 \pm 4$  mm (Figura 3).

La probabilidad de registrar un máximo diario (superior a un umbral  $P$ ) puede variar a lo largo del período de estudio (1961-2000) según el número de estaciones activas. Por lo tanto, el umbral de precipitación máxima fue corregido según la Ecuación 4, de tal modo que los valores finales representan a un conjunto constante de 31 estaciones. A pesar de ello se observó que la corrección no supone un cambio significativo en la distribución de probabilidad, ya que se obtienen unos parámetros similares:  $m = 0,22 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 126 \pm 4$  mm (frente a  $m = 0,23 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 125 \pm 4$  mm, antes de corregir).

Por otro lado, teniendo en cuenta que el ajuste obtenido hace referencia al conjunto medio de 31 estaciones del País Vasco con disponibilidad diaria, es posible estimar el período de retorno equivalente para una única estación (período de



**Figura 4.** (a) (izquierda) Tiempo de registro o período total (expresado en número de estaciones por el período de retorno) para cada precipitación máxima diaria, y (b) (derecha) probabilidad acumulada asociada a dichos períodos de medición. Los parámetros ajustados son:  $m = 0,22 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 58 \pm 2$  mm (intervalo de error del 95%), con un período de retorno de referencia de  $\rho_o = 1$  año.

**Tabla 1.** Algunos de los episodios de entre 1950 y 2008, cuya precipitación en un día ( $P$ ) supera el umbral de 150 mm, y de los que se dispone información sobre la distribución temporal ( $n$ ).

Episodio (día del máximo)	Estación del máximo	$P$ (mm)	$n$
11-15 de octubre de 1953 (14)	Oyarzun (Arditurri)	313,5	$0,65 \pm 0,12$
24-25 de septiembre 1959 (24)	Fuenterrabia (Aeropuerto)	214	$0,71 \pm 0,15$
26 de agosto de 1983	Larraskitu	503	$0,60 \pm 0,09$
1 de junio de 1997	San Sebastián (Igeldo)	251	$0,53 \pm 0,07$
25 de agosto de 2002	San Sebastián (Ategorrieta)	224	$0,64 \pm 0,06$

retorno medio). Para ello se aplicó de nuevo la Ecuación 4, ya que relaciona la precipitación máxima diaria y el número de registros disponibles, es decir, el producto entre el conjunto de  $N$  estaciones y el período de retorno esperado en años. Como primera aproximación se consideró que las  $N$  estaciones presentan una probabilidad independiente de registrar un registro máximo de precipitación. Con todo esto se obtuvo que para una estación los parámetros ajustados con la Ecuación 4 son:  $m = 0,22 \pm 0,02$  y  $P_o(t_o) = 58 \pm 2$  mm (Figura 4).

### 3.2 Curva de precipitaciones extremas

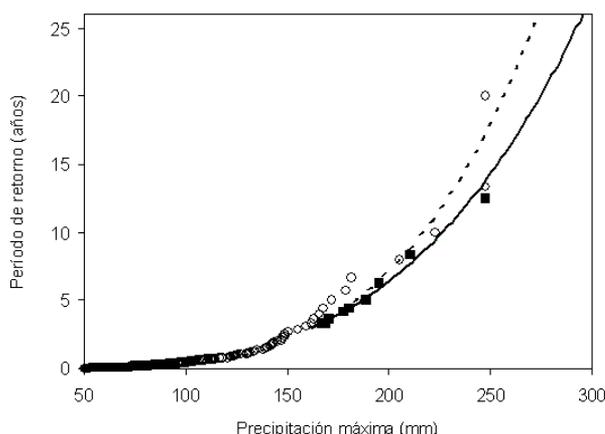
Para diseñar una curva de precipitaciones extremas se consideró un umbral que fuese superado en el 0,05% de los días del período 1950-2008. Concretamente el umbral se fijó en 150 mm en 24 h, con lo cual se encontraron 14 días en los que en alguna estación se había superado dicho umbral. Esos 14 registros se corresponden con 11 estaciones con una elevada pluviometría media, situadas en el norte y nordeste del País Vasco. Por lo tanto, para estimar los períodos de retorno se analizaron conjuntamente los 14 casos. Sin embargo, para

estimar la distribución temporal media sólo se dispone del índice  $n$  para 5 de los 14 episodios extremos (Tabla 1).

Se dispone de casos suficientes (14) para ajustar los períodos de retorno empíricos (Ecuación 5) a unas acumulaciones teóricas (Ecuación 6), y obtener el valor del parámetro  $m$  según la Ecuación 2; en ese caso se obtiene como resultado la Ecuación 10. Sin embargo también es posible tratar conjuntamente los 14 casos para obtener un valor medio de la precipitación máxima esperada y del período de retorno. De ese modo es posible usar la misma ecuación pero suponiendo que el valor de  $m$  es igual a  $0,24 \pm 0,02$  (valor medio para el conjunto de la Península Ibérica, según Moncho et al., 2009). En ese caso se obtiene como resultado la Ecuación 11. Para ambas estimaciones se considera que el índice  $n$  tiene como valor la media de los episodios de la Tabla 1, es decir  $n = 0,63 \pm 0,06$ .

$$P_{max} \approx 117 \text{ mm} \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{0,28} \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-0,63} \tag{10}$$

$$P_{max} \approx 125 \text{ mm} \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{0,24} \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-0,63} \tag{11}$$



**Figura 5.** Comparación entre la precipitación diaria máxima (círculos) del conjunto de 31 estaciones (período 1961-2000) y la precipitación extrema (cuadrados) obtenida a partir de las Ecuaciones 5 y 6, para el conjunto de 11 estaciones que han superado el umbral considerado (150 mm en 24 h) en el período 1950-2008. La línea continua es el ajuste de la Ecuación 10 a la precipitación extrema, con parámetros  $m = 0,28 \pm 0,06$  y  $P_o(t_o) = 117 \pm 10$  mm, mientras que la línea discontinua viene de ajustar la Ecuación 11, con parámetros  $m = 0,24 \pm 0,06$  y  $P_o(t_o) = 125 \pm 9$  mm (intervalo de error del 95%).

donde  $P_{max}$  es la acumulación máxima para un período de retorno  $\rho$  y una duración  $t$ , mientras que se ha escogido un período de referencia  $\rho_o$  de un año y una duración  $t_o$  de un día. Es importante destacar que la curva resultante de ajustar el valor de  $m$  (Ecuación 10) presenta unos valores de precipitación más extremos que la curva promediada (Ecuación 11), tal y como se aprecia en la Figura 5.

Se repitieron los cálculos para las 10 estaciones con registros de pluviometría extrema más baja, y se obtuvo que la precipitación máxima diaria con un período de retorno de 1 año es de  $P_o(t_o) = 71 \pm 5$  mm con parámetro  $m = 0,23 \pm 0,05$ . Es decir, aplicando la Ecuación 2, la media para una estación es de  $P_o(t_o) = 42 \pm 2$  mm en un día, con un retorno de un año. La ubicación de las 10 estaciones se encuentra repartida en el sur de la provincia de Álava, lo cual es coherente también con los registros de precipitación media anual (Martín-Vide, 2004).

## 4 Discusión

### 4.1 Elección de la metodología

Las estaciones pluviométricas con disponibilidad diaria del País Vasco presentan en general una serie corta de registros, por lo que resulta muy difícil estimar el período de retorno de las precipitaciones extremas. Por ello en este trabajo se optó por estudiar de forma conjunta las estaciones disponibles, tanto analizando todas las estaciones

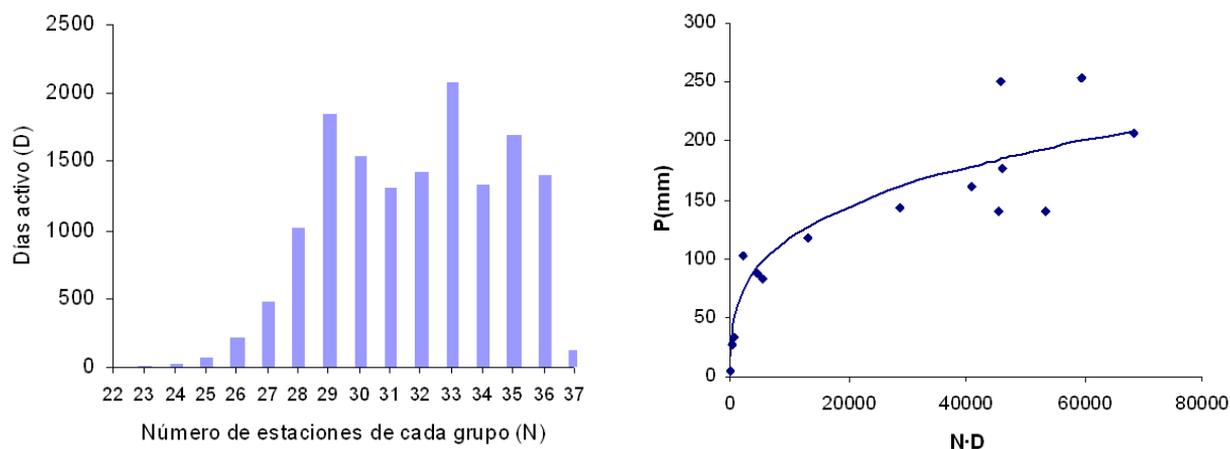
como tratando por separado el conjunto de estaciones más extremas y las menos extremas. De ese modo, se aumenta el número de medidas computables en una determinada estadística, lo que equivale a disponer de series mucho más largas (número de estaciones independientes por número de años). Sin embargo, debido a la propia naturaleza de la precipitación extrema, a menudo los modelos probabilísticos presentan dificultades para reproducir satisfactoriamente los períodos de retorno más elevados. En este trabajo se escogió la Distribución Potencial o de Pareto por ser una de las que mejores resultados presentaba y por ser la más sencilla matemáticamente. Esto facilita la interpretación de los resultados mediante curvas IDF matemáticamente explícitas que requieren pocos parámetros. En otros modelos como GEV, SQRT-ET<sub>max</sub>, Gumbel, etc., para cada duración diferente se necesitan 2 o 3 parámetros (Ferrer, 1996; Pereyra-Diaz et al., 2004) y, por lo tanto, requieren un gran número de parámetros para escribir de forma general las curvas IDF representativas de cualquier duración.

La forma potencial de la curva IDF necesita únicamente tres parámetros ( $P_o$ ,  $m$ ,  $n$ ) para representar toda la distribución temporal posible de las precipitaciones máximas, para un determinado conjunto de  $N$  estaciones y para un período de retorno  $\rho$ . Por otro lado, la razón por la que se escoge un período de referencia  $\rho_o$  de un año responde a motivos de simplicidad matemática (las ecuaciones resultan más sintéticas), pero habitualmente las ecuaciones se aplican para períodos de retorno superiores a 10 años.

### 4.2 Efecto del número de estaciones

Para la estadística conjunta de todo el País Vasco, se ha aplicado una corrección de la probabilidad acumulada en función del número variable de estaciones, estimando las precipitaciones máximas diarias probables que se habrían registrado si el número de estaciones hubiese sido constante en 31 (de acuerdo con la Ecuación 4). De este modo se pretende evitar la sobrestimación o subestimación de la probabilidad de algún registro llevado a cabo en un determinado grupo de estaciones diferente de la media.

La relación de la probabilidad en función del número de estaciones activas puede entenderse en la Figura 6. Teniendo en cuenta el número de días,  $D$ , con el que se dispone de  $N$  estaciones activas (Figura 6a), la precipitación máxima obtenida depende del número total de registros (producto de las  $N$  estaciones por los  $D$  días en los que se encuentran activas), según la Ecuación 4, con  $m = 0,30 \pm 0,05$  y  $P_o = 7 \pm 1$  mm para 1 día-estación, lo cual se corresponde con  $44 \pm 6$  mm para 1 año-estación. Si se compara con la curva de la Figura 4a, se aprecia que el valor se aproxima bastante al de referencia de 58 mm para 1 año-estación. La diferencia entre ambos valores puede deberse a que en la Figura 6b se ha considerado que todos los grupos presentan la misma probabilidad de registrar un máximo, lo cual a priori no es cierto. Por lo tanto, parece que la hipótesis inicial de que la



**Figura 6.** (a) (izquierda) Número de días,  $D$ , en los que encontramos  $N$  estaciones activas. (b) (derecha) Precipitación máxima en un día registrada en cada grupo, y comparación con el producto  $N \cdot D$  (número de estaciones y duración de cada uno de dichos grupos). La curva ajustada se corresponde al modelo de la Ecuación 4, donde  $m = 0,30 \pm 0,05$  y  $P_o = 7,4$  mm para un  $N_o \cdot D_o$  de referencia igual a 1 estación por un día.

**Tabla 2.** Valores de los ajustes a las curvas IDF para la estación de Bilbao-Sondica y San Sebastián-Igueldo, según Moncho et al. (2009). Donde  $n_{med}$  es el valor medio del índice  $n$ , mientras que los tiempos de referencia son 60 minutos para la duración ( $t_o$ ) y 25 años para el período de retorno ( $\rho_o$ ).

Estación	$P(t_o, \rho_o)'$	$m$	$\varepsilon(m)$	$n_{med}$	$\varepsilon(n_{med})$
1024E San Sebastián Igueldo	45,5	0,23	0,02	0,63	0,03
1082 Bilbao Sondica	35,8	0,24	0,02	0,574	0,002

probabilidad depende del número de estaciones queda justificada.

Atendiendo a las curvas extremas correspondientes al grupo de 11 estaciones que han registrado las precipitaciones récords (Ecuaciones 10 y 11), es posible compararlas con las curvas IDF estimadas para las estaciones de Bilbao-Sondica y San Sebastián-Igueldo (Tabla 2). En esa comparación se aprecia que el índice  $n$  de dichas estaciones es compatible con el obtenido para los récords del País Vasco ( $0,63 \pm 0,06$ ), especialmente el de la estación de San Sebastián-Igueldo, que presenta la mayor acumulación máxima en 1 hora. Concretamente, la acumulación correspondiente a un día para la misma estación es de 147 mm para un período de retorno de 25 años (Ecuación 2). Para un período de retorno de 1 año, dicho valor se corresponde con 70 mm, asumiendo  $m = 0,23$ , lo cual es casi la mitad que el valor 125 mm de la Ecuación 11.

Esa diferencia se debe a que la Ecuación 11 se corresponde a una estadística de 11 estaciones, no de una estación, por lo que la probabilidad conjunta de registrar un máximo aumenta notablemente. Nuevamente, si se aplica la Ecuación 4, es posible predecir que el valor de 125 mm se corresponde con  $N/N_o = 11 \pm 2$  respecto a Igueldo. En otras palabras, es posible interpretar que el número eficiente de estaciones independientes del grupo de 11 estaciones es

del orden de 11, o muy cercano, respecto a Igueldo. Si se aplica esa misma relación con la estadística media de todas las estaciones ( $58 \pm 2$  mm en 1 día al año), se obtiene que son necesarias un conjunto de  $30 \pm 4$  estaciones con la estadística media para igualar la estadística del grupo de las 11 estaciones compatibles con la de Igueldo, lo cual es lógico porque la estadística de todas las estaciones (31) incluye los registros de las 11 estaciones récord.

Por lo tanto, podría pensarse que las 11 estaciones son suficientes para reproducir casi toda la estadística máxima del grupo total de estaciones diarias. Sin embargo sería conveniente analizar detenidamente las series diarias de dichas estaciones así como las del resto del País Vasco para estimar una función del número efectivo de estaciones independientes, en relación al número total de estaciones de cada grupo aleatorio ( $N$ ).

Como ejemplo de aplicación de los resultados obtenidos, se ha estimado el período de retorno de la precipitación de 503 mm registrados en 24 h durante el 26 de agosto de 1983 en Larraskitu (Ugarte y González, 1984), y se ha obtenido que es de  $300 \pm 150$  años (95% de confianza) para el conjunto de las 11 estaciones con pluviometría más extrema. Teniendo en cuenta que en el 9 de enero de 1875 se registraron 495 mm en 24 h (AEMet, 2010) en la estación principal de Bilbao (1859-1920), se corrobora que la repeti-

tividad de los 500 mm en 24 h en el País Vasco es bastante baja.

### 4.3 Distribución espacial

Respecto a la distribución espacial de la precipitación máxima del País Vasco, este trabajo se limita a estimar el intervalo de valores generales sin entrar en gran detalle, porque se considera que la longitud individual de las series analizadas (40 años) es insuficiente, al menos con esta metodología, para estimar de forma adecuada la variabilidad espacial referida a un mismo período de estudio y con una representación climática real. Por lo tanto, como se comentaba anteriormente, una alternativa es simular una mayor longitud temporal combinando las estadísticas de varias estaciones, o bien, también es posible estimar las curvas IDF para pocas estaciones e intentar interpolar la distribución espacial con la ayuda de variables orográficas predictoras. Por ejemplo, usando las series de los pluviógrafos de Igeldo, Bilbao y otras de las comunidades autónomas cercanas (Moncho et al., 2009), se estimó que en el País Vasco la precipitación máxima oscila entre 30 y 50 mm en una hora para un período de retorno de 25 años (Anexo B), lo cual se corresponde con valores de entre 40 y 70 mm en 24 h con un período de retorno de 1 año, es decir, una media de unos 55 mm en 24 h. Esto es compatible con el valor obtenido en este trabajo de  $P_o = 58 \pm 2$  mm, referido a una estación, empleando  $m = 0,24 \pm 0,02$ .

Ese mismo valor de  $P_o = 58 \pm 2$  mm (con retorno igual a un año) implica que para un período de retorno de 10 años la precipitación máxima esperada para una estación es de unos 100 mm, en promedio. Esto está en concordancia con Pérez-Cueva (1983), que obtiene una precipitación máxima para el mismo período de retorno que oscila entre los 70 mm del sur de Álava y los 150 mm de Guipuzcoa. Además de la coincidencia en el valor medio, cabe destacar también que dicho intervalo de valores es prácticamente coincidente en los tres trabajos, es decir, cabe esperar que en el País Vasco la precipitación máxima en un día oscila entre los 40 y los 70 mm en un período de retorno de 1 año, o lo que es lo mismo, entre 70 y 150 en un período de 10 años.

## 5 Conclusiones

De los registros de las 43 estaciones de disponibilidad diaria (498 092 datos) se ha analizado la precipitación máxima de cada día desde 1961 hasta 2000, y se ha estimado la distribución de probabilidad diaria asociada. Con ello se ha comprobado que los modelos habituales de distribución de probabilidad no se ajustan adecuadamente a dicha curva (Kolmogorov-Smirnov es mayor de 0,1 en todos ellos, con 95% de confianza y 878 clases consideradas). Sin embargo, analizando la serie a partir de un cierto umbral extremo (115 mm en 24 h), los modelos presentan una notable mejoría, sobre todo en el caso del modelo de Distribución Potencial (error medio del 1,4%).

Se ha observado que la precipitación máxima registrada en un conjunto de estaciones depende del número de estaciones perteneciente al conjunto. En una primera aproximación se puede considerar que en el País Vasco las estaciones con disponibilidad diaria presentan una probabilidad prácticamente independiente de registrar un extremo de precipitación. Sin embargo, se vio que para la probabilidad media, el número de estaciones era suficientemente constante en el tiempo, ya que la corrección de la probabilidad no incorporó cambios significativos en los parámetros ajustados.

Finalmente, se propone una expresión matemática para estimar la precipitación máxima esperada para un período de retorno  $\rho$  (en años) igual o superior a 10 años, con una duración  $t$  (en días) superior a 1 minuto, y para un conjunto de  $N$  estaciones independientes, según:

$$P_{max} \approx P_o (N\rho)^m t^{1-n} \quad (12)$$

donde  $m = 0,23 \pm 0,02$ ,  $n = 0,63 \pm 0,06$ , mientras que el factor de escala,  $P_o$ , depende de si se considera el conjunto de todas las estaciones del País Vasco ( $P_o = 58 \pm 2$  mm) o si se considera una zona en concreto, cuya pluviometría difiera significativamente de la media: para la zona más lluviosa (norte y nordeste del País Vasco) se obtiene que  $P_o = 71 \pm 5$  mm, mientras que para la zona menos lluviosa (sur de Álava) se obtiene que  $P_o = 42 \pm 2$  mm. Este modelo presenta importantes ventajas sobre el resto ya que incorpora la dependencia con el tiempo y con el número de estaciones usando sólo 3 parámetros ajustables.

**Agradecimientos.** Roberto Moncho ha sido beneficiario de la beca Iñaki Goenaga de la Fundación Centros Tecnológicos, sin la cual este trabajo no hubiera podido ser posible. Además, agradecemos la colaboración de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET) y en especial de Margarita Martín, Directora de la Delegación Territorial de AEMET en el País Vasco, por aportarnos los datos meteorológicos necesarios para elaborar este estudio. Así mismo, cabe agradecer los comentarios de Guillem Chust (AZTI). Este trabajo se enmarca en un proyecto financiado por el Programa de subvenciones Ertortek del Gobierno Vasco (proyecto *K-Egokitzen II*).

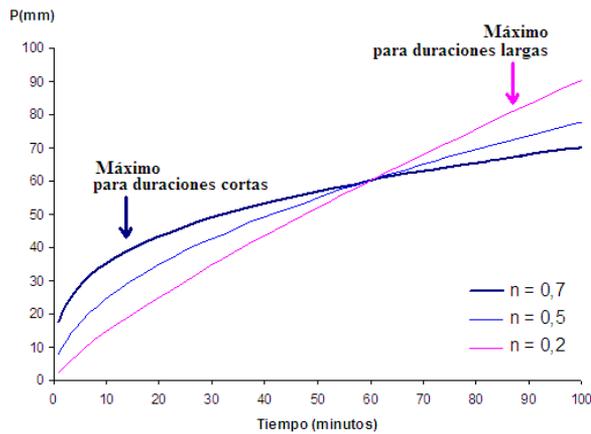
## Anexo A Distribución temporal de la precipitación

La variable pluviométrica más empleada en hidrología es la intensidad media máxima, sobre todo en las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (Témez, 1978). La intensidad media máxima se define como el cociente entre la acumulación máxima para cada intervalo de tiempo y dicho intervalo de tiempo, es decir:

$$I(t) \equiv \frac{P(t)}{t} \quad (A1)$$

donde  $P(t)$  es la acumulación máxima en un tiempo  $t$ , y  $I(t)$  es la intensidad media máxima en un tiempo  $t$ . Según Chow (1962), la intensidad media máxima puede ajustarse a una función tri-paramétrica según:

$$I(t) = \frac{a}{t^n + b} \quad (A2)$$



**Figura A1.** Comparación entre tres tipos de distribución temporal de la precipitación, según tres valores diferentes para el índice  $n$ , tomando como acumulación de referencia los 60 mm en una hora que, según la Agencia Estatal de Meteorología, representa el umbral de torrencialidad en España.

donde  $a$ ,  $b$  y  $n$  son los parámetros ajustables para cada caso. Y esta ecuación, a su vez puede reescribirse como:

$$\frac{\frac{I_{max}(0)}{I(t)} - 1}{\frac{I_{max}(0)}{I_o(t_o)} - 1} = \left(\frac{t}{t_o}\right)^n \quad (A3)$$

donde  $I_{max}(0)$  es la intensidad media máxima absoluta (en el tiempo cero, como referencia),  $I_o(t_o)$  es la intensidad media máxima de duración arbitraria  $t_o$ , y  $I(t)$  es la intensidad media máxima en la duración de interés  $t$ . Y puesto que en el instante de máxima intensidad se tiene que en general  $I_{max}(0) \gg I(t)$ , entonces la Ecuación A3 se puede aproximar a la relación matemática:

$$I \approx I_o(t_o) \left(\frac{t_o}{t}\right)^n \quad (A4)$$

Esta aproximación es válida para cualquier episodio de precipitación y para cualquier escala temporal igual o superior al minuto (Moncho, 2008). Además, tomando la Ecuación A1, se puede reescribir la Ecuación A4 para la acumulación máxima  $P(t)$ , en un tiempo  $t$ , según:

$$P(t) \approx P_o(t_o) \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \quad (A5)$$

donde  $P(t_o)$  es la acumulación máxima en un tiempo de referencia  $t_o$ . Cabe destacar que el parámetro  $n$  contiene información sobre la tipología de la precipitación (Moncho et al., 2009). Así, por ejemplo, los valores bajos de  $n$  están relacionados con mayor persistencia de la intensidad que los valores altos de  $n$  (ver Figura A1).

## Anexo B Distribución probabilística de la precipitación

Definiendo  $\Pi(p \geq P)$  como la probabilidad de que en un año se produzca una precipitación máxima  $p$  (de una cierta duración) igual o superior a  $P$ , entonces se tiene que la Distribución Potencial o de Pareto es:

$$\begin{aligned} \Pi(p \geq P) &= 1 && \text{si } P < P_1 \\ \Pi(p \geq P) &= \left(\frac{P_1}{P}\right)^{\frac{1}{m}} && \text{si } P \geq P_1 \end{aligned} \quad (B1)$$

donde  $m$  es un parámetro positivo y  $P_1$  es la precipitación máxima esperada para un año, con la misma duración que  $P$ .

El período de retorno superior a un año,  $\rho(P)$ , se define como la inversa de la probabilidad  $\Pi(p \geq P)$ . Por lo tanto, dividiendo entre el período de retorno  $\rho_o(P_o)$  de la acumulación de referencia  $P_o$ , la Ecuación B1 se puede escribir como:

$$\frac{\rho_o(P_o)}{\rho(P)} \approx \left(\frac{P_o}{P}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (B2)$$

Invirtiendo la Ecuación B2, se puede escribir la precipitación esperada para cada período de retorno,  $P(\rho)$ , según:

$$P(\rho) \approx P_o(\rho) \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \quad (B3)$$

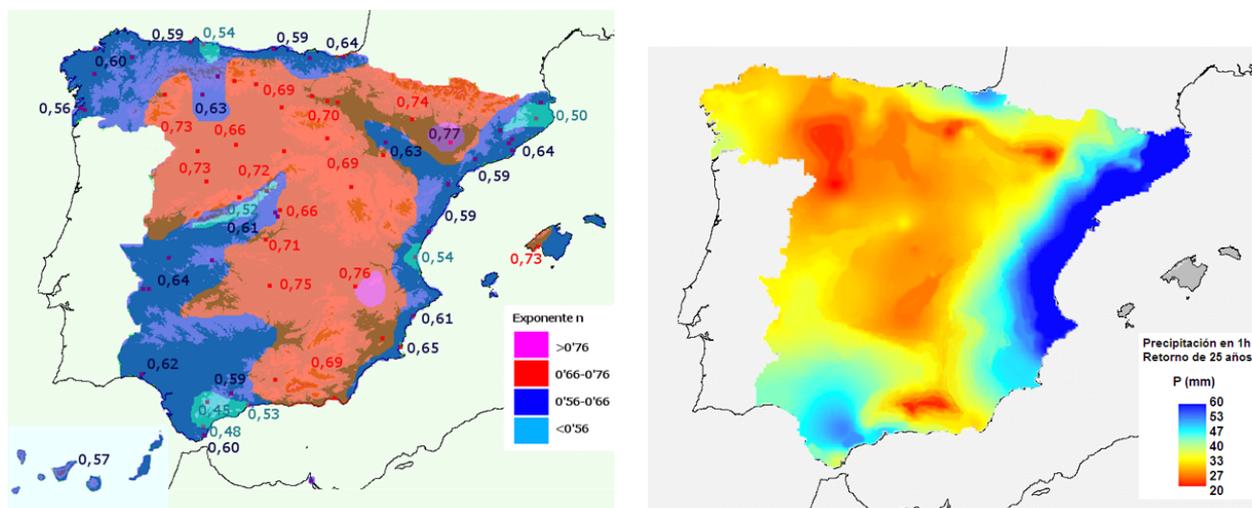
Finalmente, considerando simultáneamente la Ecuación A5 y B3, se obtiene una expresión general para una acumulación máxima  $P$ , asociada a un período de retorno  $\rho$  y una duración  $t$ :

$$P(\rho, t) \approx P_o(\rho_o, t_o) \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^m \left(\frac{t}{t_o}\right)^{1-n} \quad (B4)$$

Esta ecuación requiere únicamente de tres parámetros,  $m$ ,  $n$  y  $P_o(\rho_o, t_o)$ ; al contrario que la distribución comúnmente más empleada, la SQRT-ET<sub>max</sub> (Etoh et al., 1986), que requiere ajustar dos parámetros para cada tiempo. Además, el parámetro  $m$  es aproximadamente constante para el conjunto de la Península ( $0,24 \pm 0,06$ , Moncho et al., 2009), y el resto de parámetros es conocido (Figura B1).

## Referencias

AEMet, 2010: Valores climáticos extremos, Agencia Estatal de Meteorología (WEB), 11/VI/2010.  
 Anderson, T. W. y Darling, D. A., 1952: *Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes*, *Annals of Mathematical Statistics*, **23**, 193–212.  
 Begueria, S., 2005: *Uncertainties in partial duration series modelling of extremes related to the choice of the threshold value*, *J Hydrol*, **303**, 215–230.  
 Ben-Zvi, A., 2009: *Rainfall intensity-duration-frequency relationships derived from large partial duration series*, *J Hydrol*, **367**, 104–114, ISSN: 0022–1694.



**Figura B1.** (a) (izquierda) Distribución espacial del índice  $n$  de la Ecuación B4, donde se distingue entre los climas con lluvias máximas persistentes (azul) y antipersistentes (rojo). (b) (derecha) Precipitación máxima en una hora con un período de retorno puntual de 25 años (Moncho et al., 2009).

- Chow, V. T., 1962: Hydrological determination of waterway areas for the design of drainage structures in small drainage basins, Engineering Experimental Station, Bulletin 462, University of Illinois, Urbana, USA.
- Corder, G. W. y Foreman, D. I., 2009: Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach, Wiley, ISBN: 978047045461.
- de Salas, L. y Fernández, J. A., 2006: Nueva metodología para el análisis de la variable intensidad máxima anual de precipitación, *Ecología*, **20**, 35–44.
- Etoh, T., Murota, A., y Nakanishi, M., 1986: SQRT-Exponential Type Distribution of Maximum, Hydrologic Frequency Modelling, V. P. Shing (Ed.), Reidel Pub. Com, Louisiana State University, USA, Proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, 14-17 May 1986, 253-264.
- Ferrer, F. J., 1996: El modelo de función de distribución SQRT-ET<sub>max</sub> en el análisis regional de máximos hidrológicos: aplicación a lluvias diarias, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.
- Font-Tullot, I., 2000: Climatología de España y Portugal, Universidad de Salamanca, 2a Edición, 422 pp.
- Kundzewicz, Z. W. y Robson, A., 2000: World Climate Programme - Water detecting trend and other changes in hydrological data, United Nations Educational Scientific and Cultural Org., Geneva, May, WCDMP, 45 WMO/TD - No. 1013 (PDF).
- Lana, X., Burgueño, A., Martínez, M. D., y Serra, C., 2009: A review of statistical analyses on monthly and daily rainfall in Catalonia, *Tethys*, **6**, 15–29, doi: 10.3369/tethys.2009.6.02.
- Llasat, M. C., Ramis, C., y Barrantes, J., 1996: *The meteorology of high-intensity rainfall events over the West Mediterranean region*, *Remote Sensing Reviews*, **14**, 51–90.
- Marco, J., 1999: Análisis Hidrológico y sus implicaciones en la planificación de una defensa integral frente a las inundaciones de la Ribera del Júcar, CONFEDERACIÓN HIDROGRÁFICA DEL JÚCAR: Estrategias de actuación en la zona inundable de la Ribera del Júcar, Ponencias Técnicas, Volumen I, Alzira, 29-30/III/1999.
- Martín-Vide, J., 2004: *Spatial distribution of a daily precipitation concentration index in peninsular Spain*, *Int J Climatol*, **24**, 959–971, doi: 10.1002/joc.1030.
- Ministerio de Fomento, 1999: Máximas lluvias diarias en la España Peninsular, Ministerio de Fomento, Madrid, ISBN: 978-84-498-0419-9 (PDF).
- Moncho, R., 2008: *Análisis de la intensidad de precipitación. Método de la intensidad contigua*, RAM3, **Enero**.
- Moncho, R., Belda, F., y Caselles, V., 2009: *Climatic study of the exponent n of the IDF curves of the Iberian Peninsula*, *Tethys*, **6**, 3–14, doi: 10.3369/tethys.2009.6.01.
- Pereyra-Díaz, D., Pérez-Sesma, J. A. A., y Gómez-Romero, L., 2004: *Ecuaciones que Estiman las curvas Intensidad-Duración-Período de retorno de la lluvia*, *GEOS*, **24**, 46–56 (PDF).
- Pérez-Cueva, A., 1983: *Precipitaciones extraordinarias en la España Peninsular*, *Agricultura y sociedad*, **28**, 189–203, ISSN: 0211–8394 (PDF).
- Ruiz-Urrestarazu, E., 1983: Estado actual de las fuentes de los datos climáticos en Álava, Guipúzcoa y Vizcaya y su posible planificación, Eusko Ikaskuntza (Ed.), Encuentro de Geografía Euskal Herria-Catalunya, Donostia-San Sebastián, 395–419, ISSN: 0212-3223 (PDF).
- Siegel, S., 1986: Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la Conducta, Editorial Trillas, México D.F.
- Soro, G. E., Goula Bi, T. A., Kouassi, F. W., y Srohourou, B., 2010: *Update of intensity-duration-frequency curves for precipitation of short durations in tropical area of West Africa (Cote D’Ivoire)*, *J Appl Sci*, **10**, 704–715, doi: 10.3923/jas.2010.704.715.
- Témez, J. R., 1978: Cálculo Hidrometeorológico de caudales máximos en pequeñas cuencas naturales, Dirección General de Carreteras, Madrid, p. 111.
- Ugarte, F. M. y González, J. A., 1984: *Precipitaciones de agosto de 1983 en la cuenca del río Oka (ría de Mundaka-Vizcaya): repercusiones geomorfológicos*, Cuadernos de investigación geográfica, **10**, 201–214, 7 Ref., ISSN: 0211–6820 (PDF).