

# REVISIÓN DE LOS ALGORITMOS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE EN METROLOGÍA ÓPTICA

## A REVIEW OF PHASE-SHIFTING ALGORITHMS IN OPTICAL METROLOGY

*Benito V. Dorrío*

Departamento de Física Aplicada, Universidade de Vigo  
Lagoas-Marcosende, 9. 36200-Vigo

### RESUMEN

Se estudian en detalle los Algoritmos de Desplazamiento de Fase (ADF) empleados habitualmente en el análisis de patrones de franjas. Estos algoritmos proporcionan la fase óptica combinando apropiadamente una serie de valores de intensidad desplazados en fase, obtenidos mediante la modulación en fase de uno o varios patrones de franjas. Este trabajo presenta una posible clasificación de los ADF, sus errores asociados y las diversas estrategias que pueden ser empleadas para modular en fase los necesarios valores de intensidad desplazados en fase.

**Palabras clave:** Metrología Óptica, Métodos de Evaluación de la Fase, Proceso de Análisis de Patrones de Franjas, Algoritmos de Desplazamiento de Fase, Error en la Fase Óptica.

### ABSTRACT

The Phase-Shifting Algorithms (PSAs), usually employed in fringe pattern analysis, are studied in detail. These algorithms provide the optical phase by a proper combination of phase-shifted intensity values, obtained by the modulation of one or several fringe patterns. This work presents a possible classification of PSAs, their associated errors and the different strategies available for the phase modulation of the necessary phase-shifted intensity values.

**Key words:** Optical Metrology, Phase Evaluation Methods, Fringe Pattern Analysis Process, Phase-Shifting Algorithms, Optical Phase Error.

## 1. INTRODUCCIÓN

Una buena parte de las diferentes técnicas que conforman la Metrología Óptica proporcionan la información del mensurando a través de la fase óptica en forma de variaciones espaciales de intensidad, los denominados patrones de franjas. El proceso de decodificación que proporciona la distribución espacial de la fase óptica (el mapa de fase) empleando uno o varios de estos patrones de franjas se denomina habitualmente Método de Evaluación de la Fase y constituye una importante herramienta mensural en tanto en cuanto suministra la información del mensurando, definida habitualmente en un espacio bi o tridimensional, en un formato bidimensional. Esto último ha contribuido al empleo de estos métodos, desde los albores de la Óptica, en la medida de diversas magnitudes físicas en múltiples campos de la ciencia y de la ingeniería. Sin embargo, su uso ha estado inhibido durante un largo periodo de tiempo por la necesidad de llevar a cabo el proceso de forma manual, en donde en un principio, la cuantificación de la fase se realizaba mediante la localización de los puntos extremos de los patrones de franjas observados directamente o previamente fotografiados. Estas medidas tediosas y rutinarias resultaban poco eficaces debido a la gran cantidad de medidas realizadas a mano y a la necesidad de distinguir por parte del mensurador entre datos de franjas reales y ruido presente en el patrón. La posterior aparición en la década de los 60 de cámaras de TV de estado sólido y computadores permitió la adquisición y almacenamiento de los patrones de franjas en un formato adecuado para su posterior manipulación. Esto permitía, mediante programas de computador específicamente desarrollados, la realización de medidas rápidas y promediadas, con el fin de aumentar el contraste, reducir el ruido y localizar más fácilmente los puntos extremos del patrón. Estas técnicas iniciales fueron rápidamente superadas por las nuevas técnicas de procesamiento de imagen a mediados de la misma década que proporcionaban el mapa de fase directamente. El desarrollo de computadores en términos de velocidad y capacidad de almacenamiento, así como su abaratamiento, universalizó el uso de estas técnicas y propició su vertiginoso desarrollo, siendo actualmente una de las herramientas metrológicas más potentes y que presenta una mayor versatilidad respecto a sus campos de aplicación.

Por todo ello, los métodos de evaluación de patrones de franjas se han convertido en uno de los principales tópicos de investigación a nivel mundial en el campo de la Metrología Óptica, siendo muy numeroso el conjunto de los grupos investigadores que dedican actualmente sus esfuerzos a diseñar nuevos métodos, mejorar los ya existentes o implantarlos en nuevas aplicaciones. Esto queda puesto de manifiesto analizando, desde finales del siglo pasado, el aumento del número de publicaciones referidas a los mismos, vertiginoso sobre todo a partir de la década de los 80, en comparación con otros tópicos en Metrología Óptica<sup>1</sup>.

Los métodos de evaluación pueden ser completamente clasificados en dos grandes grupos atendiendo<sup>2</sup> a la necesidad de una portadora espacial como elemento básico del método (Tabla I). De esta forma, podemos distinguir entre: a) métodos con portadora espacial como el Método de Desplazamiento de Fase con Portadora Espacial<sup>3</sup> (MDFPE), la Detección Síncrona Espacial<sup>4</sup> (DSE), Método Moiré Lógico<sup>5</sup> (MML), el Método Moiré Multiplicativo Analógico<sup>6</sup> (MMMA), la Evaluación por Transformada de Fourier<sup>7</sup> (ETF), el Método de Ajuste Sinusoidal<sup>8</sup> (MAS) o el Método de los Sistemas Dependientes de los Datos<sup>9</sup> (MSDD); y b) métodos sin portadora espacial como el Método Temporal de Desplazamiento de Fase<sup>10</sup> (MTDF), el Método Espacial de Desplazamiento de Fase<sup>11</sup> (MEDF), la Detección Síncrona<sup>12</sup> (DS), el Método Heterodino<sup>13</sup> (MH), la Interferometría con Realimentación de la Fase de Referencia<sup>14</sup> (IRFR) o el Método de Modulación Sinusoidal de la Fase<sup>15</sup> (MMSF). La mayor parte de ellos asume una dependencia sinusoidal entre la intensidad y la fase, no existiendo un método que sea apropiado en todas las situaciones. Así mientras la mayoría de los métodos con portadora espacial hacen uso de un único patrón de fran-

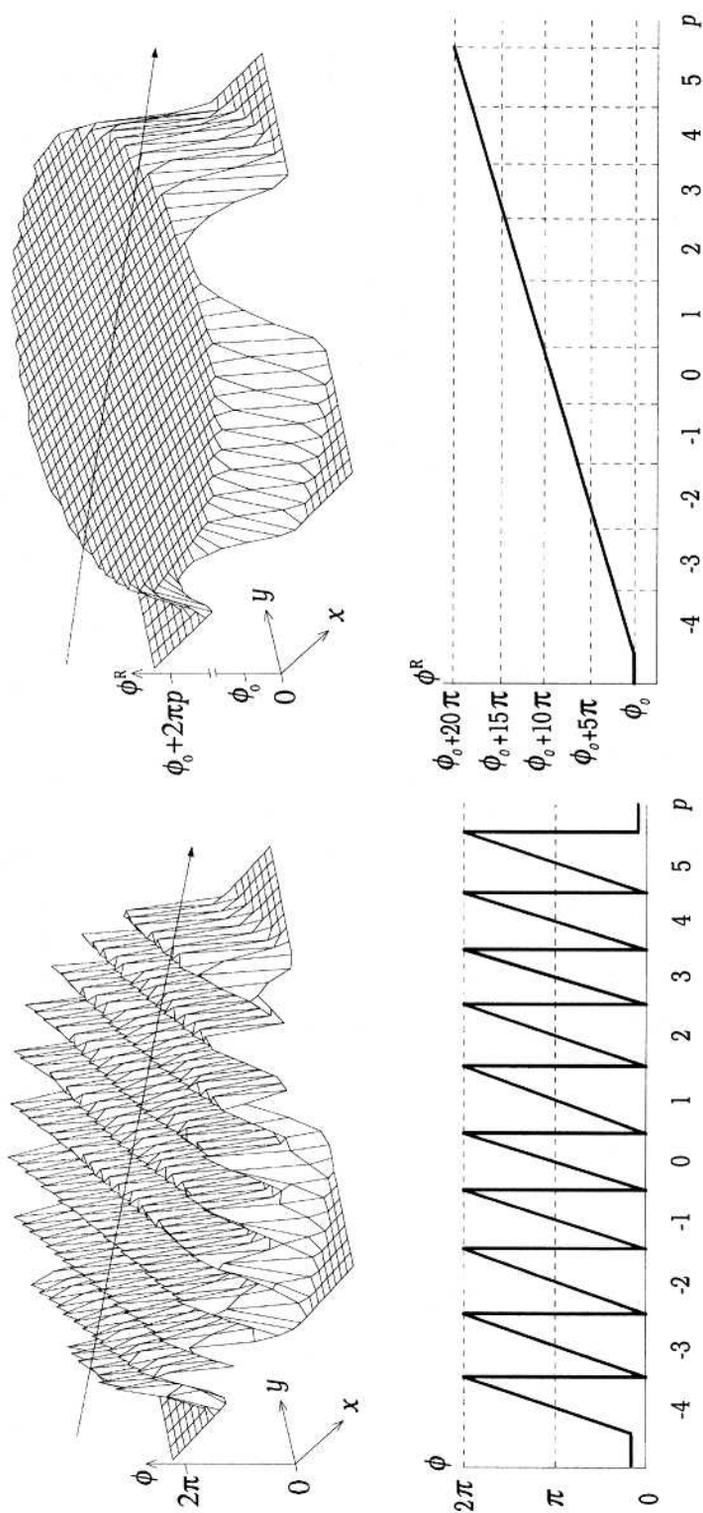
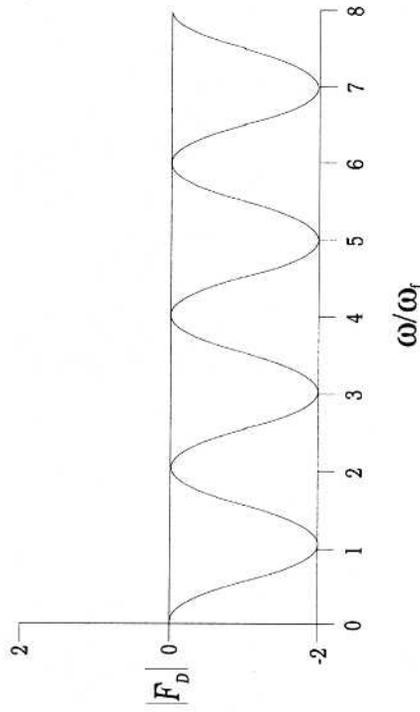
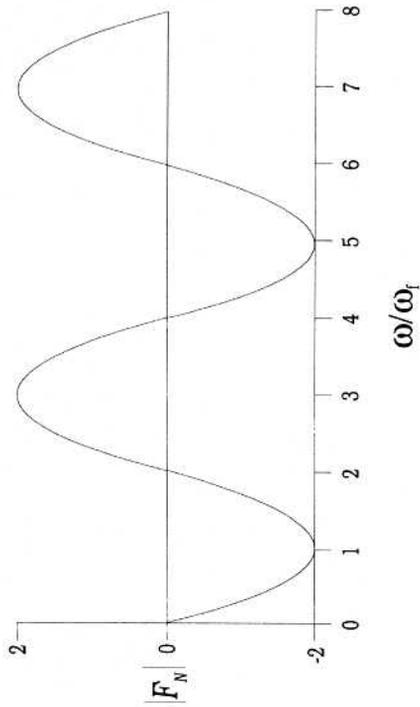


FIGURA 5. Proceso tridimensional de reconstrucción de la fase (arriba) y de la línea señalada (abajo)



$$F_N(\omega) = -2j \operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{2}(\omega / \omega_f)\right] \exp[-j\pi(\omega / \omega_f)] \quad F_D(\omega) = \{-1 + \cos[\pi(\omega / \omega_f)]\} \exp[-j\pi(\omega / \omega_f)]$$

FIGURA 4. Representación gráfica en el espacio recíproco del algoritmo de Schwider-Hariharan. Amplitud de las correspondientes funciones filtro  $F_N(\omega)$  y  $F_D(\omega)$  respecto a la frecuencia normalizada  $\omega/\omega_f$

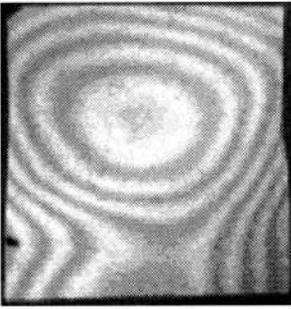
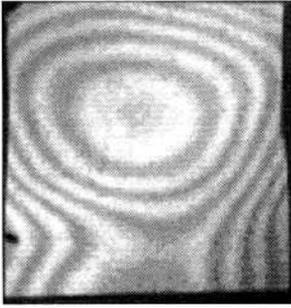
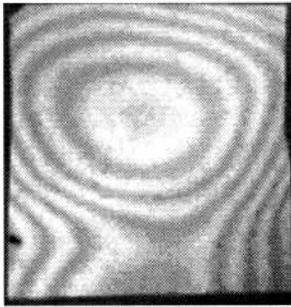
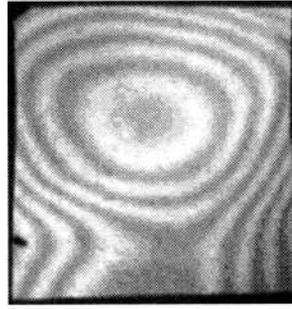
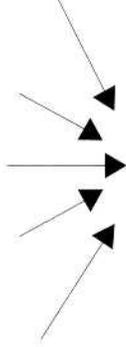
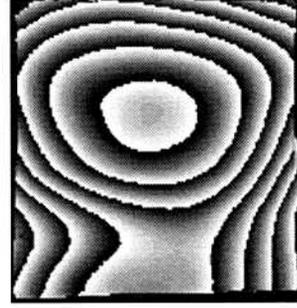
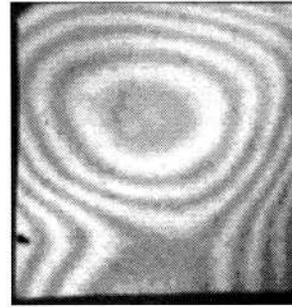
 $i_4(x,y)$  $i_3(x,y)$  $i_2(x,y)$  $i_5(x,y)$  $5,90^\circ \phi(x,y)$  $i_1(x,y)$ 

FIGURA 3. Patrones de franjas de una oblea de Si desplazados una diferencia de fase relativa  $\alpha_i$  constante e igual a  $\pi/2$  rad que son combinados mediante el algoritmo de Schwider-Hariharan para obtener el mapa de fase que se muestra en la parte inferior.

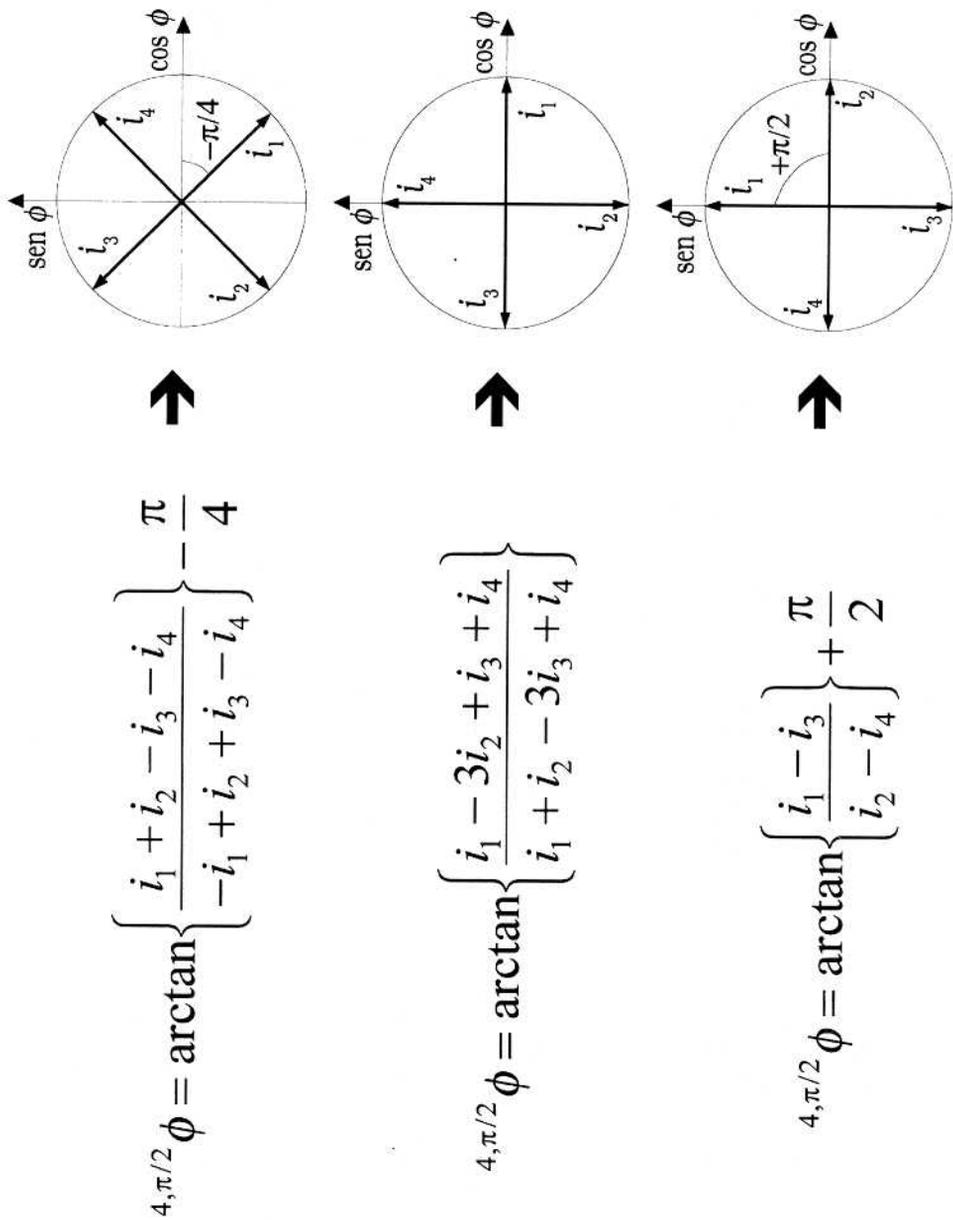


FIGURA 2. Representación gráfica de diferentes ADF en función de diagramas de fasores en el espacio de intensidades

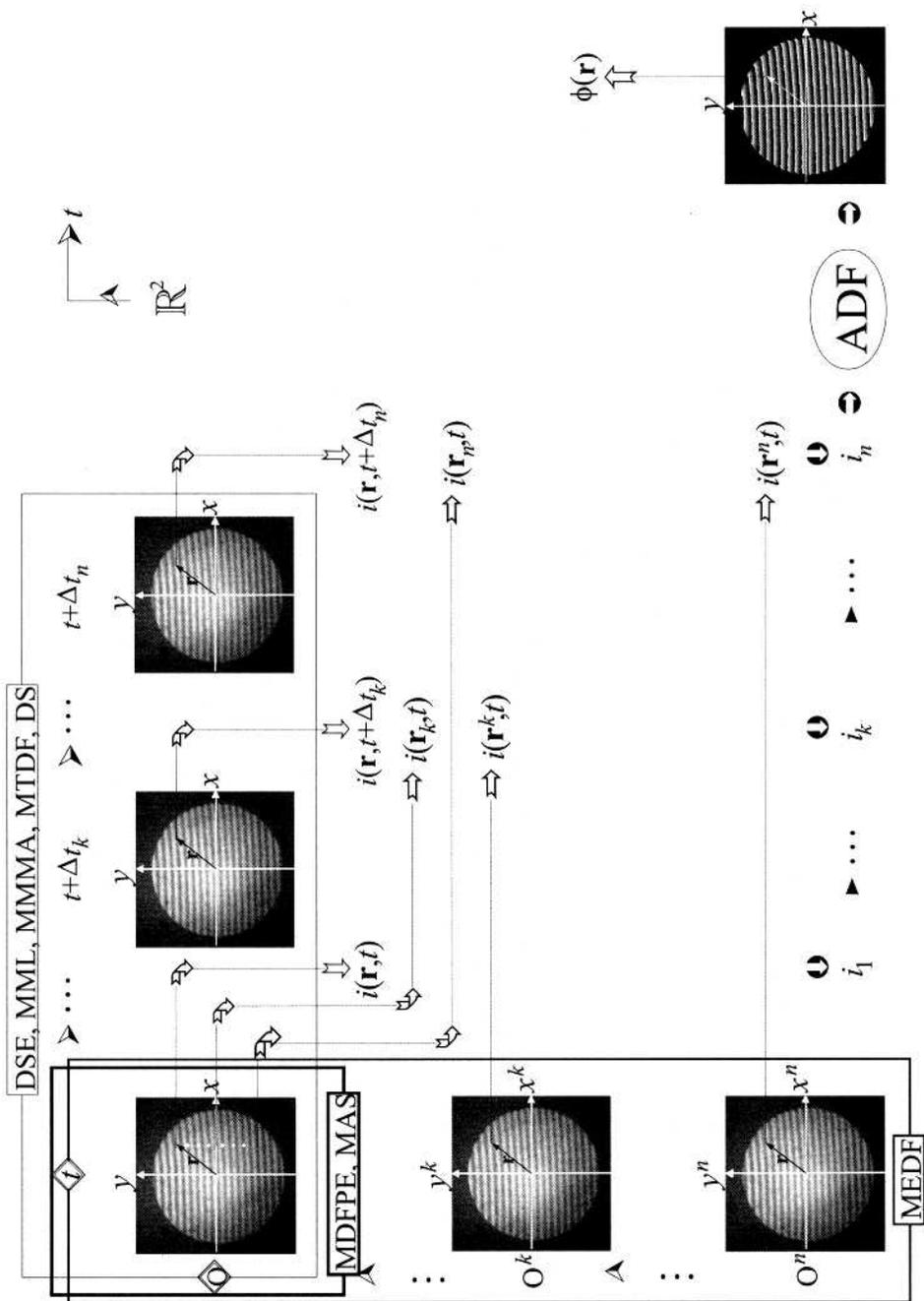


FIGURA 1. Obtención de los valores de intensidad desplazados en fase en los distintos métodos de evaluación que emplean los ADF

93. SALBUT, L., PATORSKY, K.: *Appl. Opt.*, **29**, 1471-1473 (1990).
94. TATSUNO, K., TSUNODA, Y.: *Appl. Opt.*, **26**, 37-40 (1987).
95. CHEN, J., ISHII, Y., MURATA, K.: *Appl. Opt.*, **27**, 124-128 (1988).
96. HARIHARAN P.: *Appl. Opt.*, **28**, 27-29 (1989).
97. HARIHARAN, P.: *Appl. Opt.*, **28**, 1749-1750 (1989).
98. ISHII, Y.: *Opt. Las. Engng.*, **14**, 293-309 (1991).
99. KATO, J.I., YAMAGUCHO, I., PING, Q.: *Appl. Opt.*, **32**, 77-88 (1993).
100. KONFORTI, N., MAROM, E., WU, S.T.: *Opt. Lett.*, **3**, 251-253 (1988).
101. KADONO, H., TOYOOKA, S., IWASAKI, Y.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **8**, 2001-2008 (1991).
102. KADONO, H., OGUSU, M., TOYOOKA, S.: *Opt. Commun.*, **110**, 391-400 (1994).
103. KIST, R., KERSTEN, R.T.: *Las. Optoelek.*, **16**, 17-30 (1984).
104. GEORGES, M.P., LEMAIRE, Ph.C.: *Appl. Opt.*, **34**, 7497-7506 (1995).
105. SMYTHE, R., MOORE, R.: *Opt. Engng.*, **23**, 361-364 (1984).
106. ASUNDI, A., YUNG, K.H.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **8**, 1591-1600 (1991).
107. ASUNDI, A.K.: *Opt. Engng.*, **32**, 107-116 (1993).
108. ASUNDI, A., CHAN, C.S.: *Opt. Las. Engng.*, **21**, 3-30, (1994).
109. PIRGA, M., KUJAWINSKA, M.: *Proc. SPIE*, **2544**, 112-121 (1995).
110. GROOT, P., DECK, L.: *Appl. Opt.*, **35**, 2172-2178 (1996).
111. DORRÍO, B.V., BLANCO-GARCÍA, J., LÓPEZ, C., DOVAL, A.F., SOTO, R., FERNÁNDEZ, J.L., PÉREZ-AMOR, M.: *Appl. Opt.*, **35**, 61-64, (1996).
112. KINNSTAETTER, K., LOHMANN, A.W., SCHWIDER, J., STREIBL, N.: *Appl. Opt.*, **27**, 5082-5089 (1988).
113. WINGERDEN, J., FRANKENA, H.J., SMORENBURG, C.: *Appl. Opt.*, **30**, 2718-2729 (1991).
114. OHYAMA, N., KINOSITA, S., CORNEJO-RODRÍGUEZ, A., HONDA, T., TSUJIUCHI, J.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **5**, 2019-2025 (1988).
115. RATHJEN, C.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**, 1997-2008 (1995).
116. SCHMIT, J., CREATH, K., KUJAWINSKA, M.: *Proc. SPIE*, **1755**, 202-211 (1992).
117. STAHL, H.P.: *Phot. Spect.*, **12**, 105-112 (1989).
118. MALLICK, S.: *Optical Shop Testing*, MALACARA, D., Ed., 95-122 (Wiley-Interscience, Nueva York) (1992).
119. GROOT, P.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**, 354-365 (1995).
120. GROOT, P.: *Appl. Opt.*, **34**, 2856-2863 (1995).
121. ELLINGSRUD, S., ROSVOLD, G.O.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **9**, 237-251 (1992).
122. OVRYN, B., HAACKE, E.M.: *Appl. Opt.*, **32**, 1087-1094 (1993).
123. REID, G.T.: *Opt. Las. Engng.*, **7**, 37-68 (1986).
124. LOWENTHAL, S., JOYEUX, D.: *J. Opt. Soc. Am.*, **61**, 847-851 (1971).
125. CHANG, M., HU, C., LAM, P., WYANT, J.C.: *Appl. Opt.*, 3780-3783 (1985).
126. JOZWICKI, R., KUJAWINSKA, M., SALBUT, M.: *Opt. Engng.*, **31**, 422-433 (1992).
127. AI, C., WYANT, J.C.: *Appl. Opt.*, **27**, 3039-3045 (1988).
128. CREATH, K., SCHMIT, J.: *Opt. Las. Engng.*, **24**, 365-379 (1996).
129. SCHWIDER, J.: *Appl. Opt.*, **28**, 3889-3892, (1989).
130. SCHULZ, G., ELSSNER, K.-E.: *Appl. Opt.*, **30**, 4500-4506 (1991).
131. CREATH, K., HARIHARAN, P.: *Appl. Opt.*, **33**, 24-25 (1994).
132. STETSON, K.A., BROHINSKY, W.R.: *Appl. Opt.*, **24**, 3631-3637 (1985).
133. ZHAO, B., SURREL, Y.: *Appl. Opt.*, **36**, 2070-2075 (1997).

53. SURREL, Y.: *Appl. Opt.*, **36**, 271-276, (1997).
54. MOORE, A.J., TYRER, J.R., MENDOZA-SANTOYO, F.: *Appl. Opt.*, **33**, 7312-7320 (1994).
55. WIZINOWICH, P.L.: *Appl. Opt.*, **29**, 3271-3279 (1990).
56. COLUCCI, D., WIZINOWICH, P.L.: *Appl. Opt.*, **31**, 5919-5925 (1992).
57. NG, T.G.: *J. Mod. Opt.*, **43**, 2129-2138 (1996).
58. KERR, D., MENDOZA SANTOYO, F., TYRER, J.R.: *J. Opt. Soc. Am.*, **7**, 820-826 (1990).
59. JOENATHAN, C., KHORANA, B.M.: *J. Mod. Opt.*, **39**, 2075-2087 (1992).
60. OWNER-PETERSEN, M.: *Appl. Opt.*, **30**, 2730-2738 (1991).
61. FACCHINI, M., ALBERECHT, D., ZANETTA, P.: *Proc. FASIG*, 45-50 (1993).
62. VIKRAM, C.S., WITHEROW, W.K., TROLINGER, J.D.: *Appl. Opt.*, **32**, 6250-6252 (1993).
63. STETSON, K.A.: *Proc. SEM*, 294-300 (1990).
64. PRYPUTNIEWICZ, R.J.: *Proc. SPIE*, **CR46**, 148-174 (1992).
65. SINGH, H., SIRKIS, J.S.: *Appl. Opt.*, **33**, 5016-5020 (1994).
66. FACCHINI, M., ZANETTA, P.: *Appl. Opt.*, **34**, 7202-7206 (1995).
67. VIKHAGEN, E.: *Appl. Opt.*, **29**, 137-144 (1990).
68. WANG, J., GRANT, I.: *Appl. Opt.*, **34**, 3620-3627 (1995).
69. MAAS, A.A.M., VROOMAN, H.A.: *Proc. SPIE*, **952**, 196-198 (1988).
70. DAVIES, J.C., BUCKBERRY, C.H.: *Optical methods in engineering metrology*, WILLIAMS, D.C., Ed., 275-338 (Chapman&Hall, Londres) (1993).
71. ROBINSON, D.W.: *Interferogram Analysis*, ROBINSON, D.W., REID, G.T., Eds., , 194-229 (Institute of Physics Publishing, Bristol y Philadelphia) (1993).
72. TAKEDA, M.: *Proc. SPIE*, **2782**, 334-343 (1996).
73. JUDGE, T.R., BRYANSTON-CROSS, P.J.: *Opt. Las. Engng.*, **21**, 199-239 (1994).
74. DAVIES, R.N., BRYANSTON-CROSS, P.J.: *Simulation and experiment in Metrology*, FÜZESSY, Z., OSTEN, W., Eds., 295-299 (Akademic Verlag, Bremen) (1996).
75. WYANT, J.C.: *Laser Focus*, **5**, 65-71 (1982).
76. CHENG, Y.Y., WYANT, J.C.: *Appl. Opt.*, **24**, 3049-3052 (1985).
77. AI, C., WYANT, J.C.: *Appl. Opt.*, **26**, 1112-1116 (1987).
78. BOEBEL, D., PACKROSS, B., TIZIANI, H.J.: *Opt. Engng.*, **30**, 1910-1914 (1991).
79. NOMURA, T., YOSHIKAWA, K., TASHIRO, H., TAKEUCHI, K., OZAWA, N., OKAZAKI, Y., SUZUKI, M., KOBAYASHI, F., USUKI, M.: *Prec. Engng.*, **14**, 155-159 (1992).
80. DAVIES, D.E.N., KINGSLEY, S.: *Elect. Lett.*, **10**, 21-22 (1974).
81. MARTINI, G.: *Opt. Quant. Elect.*, **19**, 179-190 (1987).
82. SCHWIDER, J.: *Progress in Optics*, **28**, 271-359 (1990).
83. MERCER, C.R., BEHEIM, G.: *Appl. Opt.*, **30**, 729-734 (1991).
84. KAUFMANN, G.H., JACQUOT, P.: *Appl. Opt.*, **29**, 3570-3572 (1990).
85. BROWN, G.M.: *Opt. Las. Engng.*, **9**, 203-220 (1993).
86. POON, C.Y., KUJAWINSKA, M., RUIZ, C.: *Exp. Mech.*, **33**, 234-241 (1993).
87. SCHWIDER, J., BUROW, R., ELSSNER, K.-E., GRZANNA, J., SPOLACZYK, R.: *Appl. Opt.*, **25**, 1117-1121 (1986).
88. SCHWIDER, J., BUROW, R., ELSSNER, K.-E., GRZANNA, J., SPOLACZYK, R.: *Measur.*, **5**, 98-101 (1987).
89. MEDECKI, H., TEJNI, L., GOLDBERG, K.A., BOKOR, J.: *Opt. Lett.*, **21**, 1526-1528 (1996).
90. DORRÍO, B.V., LÓPEZ, C., ALÉN, J.M., BUGARÍN, J., FERNÁNDEZ, A., DOVAL, A.F., BLANCO-GARCÍA, J., PÉREZ-AMOR, M., FERNÁNDEZ, J.L.: *Appl. Opt.*, **37**, 1945-1952.
91. KOTHIYAL, M.P., DELISLE, C.: *Appl. Opt.*, **24**, 4439-4442 (1985).
92. KADONO, H., TAKAI, N., ASAKURA, T.: *Appl. Opt.*, **26**, 898-904 (1987).

14. JOHNSON, G.W., LEINER, D.C., MOORE, D.T.: *Opt. Engng.*, **18**, 46-52 (1979).
15. SASAKI, O., OKAZAKI, H.: *Appl. Opt.*, **25**, 3137-3140 (1986).
16. DORRÍO, B.V., LÓPEZ, C., DOVAL, A.F., ALÉN, J.M., BUGARÍN, J., FERNÁNDEZ, A., BLANCO-GARCÍA, J., FERNÁNDEZ, J.L., PÉREZ-AMOR, M.: *Appl. Opt.*, **36**, 3635-3644 (1997).
17. CARRÉ, P.: *Metrologia*, **2**, 13-23 (1966).
18. CREATH, K.: *Progress in Optics*, WOLF, E., Ed., **26**, 349-393, Elsevier (1988).
19. CREATH, K.: *Proc. SEM*, 473-479 (1990).
20. CREATH, K.: *Proc. SPIE*, **1720**, 428-435 (1992).
21. CREATH, K.: *Interferogram Analysis*, ROBINSON, D.W., REID, G.T., Eds., 94-140 (Institute of Physics Publishing, Bristol y Philadelphia) (1993).
22. FRANTZ, L.M., SAWCHUK, A.A., OHE, W.: *Appl. Opt.*, **18**, 3301-3306 (1979).
23. JOENATHAN, C.: *Appl. Opt.*, **33**, 4147-4155 (1994).
24. WYANT, J.C., KOLIOPOULOS, C.L., BHUSHAN, B., GEORGE, O.E.: *Trans. ASLE*, **27**, 2, 101-113 (1984).
25. WYANT, J.C.: *Appl. Opt.*, **14**, 2622-26 (1975).
26. MORGAN, C.J.: *Opt. Lett.*, **7**, 368-370 (1982).
27. GREIVENKAMP, J.E.: *Opt. Engng.*, **23**, 350-352 (1984).
28. FREISCHLAD, K., KOLIOPOULOS, C. L.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**, 542-551 (1990).
29. BROPHY, C.P.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**, 537-541 (1990).
30. SCHMIT, J., CREATH, K.: *Appl. Opt.*, **34**, 3610-3619 (1995).
31. SURREL, Y.: *Appl. Opt.*, **32**, 3598-3600 (1993).
32. SCHWIDER, J., BUROW, R., ELSSNER, K.-E., GRZANNA, J., SPOLACZYK, R., MERKEL, K.: *Appl. Opt.*, **22**, 3421-3432 (1983).
33. LARKIN, K.G., OREB, B.F.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **9**, 1740-1748 (1992).
34. HIBINO, K., OREB, B. F., FARRANT, D.I., LARKIN, K.G.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**, 761-768 (1995).
35. HARIHARAN, P., OREB, B.F., EIJU, T.: *Appl. Opt.*, **26**, 2504-2505 (1987).
36. SCHMIT, J., CREATH, K.: *Appl. Opt.*, **35**, 28, 5642-5649 (1996).
37. GROOT, P.: *Appl. Opt.*, **34**, 4723-4730 (1995).
38. ONODERA, R., ISHII, Y.: *J. Opt. Soc. Am.*, **13**, 139-146 (1996).
39. HIBINO, J.M., OREB, B.F., FARRANT, D.I., LARKIN, K.G.: *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 918-930 (1997).
40. ZHAO, B., SURREL, Y.: *Opt. Engng.*, **34**, 2821-2822 (1995).
41. HIBINO, J.M.: *Appl. Opt.*, **36**, 2084-2093 (1997).
42. KREIS, T.M.: *Proc. SPIE*, **863**, 66-77 (1987).
43. GUANMING, R., LAI, T., YATAGAI, T.: *J. Opt. Soc. Am.* **8**, 822-827 (1991).
44. FARRELL, C.T., PLAYER, M.A.: *Meas. Sci. Technol.*, **3**, 953-958 (1992).
45. KREIS, T.M.: *Opt. Las. Engng.*, **9**, 221-240 (1993).
46. LASSAHN, G.D., LASSAHN, J.K., TAYLOR, P.L., DEASON, V.A.: *Opt. Engng.*, **33**, 2039-2044 (1994).
47. KONG, I.B., KIM, S.W.: *Opt. Engng.*, **34**, 1400-1404 (1995).
48. COLONNA DE LEGA, X., JACQUOT, P.: *Appl. Opt.*, **35**, 5115-5121 (1996).
49. LARKIN, K.G.: *J. Opt. Soc. Am. A.*, **13**, 832-834 (1996).
50. BÖNS, G., BÖHME, H.: *Optik*, **82**, 161-164 (1989).
51. NICOLAUS, R.A.: *Appl. Opt.*, **32**, 6380-6386 (1993).
52. ISHII, Y., ONODERA, R.: *Proc. SPIE*, **2544**, 173-176 (1995).

- g) Al calcular la fase  $\phi$  sobre una red fija de puntos (la matriz de elementos detectores del sistema digitalizador de imagen), se asegura una fidelidad geométrica alta y un muestreo uniforme incluso en los bordes o presencia de discontinuidades. En este caso, las aberraciones del sistema formador de imagen producen una distorsión que tiene un valor típico menor del 5%.
- h) La potencia de cálculo actualmente disponible, incluso en computadores personales, permite realizar las operaciones que proporcionan la fase  $\phi$  en tiempo cuasi-real.

Asimismo estos algoritmos presentan como principal limitación el hecho de que la máxima variación de la fase  $\phi$  entre puntos sucesivos está limitada a un valor de  $\pm\pi$  rad debido a los requisitos impuestos por el sistema de adquisición. Con respecto a los errores asociados a los ADF, no existe en la actualidad un ADF que sea insensible a todas las posibles fuentes de error sistemático, siendo habitual que la reducción de una de ellas al emplear un ADF determinado conlleve el aumento de sensibilidad a otra u otras fuentes de error. Los ADF que mejor comportamiento presentan frente al conjunto de errores sistemáticos son aquellos que emplean un número elevado de valores de intensidad, pero éstos requieren en ciertos casos un exhaustivo control de las condiciones estocásticas para evitar una excesiva influencia del conjunto de los errores aleatorios. Por lo tanto, se hace necesaria una solución de compromiso a la hora de elegir el ADF a emplear, ya que el empleo de un número pequeño de valores de intensidad reduce la influencia de los errores aleatorios así como el espacio de almacenamiento y tiempo de procesado, mientras que un elevado número de ellos reduce el efecto de los errores sistemáticos.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible en parte gracias a la financiación de la Xunta de Galicia a través del proyecto de investigación XUGA 32101B97.

## 8. REFERENCIAS

1. MALACARA, D.: *Appl. Opt.*, **29**, 1384-1387 (1990).
2. DORRÍO, B.V.: *Estudio de los límites de aplicación de los métodos moiré a la medida directa de la fase en interferometría óptica* (Servicio de Publicacións da Universidade de Vigo, Vigo) (1997).
3. WILLIAMS, D.C.: *Opt. Las. Tech.*, **23**, 147-150 (1991).
4. WOMACK, K.H.: *Opt. Engng.*, **23**, 391-395 (1984).
5. ASUNDI, A., YUNG, K. H.: *Exp. Mech.*, **1**, 236-242 (1991).
6. DORRÍO, B.V., DOVAL, A.F., LÓPEZ, C., SOTO, R., BLANCO-GARCÍA, J., FERNÁNDEZ, J.L., PÉREZ-AMOR, M.: *Appl. Opt.*, **34**, 3639-3643 (1995).
7. TAKEDA, M., MUTOH, K.: *Appl. Opt.*, **22**, 3977-3982 (1983).
8. MACY, W.W.: *Appl. Opt.*, **22**, 3898-3901 (1983).
9. PANDIT, S.M., JORDACHE, N.: *Appl. Opt.*, **34**, 6695-6703 (1995).
10. GREIVENKAMP, J.E., BRUNING, J. H.: *Optical Shop Testing*, MALACARA, D., Ed., 501-598 (Wiley-Interscience, Nueva York) (1992).
11. KWON, O.Y.: *Opt. Lett.*, **9**, 59-61 (1984).
12. BRUNING, J.H., HERRIOT, D.R., GALLAGER, J.E., ROSENFELD, D.P., WHITE, A.D., BRANGACCIO, D.J.: *Appl. Opt.*, **13**, 2693-2703 (1974).
13. MASSIE, N.A., NELSON, R.D.: *Opt. Lett.*, **3**, 46-47, (1978).

presenta una pequeña sensibilidad a las linealidades de tercer orden. Por otra parte, el algoritmo de Schwider-Hariharan es insensible a ambas no linealidades<sup>30,112,132</sup>.

Asimismo, cuando los valores de intensidad se adquieren con diferentes cámaras o zonas de una única cámara de TV (como por ejemplo en los MDFPE, DSE, MAS o MEDF) pueden aparecer variaciones en  $i_{med}$  y  $V$  en el punto asociado a la medida de la fase  $\phi$ .

- f) Error de cuantización. El error de cuantización está inducido por la discretización de los valores de intensidad  $i_k$  previa a su tratamiento informático. Este último proceso usualmente se realiza mediante un convertidor analógico-digital (A/D), en el cual una señal continua se transforma en una señal digital de valores discretos de intensidad. Los convertidores usuales utilizan 8 bits, lo que significa que existen  $2^8 = 256$  niveles discretos de cuantización. En la práctica suele suceder que, en zonas de baja visibilidad, el número efectivo de niveles de cuantización (es decir, los niveles presentes entre el máximo y el mínimo de intensidad alcanzables al variar la fase a lo largo de un ciclo en cada punto del detector) disminuye y el error  $\Delta\phi$  aumenta. La manera más eficaz de reducir este error es acondicionar la salida de la cámara de TV al convertidor A/D, de modo que se aproveche todo el rango dinámico de éste. Sin embargo también se puede reducir utilizando ADF con un mayor número de patrones. Así, por ejemplo, si la diferencia de fase relativa  $\alpha_i$  es constante entre los  $n$  patrones de franjas  $i_k$  entonces el error en la fase  $\Delta\phi$  debido al empleo de  $Q$  niveles de cuantización, expresado en forma de la desviación estándar en la fase  $\phi$ , es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de patrones<sup>10,29</sup>. Un tratamiento más general<sup>133</sup> indica que, empleando 8 o más bits, el error en la fase  $\phi$  es despreciable si los valores de intensidad cubren todo el rango de cuantización, dependiendo primordialmente su valor de la presencia de ruido en los mismos.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos elaborado una revisión de los Algoritmos de Desplazamiento de Fase (ADF) en el contexto general de los métodos de evaluación que hacen uso de ellos, estos últimos clasificados en base a un nuevo criterio (la presencia o no de portadora espacial) que incide en un aspecto fundamental de los mismos. Es de destacar, entre los distintos tópicos que abarca esta revisión, la formulación genérica de los ADF y su clasificación, así como la presentación de las diversas técnicas de modulación y de los diferentes tipos de error que pueden afectar a los ADF, esto último justificado por el hecho de que la potencial exactitud de los mismos sólo se puede mantener con un conocimiento amplio de las causas que la pueden degradar.

Así, los ADF presentan, en general, como principales ventajas las siguientes:

- a) Baja sensibilidad al ruido estacionario, a la intensidad promedio local  $i_{med}$ , a la visibilidad  $V$  y a las variaciones locales de ganancia del detector que adquiere los valores de intensidad.
- b) Se pueden emplear con patrones que presenten un bajo contraste.
- c) La exactitud de los resultados está en último término limitada por la relación señal-ruido de los patrones de franjas que proporcionan los valores de intensidad (errores de cuantización, etc.). El efecto de los errores sistemáticos puede ser reducido a un nivel en el cual sólo el ruido aleatorio limita la exactitud de la medida.
- d) Pueden hacerse totalmente automáticos.
- e) El signo de la fase  $\phi$  se determina unívocamente en cada punto.
- f) La resolución espacial es alta ya que el número de puntos de medida coincide con el número de elementos detectores empleados para adquirir los valores de intensidad (típicamente 512x512 puntos).

de la arcotangente sumando numeradores y denominadores de los algoritmos que se promedian, como por ejemplo el algoritmo de Schwider-Hariharan, ecuación (16). Sin embargo, los resultados que proporciona el mismo pueden ser mejorados incluso utilizando: i) combinaciones lineales ponderadas de algoritmos, como por ejemplo el dado por la ecuación (15); ii) ADF que emplean un mayor número de patrones<sup>37</sup>; iii) o generalizaciones del proceso de promediado en el argumento del arcotangente similares al que da lugar al algoritmo de Schwider-Hariharan<sup>32,35</sup>, por ejemplo el dado por la ecuación (17).

En estos casos se cancelan los efectos lineales y se reducen considerablemente los efectos de orden superior a costa de una relativamente mayor complejidad de cálculo. Alternativamente, se pueden utilizar algoritmos que emplean un número bajo de patrones, por ejemplo los dados por las ecuaciones (6) o (7), si posteriormente se modifica el efecto del error en la fase calculada con los mismos mediante correcciones iterativas<sup>112</sup> o bien se realizan ajustes polinomiales del error  $\Delta\phi$  a los resultados de la fase reconstruida  $\phi^R$  para posteriormente restarlos<sup>129</sup>.

Asociados con los anteriores errores de calibración espacialmente uniformes, se encuentran los correspondientes a la variación espacial no uniforme de la fase adicional (como los debidos a grandes aperturas numéricas en los casos que emplean un sistema PZT<sup>18,130</sup>, uno de los más utilizados en los sistemas metrológicos comerciales, o al empleo de células de cristal líquido como modulador<sup>39</sup>). Esta variación efectiva en  $\alpha_i$  puede llegar a ser alta, produciendo un error que presenta una dependencia complicada con la fase. Este error puede ser cancelado utilizando ADF con desplazamiento relativo de fase compensado, como el de Carré, ecuación (26) o minimizado<sup>131</sup> utilizando el algoritmo de Schwider-Hariharan, ecuación (16). Al igual que ocurre con la mayoría de los errores sistemáticos, también en este caso puede ser minimizado, incluso para grandes aperturas numéricas, con el empleo de algoritmos con un mayor número de patrones<sup>120</sup>.

- d) Perfil no sinusoidal de las franjas. Como ya hemos indicado, la mayoría de los ADF asumen que los valores de intensidad tienen un perfil sinusoidal, ecuación (3). Cuando estos algoritmos se usan directamente para analizar patrones que no tienen este perfil, ecuación (2), aparece un error con una dependencia en la fase  $\phi$  complicada que depende del ADF empleado y de la amplitud de las distintas componentes armónicas de orden superior  $a_l$  y cuyo efecto puede ser minimizado empleando ADF genéricos con un mayor número de patrones<sup>36,108</sup>. Así, en un perfil de intensidad con distintas componentes armónicas, ecuación (2), los efectos de los armónicos de orden  $l$  se ven reducidos si se emplean algoritmos simétricos de  $l+2$  patrones desplazados  $2\pi/(l+2)$  rad<sup>34-35</sup>, como por ejemplo los dados por las ecuaciones (23) o (24).

En ciertos casos<sup>111</sup> se pueden corregir los resultados obtenidos restando a la fase  $\phi$  calculada los valores teóricos proporcionados por expresiones analíticas del error  $\Delta\phi$ .

- e) Errores en la detección. Por una parte, los ADF asumen que el proceso de fotodetección se produce linealmente, es decir, que existe una relación lineal entre la intensidad de incidencia en cada elemento del detector y su señal de salida. El efecto que produce este tipo de error sobre la fase medida resulta ser análogo al producido por el perfil no sinusoidal de las franjas, en tanto en cuanto la no linealidad del proceso de fotodetección da lugar a la aparición de términos de intensidad con dependencias armónicas en la fase típicamente de segundo y tercer orden, pudiendo por ello considerarse como un caso particular del anterior<sup>18</sup>. En esta situación particular, el algoritmo de Carré, ecuación (26), resulta totalmente ineficaz para reducir el efecto de este error sobre la fase, mientras que el algoritmo de Wyant y el dado por la ecuación (24) es insensible a no linealidades de segundo orden y

- d) Ruido electrónico. Tiene su origen en el propio proceso de fotodetección y en la amplificación de la señal detectada y es debido, entre otras causas, a la agitación térmica de los portadores de carga y a la naturaleza discreta de la energía luminosa.
- e) Ruido óptico ("Speckle"). Ruido de alta frecuencia cuyo efecto puede ser eliminado mediante diversos métodos: el filtrado espacial digital de los patrones reemplazando el valor de la intensidad en cada punto por el promedio, el promedio ponderado o la mediana de las intensidades medidas en ese punto y sus vecinos<sup>123</sup>; el filtrado coherente de los valores de intensidad; el empleo de un difusor rotatorio que produce un ruido óptico variable con el tiempo que resulta promediado durante el periodo de integración del sistema de adquisición<sup>124-125</sup>; el empleo de ADF específicos<sup>54</sup>; etc.

## 5.2. Errores sistemáticos.

Los errores sistemáticos, también denominados deterministas, han sido estudiados ampliamente ya que su influencia sobre la exactitud de la medida es apreciable. Los efectos de prácticamente todos ellos pueden ser convenientemente reducidos e incluso cancelados mediante la elección adecuada del correspondiente ADF. Estos errores son:

- a) Aberraciones del sistema óptico que da lugar al patrón de franjas o del modulador de fase empleado. Su efecto sobre la fase  $\phi$  puede ser cancelado mediante un adecuado proceso de calibración<sup>90,126</sup>.
- b) Franjas parásitas. Cuando se utilizan fuentes de iluminación de alta coherencia temporal se pueden producir franjas parásitas producidas por la interferencia de haces adicionales<sup>12</sup>. En ciertos casos, el error que aparece presenta una dependencia con la fase de igual frecuencia que la del patrón si la fase del haz adicional es constante sobre la imagen<sup>127</sup> y su efecto puede ser minimizado mediante un ADF genérico que combinan los usuales patrones desplazados con otros adicionales en los cuales se ha introducido un desfase de  $p$  rad uno de los haces<sup>32</sup> o se ha bloqueado éste<sup>127</sup>.
- c) Errores de calibración en la fase adicional  $\alpha_k$ . Posiblemente sean éstos los errores más problemáticos que pueden sufrir los ADF, no en vano están íntimamente relacionados con la propia naturaleza de los mismos. Es por ello que su estudio se ha convertido en uno de los principales tópicos en el ámbito de la evaluación mediante los mismos, estando su efecto sobre la fase  $\phi$  ampliamente estudiado y analizado.

Este error aparece cuando existe una discrepancia entre el valor real y el valor nominal de la fase adicional  $\alpha_k$ . Estas inexactitudes en  $\alpha_k$ , de carácter lineal o de orden superior con  $\alpha_k$ , provocan en la mayoría de los casos un error en la fase  $\phi$  de doble frecuencia espacial que la de los valores de intensidad<sup>21,128</sup>. En principio, el efecto del error lineal en  $\alpha_k$  puede ser cancelado a la vez que se reduce el efecto de no linealidades de orden superior, empleando algoritmos que calculen la diferencia de fase relativa  $\alpha_k$  analíticamente en cada punto por separado a partir de los propios patrones<sup>44,47</sup> como, por ejemplo, el algoritmo de Carré, la ecuación (26). La mencionada dependencia del error con la fase  $\phi$ , por otra parte, nos indica una manera simple de compensarlo mediante la media aritmética de conjuntos de patrones desplazados globalmente  $\pi/2$  rad. Esto se debe a que el error presenta en ambos casos un mismo periodo pero con un desfase de  $\pi$  rad, con lo que al promediar éste se reduce. Así, por ejemplo, se obtiene la fase  $\phi$  con un cierto grado de insensibilidad a errores lineales en la fase adicional  $\alpha_k$  mediante un sencillo ADF como el dado por la ecuación (14). Este último promedio resulta más efectivo si la combinación de estos patrones se realiza en el argumento

## 5.1. Errores aleatorios

Este tipo de errores, también denominados errores ambientales o estocásticos, son comunes a prácticamente todos los métodos de evaluación causando una degradación tanto de la exactitud como de la repetibilidad de las medidas y sus efectos pueden ser reducidos diseñando estrategias específicas en cada caso.

Entre las diversas fuentes de errores aleatorios podemos destacar:

- a) Turbulencias y corrientes laminares de aire. Los efectos de las primeras pueden ser reducidos protegiendo los caminos ópticos, mientras que los debidos a las segundas se limitan si se emplea una configuración óptica perpendicular al flujo.
- b) Derivas térmicas y relajación mecánica. Para que su efecto sobre la medida no sea relevante se debe proveer aislamiento térmico y un tiempo de espera suficientemente largo para que el sistema alcance la estabilidad. Esto último se ve favorecido empleando materiales con bajo coeficiente de expansión y alta conductividad calorífica, con lo que se alcanza el equilibrio rápidamente.
- c) Vibraciones. Si las vibraciones son de alta frecuencia en comparación con la frecuencia temporal a la que se adquieren los patrones (que es típicamente de la decena de Hz), se produce una reducción de la modulación<sup>112</sup>. Si las vibraciones son sinusoidales y la frecuencia de vibración es baja respecto a la adquisición, el empleo de ciertos ADF puede colaborar a reducir su efecto<sup>110</sup>. En este último caso, aparece un error en la fase  $\Delta\phi$  que presenta una dependencia en la fase  $\phi$  con una frecuencia espacial doble de la correspondiente a las franjas<sup>20,116</sup>. Los procedimientos más usuales para mitigar su efecto consisten en el empleo de: i) componentes rígidos, con elevado amortiguamiento interno y aislados de las perturbaciones exteriores mediante suspensiones pasivas o incluso activas<sup>117</sup>; ii) técnicas ópticas con configuraciones de camino óptico común<sup>118</sup>; iii) ADF con un elevado número de valores de intensidad<sup>37,119-120</sup>; y iv) ADF de 2(+1) patrones<sup>55-59</sup>, ecuación (31).

Las tres anteriores fuentes de error aleatorio afectan en mayor medida a métodos como los MTFD, DS y MMMA, siendo convenientemente evitados en el resto de los métodos que emplean los ADF toda vez que la adquisición de los valores de intensidad se lleva a cabo en un único instante de tiempo, lo cual permite congelar estas perturbaciones de carácter ambiental si se emplea un intervalo temporal de adquisición suficientemente corto. Estos errores presentan una distribución de media nula o estable en tiempo y, por tanto, su efecto puede reducirse en primera instancia mediante el promediado de varias medidas independientes. Este promedio puede llevarse a cabo sobre la fase obtenida  $\phi$  o previamente sobre los valores de intensidad  $i_k$ . Así por ejemplo, si los términos de ruido presentan una baja frecuencia temporal, se adquieren los valores de intensidad  $i_k$  lo suficientemente rápido como para congelar el ruido (al menos un orden de magnitud más rápida que la variación de éste), de forma que, tras la evaluación, el resultado representa la fase  $\phi$  más un término adicional de variación espacial aleatoria. Promediando varias de estas fases  $\phi$ , los términos aleatorios adicionales se cancelan quedando sólo la fase de interés. Por otra parte, cuando la frecuencia de los términos de ruido es alta, resulta más eficaz realizar un promediado sobre los patrones para reducir el efecto de estos errores en la fase  $\phi$ <sup>117,121-122</sup>.

Los siguientes errores aleatorios, sin embargo, afectan por igual a todos los ADF. Su efecto puede ser reducido mediante un adecuado diseño del sistema y el tratamiento de la señal, estando los errores en la fase  $\phi$  caracterizados por una varianza determinada por las amplitudes de muestreo  $\mu_k$ ,  $\nu_k$  y la diferencia de fase relativa  $\alpha_k$  del ADF empleado<sup>28-29,41,53</sup>.

empleados, y otros de índole específica cuyo origen se encuentra en la manera en que son implantados los ADF en los distintos métodos de evaluación. Estas fuentes de error modifican la exactitud y repetibilidad de las medidas obtenidas y es, por ello que, para minimizar su efecto en la fase  $\phi$ , resulta importante el identificar y cuantificar la influencia en los resultados de cada una de ellas.

En la literatura científica se han publicado distintos estudios sobre los errores asociados a los ADF llevados a cabo empleando diversas estrategias. Una primera aproximación al estudio de la influencia de estos errores consiste en la simulación por computador de los distintos tipos de error para los ADF más comunes<sup>18,20,23,51,108-110</sup>. Estos cálculos numéricos se llevan a cabo introduciendo artificialmente en los datos de entrada el error considerado, calculando la fase  $\phi$  con los mismos y obteniendo el error en la fase  $\Delta\phi$  por diferencia con el valor de la fase exacto (calculado mediante el mismo ADF a partir de los datos sin error). Este sencillo método de análisis proporciona una información numérica del efecto que provoca una determinada fuente de error en un cierto ADF, permitiendo incluso la elección del algoritmo más adecuado dentro del conjunto analizado.

Alternativamente, se pueden aplicar métodos que proporcionan resultados analíticos. Así, se ha calculado el error en la fase para un ADF genérico empleando una aproximación lineal en el desarrollo de la fase<sup>29,37,39,111-113</sup>; se ha utilizado la descripción de los ADF mediante una representación de Fourier<sup>28,33,38,114</sup> para identificar y determinar los errores en el cálculo de la fase  $\phi$ ; se ha analizado la representación de los ADF mediante una función ventana asociada a las correspondientes amplitudes de muestreo<sup>36-37</sup>; o también se han analizado las propiedades estadísticas de los ADF<sup>32,113,115</sup>.

TABLA III  
Errores asociados a los ADF

Aleatorios	Sistemáticos
Turbulencias y corrientes laminares de aire	Aberraciones del sistema óptico
Derivas térmicas y relajación mecánica	Franjas parásitas
Vibraciones	Calibración
Ruido óptico	No sinusoidalidad
Ruido electrónico	Detección
	Cuantización

A continuación desglosaremos los principales tipos de error que pueden afectar a los ADF (Tabla III), así como sus características. Aunque la naturaleza de los errores es compartida, en mayor o menor medida, por todos los métodos de evaluación que emplean los ADF, su efecto sobre la fase  $\phi$  puede diferir en uno u otro caso<sup>116</sup>. No existe, en nuestro conocimiento, ningún algoritmo inmune a todos los tipos de error, siendo habitual que la reducción o cancelación de un cierto error por parte de uno de éstos conlleve un aumento de la sensibilidad a otros tipos de error. Asimismo se observa que algunos ADF son más sensibles que otros a ciertos errores, mientras que determinados errores afectan por igual a todos ellos. De esta forma, el ADF más apropiado en cada caso depende de las peculiaridades de la aplicación concreta.

de la fase adicional se obtienen variando el ángulo de azimut de ciertos componentes, que puede ser determinado de una forma muy precisa<sup>91-93</sup>.

Como alternativa a los moduladores mecánicos (que presentan un ancho de banda típicamente en el rango de los kHz, o a lo sumo decenas de kHz), se han diseñado otros moduladores que prescinden del movimiento mecánico de distintos componentes para obtener la fase adicional, los denominados moduladores no mecánicos (con un ancho de banda del orden de los MHz, e incluso GHz). Entre estos últimos podemos destacar:

- vii) La modulación directa de un láser diodo, cuando éste se emplea como fuente de iluminación. Esto se consigue variando la corriente o la temperatura de la región activa del láser diodo que provoca una variación de la longitud de onda, obteniéndose una fase adicional  $\alpha$  que es proporcional a dicha variación de la longitud de onda y a la diferencia de camino óptico entre haces<sup>38,94-99</sup>. El hecho de que la fase de referencia dependa en este caso de la diferencia de camino óptico implica que ésta debe ser controlada cuidadosamente y que está técnica sólo puede ser aplicada en aquellas disposiciones en las cuales ésta no tenga un valor nulo.
- viii) Las células de cristal líquido, que presentan una birrefringencia inducida controlada con un bajo voltaje eléctrico sin sufrir fenómenos de histéresis como en los sistemas PZT, presentando una alta flexibilidad de diseño. Su principal limitación es el bajo rango de modulación en la fase obtenido junto con la aparición no deseada de una posible modulación en intensidad y una no uniformidad espacial en el desplazamiento de fase relativo<sup>39,100-102</sup>.

Por último, otros moduladores no mecánicos que pueden ser utilizados para producir el desplazamiento de fase son cámaras de presión<sup>82</sup>; moduladores electrópticos<sup>103-104</sup>; o moduladores acusto-ópticos<sup>13</sup>.

#### b) Modulación analógica espacial.

Estas técnicas pueden a su vez ser divididas en: a) continuas<sup>3,8</sup>, en donde el desplazamiento de fase entre valores de intensidad se obtiene introduciendo una portadora espacial en un único patrón de franjas (empleadas habitualmente en los MDFPE y MAS); y b) discretas<sup>11</sup> (que se utilizan en el MEDF), en donde se producen simultáneamente  $n$  patrones de intensidad desplazados en fase y separados en el espacio empleando redes de difracción<sup>11</sup> o componentes polarizadores<sup>105</sup>.

#### c) Modulación digital.

En este caso los valores de intensidad que se emplean en los ADF procedentes de un único patrón (utilizados en los MML y DSE), se obtienen realizando el proceso de modulación electrónicamente o por computador<sup>4-5,106-107</sup>.

### 5. ERRORES ASOCIADOS A LOS ADF

Existen numerosas fuentes de error que afectan a las medidas realizadas con los métodos de evaluación que hacen uso de los ADF, unos de carácter general debidos a la propia formulación de éstos algoritmos y comunes, por tanto, a todos los métodos de evaluación en los que son

Dentro de los moduladores mecánicos empleados podemos destacar:

- i) El modulador formado por un conjunto de transductores piezoeléctricos (PZT) que definen la posición de una superficie del sistema óptico<sup>47,75-79</sup>. La aplicación de un voltaje eléctrico al mismo provoca su contracción o expansión, que se traduce en un movimiento de la mencionada superficie óptica y, por tanto, en una separación relativa entre los frentes de onda que da lugar al consiguiente desplazamiento de fase en el patrón de franjas. Este sencillo modulador, implementado en la mayor parte de los dispositivos metro-lógicos comerciales que emplean los MTDf y DS, presenta una serie de limitaciones debido a su histéresis y no linealidad, siendo además difícil de emplear para posicionar elementos ópticos grandes y pesados.
- ii) El modulador formado por una fibra óptica por la que viaja uno de los frentes de onda y un cilindro PZT, donde, en su configuración más típica, la primera se enrolla en el exterior del segundo. Al igual que en el caso anterior, la aplicación de un voltaje eléctrico provoca una expansión radial del cilindro, que da lugar a una variación de las dimensiones de la fibra y de su índice de refracción, induciendo un desplazamiento de fase<sup>80-81</sup>. De hecho, en general puede emplearse cualquier fenómeno físico que cause una modificación en el camino óptico correspondiente a las fibras, como por ejemplo una variación de la temperatura<sup>82</sup>. Los principales inconvenientes de este modulador mecánico radican en la aparición de una cierta variación en la polarización, junto con la presencia de no linealidades entre el voltaje eléctrico aplicado y la profundidad de modulación<sup>80-81,83</sup>.
- iii) Una lámina planoparalela introducida en el camino de uno de los frentes de onda presentando una cierta inclinación con respecto a la dirección de propagación del mismo. Variando el ángulo respecto a la incidencia normal del haz se pueden obtener una serie de desplazamientos de fase en el mismo, siempre y cuando la lámina sea de alta calidad a fin de obtener un valor uniforme para la fase adicional<sup>84-86</sup>.
- iv) Un compensador de cuña situado en una configuración similar a la de la lámina planoparalela, donde en este caso la fase adicional se introduce en uno de los frentes de onda mediante una traslación de una de las partes del compensador perpendicularmente a la dirección de incidencia. Al igual que ocurre con la lámina planoparalela, el compensador debe ser de alta calidad con objeto de tener un valor uniforme de la fase adicional<sup>60,82</sup>.
- v) Red de difracción (lineal o radial; de reflexión o de transmisión) situada perpendicularmente a la dirección de uno o varios frentes de onda, que resultan difractados por la misma<sup>87-89</sup>, o al patrón de franjas directamente<sup>2,6,16,90</sup>. En este caso la traslación de la red en su propio plano proporciona un desplazamiento de fase independiente de la longitud de onda de la fuente de iluminación y proporcional al orden de difracción y/o a la frecuencia de la red. A fin de no modificar significativamente al mensurando se requiere una red de calidad que presente variaciones espaciales de menor magnitud que su periodo<sup>90</sup>. Si los efectos difractivos son relevantes se hace necesario evitar el solapamiento de los distintos haces difractados, así como el disponer de una misma eficiencia para todos los órdenes<sup>87-88</sup>.
- vi) Componentes polarizadores situados perpendicularmente a la dirección de propagación de los haces. Aparte de los desplazamientos lineales anteriormente descritos, se pueden utilizar movimientos de rotación aplicados a dispositivos ópticos de cambio de polarización (como láminas 1/2 ó 1/4 y polarizadores) cuando los haces presentan una polarización mutuamente perpendicular, con el fin de producir un desfase relativo entre ambos múltiplo de  $\pi$  rad para una rotación completa de los mismos. En este caso los distintos valores

dientes valores principales<sup>71-72</sup>. Todos estos algoritmos exhiben un alto grado de complejidad en el procesamiento presentando como contrapartida un tratamiento bastante eficaz de los puntos problemáticos en el proceso de reconstrucción, es decir, los valores de intensidad que: a) presentan un ruido comparable a la amplitud de las franjas; b) contienen puntos con baja modulación; c) muestran cambios abruptos de fase debidos a discontinuidades; o d) presentan una densidad de muestreo demasiado baja. Sin embargo, ninguno de ellos puede dar cuenta de todos los posibles efectos que pueden aparecer, estando cada uno de ellos dedicado a resolver parcialmente el problema y necesitándose en muchos casos información adicional. Es por ello que actualmente no existe ningún proceso de reconstrucción de fase que se encuentre totalmente automatizado<sup>73</sup>, siendo éste uno de los campos de investigación al cual se está dedicando más esfuerzo dentro del ámbito de la evaluación de la fase óptica.

#### 4. RESUMEN DE LAS TÉCNICAS DE MODULACIÓN

Podemos clasificar las diferentes técnicas de modulación en fase de los valores de intensidad  $i_k$  atendiendo a su origen en dos grandes grupos (Tabla II): analógicas (temporal o espacial; continua o discreta) y digitales. A continuación presentaremos una descripción de las mismas, mencionando las principales estrategias que se utilizan en cada caso para llevar a cabo su implementación concreta.

TABLA II

Las técnicas de modulación y su relación con los diferentes Métodos de Evaluación de la Fase

Analógica				Digital
Temporal		Espacial		MML
Continua	Discreta	Continua	Discreta	
MTDF		MDFPE	MEDF	DSE
DS		MAS		
	MMMA			

##### a) Modulación analógica temporal.

La modulación analógica temporal<sup>6,10,12</sup> (empleada en los MTDF, DS y MMMA) puede llevarse a cabo de forma continua o discreta, siendo la diferencia entre ambas una variación no significativa, respecto a los ADF, en la modulación. En este caso el dispositivo analógico que lleva a cabo el proceso de introducir deliberadamente una fase adicional variable en los valores de intensidad (es decir, de modular la fase) se denomina modulador de fase, aunque este proceso puede ser el inducido por los cambios lentos y la inestabilidad del propio mensurando<sup>48,74</sup>. Existen distintas técnicas para realizar este proceso, pudiéndose distinguir primariamente entre moduladores mecánicos y no mecánicos, según sea necesario o no el desplazamiento, lineal o angular, de algún componente del modulador para su operación. Durante este proceso, o bien uno (o varios) de los frentes de onda que proporcionan el patrón de franjas sufren un desfase que se refleja en este último, o bien se modula directamente el patrón de franjas. Los principales moduladores de fase se han representado en la figura 6 y son explicados en detalle a continuación.

te el proceso de evaluación<sup>65</sup>, o empleando una aproximación de diferencia finita<sup>66</sup> sobre los valores de intensidad:

$${}_{4,\pi/2}\nabla\phi = \frac{1}{\Delta} \frac{[i_4^\Delta - i_2^\Delta][i_1 - i_3] - [i_4 - i_2][i_1^\Delta - i_3^\Delta]}{[i_4 - i_2]^2 + [i_1 - i_3]^2} \quad (35)$$

donde  $\Delta$  es la distancia entre puntos adyacentes a lo largo de la dirección para la cual se calcula  $\nabla\phi$  y los valores  $i_k^\Delta$  son los correspondientes al punto  $(\mathbf{r} + \Delta)$ .

g) ADF de exploración máx-mín.

Este ADF<sup>67-68</sup> se aplica sobre un número elevado de valores de intensidad ( $n \geq 10$ ), generalmente adquiridos secuencialmente, entre los cuales la fase ha ido experimentado desplazamientos distribuidos de forma aproximadamente uniforme entre 0 y  $2\pi$  rad, si bien la diferencia de fase relativa  $\alpha$ , no tiene por qué ser constante, conocida ni uniforme en el espacio. El algoritmo consiste, esencialmente, en determinar los valores máximo  $i_{\max}$  y mínimo  $i_{\min}$  que toma la intensidad en cada punto a medida que cambia la fase  $\alpha$ , calcular con ellos los valores locales de la intensidad media  $i_{\text{med}}$  y de la visibilidad del patrón  $V$ , y así evaluar la fase  $\phi$  utilizando la expresión:

$${}_{n,\alpha}\phi = \arccos\left\{\frac{2i - [i_{\max} + i_{\min}]}{i_{\max} - i_{\min}}\right\} \quad (36)$$

### 3. ALGORITMOS DE RECONSTRUCCIÓN DE LA FASE

Debido a la periodicidad de la función trigonométrica inversa empleada, los ADF proporcionan el valor de la fase en módulo  $\pi$ ; no obstante, es posible identificar el cuadrante en el que se encuentra  $\phi$  si se tienen en cuenta los signos<sup>18</sup> del correspondiente argumento. Por ejemplo, cuando los ADF expresados por la ecuación (10) se programan utilizando los lenguajes FORTRAN o C, se suele emplear la función `ATAN2(N,D)` que realiza automáticamente la corrección de cuadrantes. A la hora de implantar este tipo de algoritmos en la práctica es interesante tener en cuenta que, con el fin de acelerar el proceso de evaluación, el cálculo de la fase y la identificación y marcado de los puntos de baja modulación pueden ser realizados simultáneamente mediante una tabla de consulta ("Look-up table") cuyas entradas son  $N$  y  $D$ , ecuaciones (11a) y (11b), y su salida el valor de la fase  $\phi$ , cuando ésta puede ser calculada con precisión aceptable, o un código de excepción en caso contrario<sup>69-70</sup>.

Los ADF, por tanto, proporcionan valores de la fase  $\phi$  en el rango  $[0,2\pi)$  rad, los denominados valores principales. De esta forma los resultados obtenidos presentan una discontinuidad cada vez que la fase aumenta o disminuye en  $2\pi$  rad respecto a una cierta fase arbitraria (a la que usualmente durante el cálculo se le asigna el valor cero). Como habitualmente se requiere obtener los valores continuos de la fase  $\phi$  es necesario resolver estas discontinuidades. Este proceso se denomina reconstrucción de la fase ("phase unwrapping") y se lleva a cabo sumando o restando valores  $2\pi p$  rad (siendo  $p$  un número entero que se corresponde con el denominado orden de las franjas) cada vez que se detecta una discontinuidad en los valores principales de la fase  $\phi$ , con objeto de obtener la fase reconstruida  $\phi^R$  (Figura 5).

Se han diseñado distintos algoritmos de reconstrucción de la fase que llevan a cabo este proceso definiendo criterios para la identificación correcta de las discontinuidades en los correspon-

d) ADF de 2(+1) patrones.

Este algoritmo<sup>55-56</sup> permite la evaluación de la fase en presencia de vibraciones; para lograrlo, se emplean únicamente dos patrones de franjas desfasados  $\pi/2$  rad que se adquieren en rápida secuencia mediante una cámara de vídeo más un tercer patrón obtenido como promedio entre dos patrones desplazados  $\pi$  rad que es igual a la intensidad media local  $i_{med}$ , obteniéndose la fase como:

$${}_{2(+1),\pi/2}\phi = \arctan\left\{\frac{i_2 - i_{med}}{i_1 - i_{med}}\right\} \quad (31)$$

En ciertos casos<sup>57</sup> puede obtenerse ese tercer patrón que permite el cálculo de la intensidad media local  $i_{med}$  adquiriendo un patrón de franjas en el cual la fase se varía apropiadamente de forma sinusoidal. Por otra parte la intensidad media local  $i_{med}$  puede eliminarse con un filtrado espacial de paso alto<sup>58</sup> o mediante la diferenciación numérica<sup>59</sup> de los patrones de franjas, en cuyo caso sólo se requiere el empleo de dos de éstos. Esta forma de proceder exige que la variación de intensidad debida a la distribución espacial de la fase  $\phi$  tenga mayor frecuencia espacial que la variación de la intensidad media  $i_{med}$ ; así pues, si la variación local de la fase es tan pequeña que la frecuencia espacial de las franjas es muy baja se hace necesario introducir una portadora espacial en el patrón de franjas y, por otra parte, si la intensidad media  $i_{med}$  presenta variaciones de alta frecuencia espacial se ha de suprimir el ruido en la intensidad como paso previo a la aplicación de la ecuación (31).

e) ADF diferenciales.

Son ADF para el cálculo directo de la diferencia de fase  $[\phi' - \phi]$  entre dos patrones de franjas  $i^{\phi'}$  e  $i^{\phi}$ , sin llegar a evaluar explícitamente sus fases respectivas. Entre estos podemos distinguir el ADF de 2+2 valores de intensidad<sup>60-61</sup>:

$${}_{2+2,\pi/2}[\phi' - \phi] = 2 \arctan\left\{\frac{i_1^{\phi'} - i_2^{\phi}}{i_2^{\phi'} - i_1^{\phi}}\right\} \quad (32)$$

con  $\alpha_k^{\phi'} = (k-2)\pi/2$  y  $\alpha_k^{\phi} = (k-2)\pi/2$ , con  $k = 1, 2$ ; el de 3+3 valores de intensidad<sup>62</sup>:

$${}_{3+3,\alpha_r}[\phi' - \phi] = \arctan\left\{\frac{(i_3^{\phi'} - i_2^{\phi})[(i_3^{\phi'} - i_1^{\phi'}) + (i_2^{\phi'} - i_1^{\phi'})] + (i_1^{\phi} - i_3^{\phi})[(i_3^{\phi} - i_2^{\phi}) + (i_1^{\phi} - i_2^{\phi})]}{(i_3^{\phi'} - i_2^{\phi})[(i_3^{\phi'} - i_2^{\phi}) + (i_1^{\phi'} - i_2^{\phi})] + (i_1^{\phi} - i_3^{\phi})[(i_3^{\phi} - i_1^{\phi}) + (i_2^{\phi} - i_1^{\phi})]}\right\} \quad (33)$$

para  $\alpha_k = (k-2)\alpha_r$ , y el de 4+4 valores de intensidad<sup>63-64</sup>:

$${}_{4+4,\pi/2}[\phi' - \phi] = \arctan\left\{\frac{[i_1^{\phi} - i_3^{\phi} + i_2^{\phi'} - i_4^{\phi'}]^2 + [i_2^{\phi} - i_4^{\phi} - i_1^{\phi'} + i_3^{\phi'}]^2 - [i_1^{\phi} - i_3^{\phi} - i_2^{\phi'} + i_4^{\phi'}]^2 - [i_2^{\phi} - i_4^{\phi} + i_1^{\phi'} - i_3^{\phi'}]^2}{[i_1^{\phi'} - i_3^{\phi} + i_1^{\phi'} - i_3^{\phi}]^2 + [i_2^{\phi} - i_4^{\phi} + i_2^{\phi} - i_4^{\phi}]^2 - [i_1^{\phi} - i_3^{\phi} - i_1^{\phi'} + i_3^{\phi'}]^2 - [i_2^{\phi} - i_4^{\phi} - i_2^{\phi'} + i_4^{\phi'}]^2}\right\} \quad (34)$$

f) ADF de evaluación del gradiente de la fase.

Estos algoritmos calculan directamente el gradiente de la fase  $\nabla\phi$  según una determinada dirección —generalmente horizontal o vertical— derivando numéricamente el patrón de franjas duran-

posible una calibración precisa de la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$ . Por otra parte, presenta como principales inconvenientes el hecho de que se producen incorrecciones en la fase  $\phi$  cuando tanto el numerador como el denominador exhiben simultáneamente un valor próximo a cero, lo que ocurre cuando la fase  $\phi$  es próxima a un múltiplo de  $\pi$  rad, o bien el argumento de la raíz toma valores negativos. Estos últimos problemas pueden parcialmente ser evitados combinando cinco patrones de intensidad en la forma<sup>49</sup>:

$${}_{5,\alpha_r}\phi = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{4(i_2 - i_4)^2 - (i_1 - i_5)^2}}{-i_1 + 2i_3 - i_5} \right\} \quad (27)$$

#### b) ADF de Bönsch.

Este algoritmo<sup>50</sup> fue diseñado para la evaluación de la fase codificada en patrones de franjas proporcionados por interferencia de múltiples haces en donde los resultados que proveen los ADF genéricos presentan un error que se hace relevante ante la presencia de armónicos en el perfil del patrón de orden superior al primero, ecuación (2), o el número de valores de intensidad en el ADF empleado es bajo. Ambos problemas son resueltos simultáneamente mediante la combinación de únicamente cuatro valores de intensidad, con una diferencia de fase relativa  $\alpha_r$  igual a  $\pi/2$  rad, en la forma:

$${}_{4,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{(i_1 - i_4)(i_2 - i_3)}{\sqrt{(i_2 - i_1)(i_3 - i_4)}} \right\} \quad (28)$$

Este algoritmo comparte limitaciones con el de Carré, no estando prácticamente estudiado el efecto que la mayoría de los errores sistemáticos producen sobre la fase  $\phi$  calculada con el mismo<sup>51</sup>. Ambas razones limitan en la actualidad su empleo generalizado en el ámbito para el cual fue desarrollado.

#### c) ADF con intensidad media variable.

En la práctica totalidad de los ADF se asume que la intensidad media  $i_{med}$  y la visibilidad  $V$  del patrón son independientes de las variaciones de la fase  $\phi$ , ecuación (3). No obstante, en algunas situaciones de gran interés práctico el mecanismo utilizado para introducir el desplazamiento de fase provoca una variación de la intensidad media local  $i_{med}$ . En los últimos años se han desarrollado unos pocos algoritmos que permiten evaluar la fase  $\phi$  con precisión en estas condiciones, siempre y cuando sea conocida la forma en que el desplazamiento de fase  $\alpha_k$  afecta a  $i_{med}$ .

Así si existe una dependencia lineal<sup>38,52-53</sup> entre  $i_{med}$  y  $\alpha_k$ , la fase se calcula  $\phi$  de la forma:

$${}_{6,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{3i_1 - 5i_2 + 5i_5 - 3i_6}{i_1 + 3i_2 - 4i_3 - 4i_4 + 3i_5 + i_6} \right\} \quad (29)$$

mientras que si  $i_{med}$  depende sinusoidalmente<sup>54</sup> del valor de  $\alpha_k$ :

$${}_{4,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{i_2^2 - i_4^2}{i_3^2 - i_1^2} \right\} \quad (30)$$

distribuidos regularmente más un valor de intensidad adicional desplazado  $\alpha_{n+1} = \alpha_1 + 2\pi$ , así el algoritmo de Schwider-Hariharan, ecuación (16), puede ser considerado también alternativamente como uno de estos (Figura 4). En los últimos años<sup>33</sup> se ha propuesto una técnica para diseñar sistemáticamente algoritmos de este tipo con un número arbitrario de valores de intensidad ( $n+1 \geq 4$ ), como por ejemplo:

$${}_{7,\pi/3}\phi = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{3}(i_2 + i_3 - i_5 - i_6) + (i_7 - i_1) / \sqrt{3}}{-i_1 - i_2 + i_3 + 2i_4 + i_5 - i_6 - i_7} \right\} \quad (23)$$

con  $\alpha_k = (k - 4)\pi / 3$  rad,  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ .

Asimismo, aplicando condiciones adicionales específicas a los valores de intensidad pueden obtenerse ADF "robustos" insensibles a ciertos errores sistemáticos en casos particulares, como por ejemplo<sup>40</sup>:

$${}_{6,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{2i_4 + 2i_5 - 2i_2 - 2i_3}{i_1 + i_2 + i_5 + i_6 - 2(i_3 + i_4)} \right\} - \frac{\pi}{4} \quad (24)$$

empleado con valores de intensidad que presentan únicamente armónicos de segundo orden en su perfil o el dado por<sup>41</sup>:

$${}_{9,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{i_1 - i_9 - i_2 + i_8 - 7i_3 + 7i_7 - 9i_4 - 9i_6}{2i_1 + 2i_9 + 8i_2 + 8i_8 + 8i_3 + 8i_7 - 8i_4 - 8i_6 - 20i_5} \right\} \quad (25)$$

que es insensible a variaciones no uniformes de la fase relativa  $\alpha_r$  en el caso de que adicionalmente ésta presente una no linealidad cuadrática.

## 2.2. ADF específicos

Consideramos ADF específicos a aquellos que no se obtienen a partir de un ajuste sinusoidal de mínimos cuadrados o mediante un procedimiento equivalente y cuya expresión, por tanto, no se adecúa en general a la dada por la ecuación (10). Entre ellos podemos distinguir:

a) ADF con desplazamiento de fase relativo compensado.

Estos algoritmos se caracterizan por utilizar un desplazamiento de fase relativo  $\alpha_r$  cuyo valor es desconocido aunque idéntico para cada uno de los valores de intensidad que emplea; así, es posible aplicarlo aunque  $\alpha_r$  no sea uniforme espacialmente o existan grandes errores espaciales de calibración. El primer ADF publicado<sup>17</sup>, conocido como algoritmo de Carré, pertenece a este grupo, y permite calcular la fase  $\phi$  combinando cuatro valores de intensidad mediante la expresión:

$${}_{4,\alpha_r}\phi = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{[(i_1 - i_4) + (i_2 - i_3)][3(i_2 - i_3) - (i_1 - i_4)]}}{(i_2 + i_3) - (i_1 + i_4)} \right\} \quad (26)$$

con:  $\alpha_k = (k - 5)\alpha_r$  rad;  $k = 1, 2, 3, 4$ , no siendo necesario calcular explícitamente el valor de  $\alpha_r$ , a diferencia de otros ADF genéricos con desplazamiento de fase relativo  $\alpha_r$  arbitrario<sup>42-48</sup>. Este algoritmo continúa siendo actualmente muy empleado, sobre todo en aquellos casos en los que no es

muestreo del numerador  $N$  y denominador  $D$ , ecuaciones (11a) y (11b), de un ADF genérico, ecuación (10):

$$f_N(\alpha) = \sum_{k=1}^n \mu_k \delta(\alpha - \alpha_k) \quad (18a)$$

$$f_D(\alpha) = \sum_{k=1}^n v_k \delta(\alpha - \alpha_k) \quad (18b)$$

donde  $\delta(\alpha)$  es la delta de Dirac,  $\alpha$  actúa como parámetro de desplazamiento de fase con un período de modulación  $T$  y en este caso la fase  $\phi$  puede expresarse<sup>34</sup>:

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\int i(\alpha) f_N(\alpha) d\alpha}{\int i(\alpha) f_D(\alpha) d\alpha} \right\} \quad (19)$$

o bien, de acuerdo con la identidad de Parseval, en la forma:

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\int I(\omega) F_N(\omega) d\omega}{\int I(\omega) F_D(\omega) d\omega} \right\} \quad (20)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia, cuyo valor fundamental vale  $\omega_f = 2\pi/T$ ,  $I(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $i(\alpha)$  y las integrales se realizan sobre todos los valores reales de  $\alpha$  y  $\omega$ . Las respectivas funciones filtro de  $N$  y  $D$  se obtienen calculando las transformadas de Fourier de  $f_N(\alpha)$  y  $f_D(\alpha)$ :

$$F_N(\omega) = \sum_{k=1}^n \mu_k \exp(-j\alpha_k \omega) \quad (21a)$$

$$F_D(\omega) = \sum_{k=1}^n v_k \exp(-j\alpha_k \omega) \quad (21b)$$

donde  $j$  es la unidad imaginaria. Estas funciones determinan la sensibilidad del ADF a los diferentes errores sistemáticos, de forma que con objeto de obtener la fase  $\phi$  correcta,  $F_N(\omega)$  y  $F_D(\omega)$  deben satisfacer las siguientes condiciones<sup>28</sup>:

$$F_N(0) = F_D(0) \quad (22a)$$

$$F_N(\omega_f) + jF_D(\omega_f) = 0 \quad (22b)$$

En particular, los gradientes de las funciones filtro,  $F_N(\omega)$  y  $F_D(\omega)$  a la frecuencia fundamental  $\omega_f$ , describen la sensibilidad del ADF frente a errores en la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$ , mientras que los valores de estas funciones y sus gradientes a frecuencias de orden superior  $\omega = l\omega_f$ , determinan su sensibilidad a armónicos de orden superior  $l$  en el perfil de los valores de intensidad, ecuación (2).

Bajo esta estrategia de análisis en el espacio recíproco se obtienen por ejemplo los denominados ADF simétricos, que consiguen reducir simultáneamente los efectos de los errores de calibración del desplazamiento de fase y de la no sinusoidalidad del perfil del patrón. Se denominan también algoritmos de  $n+1$  valores de intensidad ya que utilizan  $n$  con desplazamientos de fase

$${}_{4,\pi/2}\phi = \frac{1}{2} \left\{ \arctan \left[ \frac{i_3 - i_2}{i_1 - i_2} \right] + \arctan \left[ \frac{i_4 - i_3}{i_2 - i_3} \right] \right\} - \frac{\pi}{4} \quad (14)$$

obtenido este último como promedio de dos series de fases calculadas de acuerdo con la ecuación (6b), o realizando previamente una apropiada ponderación de los ADF que se emplean a fin de mejorar su inmunidad frente a ciertos errores sistemáticos, como por ejemplo<sup>23</sup>:

$${}_{5,\pi/2}\phi = \frac{1}{2} \left\{ \arctan \left[ \frac{i_4 - i_2}{i_1 - i_3} \right] + \arctan \left[ \frac{i_4 - i_2}{i_5 - i_3} \right] \right\} + \frac{15}{100} \left\{ \arctan \left[ \frac{i_5 - i_2}{i_1 - i_4} \right] - \frac{\pi}{4} \right\} \quad (15)$$

Por otra parte, se puede obtener un ADF de promediado mediante un procedimiento<sup>32</sup> que consiste en plantear el algoritmo precursor con dos series de  $n$  patrones desfasadas  $\pi/2$  rad entre sí, y promediar respectivamente los términos  $N$  y  $D$ , ecuaciones (11a) y (11b), de ambas expresiones, tomando el resultado como argumento de la correspondiente función arcotangente. Los ADF así obtenidos son mucho menos sensibles a los errores de calibración que sus precursores. En general, la aplicación de este tipo de algoritmos requiere un número elevado de valores de intensidad ( $2n$ ); pero si se parte de un ADF con desplazamiento de fase relativo  $\alpha_r$  igual a  $\pi/2$  rad, sólo es necesario un valor de intensidad adicional ( $n+1$ ) para tener ambas series. El primer algoritmo de este tipo, denominado algoritmo de Schwider-Hariharan<sup>32,35</sup> tiene su origen en el algoritmo de Wyant, ecuación (7), y se expresa:

$${}_{5,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{2i_2 - 2i_4}{2i_3 - i_5 - i_1} \right\} \quad (16)$$

La Figura 3 muestra a modo de ejemplo el mapa de fase obtenido cuando se combinan cinco patrones de franjas desplazados en fase  $\pi/2$  rad en la forma dada por la ecuación (16).

Recientemente<sup>30,36</sup> se ha propuesto la utilización recursiva de esta técnica para obtener toda una familia de ADF de promediado a partir de cada ADF precursor de ajuste sinusoidal de mínimos cuadrados, así como el promediado de múltiples series de valores de intensidad, como por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} {}_{4,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{-i_1 + 3i_2 - i_3 - i_4}{i_1 + i_2 - 3i_3 + i_4} \right\} \\ {}_{4,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{i_2 + i_3 - 3i_4 + i_5}{i_2 - 3i_3 + i_4 + i_5} \right\} \end{array} \right\} \Rightarrow {}_{5,\pi/2}\phi = \arctan \left\{ \frac{-i_1 + 4i_2 - 4i_4 + i_5}{i_1 + 2i_2 - 6i_3 + 2i_4 + i_5} \right\} \quad (17)$$

## b) ADF de ajuste en el espacio recíproco.

La capacidad de un ADF genérico para compensar ciertos errores sistemáticos y aleatorios puede analizarse mediante su representación de Fourier, identificando la aplicación de un ADF con un proceso de filtrado en el espacio recíproco y analizando el primero de acuerdo con su representación frecuencial<sup>28,30,34,36-39</sup>. Así, los valores de intensidad desplazados en fase  $i_k$ , se consideran valores muestreados de la intensidad  $i(\alpha)$ , ecuación (4), en los puntos  $\alpha_k$ , siendo las funciones de

${}^{n,\alpha_r}\phi_0$  es un sumando adicional de valor constante que puede hacerse nulo eligiendo apropiadamente el valor inicial de la fase de referencia, en cuyo caso la ecuación (9) se escribe  $\alpha_k = (k-s)\alpha_r$ , siendo  $s$  un cierto número real. Asimismo,  $C$  es una función del punto proporcional al producto de la intensidad promedio local  $i_{med}$  y la modulación  $V$ , y que se puede expresar fácilmente haciendo uso de las expresiones (11a) y (11b) en la forma:

$$C = \sqrt{N^2 + D^2} = \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^n \mu_k i_k \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^n \nu_k i_k \right]^2} \quad (13)$$

Los puntos de baja modulación (aquellos en los que  $C$  toma un valor casi nulo, la relación señal a ruido alcanza niveles bajos y, por tanto, la expresión (10) proporciona un resultado poco fiable) se identifican analizando el valor de  $C$ , lo que permite interpolar sus valores o simplemente evitarlos en los procesos de análisis subsiguientes.

La sencillez de la formulación de los ADF genéricos, queda puesta de manifiesto por el hecho de que cualquiera de estos algoritmos, o algún otro que pueda expresarse mediante la ecuación (10), puede ser construido de una manera muy sencilla si se representan vectorialmente los valores de intensidad desplazados en fase  $i_k$  en un espacio bidimensional de intensidades<sup>29</sup>, en una disposición similar a los diagramas de fasores. Cada uno de estos vectores  $i_k$ , situado sobre los radios de una circunferencia, está separado angularmente del consecutivo por una cantidad que es igual a la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$  (este ángulo medido en sentido horario si su valor es positivo, y en sentido antihorario si es negativo). En caso de existir un desfase inicial, el primer vector se desplaza angularmente del eje de las abscisas en una cantidad igual a  ${}^{n,\alpha_r}\phi_0$ , en sentido horario si su valor es negativo y en sentido antihorario si es positivo. Un análisis sobre la simetría en torno a los ejes coordenados de ese espacio de intensidades nos indica que un vector sobre el eje de abscisas tiene únicamente una dependencia en  $\cos\phi$  y un vector en el eje de ordenadas tiene sólo una dependencia en  $\sin\phi$ . Así, estos vectores se disponen de tal forma que una combinación lineal de éstos se encuentra sobre el eje de ordenadas y otra sobre el eje de abscisas, haciendo que las sumas de los coeficientes de los vectores en cada una de las combinaciones lineales sea cero, para cancelar parcialmente el efecto de  $i_{med}$ . El cociente de ambas combinaciones anula totalmente la dependencia en  $C$ , ecuaciones (11a) y (11b), y resulta ser proporcional a  $\tan\phi$ , pudiendo ser empleado, luego de un apropiado reescalado, como argumento de la función arcotangente de la ecuación (10). La figura 2 muestra gráficamente esta sencilla herramienta de construcción de ADF para diferentes algoritmos<sup>30</sup> de cuatro valores de intensidad  $i_k$ .

Por otra parte, los ADF diseñados mediante un ajuste sinusoidal por mínimos cuadrados no siempre tienen un comportamiento óptimo ante ciertos errores sistemáticos (como por ejemplo, una mala calibración de la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$ , una dependencia no sinusoidal entre los valores de intensidad  $i_k$  y fase  $\phi$ , ...), lo que ha llevado al desarrollo de técnicas de diseño alternativas que combinan ADF genéricos preexistentes<sup>23,30-32</sup> o abordan la tarea como el diseño de un filtro en el espacio recíproco<sup>28,33-34</sup>. Asimismo, existen otra serie de ADF que se obtienen imponiendo al proceso de ajuste condiciones adicionales relacionadas con la "robustez" del algoritmo frente a ciertos errores sistemáticos<sup>35</sup>, en cualquier caso comparten características con éstos últimos y pueden incluirse en su conjunto. Dentro de los mismos podemos distinguir:

#### a) ADF de promediado.

Por una parte, este promediado puede llevarse a cabo directamente entre los valores de las fases calculadas con diferentes ADF, como ejemplo<sup>32</sup>:

ro de tres valores de intensidad  $i_k$  a fin de obtener una solución analítica en función de los valores elegidos para el desplazamiento de fase  $\alpha_k$ , por ejemplo<sup>22-24</sup>:

$$\begin{aligned}
 {}^{3,\pi/2}\phi &= \arctan\left\{\frac{2i_2 - i_1 - i_3}{i_3 - i_1}\right\} & {}^{3,\pi/2}\phi &= \arctan\left\{\frac{i_3 - i_2}{i_1 - i_2}\right\} - \frac{\pi}{4} & {}^{3,2\pi/3}\phi &= \arctan\left\{\frac{\sqrt{3}i_1 - \sqrt{3}i_3}{2i_2 - i_1 - i_3}\right\} + \frac{2\pi}{3} \\
 \text{(a)} & & \text{(b)} & & \text{(c)} &
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

con  $\alpha_k = (k-1)\pi/2$  rad,  $k=1,2,3$ . Cuando  $n > 3$  se ha de tomar la solución que mejor se ajuste a la variación sinusoidal de los valores de intensidad en función de  $\alpha_k$ . Aunque para algunos casos particulares es posible llegar a desarrollar el algoritmo de un modo más o menos intuitivo<sup>12</sup>, como por ejemplo el popular algoritmo de Wyant<sup>25</sup>:

$${}^{4,\pi/2}\phi = \arctan\left\{\frac{i_4 - i_2}{i_1 - i_3}\right\}
 \tag{7}$$

con  $\alpha_k = (k-1)\pi/2$  rad,  $k=1,2,3,4$  la forma sistemática más inmediata de encontrar una solución para este tipo de problema es mediante un ajuste sinusoidal de mínimos cuadrados<sup>26-27</sup>. La complejidad de las expresiones derivada del caso general resulta considerablemente reducida si la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$  diferencia de fase entre valores de intensidad consecutivos:

$$\alpha_r = \alpha_{k+1} - \alpha_k
 \tag{8}$$

es constante para cualquier valor de  $k$  en el intervalo  $n-1 > k \geq 1$  en cuyo caso el valor de la fase adicional  $\alpha_k$  para cada valor de la intensidad  $i_k$  es un múltiplo entero de la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$  (ver por ejemplo ecuaciones (6) y (7)) y en general puede expresarse como:

$$\alpha_k = (k-1)\alpha_r
 \tag{9}$$

A menos que se indique lo contrario, en lo que sigue se asume una dependencia para la fase adicional  $\alpha_k$  con la diferencia de fase relativa  $\alpha_r$  dada por la ecuación (9), en cuyo caso se puede calcular la fase  $\phi$  como el arcotangente de un cociente de dos combinaciones lineales de  $n \geq 3$  valores de intensidad  $i_k$  en la forma:

$${}^{n,\alpha_r}\phi = \arctan\left\{\frac{N}{D}\right\} + {}^{n,\alpha_r}\phi_0
 \tag{10}$$

donde

$$N = \sum_{k=1}^n \mu_k i_k = C \operatorname{sen} \phi
 \tag{11a}$$

$$D = \sum_{k=1}^n \nu_k i_k = C \operatorname{cos} \phi
 \tag{11b}$$

siendo  $\mu_k, \nu_k$  números reales denominados amplitudes de muestreo<sup>28</sup> del ADF y que, sustituyendo la ecuación (5) en las ecuaciones (11a) y (11b), verifican:

$$\sum_{k=1}^n \mu_k \operatorname{sen} \alpha_k = \sum_{k=1}^n \nu_k \operatorname{cos} \alpha_k = 1
 \tag{12a}$$

$$\sum_{k=1}^n \mu_k \operatorname{cos} \alpha_k = \sum_{k=1}^n \nu_k \operatorname{sen} \alpha_k = 0
 \tag{12b}$$

unidimensional  $f$ , que define el perfil del patrón, y que nos permite expresar los valores de intensidad, ecuación (1), en la forma:

$$i(\mathbf{r}) = i_{\text{med}}(\mathbf{r}) \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} a_l(\mathbf{r}) \cos[l\phi(\mathbf{r})] \right\} \quad (2)$$

Usualmente, los ADF asumen que el patrón de franjas a utilizar presenta una dependencia sinusoidal con la fase. En este caso, por tanto, la ecuación (1) se escribe:

$$i(\mathbf{r}) = i_{\text{med}}(\mathbf{r}) \{1 + V(\mathbf{r}) \cos[\phi(\mathbf{r})]\} \quad (3)$$

En los ADF se requiere que los valores de intensidad sean modulados en fase, es decir:

$$i(\mathbf{r}, t, \alpha) = i_{\text{med}}(\mathbf{r}) \{1 + V(\mathbf{r}) \cos[\phi(\mathbf{r}) + \alpha(\mathbf{r}, t)]\} \quad (4)$$

donde  $\alpha(\mathbf{r}, t)$  es el denominado desplazamiento de fase. En ese caso, los ADF calculan la fase  $\phi(\mathbf{r})$  combinando un número  $n$  de valores de intensidad  $i_k(\mathbf{r}, t)$  provenientes de uno o varios patrones de franjas en los cuales el desplazamiento de fase toma diferentes valores  $\alpha_k(\mathbf{r}, t)$ . Esta fase  $\alpha_k(\mathbf{r}, t)$  variará entre los distintos valores de intensidad considerados  $i_k(\mathbf{r}, t)$  bien: a) para un mismo punto de varios patrones de franjas obtenidos analógica o digitalmente en distintos instantes de tiempo (DSE, MML, MMMA, MTDf y DS), bien de forma continua (donde la fase varía durante un intervalo  $D$  y consiguientemente se produce una integración en los valores de intensidad que provoca una reducción en la modulación  $V(\mathbf{r})$  del orden de  $\text{sinc}(\Delta/2)$ , a la cual la mayoría los ADF son insensibles<sup>10</sup>) bien de forma discreta, en ambos casos los valores de intensidad pueden expresarse en la forma  $i(\mathbf{r}, t + \Delta t_k)$ ; b) para un mismo patrón entre diferentes puntos del mismo (MDFPE y MAS), en cuyo caso los valores de intensidad se expresan en la forma  $i(\mathbf{r}_k, t)$ ; o c) para un mismo punto de varios patrones de franjas adquiridos en un mismo instante de tiempo (MEDF), donde los valores de intensidad a emplear son  $i(\mathbf{r}^k, t)$ . En cualquier caso, los valores de intensidad que se combinan en un ADF presentan entre sí un cierto desfase y pueden ser representados genéricamente por  $i_k$  donde su dependencia espacial y temporal variará según el método de evaluación considerado (Figura 1) y estas dependencias se evitan explícitamente en lo que sigue para el resto de las magnitudes, abreviando adecuadamente la notación de las respectivas expresiones. Así los valores de intensidad desplazados en fase, de acuerdo con la ecuación (4), pueden expresarse sucintamente en la forma:

$$i_k = i_{\text{med}} \{1 + V \cos[\phi + \alpha_k]\}, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Los ADF pueden ser clasificados y comparados según diversos criterios<sup>10,18-21</sup>. La taxonomía que proponemos los divide en dos grandes grupos. El más amplio está integrado por los que denominaremos ADF genéricos obtenidos a través de un proceso sistemático y es por ello por lo que continuamente aparecen en la literatura nuevos algoritmos de este tipo. El resto los agruparemos bajo el término de ADF específicos en tanto en cuanto resuelven la evaluación en condiciones en las cuales las hipótesis planteadas en los ADF genéricos no se verifican, o el resultado obtenido directamente no es la fase óptica  $\phi$ .

## 2.1. ADF genéricos

Estos algoritmos emplean en general valores de desplazamiento de fase  $\alpha_k$  conocidos, con lo que en la expresión de los valores de intensidad  $i_k$ , ecuación (5), permanecen desconocidos tan sólo tres incógnitas: las distribuciones de  $i_{\text{med}}$ ,  $V$  y  $\phi$ . Es por ello que se requiere como mínimo un núme-

jas (excepto el MMMA), siendo por ello adecuados para la medida de la fase en situaciones de rápida variación del mensurando y/o del ruido, los métodos sin portadora espacial presentan un mayor rango de medida<sup>16</sup>.

Por otra parte, una serie de estos métodos (MDFPE, DSE, MML, MMMA, MAS, MTDF, MEDF y DS) emplean los Algoritmos de Desplazamiento de Fase (ADF), con carácter general o para ciertos de éstos, como herramienta para obtener la fase óptica a través de una función trigonométrica inversa cuyo argumento es una combinación de valores de intensidad desplazados en fase, estos últimos obtenidos a partir de uno o varios patrones de franjas. Estos ADF, que datan<sup>17</sup> al menos de 1966, permiten calcular la fase con su polaridad en un intervalo de tiempo relativamente corto, con una baja complejidad computacional (incluso en presencia de fronteras o discontinuidades) y sin necesidad de interacción por parte del mensurador una vez que los valores de intensidad han sido obtenidos. Estas razones justifican su uso en la mayoría de los actuales dispositivos ópticos de medida comerciales.

TABLA I

Clasificación de los Métodos de Evaluación. Se señalan aquellos que emplean ADF

Con portadora espacial	Sin portadora espacial
<b>MDFPE</b>	<b>MTDF</b>
<b>DSE</b>	<b>MEDF</b>
<b>MML</b>	<b>DS</b>
<b>MMMA</b>	MH
ETF	IRFR
<b>MAS</b>	MMSF
MSDD	

En este trabajo presentaremos una revisión actualizada de los ADF en el contexto general de los Métodos de Evaluación de Fase, indicando una posible clasificación de los mismos, su relación con los algoritmos de reconstrucción de la fase, las diversas estrategias que pueden ser empleadas para modular en fase los diferentes valores de intensidad y sus errores asociados.

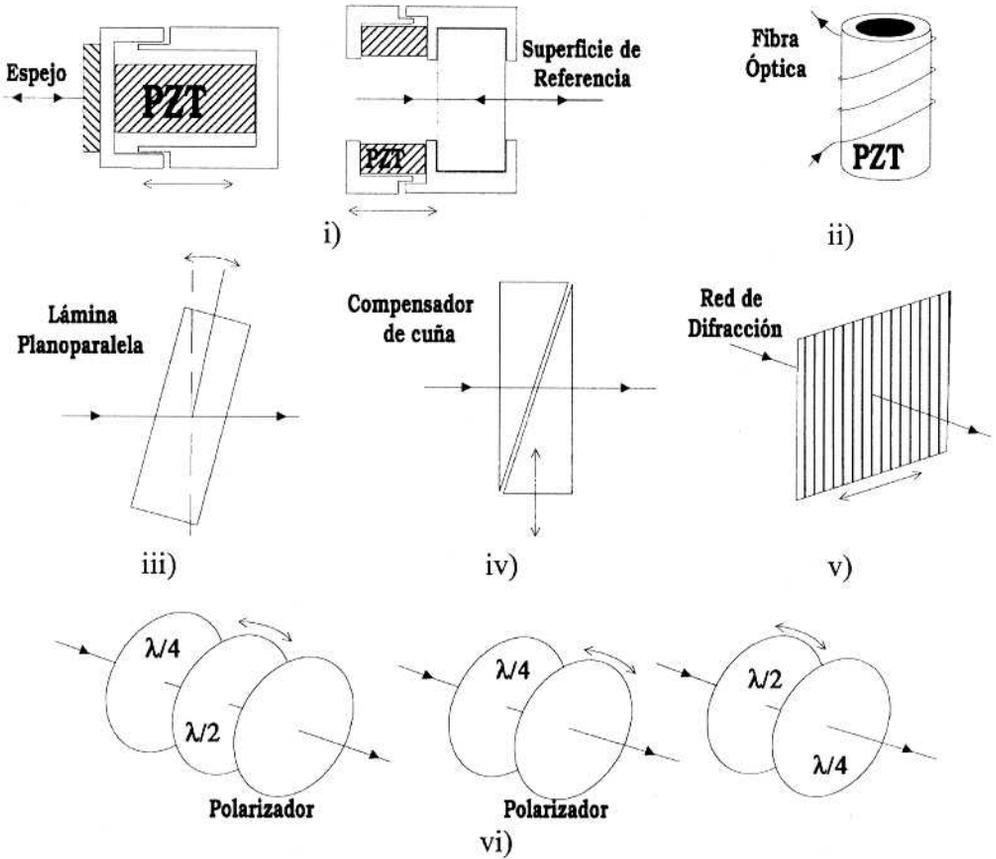
## 2. CLASIFICACIÓN DE LOS ADF

La dependencia de los valores de intensidad  $i(\mathbf{r})$  con la fase óptica  $\phi(\mathbf{r})$  puede ser expresada matemáticamente como:

$$i(\mathbf{r}) = i_{\text{med}}(\mathbf{r}) \{1 + V(\mathbf{r}) f[\phi(\mathbf{r})]\} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{r}$  denota la posición espacial,  $i_{\text{med}}(\mathbf{r})$  es la intensidad promedio local,  $V(\mathbf{r})$  es la visibilidad o contraste del patrón y la naturaleza periódica de la intensidad queda determinada por la función

## Mecánicos



## No Mecánicos

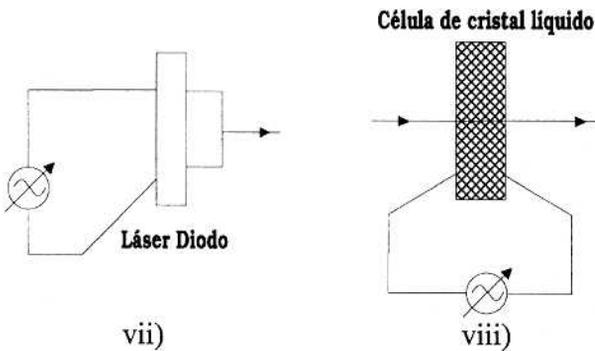


FIGURA 6. Principales moduladores analógicos temporales. Explicación en el texto