

Aplicación de Programación Lineal Enfocada a la Optimización de los Proceso de Corte.

Marcos Calle Suárez, Fernando Guerrero López, José Manuel García Sánchez
Escuela Superior de Ingenieros - Universidad de Sevilla, Camino de los descubrimientos, s/n - Plaza de
América, Isla de la Cartuja - 41092 Sevilla,

3itis@wanadoo.es

fergue@esi.us.es

jmgs@esi.us.es

RESUMEN

En este trabajo se presentan las características mas destacadas de la aplicación informática homónima. Inicialmente, se presenta una introducción en la cuál se exponen las justificaciones y origen de esta aplicación. A continuación, se detalla el modelo matemático que se usa en dicha aplicación. Seguidamente, se enumeran las prestaciones de la aplicación. Por último, se describe en un ejemplo el uso del programa y algunos comentarios de interés.

1. Introducción y origen.

Ante el marco actual de creciente competencia para la industria se hace necesario el óptimo aprovechamiento de los recursos disponibles.

Debido a ello, se desarrollan herramientas y métodos dirigidos a tal fin. Entre los que se encuentra la programación lineal y las aplicaciones informáticas.

El origen de la aplicación se debe a un problema detectado en una empresa líder en el sector de la fabricación de puertas automáticas, la cuál sostenía la siguiente secuencia de fabricación:

- a) En primer lugar, se producía la orden de pedido de la puerta, no existiendo medidas estandarizadas.
- b) A continuación, proseguía con el corte de los distintos perfiles de aluminio .
- c) En última instancia, se llevaba a cabo el montaje.

En dicho proceso no era usado ningún método de planificación de corte, lo cuál suponía una producción de desechos aleatoria y lo que conlleva el no aprovechamiento de los recursos.

Ante la observada situación, se establecieron unas directrices que condujesen a una reducción en los importes de la compra de perfiles, a la vez que proporcionasen una menor producción de desechos. Posteriormente, se obtuvo un modelo matemático basado en la programación lineal adecuándose a la citadas directrices.

2 Modelo matemático.

A continuación, se presenta detalladamente el modelo matemático genérico en el cuál se basa la resolución de los problemas.

2.1 Datos de partida del problema y variables utilizadas.

2.1.1 Constantes.

- “i” ⇒ indica la barra de nombre “i”, $i \in [1, 2, \dots, n]$
- “j” ⇒ indica el perfil solicitado de nombre “j”, $j \in [1, 2, \dots, m]$
- “L_i” ⇒ longitud de la barra de nombre “i” en stock
- “l_j” ⇒ longitud del perfil solicitado de nombre “j”
- “U_u” ⇒ longitud considerada como umbral útil, es decir, todo resto de barra obtenido inferior a este umbral es considerado como resto no útil, el cual se considera como perdidas.
- “LBN” ⇒ es la longitud de las barras nuevas que están en stock.
- “a₂” ⇒ coeficiente de bonificación en la función objetivo, para obligar a obtener retales o útiles menores de “U_u”
- “a₃” ⇒ coeficiente de bonificación en la función objetivo, para obligar a obtener retales o útiles menores de “3U_u/4”
- “a₄” ⇒ coeficiente de bonificación en la función objetivo, para obligar a obtener retales no útiles menores de “U_u/2”
- “a₅” ⇒ coeficiente de bonificación en la función objetivo, para obligar a obtener retales no útiles menores de “U_u/4”
- “C_i” ⇒ coeficiente de un sumando de la función objetivo.
- $$C_i \begin{cases} 1 & , \text{ si } “L_i”, \text{ longitud de la barra } “i” \text{ en stock, es igual } “LBN”, \text{ es la longitud de} \\ & \text{ las barras nuevas, es decir, en caso de que la barra } “i” \text{ sea nueva.} \\ 0 & , \text{ en caso contrario, es decir, barra no nueva} \end{cases}$$

2.1.2 Variable continua.

- “R_i” ⇒ Resto obtenido de la barra de nombre “i”. Es decir, es la longitud de barra sobrante obtenida después del proceso de corte.

2.1.3 Variables binarias.

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{. si el perfil solicitado "i" se obtiene de la barra "j"} \\ 0 & \text{. en caso contrario} \end{cases}$$

“ δ_i ”	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right.$. si de la barra “i” se obtiene algún perfil solicitado . en caso contrario
“ α_i ”	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right.$. si el resto obtenido de la barra “i” se encuentra entre $[0, U_i]$. en caso contrario
“ β_i ”	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right.$. si el resto obtenido de la barra “i” se encuentra entre $[0, 3U_i/4]$. en caso contrario
“ γ_i ”	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right.$. si el resto obtenido de la barra “i” se encuentra entre $[0, U_i/2]$. en caso contrario
“ μ_i ”	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right.$. si el resto obtenido de la barra “i” se encuentra entre $[0, U_i/4]$. en caso contrario

2.2 Función objetivo y restricciones.

2.2.1 Función objetivo

La función objetivo que se obtiene una vez eliminadas factores redundantes es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_i (c_i \times L_i \times \delta_i) - a_2 \times \sum_i (L_i \times \alpha_i) - a_3 \times \sum_i (L_i \times \beta_i) \\ - a_4 \times \sum_i (L_i \times \gamma_i) - a_5 \times \sum_i (L_i \times \mu_i) \end{aligned} \quad (1)$$

Con esta función objetivo se intenta minimizar los costes de producción, para lo cual se exponen a continuación los efectos de cada sumando de la función objetivo. Los sumandos de la función objetivo son los siguientes:

$$\sum_i (c_i \times L_i \times \delta_i) \quad (2)$$

$$- a_2 \times \sum_i (L_i \times \alpha_i) \quad (3)$$

$$- a_3 \times \sum_i (L_i \times \beta_i) \quad (4)$$

$$- a_4 \times \sum_i (L_i \times \gamma_i) \quad (5)$$

$$- a_5 \times \sum_i (L_i \times \mu_i) \quad (6)$$

En la expresión (1), se penaliza únicamente el coste de las barras nuevas, no retales,

necesarias para el proceso de corte. Es decir, se obliga a aprovechar en primer lugar los retales de los que disponemos. Esto reduce costes de lanzamiento de pedido y stock, tanto de cantidad de inversión en inventario como gastos ocasionados por el manejo de dichos stocks.

En la expresión (2), se bonifica a los restos obtenidos cuya longitud esté comprendida entre $[0, U_u]$.

En la expresión (3), se bonifica a los restos obtenidos cuya longitud esté comprendida entre $[0, 3U_u/4]$.

En la expresión (4), se bonifica a los restos obtenidos cuya longitud esté comprendida entre $[0, U_u/2]$.

En la expresión (5), se bonifica a los restos obtenidos cuya longitud esté comprendida entre $[0, U_u/4]$.

2.2.2 Restricciones

La función objetivo que se obtiene una vez

$$\sum_i X_{ij} = 1, \forall j \in [1, 2, \dots, m] \quad (7)$$

$$X_{ij} \leq \delta_i, \forall i \in [1, 2, \dots, n], \forall j \in [1, 2, \dots, m] \quad (8)$$

$$L_i = R_i + \sum_j (X_{ij} \times l_i), \forall i \in [1, 2, \dots, n] \quad (9)$$

$$\frac{R_i - U_u}{10000} \leq (1 - \alpha_i), \forall i \in [1, 2, \dots, n] \quad (10)$$

$$\frac{\left(R_i - \frac{3U_u}{4}\right)}{10000} \leq (1 - \beta_i), \forall i \in [1, 2, \dots, n] \quad (11)$$

$$\frac{\left(R_i - \frac{U_u}{2}\right)}{10000} \leq (1 - \gamma_i), \forall i \in [1, 2, \dots, n] \quad (12)$$

$$\frac{\left(R_i - \frac{U_u}{4}\right)}{10000} \leq (1 - \mu_i), \forall i \in [1, 2, \dots, n] \quad (13)$$

Con estas restricciones se obliga a las posibles soluciones a respetar una serie de condiciones, las cuales se exponen a continuación:

En la expresión (7), se impone que se obtengan todos los perfiles solicitados, de tal modo que solo se puede obtener de una única barra.

En la expresión (8), se impone que si se utiliza la barra “i” para obtener algún perfil solicitado de ella, entonces la variable “ δ_i ” toma el valor ‘1’.

En la expresión (9), se obtiene el valor de los restos obtenidos de cada barra.

En la expresión (10), se impone que “ α_i ” toma el valor ‘1’ únicamente en caso de que el resto obtenido de la barra “i” esté comprendido entre $[0, U_u]$.

En la expresión (11), se impone que “ β_i ” toma el valor ‘1’ únicamente en caso de que el resto obtenido de la barra “i” esté comprendido entre $[0, 3U_u/4]$.

En la expresión (12), se impone que “ δ_i ” toma el valor ‘1’ únicamente en caso de que el resto obtenido de la barra “i” esté comprendido entre $[0, U_u/2]$.

En la expresión (13), se impone que “ μ_i ” toma el valor ‘1’ únicamente en caso de que el resto obtenido de la barra “i” esté comprendido entre $[0, U_u/4]$.

3 Prestaciones de la aplicación

Entre las distintas prestaciones de la aplicación se encuentran las siguientes:

- a) Resolución de problemas mediante múltiples métodos de resolución. Esto se debe a que para resolver los modelos obtenidos en cada problema se utiliza la bibliotecas dinámicas de XA [1], que usan múltiples métodos de resolución atendiendo a la estrategia de búsqueda de soluciones. Todo esto es debido a que la obtención del óptimo en multitud de casos requeriría un elevado tiempo de cálculo.
- b) Representación en pantalla de informes gráficos e informes de texto, resumen de los datos y resultados obtenidos.
- c) Almacenamiento de informes gráficos e informes de texto, resumen de los datos y resultados obtenidos para consultas futuras.
- d) Impresión de informes gráficos e informes resumen de texto de los datos y resultados obtenidos.

4 Ejemplo práctico de uso de la aplicación

A continuación, mediante un ejemplo detallado, se podrá observar los datos y ventanas de la aplicación (tanto las que introducen los datos como la de presentación de resultados).

4.1 Datos de partida del ejemplo

Los datos de partida son los siguientes:

Perfiles solicitados:

Conjunto de los perfiles que queremos obtener una vez se planifique el proceso de corte. La relación de perfiles se muestra a continuación.

- 2 Perfiles de 1450 mm.
- 2 Perfiles de 1200 mm.
- 2 Perfiles de 1050 mm.
- 2 Perfiles de 1020 mm.
- 2 Perfiles de 975 mm.
- 2 Perfiles de 950 mm.
- 4 Perfiles de 860 mm.
- 4 Perfiles de 760 mm.

Barras en stock:

Conjunto de barras en stock a partir de las cuales se estudiará el problema. Solo se deben introducir las barras no nuevas (retales menores de longitud de las barras nuevas) debido a que la aplicación solicitará tantas barras nuevas como sea necesario.

- 1 barra de 4500 mm.
- 1 barra de 1460 mm.

Longitud de barra nueva = 6000 mm.

Umbral útil para los retales obtenidos = 600 mm.

Modo de resolución del problema:

Debido a la complejidad del problema, la aplicación encontrará el óptimo o una solución admisible aceptable. Debido a ello, el usuario solicita el tipo de solución deseada y el tiempo de resolución del problema. Seguidamente se presentan los parámetros introducidos:

Estrategia utilizada = 6A

Tiempo de cálculo: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Horas} = 0 \\ \text{Minutos} = 30 \\ \text{Segundos} = 1 \end{array} \right.$

4.2 Modo de empleo de la aplicación

Para introducir los datos anteriormente expuestos se rellenará la ventana de “introducción de datos” quedando con un aspecto similar al representado en la figura 1.

Figura 1: Ventana de introducción de datos

En este ejemplo el modelo obtenido para el problema se compone de:

- 1 función objetivo
- 572 variables, de las cuales 22 son continuas y 552 son binarias
- 571 restricciones, sin incluir la acotación de cada una de las variables

La solución obtenida se puede consultar en pantalla o imprimir un documento con dicha información. La solución obtenida se compone de 2 apartados:

- Informe gráfico, en el cuál se observa para cada barra los perfiles y retales obtenidos. Puede observarse en la figura 2.

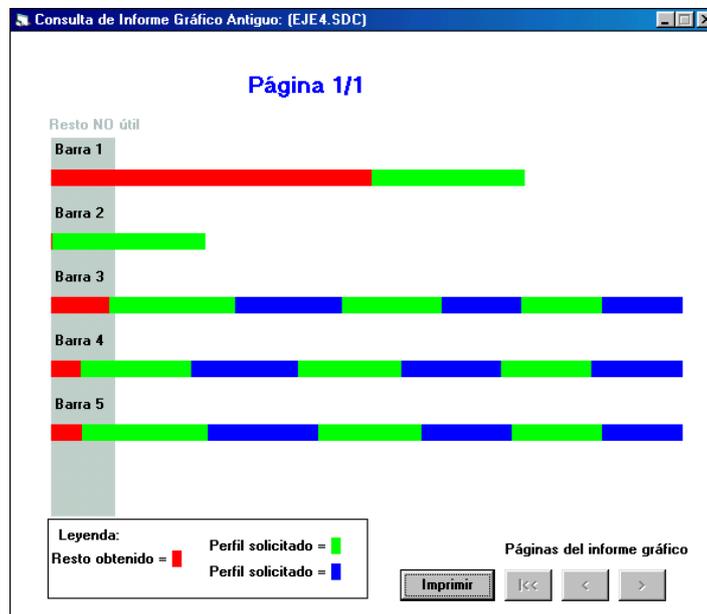


Figura 2: Ventana de informe gráfico

- Informe de texto, en el cuál se presenta un informe detallado de los requerimientos del problema, perfiles usados y no usados, así como los parámetros del método de resolución empleado. Puede observarse en la figura 5.

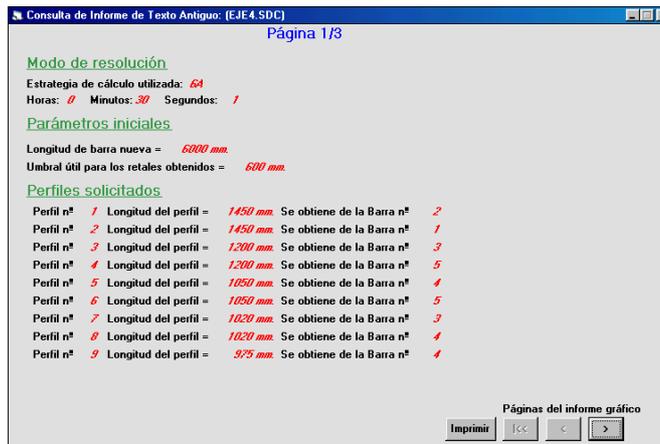


Figura 3: Ventana de informe de texto

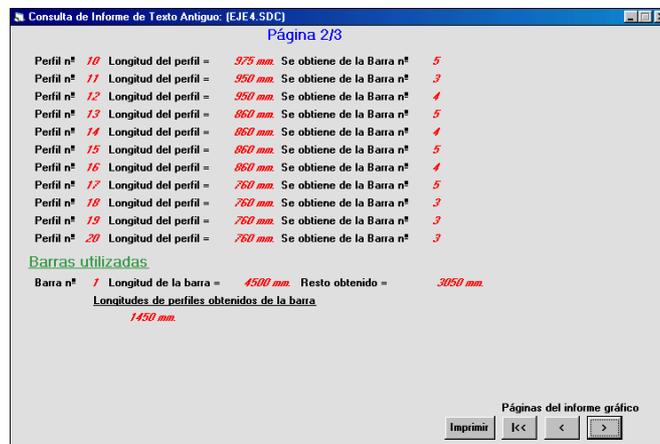


Figura 4: Ventana de informe de texto (continuación)



Figura 5: Ventana de informe de texto (continuación)

Referencias

- [1] Sunset Software Technology, *XA Callable Library, version 3.0*, 1994.