

Afianzando GeoGebra 4 con probabilidade e cónicas¹

Distribucións de probabilidade.
Unha análise da elipse e da hipérbole como lugares xeométricos.

Índice:


- [Introdución](#)
- [Uso inicial das ferramentas básicas](#)
- [Distribución de probabilidade. Intervalos característicos](#)
- [Aproximación da binomial pola normal](#)
- [Construción da elipse e da hipérbole como lugares xeométricos](#)

Introdución

O anagrama que ilustrou o inicio na execución de GeoGebra moito tempo,



xa dicía por si mesmo moito desta increíble ferramenta:

- Xeometría (Geo)
- Álgebra (Gebra)
- Experimentación, proba, investigación ()
- Matemáticas dinámicas para escolas (Dynamic Mathematics for Schools)

E así foi, permitiunos ensinar e aprender xeometría e álgebra, experimentar, elaborar conxecturas, comprobar hipóteses, explicar funcións, ..., e moito máis.

Aínda así, cando agora vemos na posta en marcha do programa, este outro anagrama,



sabemos que a todo o anterior, se suman moitas outras posibilidades:

- Novas ferramentas (puntos en obxectos, lapis, cálculo de probabilidade, inspección de función, caixa de entrada, ...), de indiscutible utilidade.

¹ Gesteira Losada, Esperanza¹; Larrosa Cañestro, Ignacio²; Zacarías Maceiras, Fernando³; Pereiro Carbajo, Débora⁴; Rodríguez Somoza, Aia⁵; de la Torre Fernández, Enrique⁶

¹IES Sánchez Cantón, Pontevedra; ²IES Rafael Dieste; ³IES As Mariñas, Betanzos; ⁴IES de Rodeira, Cangas;

⁵CPI de Mondariz; A Coruña; ⁶Fac. de CC. da Educación, UdC. (Grupo XeoDin)

- Novos comandos (en especial para estatística e probabilidade)
- Ampliación das expresións admisibles na liña de entrada (inecuacións, ...)
- Segunda xanela gráfica (coa posibilidade de vela como xanela independente ou integrada, ao igual que a folla de cálculo a xanela de cálculo de probabilidades, a xanela de álgebra, ...).
- Excelente interface para a introdución de textos, ...
- GeoGebraTube, almacén aberto de construcións para uso e aproveitamento xeral.

Así pois, GeoGebra está en efervescencia, e non parece que se vaia quedar aí, grazas aos creadores, desenvolvedores, colaboradores, a un sen fin de suxestións e achegas que van chegando ás wikis e foros existentes, e a o seu uso por millóns de usuarios de todo o mundo.

Estando a converterse nun estandar na ensinanza das matemáticas, quizais compre buscar o xeito de integralo nas clases de cada quen e de coñecer as súas prestacións, ao nivel que cada persoa considere oportuno.

Na procura de facilitar esta tarefa se ofrece e comparte o material deste obradoiro, no desexo de que cumpra coas expectativas que se depositen nel.

Obxectivos xerais

En base ao sinalado anteriormente, contéplanse os seguintes obxectivos xerais:

- Propiciar o coñecemento e utilización de GeoGebra para o desenvolvemento de diversos temas na ESO e no bacharelato.
- Coñecer as rutinas básicas de GeoGebra.
- Elaborar figuras para o seu uso nas explicacións do profesorado e/ou para o seu utilización ou construción directa polo alumnado.
- Facilitar recursos didácticos xa elaborados susceptibles de utilización directa na aula.
- Considerar a utilidade de crear e utilizar arquivos html integrables en páxinas web, así como código para integrar directamente en Moodle.

Obxectivos específicos

Concretando na práctica específica da tarefa docente, téntase:

- Coñecer e aplicar experiencias innovadoras no ensino e a aprendizaxe das matemáticas na Educación Secundaria.
- Coñecer novas propostas para traballar os contidos matemáticos na Educación Secundaria.
- Planificar actividades para desenvolver contidos de matemáticas.
- Empregar metodoloxías que integren as TIC nas aulas.
- Planificar accións de traballo colaborador cos estudantes de Educación de Secundaria.
- Coñecer e empregar ferramentas de traballo con programas de xeometría dinámica.
- Coñecer e elaborar materiais TIC para as matemáticas na Educación Secundaria.
- Desenvolver contidos do currículo de matemáticas da Educación Secundaria mediante recursos didácticos interactivos.

Traballando as TIC con GeoGebra 4.

A interface de GeoGebra 4. Introdución.

DESCARGA DO PROGRAMA E MANUAIS

- Descarga Java (<http://www.java.com/es/download/>)
- Descarga GeoGebra 4 (<http://www.geogebra.org/cms/es/download>)

Preséntanse varias opcións:

- Botón "Webstart": instala última versión. Deste xeito, e dispoñendo de conexión a Internet, unha vez arrancado o programa, este avisa se hai unha nova versión dispoñible.
- Botón "GeoGebraPrim": instala unha versión de GeoGebra para Educación Primaria, coas mesmas características que a opción anterior.
- Botón "Applet Start": non se produce instalación ningunha no ordenador, GeoGebra ábrese nunha nova xanela do navegador.
- Enlace "instalador offline" (Instaladores Fora de Liña): leva a unha páxina onde se pode descargar un ficheiro executable que permite a instalación do programa en calquera ordenador, este ou non conectado a Internet.
 - Instalador para Windows
 - Instalador para Linux
 - Instalador para Mac OSX

Manuais de axuda de GeoGebra

- Versión 4 (Guía rápida)
(http://www.geogebra.org/help/geogebraquickstart_es.pdf)
- Versión 4.0/4.2 (en liña) (<http://geogebra.es/cvg/manual/index.html>)

INTRODUCCIÓN A GEOGEBRA

1. Descrición do programa

GeoGebra comezou sendo un software de Xeometría Dinámica que evolucionou de forma vertixinosa converténdose nunha ferramenta fabulosa e moi potente para ensinar e aprender Matemáticas combinando *Aritmética*, con *Xeometría*, *Álgebra*, *Análise*, *Cálculo*, *Probabilidade e Estatística*.

- Libre: Pódese descargar libremente de <http://www.geogebra.org>, podendo acceder ao código fonte do programa.
- Multiplataforma: Funciona en Windows, Linux, Mac OS X, e en xeral en calquera plataforma que soporte Java (case todas).

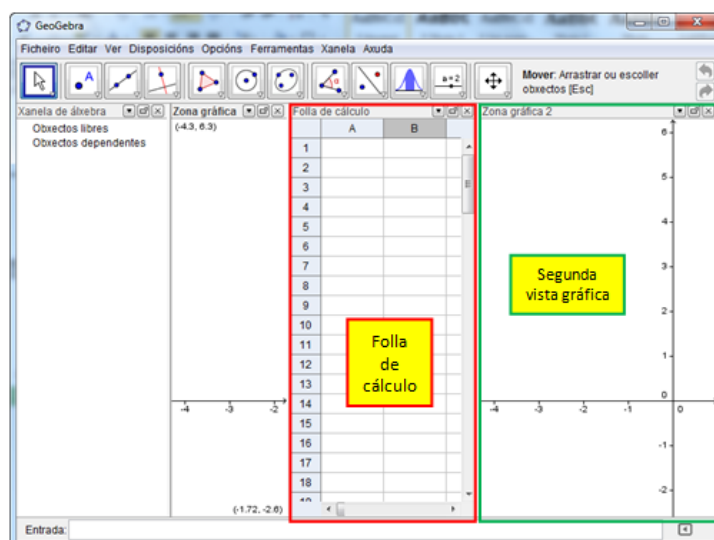
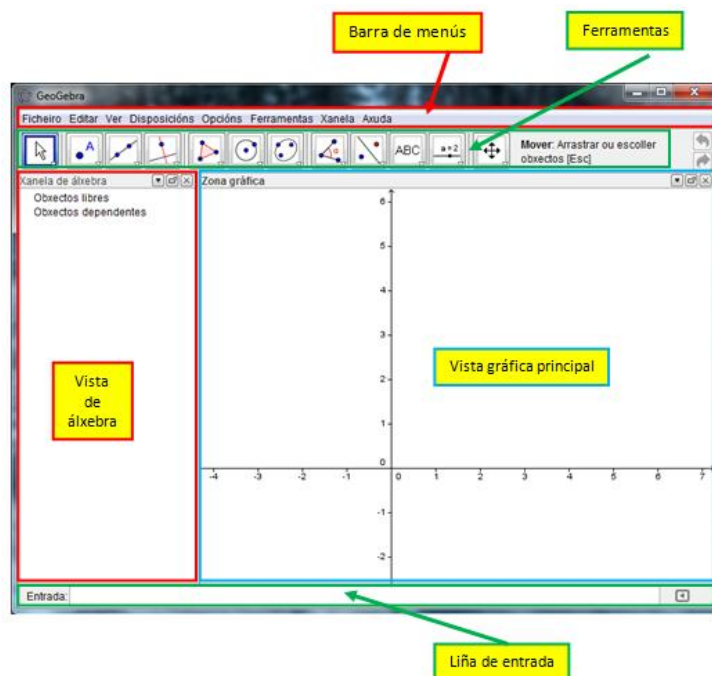
O apelativo "*Dinámica*" quere dicir que permite realizar construcións nas que uns elementos (*obxectos dependentes*) dependen doutros previos, de xeito que, ao modificar estes, modifican de forma consecutiva e automática os que dependen deles. Os que non dependen de ningún outro, son *obxectos libres*. Estes obxectos poden ser puntos, rectas, segmentos, vectores, polígonos,

números, circunferencias, cónicas, curvas paramétricas, funcións, textos... Todos os obxectos teñen un nome (asignado polo programa segundo certas regras, aínda que podemos modificalo).

Como xa se mencionou non só é xeometría, tamén permite traballar a álgebra, entendida en sentido amplo: álgebra, xeometría analítica, cálculo, estatística... Aínda que se se quere, pode parecer puramente xeométrico.

Ademais, permite exportar moi doadamente as construcións realizadas como páxinas web, ou só o applet, conservando todo o seu dinamismo. Isto permite publicalas en Internet e usalas en calquera ordenador con calquera explorador web que teña **Java** instalado. Por outra parte, os plugins desenvolvidos ata a data vannos permitir integrar e cualificar actividades realizadas con GeoGebra dentro de plataformas de elearning como Moodle.

2. Zonas de pantalla de GeoGebra.



A pantalla de GeoGebra divídese en seis zonas:

- Na parte superior encóntranse os **Menús** e as **Ferramentas** (barra de botóns).
- **Xanela de Álgebra** á esquerda, a **Zona Gráfica** no centro e a **Folla de Cálculo** á dereita (oculta por defecto).
- Na parte inferior, a **Liña de Entrada** de teclado que permite, ademais de infinidade de cálculos, introducir directamente expresións matemáticas alxébricas.

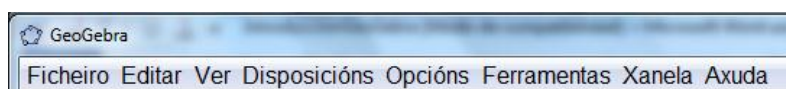
A parte central, coas súas tres zona (Alxébrica, Gráfica e Folla de Cálculo), permite a visualización de tres diferentes representacións dun obxecto (representación **gráfica**, **alxébrica** e **tabular**). Estas tres representacións responden ao mesmo tempo e dinamicamente a calquera cambio de valor no obxecto, sen importar como se creou.

A visualización de calquera destas zonas pode activarse ou desactivarse seleccionando a opción correspondente no menú **Ver**. Neste menú podemos comprobar que existen dúas vistas máis: a **Zona Gráfica 2**, que complementa a **Zona Gráfica 1** cun comportamento similar a ela e o **Protocolo de Construción**.

En principio deixaremos a vista da folla de cálculo para traballar con ela algo máis adiante, xa que non aparece por defecto ao lanzar o programa e pretendemos unha mellor toma de contacto con ela.

Na parte superior dereita de cada zona móstranse tres pequenos botóns que facilitan algunhas tarefas, entre elas acceder á barra de estilos de calquera obxecto seleccionado.

2.1. Menús.



Os Menús ocupan a parte superior da xanela de GeoGebra.

Despréganse ao facer clic sobre eles.

Ficheiro: Permite abrir arquivos (mostra os recentes), gardalos, imprimir, exportar ou pechar o programa. Coa opción **Abrir páxina web**, tamén podemos abrir arquivos de GeoGebra publicados en páxinas web e coa de **Compartir**, subir o noso arquivo ao repositorio de GeoGebraTube.

Edita: Permite desfacer/refacer cambios, seleccionar elementos, copiar ao portapapeis ou abrir a ficha de propiedades dos elementos construídos.

Ver: Permite seleccionar que elementos da interface se mostran ou non: **Xanela de álgebra**, **Folla de cálculo**, **Zona Gráfica**, **Zona Gráfica 2**, **Liña de entrada**, **eixes de coordenadas**, **cuadrícula**,...

Disposicións: Permite elixir entre varias disposicións predefinidas das vistas e gardar disposicións personalizadas.

Opcións: Pódese determinar entre varias opcións como se expresarán os elementos creados con ferramentas e comandos na **Xanela de álgebra**. Permite axustar o funcionamento do programa: **Idioma**, **captura de puntos á cuadrícula**, **rotulado**, **tamaño da fonte**... Estas opcións non se manteñen ao pechar a sesión, aínda que se poden almacenar de forma permanente. Tamén se pode restablecer a configuración orixinal do programa.

Ferramentas: Creación e xestión de ferramentas propias (macros) e personalización da barra de ferramentas.

Xanela: O único item é "Xanela nova", incluída tamén no menú Ficheiro.

Axuda: Dá acceso á axuda do programa, a GeoGebraTube, ao Foro de GeoGebra e mostra información sobre a versión e a súa licenza.

2.2. Ferramentas.



As **Ferramentas** ocupan a parte superior da xanela de GeoGebra, xusto debaixo dos menús. Corresponden aos obxectos e operacións gráficas máis usuais. Accédese a elas mediante os botóns. Cada botón visible actívase facendo clic sobre el, e inclúe unha frecha na súa esquina inferior dereita que ao ser activada cun clic desprega todos os botóns dispoñíbles relacionados co que está visible. Cando activamos un botón, permanece como o botón visible do seu grupo.

De esquerda a dereita, temos os grupos: **Movemento**, **Puntos**, **Rectas**, **Trazados especiais**, **Polígonos**, **Círculos e Arcos**, **Cónicas**, **Medición**, **Transformación**, **Especiais**, **Obxectos de Acción** e **Xenerais**. Á dereita dos botóns temos un pequeno texto de axuda sobre a ferramenta actualmente seleccionada, especialmente sobre que obxectos e en que orde deben seleccionarse. Á dereita de todo móstranse dúas iconas para desfacer as últimas operacións realizadas ou refacelas, equivalentes ás accións de **Ctrl+Z** ou **Ctrl+E**.

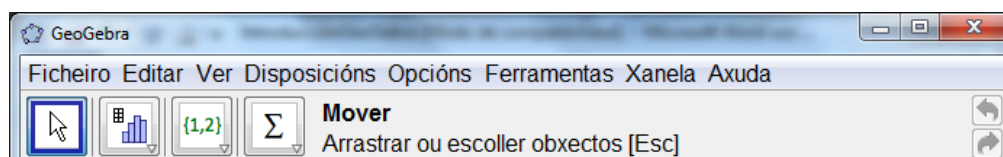
O primeiro botón do primeiro grupo corresponde á ferramenta "**Mover**". É a ferramenta por defecto e á que debemos volver despois de rematar de utilizar calquera outra, ben seleccionándoa, ben pulsando a tecla de escape. Podemos mover calquera obxecto sobre a Zona Gráfica simplemente arrastrándoo co rato, sempre que o obxecto sexa desprazable (algúns obxectos non se poden mover porque están fixos por construción ou porque se fixaron expresamente). Á vez que movemos un obxecto, podemos observar a actualización inmediata do seu valor na Xanela de álgebra. Os obxectos seleccionados con esta ferramenta, tamén poden moverse coas teclas de dirección, así como borrarse coa tecla **Supr**.

Atención! Ao borrar un obxecto borraranse todos os que dependan del (**Ctrl Z** resulta moi útil nestes casos).

Podemos outorgar a calquera obxecto a propiedade de fixo no seu menú contextual (clic co botón dereito sobre el na Zona gráfica ou na Xanela de álgebra). Un **obxecto fixo** non se pode mover, mesmo aínda que que sexa **libre** ou **semilibre**. Tampouco se pode modificar, redefinir ou eliminar, sen cambiar previamente a súa condición de fixo.

A barra de ferramentas pódese **personalizar** a través da opción **Personalizar Barra de Ferramentas** do menú Ferramentas, de forma que só aparezan as que se desexe.

Tamén podemos reagrupar e alterar a orde. Para restaurar a barra completa, na orde predefinida, abonda pulsar o botón **Restablecer Barra de Ferramentas Orixinal** visible nesa mesma opción. A folla de cálculo ten as súas propias ferramentas



2.3. Zona Gráfica.



A **Zona Gráfica** ocupa a parte central. Nela aparecen representados os obxectos gráficos. Por defecto, ocupa a maior parte da pantalla. Pódese ocultar, reducir ou ampliar, ao mesmo tempo que reducimos, ampliamos ou ocultamos as outras zonas que se encontren activas, a Xanela de álgebra ou a Folla de Cálculo. Tamén se pode modificar a disposición das zonas visibles arrastrando co rato a barra de título da zona que se quere desprazar.

Sobre a Zona Gráfica pódense representar directamente obxectos xeométricos elixindo a **Ferramenta** desexada co rato. É aconsellable, mentres non se domine cada ferramenta, atender ao texto de axuda que aparece na barra de ferramentas. Calquera obxecto xeométrico (non se inclúen textos e imaxes) creado na **Zona Gráfica** terá a súa inmediata representación na **Xanela de álgebra**.

Facendo clic co botón dereito sobre calquera obxecto, accedemos ao menú contextual do obxecto, isto permite ver e modificar as súas propiedades.

Tamén se pode **ocultar ou mostrar** calquera obxecto da Zona Gráfica, usando a ferramenta **Amosar / Agochar Obxecto** (no último grupo de ferramentas, o correspondente a Xerais), ben mediante o menú contextual (facendo clic co botón dereito sobre o obxecto) ou mediante un control na Xanela de álgebra. Tamén se poden ocultar e mostrar obxectos de forma interactiva creando unha **Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos**.

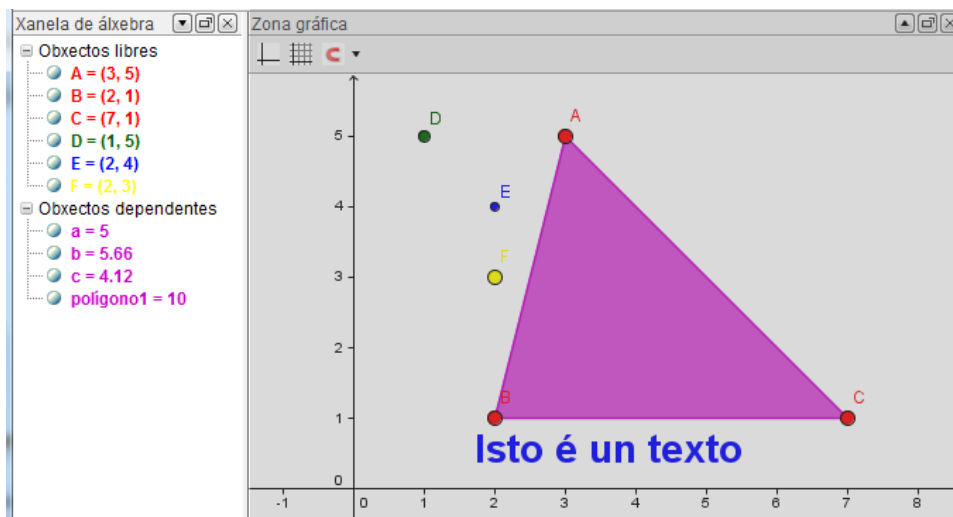
Un dobre clic coa ferramenta **Amosar / Agochar Obxecto** sobre a Zona Gráfica deixará visibles todos os obxectos.

A Zona Gráfica é ilimitada, aínda que loxicamente só unha parte é visible. Para **axustar** a parte visible da Zona Gráfica se dispón de varios recursos:

- A ferramenta **Mover zona gráfica**.
- As ferramentas **Achegar** e **Afastar** (a posición do punteiro no momento de facer clic determina o centro do zoom).
- A roda do rato.
- Atallos do teclado: **Ctrl + e** e **Ctrl -** (teclado alfabético)
- Usando o menú contextual da Zona Gráfica (clic dereito).
- Enmarcando unha rexión da Zona Gráfica arrastrando o rato mentres se mantén pulsada a súa tecla dereita.

- Tamén se poden mostrar ou ocultar os eixes de coordenadas e a cuadrícula usando o menú Ver ou o menú da barra de título da Zona gráfica.

2.4. Xanela de álgebra.



A Xanela de álgebra ocupa inicialmente a parte central esquerda. Pódese ocultar ou mostrar dende o menú Ver. Por defecto, encóntrase visible. Nela aparecen os nomes e os valores de case todos os obxectos; non aparecen os textos nin as imaxes. Dende o menú Opcións/Descricións de álgebra pódese elixir que se presente o valor do obxecto, a súa definición o ou comando co que se creou na liña de entrada.

No menú da barra de título desta xanela hai unha icona que permite ver / ocultar os obxectos auxiliares e outro que permite ordenar os obxectos por tipo en lugar de por orde alfabético.

Na Xanela de álgebra hai tres carpetas, aínda que a carpeta de Obxectos Auxiliares pode encontrarse oculta:

- "**Obxectos Libres**". Contén os obxectos que non dependen de ningún outro valor. É dicir, os **puntos libres** e calquera obxecto definido sen usar obxectos xa construídos: números, funcións, rectas, curvas introducidas mediante ecuacións...
- "**Obxectos Dependentes**". Contén o resto dos obxectos, mesmo os que sexan desprazables (pero non libres) ou sexan puntos **semilibres**, que son aqueles que se poden mover libremente noutro obxecto xeométrico (segmento, recta, circunferencia...). Obxectos desprazables son os que están construídos a partir de puntos libres e que non fixamos expresamente. Ao desprazalos, arrastran consigo os puntos libres que os definen.
- "**Obxectos Auxiliares**". Contén calquera obxecto, libre ou dependente, que queiramos ocultar da Xanela de álgebra para alixeirala ou por calquera outra razón. Esta carpeta normalmente está oculta.



Cada carpeta pode despregarse ou repregarse facendo clic no seu nome. O pequeno círculo á esquerda de cada obxecto informa sobre o seu estado actual de visibilidade (exposto, oculto). Ao facer clic sobre esta icona se pode cambiar este estado.

Os obxectos aparecen coa mesma cor que teñen na Zona gráfica. Por defecto, os puntos libres aparecen con cor azul intensa, os puntos semilibres en azul pálido, os ángulos e listas en verde escuro, e o resto de obxectos en negro ou gris escuro.

2.5. Liña de Entrada.



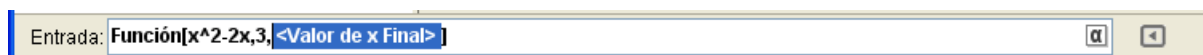
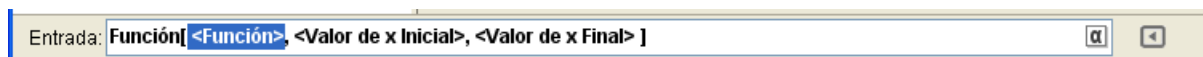
A liña de Entrada inicialmente ocupa a parte inferior. Pódese ocultar ou mostrar dende o menú [Ver](#). Por defecto, encóntrase visible. Permite introducir directamente dende o teclado números, operacións, coordenadas, ecuacións e comandos.

Está composta, de esquerda a dereita, polo campo de Entrada e dúas listas despregables: a primeira con símbolos, operadores e letras gregas, aparece ao colocar o cursor no campo de Entrada: ; a segunda, sempre visible, de Axuda de Entrada mostra unha lista de comandos e funcións: .

Abonda facer un clic sobre o campo de Entrada para situar o cursor nel e comezar a teclear. Para aplicar o texto introducido púlsase a tecla [Intro](#).

O resultado desa entrada aparecerá inmediatamente na Xanela de álgebra e na Zona gráfica (se se sitúa fóra dos límites da zona visible da Zona Gráfica, haberá que realizar un zoom de afastamento para visualizala).

Cando se opta por introducir un comando, segundo se vaia introducindo o nome, GeoGebra ofrece vai ofrecendo posibles nomes de comando completos que coinciden co que se leva teclado, seguidos por corchetes de apertura e peche [] en cuxo interior aparecen os argumentos que se terán que substituír entre "< >". Pódese pulsar [Intro](#) para aceptalo ou continuar tecleando o nome que interesa.



Coas teclas de dirección frecha arriba e frecha abaixo pódese navegar polas entradas realizadas. Pódese tamén editar calquera delas e volver introducila pulsando [Intro](#).






USO INICIAL DAS FERRAMENTAS BÁSICAS






A) Construción dun triángulo rectángulo (dinámico).

Obxectivos:

- Toma de contacto coas ferramentas básicas.
- Uso dos conceptos de coordenadas cartesianas, recta, perpendicular, triángulo...
- Análise dinámica da construción variando os datos iniciais.

Ferramentas e comandos:

	Mover		Novo punto
	Recta pasando por dous puntos		Recta perpendicular
	Polígono		








1. No menú **Ficheiro** elixir **Novo** (só se pretende baleirar calquera contido anterior).
2. Facer clic na ferramenta **Novo punto**  , para activala.
3. Facer clic na zona gráfica arredor do punto $(-2,1)$.
4. Facer clic noutro lugar calquera da zona gráfica.
5. Elixir a ferramenta **Recta pasando por dous puntos**  , para activala.
6. Facer clic en A e logo en B para ter a recta pasa por eles.
7. Escoller a ferramenta **Recta perpendicular**  .
8. Facer clic en B e pulsar en calquera outro lugar da recta debuxada para ter a perpendicular pasando por B.
9. Elixir a ferramenta **Polígono**  , para activala.
10. Facer clic en A e clic en B e premer nun lugar calquera da perpendicular distinto de B e facer clic novamente en A para ter o triángulo definido pola, B e un punto da perpendicular.
11. Elixir a Ferramenta **Mover**  para activala. Clic en A e sen soltalo, arrastrar o rato. Facer o mesmo con B e con C e observar os resultados.
12. Gardar o resultado.

B) Posicións relativas de circunferencia e recta.






Obxectivos:

- Toma de contacto coas ferramentas de GeoGebra.
- Uso dos conceptos de circunferencia, recta, perpendicular, triángulo, posicións relativas, distancia, ...
- Análise dinámica da construción variando os datos iniciais.

Ferramentas e comandos:

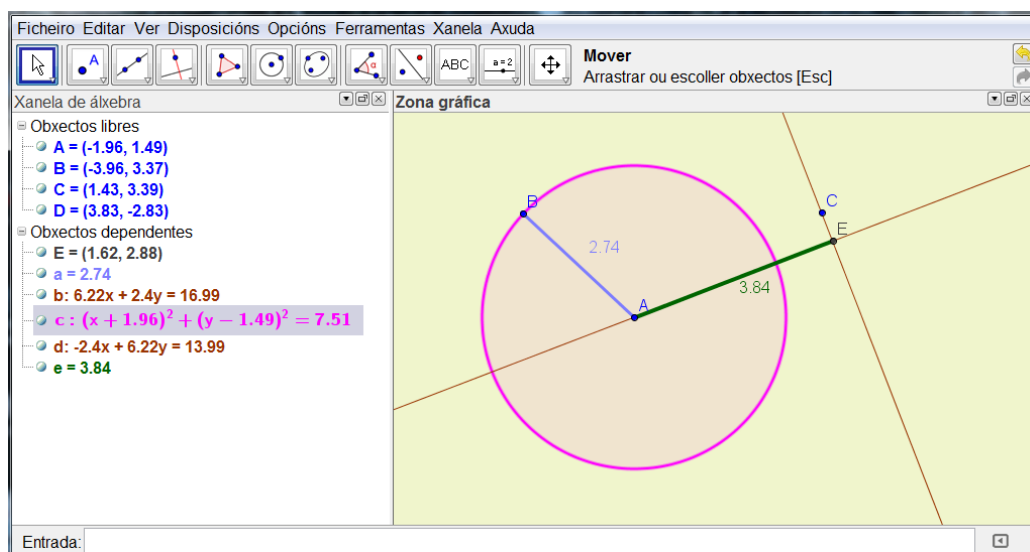
	Mover		Novo punto
	Recta pasando por dous puntos		Recta perpendicular
	Circunferencia con centro dado pasando por un punto		Intersecar dous obxectos
	Segmento entre dous puntos		

Construción dunha circunferencia e unha recta para ver as súas posicións relativas comparando o raio da circunferencia co segmento que define a distancia do centro da circunferencia á devandita recta.

1. No menú **Ficheiro** elixir **Novo** (só se pretende baleirar calquera contido anterior).
2. Facer clic na ferramenta **Circunferencia con centro dado pasando por un punto**  para activala.
3. Pulsar en calquera lugar da zona gráfica, arrastrar o rato soltando o botón esquerdo e facer clic en calquera outro sitio da mesma zona.
4. Escoller a ferramenta **Segmento entre dous puntos** , para activala (haberá que pulsar na frechiña da parte inferior dereita para encontrala).
5. Facer clic en A e a continuación en B para debuxar o raio da circunferencia.
6. Elixir a ferramenta **Recta pasando por dous puntos** , para debuxar unha recta exterior á circunferencia trazada.
7. Seleccionar a ferramenta **Recta perpendicular** , para trazar a recta que pasa polo centro da circunferencia perpendicular á recta que pasa polos puntos C e D.
8. Elixir a ferramenta **Intersecar dous obxectos** , para crear o punto E no que se cortan a recta inicial e a perpendicular trazada (pódese facer clic en cada unha por

separado ou nas dúas simultaneamente cando se achega o punteiro do rato ás inmediacións do punto e as dúas rectas quedan resaltadas)

9. Elixir a ferramenta **Segmento entre dous puntos** , para debuxar o segmento que vai de A a E.
10. Observar que na Xanela de álgebra aparece a variable "a" co valor do raio e a "e" coa medida deste último segmento.
11. Movendo A, B, C, D ou a recta perpendicular, pódense determinar as relacións existentes para que as medidas dos dous segmentos sexan iguais ou non.



C) Líña de Entrada: puntos e segmentos.

Obxectivos:

- Toma de contacto co uso da liña de Entrada de GeoGebra.
- Uso dos conceptos de coordenadas cartesianas, segmento entre dous puntos, "múltiplo" dun punto...
- Análise dinámica da construción variando os datos iniciais.

Ferramentas e comandos:

	Mover	Liña de Entrada: Uso do comando Segmento[]
	Liña de Entrada: Creación dun punto dende as súas coordenadas	Liña de Entrada: Operacións con puntos

Creación directa de dous puntos e un segmento e visualización de resultados ao multiplicar as coordenadas por un número.


1. No menú de **Ficheiro** elixir **Novo** (só se pretende baleirar calquera contido anterior).
2. Facer clic na **Liña de entrada** para activalo.
3. Escribir **(2,3)** e pulsar Intro.
4. Escribir **2*A** ou **2 A** e pulsar Intro.
5. Mover A e observar o resultado.
6. Escribir **Segmento[A,B]**. Para iso será suficiente escribir as tres primeiras letras (seg), aparecerá xa Segmento[], e pulsar Intro; dese modo escribirase A, B dentro dos corchetes automaticamente. Pulsar Intro de novo e observar o resultado.

D) Liña de Entrada: operacións con puntos.

Obxectivos:

- Toma de contacto co uso da liña de Entrada de GeoGebra.
- Uso dos conceptos de coordenadas cartesianas, segmento, cuadrantes, operacións con puntos expresados en coordenadas, ...
- Análise dinámica da construción variando os datos iniciais.

Ferramentas e comandos:

	Mover	Liña de Entrada: Uso do comando Segmento[]
Liña de Entrada: Creación dun punto dende as súas coordenadas. Operacións con puntos.		Liña de Entrada: Operacións con puntos

Analizar o comportamento xeométrico das operacións con puntos de dúas coordenadas.






1. No menú de **Ficheiro** elixir **Novo** (só se pretende baleirar calquera contido anterior).
2. Crear un **punto** en cada cuadrante seguindo a súa orde de numeración.
3. Utilizando a liña de entrada, deducir a resposta á pregunta seguinte: ¿en que cuadrantes están os puntos **2A**, **-3A**, **-B**, **2C**, **-3D**, **A+B**, **A+C**, **A+D**, **A-B**, **A-C**,...?
4. Utilizando a ferramenta **Mover** deducir a resposta á pregunta: ¿cantos cuadrantes atravesan, como mínimo e como máximo os segmentos que unen dous puntos de diferentes cuadrantes?

E) Liña de Entrada: Inecuacións.

Obxectivos:

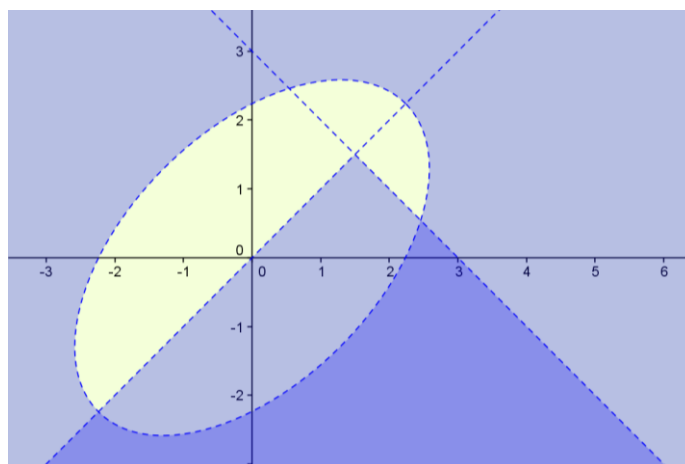
- Toma de contacto coa liña de Entrada de GeoGebra.
- Uso da representación gráfica de inecuacións, polígonos, intersección de rectas, ...
- Análise dinámica dun punto na fronteira e no interior dunha rexión..






Ferramentas e comandos:

	Mover		Novo punto
	Polígono		Punto en obxecto
	Encosta / Libera punto	Liña de Entrada: Introducción de inecuacións de unha e dúas variables.	
Liña de Entrada: Uso do comando Interseca[<Obxecto>, <Obxecto>]			

Analizar a solución gráfica de inecuacións e o comportamento dun punto dentro dunha rexión determinada, gráfica e analiticamente, por un sistema de inecuacións.

1. Escribir na Liña de entrada $2 < x <= 5$. Intro.
2. Escribir na Liña de entrada $1 <= y < 3$. Intro.
3. Escribir na Liña de entrada $2x - y <= 1$. Intro. A continuación $y > x^2$, Intro.
4. Modificar as cores das rexións facendo clic co botón dereito sobre eles na Xanela de álgebra.
5. Cambiar os extremos dos intervalos facendo dobre clic sobre eles na Xanela de álgebra.
6. Abrir unha xanela nova.
7. Escribir na Liña de entrada $(x > y) \& \& (x + y < 3)$. Intro. Escribir: $x^2 + y^2 - x * y > 5$. Intro.



8. Modificar as cores e coeficientes das novas rexións.
9. Abrir un arquivo novo. Escribir na liña de entrada: $(15x+4y>=31)\&\&(x<=2)\&\&(y<=4)$. Intro.
10. Escribir o comando **Interseca**[<Obxecto>, <Obxecto>]. Pódese elixir entre as opcións que aparecen cando xa se leve escrito **Inters**. Substituír o primeiro obxecto por $15x+4y=31$, e o segundo por $x=2$. Intro.
11. Premer nos triángulos en miniatura que se encontran dentro da liña de entrada (ao final). Seleccionar a entrada anterior e sobreescribir dous novos obxectos: $15x+4y=31$, $y=4$.
12. Escribir de novo na liña de entrada: **Punto**(2,4). Intro.
13. Coa ferramenta **Polígono** , se constrúe un triángulo A, B, C. En **Propiedades de Obxecto**, na pestana **Estilo**, dáselle unha **Opacidade** de 80.
14. Elixir agora a ferramenta **Punto en obxecto** , e facer clic na **fronteira** do triángulo. Mover o novo punto D e observar os límites do seu desprazamento.
15. Seleccionar a ferramenta **Encosta / Libera punto** , e a continuación facer clic no punto D. Mover o punto. Seleccionar de novo a mesma ferramenta, volver a facer clic en D e volver mover.
16. Seleccionar outra vez a ferramenta **Punto en obxecto** , e facer clic no **interior** do polígono. Mover o novo punto E. Utilizar **Encosta / Libera punto** , para liberalo e comprobar os efectos ao movelo.
17. Gardar o arquivo.

INTERVALOS CARACTERÍSTICOS $N(\mu, \sigma)$.






Obxectivos:

- Uso da ferramenta Cálculo de probabilidades.
- Uso da ferramenta Inserir caixa de entrada.
- Obtención da gráfica da función de densidade da distribución normal $N(\mu, \sigma)$ e obtención da probabilidade como o valor da área encerrada.
- Obtención de intervalos característicos, visualización e comprobación.

Opcións xerais:

- Activar eixes. ([Menú Ver](#))
- Desactivar cuadrícula. ([Menú Ver](#))
- Xanela de álgebra visible. ([Menú Ver](#))
- Opcións de Rotulaxe: Só os novos puntos. ([Menú Opcións](#))
- Opcións de Redondeo: 4 lugares decimais. ([Menú Opcións](#))
- Opcións de Descricións de álgebra: Valor. ([Menú Opcións](#))
- Opcións de Tamaño de letra: 16 pt. ([Menú Opcións](#))
- Uso de la segunda zona gráfica. ([Menú Ver](#))

Ferramentas e comandos:


	Mover		Intersecar dous obxectos
	Esvarador		Cálculo de probabilidades
ABC	Inserir texto		Inserir caixa de entrada
Liña de Entrada para redefinir obxectos		Comando Integral[<Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x>]	
Liña de Entrada para inserir textos		Comando DistribuciónNormalInversa[<Media>, <Desviación estándar>, <Probabilidade>]	

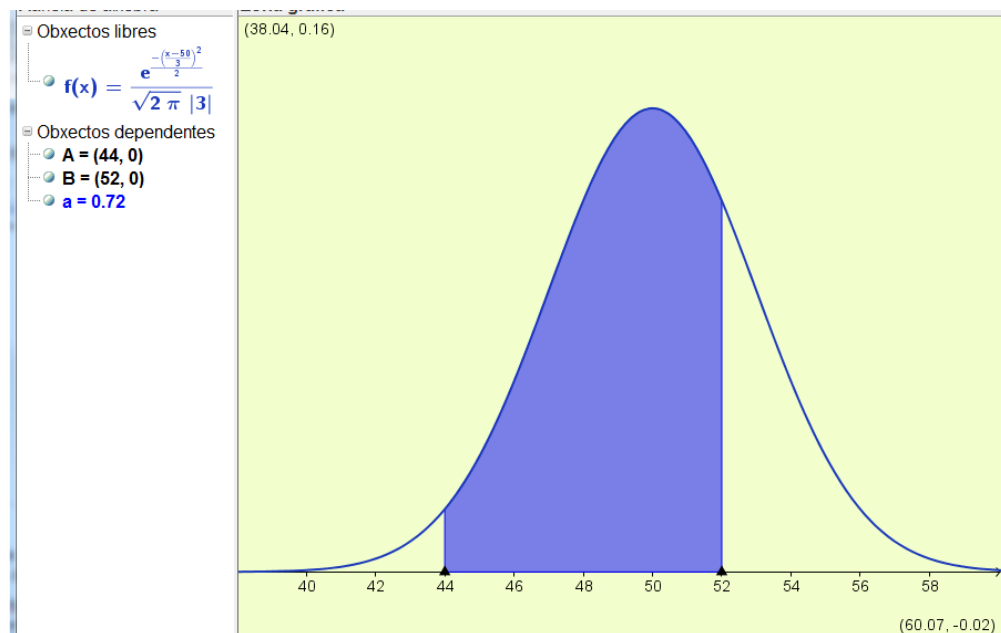
Propiedades dos obxectos:

- Visualizar valores.
- Modificar aspecto: cores, estilos ...
- Redefinir obxectos.

- Renomear obxectos.
- Modificación da posición de obxectos.
- Inserir condicións de amosar obxectos.

F) Uso da ferramenta Cálculo de probabilidades.

1. Activar a ferramenta [Cálculo de probabilidades](#) . Na xanela que aparece figura por defecto a $N(0,1)$ e a probabilidade correspondente ao intervalo $(-1,1)$.
 - Os extremos do intervalo poden cambiarse directamente e dispónse de opcións de [Intervalo](#), [Por lado dereito](#) e [Por lado esquerdo](#), obtendo en todos os casos o valor da probabilidade correspondente e a súa representación gráfica, de inmediato.
 - Ademais nos intervalos por lado dereito ou esquerdo, pódense escribir as probabilidades e obter os extremos respectivos. Realizar algunhas probas.
 - Loxicamente, é posible tamén cambiar a media e desviación típica da normal e obter tamén con elas as probabilidades que se desexen.
 - Obter unha distribución $N(50,3)$ e a probabilidade de que a variable estea entre 44 e 52.



([intervalos característicos 00 b.ggb](#))

G) Creación da función de densidade da $N(\mu, \sigma)$ mediante a súa fórmula e da probabilidade mediante a súa integral, obtidas da ferramenta Calculo de probabilidade.

1. Activar a ferramenta [Cálculo de probabilidade](#). Na xanela que aparece poden obterse directamente probabilidades de diferentes distribucións.
2. Poñer unha distribución $N(50,3)$. Obsérvase que a escala se adapta automaticamente para ter unha visión cómoda. Obter a probabilidade de que a variable estea entre 44 e 52.
3. Copiar na vista gráfica. Para iso púlsase clic dereito sobre o espazo gráfico non debuxado e elíxese [Copia en vista gráfica](#).
4. A escala dos eixes da vista gráfica cambiará e crearanse na xanela de álgebra varios obxectos:
 - A función $f(x)$ de densidade da $N(50,3)$.
 - Os puntos **A** e **B** do EixeX entre os que se calculou a probabilidade.
 - O valor **a** da devandita probabilidade que coincide coa área baixo a gráfica no intervalo sinalado.
5. Facer visible a segunda zona gráfica no menú [Ver](#).
 - Integrala coa outra zona gráfica premendo na icona intermedia da parte superior dereita.
 - Colocala entre a Xanela de álgebra e a primeira zona gráfica premendo sobre a parte superior na que está o seu nome e arrastrándoa ata o lugar desexado.
 - Facendo clic dereito sobre ela, ocultar os eixes e modificar a cor de fondo.
6. Introducir os valores da media e desviación típica mediante dous esvaradores colocados na Zona gráfica 2.
 - Media μ , entre 0 e 100.
 - Desviación típica σ , entre 0 e 100.
7. Adaptar a función $f(x)$ a estes obxectos dinámicos:
 - Facendo clic sobre $f(x)$ na Xanela de álgebra, pulsar F3. Deste xeito édítase na liña de Entrada.
 - Nesa liña, cambiar os valores 50 e 3 por μ e σ , respectivamente, activar a zona gráfica principal e pulsar Intro. A gráfica non debeu sufrir variación, pero agora é un obxecto dependente da media e da desviación.

H) Adaptación da escala da Vista gráfica. Obtención do intervalo característico.

1. Adaptación da escala da zona gráfica para manter un debuxo similar que sexa independente dos valores da media e desviación.
 - Premendo botón dereito sobre a zona gráfica principal, en Zona gráfica poñer os seguintes valores:

$$x_{\min}: \mu - 4\sigma$$

$$x_{\max}: \mu + 4\sigma$$

$$y_{\min}: -f(\mu - 2.2\sigma)$$

$$y_{\max}: f(\mu) + f(\mu - 1.5\sigma)$$

- Pode que ao variar os valores de μ e σ , se perciba certa lentitude, xa que os procesos de adaptación deben levar un cálculo importante.
- 2. Establecemento da probabilidade e obtención dos valores críticos.
 - Na liña de Entrada escribir:
 - A probabilidade: $p1=0.9$
 - O valor de $(1-p)/2$: $a2_1 = (1 - p1) / 2$
 - O valor crítico $z/2$: $za2_1 = \text{DistribuciónNormalInversa}[0, 1, 1 - a2_1]$
- 3. Obtención do intervalo característico.
 - Na liña de entrada escribir coa zona gráfica principal activa:
 - $A_1 = (\mu - za2_1 \sigma, 0)$
 - $B_1 = (\mu + \sigma za2_1, 0)$
 - $xA1 = x(A_1)$
 - $xB1 = x(B_1)$
 - Adaptar o valor da área ao correspondente á probabilidade $p1$:
 - Cambiar $a = \text{Integral}[f, x(A), x(B), \text{true}]$, por $a = \text{Integral}[f, x(A_1), x(B_1), \text{true}]$
 - Renomear a con a_1 .
 - Borrar os puntos A e B .
 - Adornar e modificar aspectos e cores.
 - Ocultar os rótulos de A_1 , B_1
 - Para a_1 , amosar rótulo con valor. ([intervalos característicos 00 d.ggb](#))

I) Inserir textos e preparar entrada de valores.

1. Na zona gráfica 2, coa ferramenta **Inserir caixa de entrada** ^{a=1}, crear unha con Subtítulo **Prob:** e obxecto vinculado $p1$.
2. Editar as súas propiedades e en Estilo, na **Lonxitude do campo de texto** poñer 4.
3. Inserir os textos:

Intervalos característicos. Valores críticos.

$N(\mu + \sigma, \sigma + \sigma)$

$z_{\{a/2\}} = \mu + za2_1 + \sigma$

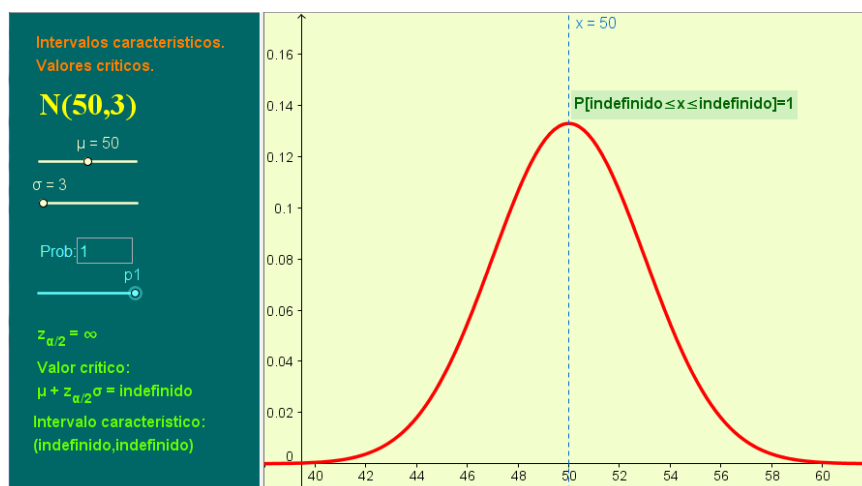
Valor crítico: $\mu + z_{\{a/2\}}\sigma = \mu + xB1 + \sigma$


Intervalo característico: $(\mu + xA1 + \sigma, \mu + xB1 + \sigma)$
4. Adornar e colorear.
 - Coa ferramenta **Inserir texto**, crear o texto $\mu + x(B_1)$ na Zona gráfica principal, para situar no punto B_1 . Nas súas propiedades, en **Posición**, **Orixe**, elixir B_1 . Este

- texto acompañará a B_1 no seu movemento indicando o valor que está a tomar o extremo do intervalo característico en cada momento.
 - Poñer cor aos textos do valor crítico, dos intervalos característicos, á área a_1 e ao texto anterior.
 - Crear a recta $x=\mu$ na zona gráfica principal. Facer que se vexa o seu rótulo co seu valor.
 - Coa ferramenta **Intersecar dous obxectos** obter o punto **A** onde se cortan a recta anterior coa función $f(x)$. Ocultalo.
 - Crear o texto " $P[$ " + x_{A1} + " $\leq x \leq$ " + x_{B1} + " $]=$ " + p_1 + " $]$ ", e en **Avanzado**, poñer a súa **Orixe** en A. Resaltalo e darlle cor.
5. Situar un esvarador coa probabilidade, que permita utilizalo de xeito alternativo á Caixa de entrada.
- Ir ás propiedades de p_1 e en Básico elixir **Amosar obxecto** e **Amosar rótulo** con **Nome e valor**.
 - En Esvarador, colocar Mín en 0, Máx en 1 e Incremento en 0.001.
 - En Avanzado, en **Situación** desmarcar Zona gráfica e marcar **Zona gráfica 2**.
 - Darlle a cor e aspecto desexados.
6. Colocar o esvarador p_1 axeitadamente na Zona gráfica 2.
- Unha vez que p_1 está na segunda Zona gráfica, aparecerá superposto con outros obxectos, ou nin sequera se verá.
 - Se non se ve, haberá que modificar momentaneamente o tamaño desta zona gráfica ata localizalo e colocalo no lugar axeitado.
7. Dar aos textos da segunda Zona gráfica e aos esvaradores **Posición absoluta de pantalla** e ocultar a Xanela de álgebra. ([intervalos característicos_00_e.ggb](#))

J) Adaptación da visualización para $p_1=1$.

1. Toda vez que cando $p_1=1$ o intervalo característico é $(-\infty, +\infty)$, haberá que realizar algúns axustes, xa que o resultado obtido non é adecuado:
2. Así pois, mostrar de novo a Xanela de álgebra.
3. Optarase por crear un valor auxiliar que simule a totalidade da área baixo a curva, só cando $p_1=1$. Coa Zona gráfica 2 activada:



- crear na liña de Entrada: $aa_1 = \text{Integral}[f, \mu - 7\sigma, \mu + 7\sigma]$
 - crear o texto Intervalo característico: $(-\infty, +\infty)$
 - Coa ferramenta Copiar estilo visual , pulsar en a_1 e despois en aa_1 .
 - Seleccionando de novo a mesma ferramenta pulsar no texto xa creado do intervalo característico e no que se acaba de crear.
 - Na zona gráfica principal crear o texto $P[-\infty < x < +\infty] = 1$
 - Nas súas propiedades, en Posición, colocar A como Orixe. Darlle o mesmo aspecto que ao outro texto ancorado en A .
4. Modificar a Condición para amosar obxecto nas propiedades dos seguintes (pestana Avanzado):
- Escribir $p1=1$ en aa_1 e nos dous últimos textos creados.
 - Escribir $p1<1$ nos textos do valor crítico e do intervalo característico creados no punto D)3 e no da probabilidade creado no D)4.
5. Poderanse obter e visualizar os intervalos característicos para diferentes valores da media, a desviación típica e a probabilidade, introducindo esta última de dous xeitos diferentes.
6. Resultado: [intervalos_caracteristicos_00_f.ggb](#)

APROXIMACIÓN DA BINOMIAL POLA NORMAL.





Obxectivos:

- Creación da función de densidade da normal asociada á binomial $B(n,p)$.
- Análise da aproximación obtida cando $np \geq 5$ e $nq \geq 5$.
- Recreación gráfica das comparacións entre os segmentos de lonxitude $P[x=h]$ na $B(n,p)$ coas áreas $P[h-0,5 < x' < h+0,5]$ na normal asociada.
- Análise dinámica da evolución das distribucións coas variacións de n e p .
- Aproveitamento do escenario e variables doutra construción. Posibilidades de adaptación.

Opcións xerais:

- Adaptación dunha figura xa construída.
- Opcións de Redondeo: 4 lugares decimais. ([Menú Opcións](#))
- Opcións de Tamaño de letra: 16 pt. ([Menú Opcións](#))
- Cambio de situación das zona gráficas.

Ferramentas e comandos:

	Mover		Caixa de verificación para amosar/agochar obxectos
	Esvarador		Copiar estilo visual
ABC	Inserir texto		
Liña de Entrada para redefinir obxectos		Comando Integral[<Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x>]	
Liña de Entrada para inxerir textos		Comando DistribuciónBinomial[<Número de ensaios>, <Probabilidade de éxito>, <Valor da variable>, <Acumula (Booleana)>]	
Comando FórmulaTexto[<Obxecto>] para copiar e pegar textos sen construílos		Uso da tecla F3 para editar obxectos na liña de Entrada	
Uso do factorial dun número		Comando Secuencia[]	
Comando Elemento[<Lista>, <Posición do elemento>]		Comando Segmento[<Punto>, <Punto>]	
Comando Polígono[<Punto>, ..., <Punto>]			

Propiedades dos obxectos:

- Visualizar valores.
- Modificar aspecto: cores, estilos ...
- Redefinir e eliminar obxectos.
- Renomear obxectos.
- Modificación da posición de obxectos.
- Inserir condicións de amosar obxectos.

K) Adaptación dunha figura xa realizada como escenario dunha nova figura. Creación dos parámetros da binomial $B(n,p)$, da normal asociada e dos valores intermedios para estimar a validez da aproximación.

1. Abrir o arquivo [intervalos_caracteristicos_00_f.ggb](#)

2. Borrar todos os textos.

3. Redefinir A_1 y B_1 :

$A_1=(45,0)$

$B_1=(54,0)$

4. Borrar a Caixa de entrada da probabilidade, as variables aa_1 e $p1$, e as variables $za2_1$ e $a2_1$ (que xa se borraron ao quitar $p1$)

5. Colocar a Zona gráfica 2 debaixo da principal e recolocar os seus obxectos para que sexan visibles.

6. Coa segunda zona gráfica activada, crear un esvarador enteiro n entre 1 e 100. Situalo en 60.

7. Coa mesma ferramenta crear p entre 0 e 1 con incremento 0.01. Situalo en 0.12.

8. Coa mesma ferramenta crear outros dous esvaradores enteiros h e k , h con valores entre 0 e n e k entre h e n . Situalos en 4 e 11 respectivamente.

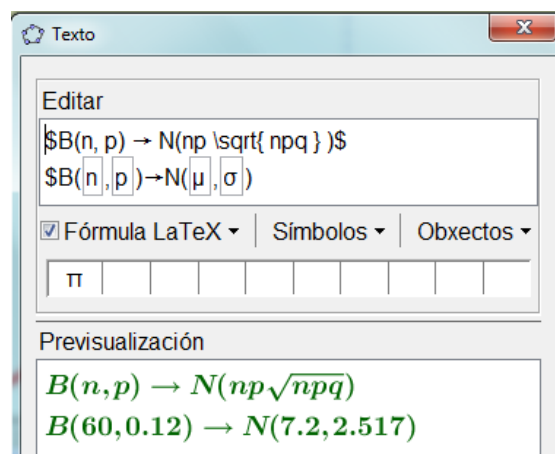
9. Definir na liña de Entrada os valores $\mu=n*p$, $q=1-p$ e $\sigma=\sqrt{n*p*q}$

10. Definir na liña de Entrada os valores $h_1=h-0.5$, $h_2=h+0.5$, $k_1=k-0.5$ y $k_2=k+0.5$.

11. Definir na liña de Entrada as variables para a comprobación da calidade da aproximación:
 $np=n*p$, $nq=n*q$.

12. Coa ferramenta **Inserir texto** crear os textos seguintes:

- "\$B(n, p) \rightarrow N(np \sqrt{npq})\$ \$B(" + (FórmulaTexto[n]) + "," + (FórmulaTexto[p]) + ") \rightarrow N(" + (FórmulaTexto[\mu]) + "," + (FórmulaTexto[\sigma]) + ")"



- "n = " + n + " p = " + p + " q = " + q
- "np = " + np + " nq = " + nq
- "μ = " + μ + " σ = " + σ

13. Todos os textos deben ter posición absoluta de pantalla. Deberan colorearse ademais e resaltarse como mellor se considere.

([binomial_normal_00.ggb](#))

L) Representación e cálculo de probabilidades, na binomial na normal asociada.

1. Definir e colorear a área correspondente á aproximación de $P[h < x < k]$. Para iso farase uso dos puntos xa creados A_1 e B_1 , da función de densidade $f(x)$, que se adaptou segundo as novas definicións de μ e σ , e da integral a_1 , que sufriu unha sorte similar:
 - Redefinir $A_1 = (h_2, 0)$
 - Redefinir $B_1 = (k_1, 0)$
2. Activando previamente a vista gráfica principal, definir e colorear a área correspondente á aproximación de $P[x = h]$:
 - $h12 = \text{Integral}[f, h_1, h_2]$
3. Definir e colorear a área correspondente á aproximación de $P[x = k]$:
 - $k12 = \text{Integral}[f, k_1, k_2]$
4. Calcular o valor da área correspondente á aproximación de $P[h \leq x \leq k]$:
 - $ehk = h12 + a_1 + k12$
5. Calcular o valor das probabilidades $P[x = h]$ e $P[x = k]$, ben mediante a súa fórmula, ben mediante o comando que incorpora GeoGebra:
 - $\text{bin}_h = n! / ((n - h)! h!) p^h q^{n - h}$ ou
 $\text{bin}_h = \text{DistribuciónBinomial}[n, p, h, \text{false}]$
 - $\text{bin}_k = n! / ((n - k)! k!) p^k q^{n - k}$ ou
 $\text{bin}_k = \text{DistribuciónBinomial}[n, p, k, \text{false}]$

6. Para visualizar estas probabilidades crear, na liña de entrada, segmentos verticais correspondentes ás probabilidades calculadas coa binomial (dándolles a mesma cor que a das áreas coas que corresponden e un grosor de liña superior a 5):

- `Segmento[(h, 0), (h, bin_h)]`
- `Segmento[(k, 0), (k, bin_k)]`

([binomial_normal_01.ggb](#))

M) Textos ilustrativos das aproximacións.

Finalmente, ilustraranse as aproximacións cos oportunos cadros de texto e creásenos os segmentos correspondentes ás probabilidades da binomial intermedias entre "h" e "k" usando o comando `Secuencia[]`.

1. Ocultar a Xanela de álgebra para que quede un maior espazo para os textos.
2. Coa segunda Zona gráfica activada e a ferramenta `Inserir texto` compáranse as aproximacións da binomial pola normal para os valores de h e k, cos obtidos directamente coa fórmula da binomial:

`"P_B[x=h] = P[x=" + h + "]" = "+ bin_h`

`"P[h-0,5<x'<h+0,5] = P[" + h_1 + "<x'<" + h_2 + "]" = " + h12`

`"P_B[x=k] = P[x=" + k + "]" = "+ bin_k`

`"P[k-0,5<x'<k+0,5] = P[" + k_1 + "<x'<" + k_2 + "]" = " + k12`

1. Convén que estes textos leven as mesmas cores que as áreas, que os esvaradores e que os segmentos correspondentes.
2. Coa mesma ferramenta facer as aproximacións de $P[h < x < k]$ e de $P[h \leq x \leq k]$ e contrastalas co valor directo obtido co comando `DistribuciónBinomial[]`:

`"P[h<x<k] = P[" + h + "< x'< " + k + "]" ≈ P[h+0,5<x'<k-0,5] = P[" + h_2 + "<x'<" + k_1 + "]" = " + a_1`

`"P_B[h<x<k] = " + (DistribuciónBinomial[n, p, k - 1, true] - DistribuciónBinomial[n, p, h, true])`

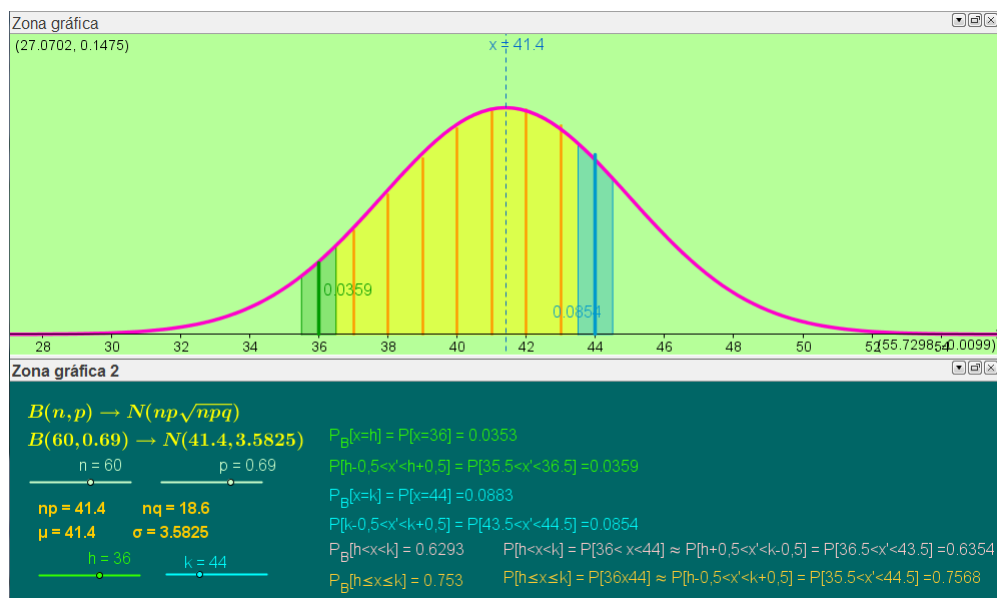
`"P[h≤x≤k] = P[" + h + "x' + k + "]" ≈ P[h-0,5<x'<k+0,5] = P[" + h_1 + "<x'<" + k_2 + "]" = " + ehk`

`"P_B[h≤x≤k] = " + (DistribuciónBinomial[n, p, k, true] - DistribuciónBinomial[n, p, h - 1, true])`

3. Para crear os segmentos das probabilidades $P[x=j]$ con $h < j < k$, utilizamos secuencias:

`bin_{hk} = Secuencia[DistribuciónBinomial[n, p, j, false], j, h + 1, k - 1]`

`s_{hk} = Secuencia[Segmento[(j, 0), (j, Elemento[bin_{hk}, j - h])], j, h + 1, k - 1]`



N) Resultado 1.

[binomial_normal_02.ggb](#)

O) Creación alternativa das áreas xeradas pola Binomial.

Como alternativa aos segmentos, poden crearse os rectángulos que teñen como área o valor da lonxitude dos segmentos correspondentes.

- Definir na liña de Entrada os rectángulos correspondentes ás probabilidades de h e k éxitos:

$pol_h = \text{Polígono}[(h_1, 0), (h_2, 0), (h_2, \text{bin}_h), (h_1, \text{bin}_h)]$

$pol_k = \text{Polígono}[(k_1, 0), (k_2, 0), (k_2, \text{bin}_k), (k_1, \text{bin}_k)]$

- Crear a serie de rectángulos comprendidos entre h e k:

$ps_{\{hk\}} = \text{Secuencia}[\text{Polígono}[(j - 0.5, 0), (j + 0.5, 0), (j + 0.5, \text{Elemento}[\text{bin}_{\{hk\}}, j - h]), (j - 0.5, \text{Elemento}[\text{bin}_{\{hk\}}, j - h])], j, h + 1, k - 1]$

- Coa ferramenta Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos, colocar dúas caixas de verificación na segunda zona gráfica:

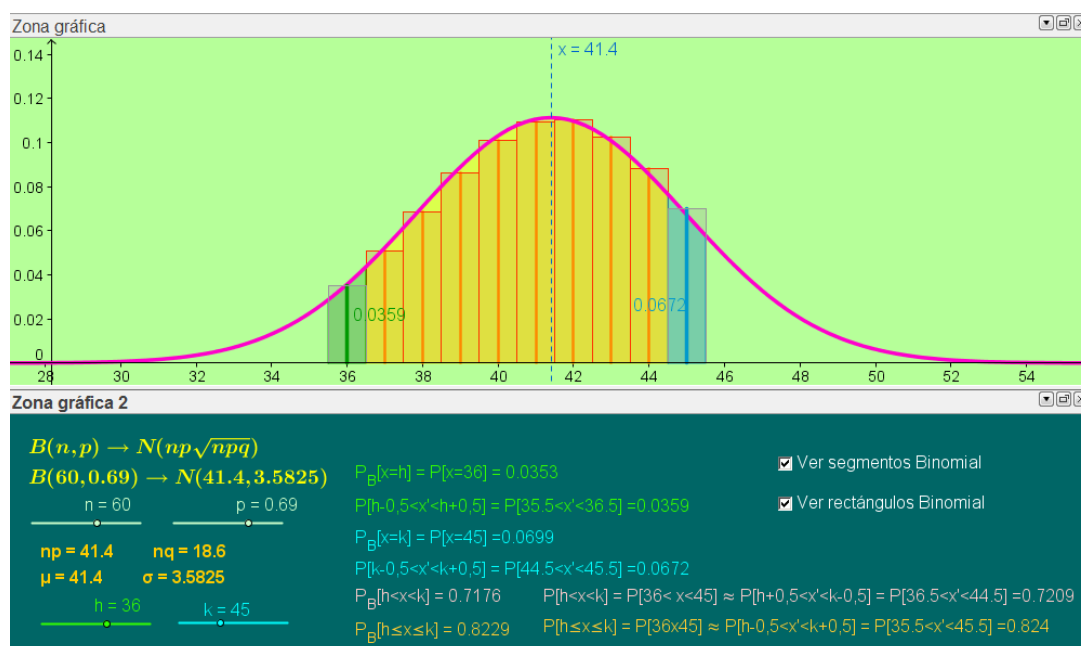
- Primeira caixa:

- Subtítulo: [Ver segmentos Binomial](#)
- Obxectos a incluír: Os segmentos **c** e **d**, correspondentes ás probabilidades de h e k, éxitos, e a lista de segmentos s_{hk} das probabilidades intermedias.

- Segunda caixa:

- Subtítulo: [Ver rectángulos Binomial](#)

- Obxectos a incluír: Os cuadriláteros correspondentes a h e a k , os segmentos que os forman e a serie ps_{hk} , de rectángulos intermedios.
- 4. Colocar axeitadamente, dar aos textos e aos esvaradores, posición absoluta de pantalla, fixar os esvaradores e as caixas de verificación.
- 5. Arquivar a figura [binomial_normal_03.ggb](#)



P) Exemplo de aplicación.

Movendo os esvaradores n , p , h , k , poden explorarse innumerables exemplos:

1. Unha máquina fabrica parafusos. O 7% deles son defectuosos. Empaquetáanse en caixas de 80. Calcula:
 - A probabilidade de que nunha caixa haxa máis de 5 defectuosos.
 - A probabilidade de que nunha caixa haxa máis de 10 defectuosos.
 - A probabilidade de que nunha caixa haxa entre 3 e 8 defectuosos.
 - A probabilidade de que nunha caixa non haxa defectuosos.

CONSTRUCCIÓN DA ELIPSE E DA HIPÉRBOLE COMO LUGARES XEOMÉTRICOS.

















Obxectivos:

- Construción da elipse e da hipérbole como o lugar xeométrico dos puntos cuxa suma/diferenza de distancias aos focos é constante, usando a circunferencia focal.
- Utilizar un deslizador para fixar diámetro principal e distancia focal, construíndo o tipo de cónica axeitado en cada caso.
- Utilización de trazas e lugar xeométrico para visualizar as cónicas.
- Mostrar series de circunferencias concéntricas cos focos como comprobación...
- Utilización da 2ª vista gráfica para textos e controis.
- Presentación da construción paso a paso usando puntos de interrupción.
- Creación dun ficheiro HTML coa construción.

Opcións xerais:

- Eixes visibles. ([Menú Ver](#))
- Cuadrícula visible. ([Menú Ver](#))
- Vista alxébrica visible, pero desancorada. ([Menú Ver](#))
- Opcións de Rotulaxe: Só novos puntos. ([Menú Opcións](#))
- Zona gráfica 2 visible, verticalmente e á esquerda da principal. ([Menú Ver](#))

Ferramentas e comandos:

	Mover		Novo Punto
	Esvarador		Ángulo
	Mover zona gráfica		Circunferencia con centro e raio dados
	Punto en obxecto		Recta pasando por dous puntos
	Segmento entre dous Puntos		Mediatriz
	Inserir texto		Intersecar dous obxectos
	Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos		Insire botón
	Lugar xeométrico		Reflectir obxecto respecto ao punto
Comando: PasoConstrución[]		Comando: Elipse[]	

Comando: Hipérbole[]	Comando: Secuencia[]
Comando: Distancia[]	Comando: Esquina[]
Comando: Unión[]	Comando: Circunferencia[]
Comando: VistaActiva[]	Comando: ZoomAchea[]
Comando: IniciaAnimación[]	Función: cos()
Función: floor()	



Propiedades dos obxectos:

- Visualizar valores.
- Modificar aspecto: cores, estilos ...
- Condicións para amosar obxectos.
- Visibilidade en Vista Gráfica 1/2.
- Velocidade animación variable

Outros

- Protocolo de Construción
- Exportación HTML
- Guións - Scripting
- Personalización da barra de ferramentas

Construción da elipse/hipérbole.

1. Coa ferramenta **Desprazar Vista Gráfica** , situar a orixe de coordenadas aproximadamente no centro da **Vista Gráfica 1** e facer un zoom do **50%** (clic dereito nunha zona libre da **Vista Gráfica** e **Zoom, 50%**). Novamente clic dereito, e eliximos **Vista Gráfica**. En cor de fondo poñemos un amarelo claro (**255, 255, 204**), cara aos 2/3 da primeira liña. Seleccionar **Vista Gráfica 2**, cara á parte superior da xanela de propiedades, e poñerlle unha cor verde clara (**204, 255, 204**), xusto á dereita da anterior. Na **Vista Gráfica** situaranse tódalas figuras e na **Vista gráfica 2** todos os textos e controis. Ocultamos os eixes en ámbalas dúas vistas.
2. Creamos dous **Esvaradores**  na **Vista Gráfica 2**, con nomes **a** e **c**, e poñémoslles **Mín = 0** e **Máx = 10**. Situar **a** en **6** e **c** en **4**. Na pestana **Estilo** do seu cadro de propiedades, poñémoslle **Grosor de liña** de **5** e na pestana **Cor**, asignámoslles o vermello (**255, 0, 0**).
3. Na **Liña de Entrada**, creamos o texto (**texto1**):

"iDebe ser $a \neq c$!"


O símbolo \neq pode introducirse coa combinación de teclas **[Alt] + [Mai.] + [=]** ou escollerse do menú despregable situado á dereita da **Liña de Entrada** cando esta activa, e aquel rotulado coa letra grega α . O texto sitúase no centro da vista gráfica activa. Abrimos o seu menú de propiedades e na pestana **Avanzado**, en **Condición para amosar o obxecto**, poñemos $a = c$ ou ben $a \neq c$, escollendo neste caso o símbolo \neq do menú despregable. Na pestana **Texto**, activamos a negriña (**N**) e na pestana **Cor**, dámoslle a cor vermella (**255, 0, 0**). Movemos o esvarador **a** ata **3** e **4** para comprobar o resultado, colocamos o texto debaixo dos esvaradores e volvemos poñer **a** en **6**.

4. **Liña de Entrada**, facendo clic previamente na **Vista gráfica 1**:

$$F = (c, 0)$$

$$F' = (-c, 0)$$

Dámoslle cor azul (**0, 0, 255**).


5. Coa ferramenta **Inserir Texto** , introducir na **Vista Gráfica 2** o texto:

"Elipse

$$d + d' = 2a = " + 2a + "$$

$$\$ \overline{FF'} \$ = 2c = " + 2c$$

Marcamos a casiña **Fórmula LaTeX**, dámoslle unha cor verde escura (**0, 102, 0**), e activámoslle a negriña (**N**). Na pestana **Avanzado**, poñémoslle en **Condición para amosar o obxecto** $a > c$. Situámolo na mesma posición que o **texto1**.





6. Situamos o esvarador **a** en **3** e coa ferramenta **Inserir Texto** , introducir o texto:






"Hipérbole

$$|d - d'| = 2a = " + 2a + "$$

$$\$ \overline{FF'} \$ = 2c = " + 2c$$

Marcamos a casiña **Fórmula LaTeX**, dámoslle a mesma cor verde escura (**0, 102, 0**), e activamos a negriña (**N**). Na pestana **Avanzado**, poñemos $a < c$ en **Condición para amosar o obxecto**. Situámolo na mesma posición que o **texto1** e volvemos poñer **a** en **6**.

7. Coa ferramenta **Circunferencia con centro e raio dados** , facemos clic no punto **F** e poñemos **2a** para o raio. Tecleamos a continuación **c_F** para darlle ese nome, cambiámoslle a cor ao verde escuro utilizada anteriormente e na pestana **Estilo**, poñémoslle un **Grosor de liña** de 4.
8. Coa ferramenta **Novo Punto**  ou coa **Punto en Obxecto** , situamos un punto na circunferencia **c_F**, dándolle o nome de **Q** e un **Tamaño do punto** (na pestana **Estilo** das súas propiedades) de 5. Asegurámonos que no rótulo que aparece ao situar a frecha sobre el, pon **Punto Q: Punto sobre c_F**. Deixámolo situado por enriba e á dereita de **F**.
9. Coa ferramenta **Segmento entre dous puntos** , trazamos o segmento **FQ**, renomeámolo como **r**, en Subtítulo poñémoslle **2a** e en **Rótulo** escollemos **Subtítulo**.
10. Coa ferramenta **Inserir Texto** ^{ABC}, introducir na **Vista Gráfica 2** o texto:

$$"\$ \overline{FQ} \$ = 2a = " + r$$
Marcamos a casilla **Fórmula LaTeX**, dámoslle a cor verde escuro (0, 102, 0), e activamos a negriña (**N**). O situamos a continuación do texto anterior.
11. Coa ferramenta **Recta pasando por dous puntos** , trazamos a recta **FQ**.
12. Coa ferramenta **Segmento entre dous puntos** , trazamos o segmento **F'Q**.
13. Coa ferramenta **Mediatriz** , trazamos a mediatriz do segmento **F'Q**. Dámoslle o nome **m_{F'Q}**, tecleándoo directamente. Na pestana **Estilo**, en **Estilo de recta** escollemos raias descontinuas curtas. E na pestana **Cor**, poñémoslle o mesmo verde escuro anterior (0, 102, 0).
14. Coa ferramenta **Intersecar dous obxectos** , creamos o punto de intersección da mediatriz **m_{F'Q}** coa recta **b** que pasa por **F** e **Q**. Renomeámolo como **P**.
15. Coa ferramenta **Segmento entre dous puntos** , trazamos os segmentos **PF**, **PF'** e **PQ**, renomeándoos como **d**, **d'** e **e** respectivamente, segundo os creamos. Ocultamos a recta **b**, que pasa por **F** e **Q**.
16. Abrindo o cadro de **Propiedades de obxecto**, con **[Ctrl] + [E]** ou co menú **Edita**, poñémoslle a cor vermella empregada anteriormente aos segmentos **d** e **d'** e na pestana **Estilo**, un **Grosor de liña** de 4. Na pestana **Decoración**, a **d** asignámoslle unha barra transversal e a **d'** dúas. Ao segmento **e**, segmento **PQ**, poñémoslle tamén dúas barras transversais en **Decoración**, para indicar que ten a mesma lonxitude que **d'** posto que **P** está na mediatriz do segmento **F'Q**. Seleccionamos a recta **b** e na pestana **Avanzado** poñemos **PasoConstrución[] < PasoConstrución[e]** como condición de visibilidade. Así, cando se constrúa o segmento **e**, a recta **b** ocultarase.

Vemos que no caso da elipse $d + d' = FP + F'P = FP + PQ = FQ = 2a$ é constante. Poñendo o esvarador $a = 3$, e mantendo o punto **Q** á dereita do punto **F**, vemos que $d' - d = F'P - FP = QP - FP = FQ = 2a$ tamén é constante. Movendo o punto **Q** para situalo máis preto de **F'**, vemos que agora $d - d' = FP - F'P = FP - QP = FQ = 2a$ é igualmente constante. Co que, salvo para dúas posicións de **Q**, temos que $|d' - d| = 2a$ é constante. Estas posicións de **Q** son aquelas para as que **FQ** e **F'Q** son perpendiculares,

polo que $m_{F'Q}$ é paralela a FQ e non existe o punto P , correspondendo ás asíntotas da hipérbole. Volvemos a deixar a no valor 6. (*ElipseHiperbole_gl_01.ggb*)

Comprobación de que $m_{F'Q}$ é a tanxente

17. Creamos un punto R na mediatriz $m_{F'Q}$. Unímolo cos puntos Q , F y F' mediante os segmentos l , m e p respectivamente, marcando o punto R como segundo punto en cada caso. Na pestana [Decoración](#) do cadro de [Propiedades de obxecto](#), escollemos para l e p dobre frecha e para m sinxela. É doado ver que se R non coincide con P ,

$$FR + F'R = FR + RQ > FQ = 2a$$

Vemos así que P é o único punto da mediatriz para o que a suma de distancias aos focos é $2a$, mentres que para calquera outro é maior, polo que son exteriores á elipse. A recta $m_{F'Q}$ é polo tanto a tanxente á elipse en P .

18. Para a hipérbole poñemos c en 8. Debemos diferenciar os casos en que P estea nunha rama ou noutra. Para iso construímos unha circunferencia con centro en R e que pase por F ou F' , dependendo da posición de P , introducindo na [Liña de Entrada](#):

$$q: \text{Circunferencia}[R, \text{Se}[x(P) > 0, F, F']]$$

19. Trazamos a semirrecta que ten orixe en R e pasa por Q ou F , dependendo da posición de P , poñendo na [Liña de Entrada](#):

$$s = \text{Semirrecta}[R, \text{Se}[x(P) > 0, Q, F]]$$

20. Coa ferramenta [Intersecar dous obxectos](#), achamos o punto de intersección S da semirrecta s e a circunferencia q .

21. Trazamos o segmento SQ ou SF , dependendo da posición de P , poñendo na [Liña de Entrada](#):

$$f = \text{Segmento}[S, \text{Se}[x(P) > 0, Q, F]]$$

Ocultamos a semirrecta s . Se o punto P está situado á dereita, máis preto de F que de F' , temos que

$$PF' - PF = QP - QF = 2a$$

mentres que

$$RF' - RF = QR - QS < 2a$$

posto que o punto máis próximo a Q da circunferencia q é o punto S da recta diametral RQ . Se pola contra o punto P está á esquerda,

$$PF - PF' = PF - PQ = 2a$$

mentres que

$$RF - RF' = RF - RS < 2a$$

posto que o punto máis próximo a F da circunferencia q é o punto S da recta diametral RF . En ambos os dous casos polo tanto, a diferenza de distancias de R aos focos é menor que $2a$, e o único punto da mediatriz $m_{F'Q}$ que pertence á hipérbole é o P , estando os demais a un mesmo lado dela (no "exterior", entre as dúas ramas), sendo polo tanto esta mediatriz a tanxente á hipérbole en P .

22. Creamos na [Vista gráfica 2](#) unha [Caixa de verificación para amosar/agochar obxectos](#)



, poñémoslle como [Subtítulo Estudio tanxente](#), seleccionamos os puntos R e S , os segmentos l , m , p e f , e a circunferencia q .

23. Seleccionamos os segmentos m e f , a circunferencia q e o punto S , e na pestana [Avanzado](#) do cadro de [Propiedades de obxectos](#), engadimos:

$$\wedge (a < c)$$

Así só serán visibles cando se active a caixa **Estudo tanxente** e se trate dunha hipérbole. Para comprobalo, volvemos poñer $c = 4$. Desactivamos a continuación a caixa **Estudo tanxente**. (*EllipseHiperbole_gl_02.ggb*)

Trazado da cónica

24. Para trazar a cónica, creamos unha copia do punto **P**, introducindo na **Liña de Entrada** $P' = P$. Na pestana **Básico** do cadro de **Propiedades** de Obxecto, ocultamos o rótulo de P' e marcamos a casíña **Amosar rastro**. Dámoslle unha cor rosa (255, 0, 255).
25. Creamos na **Vista gráfica 2** una **Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos**



, poñémoslle como **Subtítulo Rastro**, seleccionamos o punto P' da lista despregable, e situamos a caixa debaixo do **texto4**. Poñémoslle a mesma cor rosa de antes (255, 0, 255), e na pestana **Básico** marcamos **Fixar caixa de verificación**.

Cando esta caixa estea marcada, o punto P' será visible e deixará un rastro rosa ao mover **Q**. Cando este desmarcada, non será visible P' e non se producirá rastro, aínda que o que exista permanecerá temporalmente visible. A partir da versión 4.2 isto poderá facerse doutra forma.

26. Para borrar os rastros, pode pulsarse **[Ctrl] + [F]**, facer zoom ou desprazar a vista gráfica, pero imos crear un **Botón** especificamente para iso. Seleccionamos a ferramenta




Insire Botón, e facemos clic na **Vista gráfica 2**, á dereita da caixa de verificación. En **Subtítulo** poñemos **Limpar rastros** e no cadro **Guión (Script) GeoGebra** escribimos as dúas liñas:

```
VistaActiva[1]
ZoomAchega[1]
```

A primeira establece a 1 como vista activa, para que o seguinte comando se aplique a ela. A segunda fai un zoom de achegamento cun factor de escala de 1, polo que non cambia a imaxe, pero como efecto lateral bórranse os rastros. Despois de pulsar no botón **Aplicar**, podemos cambiarlle a cor ao rosa xa empregado e na pestana **Básico**, marcar a casíña **Fixar obxecto**.

27. Para que o punto **Q** se mova automaticamente, debemos animalo. Isto pode facerse activándolle esta característica nas súas propiedades, facendo clic dereito sobre el. Entón pode deterse ou volverse mover cun control que aparece na esquina inferior esquerda da xanela activa. Pero tamén podemos crear un **Botón** para iso. Empezamos por crear unha variable booleana na **Liña de Entrada**:

```
anima = false
```

28. Seleccionamos a ferramenta **Insire Botón** , e facemos clic na **Vista gráfica 2**, por debaixo do anterior botón. En **Subtítulo** poñemos **Inicia/para animación** e no cadro **Guión (Script) GeoGebra** escribimos as dúas liñas:

```
anima = ¬anima
IniciaAnimación[Q, anima]
```

O símbolo \neg obtense co teclado, con **[AltGr] + [6]**. A primeira instrución cambia o valor de **anima**, e a segunda inicia/detén o movemento segundo o valor da variable. Dámoslle ao botón a mesma cor rosa anterior.

29. A velocidade da animación pódese modificar na pestana **Álgebra** das propiedades de **Q**. O valor por defecto de **1** fai que o ciclo completo de animación dure 10 s. Pode modificarse e mesmo facerse variable. Por exemplo, fagamos que vaia máis lento á dereita do punto **F**, cando **P** se move máis rápido. Seleccionamos a ferramenta **Ángulo**



, e facemos clic primeiro no **EixeX** e logo no segmento **PQ**. Créase un ángulo en sentido do semieixe X positivo ao segmento. Renomeamos o ángulo como **t** e ocultámolo. Abrimos as propiedades de **Q** e na pestana **Álgebra**, poñemos en **Velocidade** $1.2 + \cos(t)$. Hai que ter coidado de que non chegue a valer cero. (*EllipseHiperbole_gl_03.ggb*)

Lugar Xeométrico

30. Aínda así, isto non é adecuado para as hipérbolas: desactivamos a caixa **Rastro**, paramos o movemento, poñemos o esvarador **a** en **3** e volvemos marcar a caixa e pulsar o botón de marcha/paro. As partes máis afastadas da hipérbole describíranse rapidamente e aínda que axustemos a fórmula para a velocidade, será complicado conseguir que se debuxen cun trazo continuo. En lugar diso, podemos crear o lugar xeométrico descrito polo punto **P** cando **Q** varía ao longo da circunferencia. Para iso escollemos a ferramenta **Lugar**



Xeométrico, marcamos primeiro o punto **P** e logo o **Q**. Créase un obxecto permanente, a diferenza dos rastros, do tipo **Lugar Xeométrico**, e denomínase **lugar1**. Trátase en principio dun obxecto auxiliar, polo que na **Vista Alxébrica** só será visible se o están os **Obxectos Auxiliares** (primeira icona da barra despregable da **Vista Alxébrica**). Facendo clic dereito nel, cambiámoslle a cor ao vermello usado anteriormente (**255, 0, 0**) e poñémoslle un **Grosor de liña** de **5**. Podemos volver poñer o esvarador **a** en **6** para ver como cambia dinamicamente. Deixalo outra vez en **3** para que se vexa unha hipérbole.

31. Para controlar a súa visibilidade, creamos una **Caixa de verificación para amosar / agochar**



obxectos, que se chamará **i**, seleccionando esa ferramenta e facendo clic na **Vista Gráfica 2**. En **Subtítulo** poñemos **Lugar xeométrico** e seleccionamos **lugar1** da lista despregable. Pulsamos en **Aplicar**, o situamos correctamente co rato, e facendo clic dereito nel, cambiámoslle a cor ao vermello anterior (**255, 0, 0**) e na pestana **Básico** marcamos **Fixar obxecto**.


Ecuacións

32. Se nos interesa traballar coas ecuacións das cónicas, non nos vale o lugar xeométrico, que en realidade se crea como unha colección de puntos, numerosa pero discreta, sen definición comprensiva. Debemos utilizar as ferramentas gráficas ou comandos para crear cónicas. Neste caso é máis axeitado o uso dos comandos. Desmarcamos a caixa **Lugar xeométrico**, facemos clic na **Vista gráfica 1** para volvela activa, e introducimos na **Liña de Entrada**:

Ellipse[F, F', a]

A pesar de que utilizemos o comando **Ellipse[]**, créanos unha hipérbole! É o que corresponde aos argumentos que utilizamos. Poñendo **a** en **6**, vemos como cambia a elipse. Se non se chama **k**, renomeámola así. Na pestana **Estilo** das súas propiedades, cambiámoslle o **Grosor de liña** a **5**, poñémoslle a mesma cor vermella (**255, 0, 0**) e na pestana **Avanzado** poñemos **i** en **Condición para amosar o obxecto**.

33. Para que creamos a elipse/hipérbole se non se distingue do lugar xeométrico? Porque

agora podemos empregar a súa ecuación. Coa ferramenta **Inserir texto** , facemos clic baixo a caixa anterior e da lista despregable **Obxectos** escollemos **k**. Marcamos a casiña **Fórmula LaTeX** para mellorar a presentación e pulsamos **OK**. Cambiámoslle a cor ao vermello de sempre, na pestana **Texto** activamos a negriña (**N**) e na pestana **Avanzado** poñemos **i** como condición de visualización. Na pestana **Álgebra** das propiedades de **k**, ou directamente no menú contextual que se obtén ao facer clic dereito en **k**, podemos cambiar o tipo de **Ecuación** á forma $(x - m)^2/a^2 + (y - n)^2/b^2 = 1$ (ou $-$ se é unha hipérbole) en lugar de $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f$.

34. Se presentamos a ecuación da cónica, convennos visualizar os eixes. Isto pode facerse dende o menú **Ver** ou dende a barra da **Vista Gráfica**, pero en versións anteriores á 4.2 (actualmente aínda en fase de probas), non pode controlarse con caixas de verificación ou botóns. Por iso, creamos unha copia dos eixes e da orixe, introducindo sucesivamente na liña de entrada:

$$y = 0$$

$$x = 0$$

$$O = (0, 0)$$

Na pestana **Avanzado** do cadro de **Propiedades de obxectos** poñémoslles **i** en **Condición para amosar o obxecto**. A tódolos textos creados dámoslle **Posición absoluta na pantalla**. (*EllipseHiperbole_gl_04.ggb*)

Ángulos

35. Creamos na **Vista gráfica 2** una **Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos**





, poñémoslle como **Subtítulo** **Ángulos** e pulsamos en **Aplica**. Débese chamar **o**. Cambiámoslle a cor ao verde utilizado anteriormente **(0, 102, 0)**.

36. Cos esvaradores **a** en **6** e **c** en **4**, de xeito que a cónica sexa un elipse, situamos o punto **Q** para que non estea aliñado con **F** e **F'**. Coa ferramenta **Intersecar dous obxectos**



, creamos o punto **A** de intersección da mediatriz $m_{F'Q}$ e o segmento **F'Q**, marcando ambos os dous obxectos ou facendo clic na súa intersección.

37. Seleccionamos a ferramenta **Reflictir obxecto respecto ao punto** , marcamos o punto **A** e o punto **P**, nesa orde, para crear o punto **A'** simétrico de **A** respecto de **P**.

38. Creamos coa ferramenta **Ángulo** , os ángulos **FPA'**, **QPA** e **APF'**, marcando os puntos nesa orde. Chamaranse respectivamente α , β e γ . Abrimos o cadro de **Propiedades**, con **[Ctrl] + [E]** ou no menú **Edita**, e na pestana **Básico** desmarcamos **Permitir ángulos cóncavos** e **Amosar rótulo**. Na pestana **Decoración**, escollemos dous trazos transversais, na pestana **Estilo** poñémoslles un **Tamaño** de **20**, e na pestana **Avanzado**, poñemos como **Condición para amosar o obxecto**:

$$c < \alpha \ \&\& \ o$$

O par de símbolos **&&** transfórmase no símbolo único \wedge , correspondente ao **E lóxico**, que tamén pode obterse do menú despregable da dereita. Desta xeito só se verán cando se trate dunha elipse e a caixa **Ángulos** estea marcada. No caso dunha hipérbole, habería que definir os ángulos doutro xeito (o que queda como exercicio...). Vese que os ángulos

α e β son iguais por ser opostos polo vértice e que β e γ tamén o son por ser isóscele o triángulo $F'PQ$. Polo tanto, os ángulos α e γ que forma a tanxente $m_{F'Q}$ cos raios vectores d e d' son iguais, fundamento da propiedade de reflexión da elipse.

39. Consecuentemente, á caixa **Ángulos** (valor booleano **o**) poñémoslle en **Condición para amosar o obxecto** $c < a$. Ocultamos os puntos A e A' . (*ElipseHiperbole_gl_05.ggb*)

Tramas de circunferencias

Imos crear unhas tramas de circunferencias que permitan visualizar que a suma/diferenza de distancias aos focos é constante.

40. Creamos na **Vista gráfica 2** unha **Caixa de verificación para amosar / agochar obxectos**



, u, co **Subtítulo Trama**.

41. Creamos, á dereita da caixa anterior, un esvarador $\frac{a=2}{\rightarrow}$, de nome **paso**, e con **Min** = **0.1**. Deixámolo co valor **1**.

42. Introducimos na **Liña de Entrada**:

```
nc = floor(Máximo[Unión[Secuencia[Distancia[F, Esquina[1,i]], i, 1, 4],
Secuencia[Distancia[F', Esquina[1,i]], i, 1, 4]]]/paso)
```

O valor **nc** é entón a parte enteira (**floor**) da máxima distancia de **F** ou **F'** a calquera das catro esquinas da **Vista gráfica 1**, dividida pola lonxitude **paso**. Tan só créase o valor **nc**. Este é entón o número de circunferencias necesario para cubrir toda a vista gráfica cunha trama de circunferencias con centros en **F** e **F'** e separadas por unha distancia igual a **paso**.

43. Introducimos na **Liña de Entrada** as dúas liñas seguintes líneas, pulsando **[Intro]** entre elas (coa **Vista gráfica 1** activa):

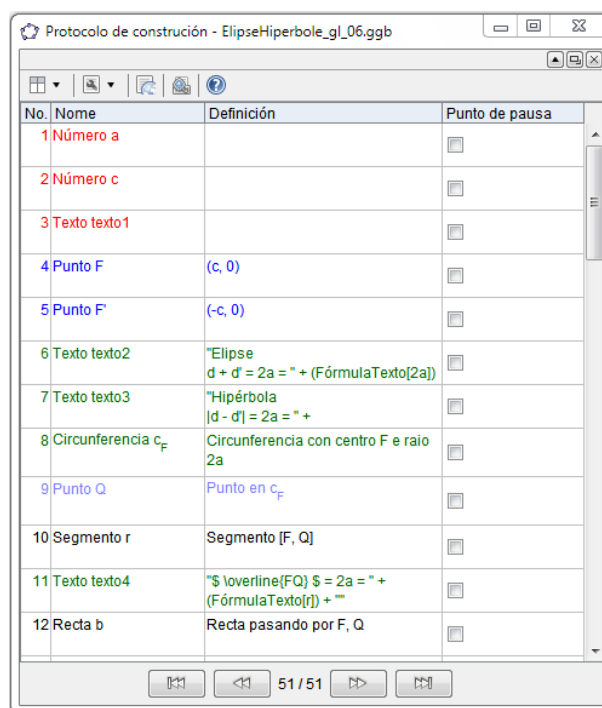
```
Secuencia[Circunferencia[F, r*paso], r, 1, nc]
Secuencia[Circunferencia[F', r*paso], r, 1, nc]
```

Para introducir a segunda, pode recuperarse a primeira, pulsando a tecla de frecha arriba, engadir a ' pegada a continuación da **F** e volver pulsar **[Intro]**. Créanse así dúas listas, **lista1** e **lista2**, de **nc** circunferencias cada unha, centradas en cada foco. As circunferencias non se poden modificar individualmente, pero si cada lista en conxunto. Seleccionamos ambas as dúas listas e na pestana **Estilo** cambiámoslles o **Grosor de liña** a **1** e o **Estilo de recta** a trazos descontinuos curtos. É conveniente fixar **paso** como o mcd de **a** e **c**, para que as cónicas atravesen ás sucesivas circunferencias nas súas interseccións. No caso da elipse, cando o punto **P** se afasta unha circunferencia de **F** achégase outra a **F'** e viceversa. No caso da hipérbole, vese que afasta/achega simultaneamente a mesma distancia a ambos os dous focos.

44. Pulsamos **[Ctrl] + [E]** para abrir o cadro de **Propiedades dos obxectos**, seleccionamos as **Listas** **lista1** e **lista2**, e o **Número** **paso**, e na pestana **Avanzado** poñemos **u** como condición de visualización. (*ElipseHiperbole_gl_06.ggb*)

Presentación paso a paso utilizando a barra de navegación do protocolo de construción

45. No menú **Ver**, abrimos o **Protocolo de Construción** e facemos clic na primeira icona da súa barra de ferramentas para seleccionar as columnas que desexamos ver. Seleccionamos unicamente **Nome**, **Definición** e **Punto de pausa**, desmarcando as outras. Hai unha liña, un paso de construción, por cada obxecto creado. Os **Puntos de pausa** aparecen todos eles desmarcados. Marcamos aqueles nos que queremos que se deteña a construción paso a paso da figura, que son os seguintes:

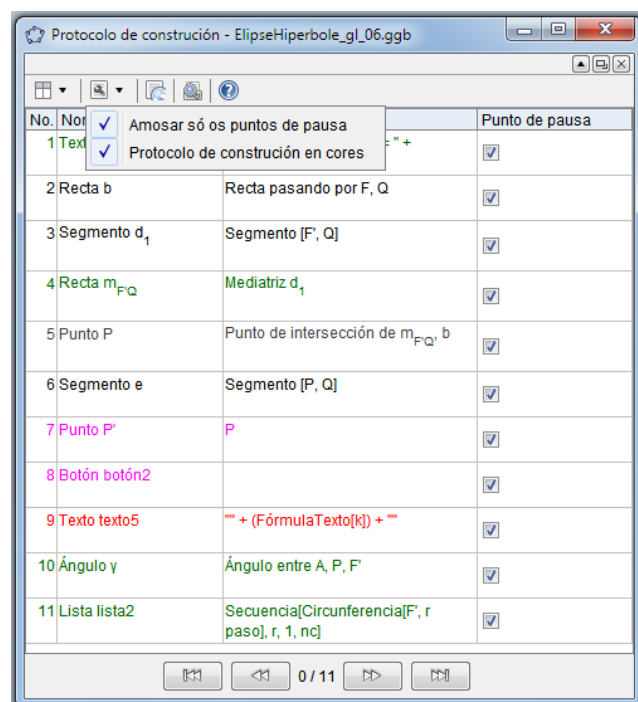


No.	Nome	Definición	Punto de pausa
1	Número a		<input type="checkbox"/>
2	Número c		<input type="checkbox"/>
3	Texto texto1		<input type="checkbox"/>
4	Punto F	(c, 0)	<input type="checkbox"/>
5	Punto F'	(-c, 0)	<input type="checkbox"/>
6	Texto texto2	"Elipse $d + d' = 2a = "$ + (FórmulaTexto[2a])	<input type="checkbox"/>
7	Texto texto3	"Hipérbola $ d - d' = 2a = "$ +	<input type="checkbox"/>
8	Circunferencia c_F	Circunferencia con centro F e raio 2a	<input type="checkbox"/>
9	Punto Q	Punto en c_F	<input type="checkbox"/>
10	Segmento r	Segmento [F, Q]	<input type="checkbox"/>
11	Texto texto4	"\$ \overline{FQ} \$ = 2a = " + (FórmulaTexto[r]) + "\$"	<input type="checkbox"/>
12	Recta b	Recta pasando por F, Q	<input type="checkbox"/>

Nº	Nome	Definición
7	Texto texto3	"Hipérbola $ d - d' = 2a = "$ + (FórmulaTexto[2a]) +
11	Texto texto4	"\$ \overline{FQ} \$ = 2a = " + (FórmulaTexto[r]) + "\$"
12	Recta b	Recta pasando por F, Q
13	Segmento d_1	Segmento [F', Q]
14	Recta $m_{F'Q}$	Mediatriz d_1
15	Punto P	Punto de intersección de b, $m_{F'Q}$
18	Segmento e	Segmento [P, Q]
28	Punto P'	P
32	Botón botón2	
37	Texto texto5	"" + (FórmulaTexto[k]) + ""
46	Ángulo γ	Ángulo entre A, P, F'
51	Lista lista2	Secuencia[Circunferencia[F', r paso], r, 1, nc]

Se houber discrepancias entre o **Nº** e o **Nome**, dámoslle preferencia a este último.

46. Facemos clic na 2ª icona da barra de ferramentas do **Protocolo de construción** e marcamos **Amosa só os puntos de quebra**. Desaparecen desta xanela os pasos que non están marcados como puntos de pausa, e ao reproducir a construción paso a paso, só se deterá nestes 11 puntos seleccionados. Coa última icona da barra de ferramentas accédese a unha páxina web en español con información máis completa sobre o **Protocolo de construción**. Pechamos o **Protocolo de construción**.
47. No menú **Ver** da xanela principal de GeoGebra, sinalamos **Barra de navegación dos pasos de construción** e facemos clic en **Amosar**. Aparecen unha barra na parte inferior coa que se pode avanzar e retroceder paso a paso a construción. Como activamos esta opción, mostrará tan só os puntos de pausa. (*ElipseHiperbole_gl_07.ggb*)



Modificar a barra de ferramentas

48. Imos modificar a barra de ferramentas para deixar visibles solo catro: **Mover**, **Achegar**, **Afastar** e **Mover zona gráfica**. Facer clic no menú **Ferramentas** e logo en **Personalizar barra de ferramentas**. Facer clic no '+' de **Mover** e logo en **Rotar arredor dun punto**. Pulsar o botón **Eliminar** ata que quede destacado o grupo **Mover zona gráfica**. A continuación pulsar no '-' de **Mover** e no '+' de **Mover zona gráfica**. Borrar todo a partir de **Achegar** incluído e pulsar o '-' de **Mover zona gráfica**. Buscar as dúas iconas de Zoom na xanela da dereita, '**Ferramentas**', situarse sobre cada un delas e pulsar '**Inserir**', para que aparezan á esquerda como menús soltos. Deste xeito quedarán soamente as ferramentas desexadas. Pódense colocar na orde que se queira, seleccionándoas e pulsando os botóns **Arriba** e/ou **Debaixo**. Pulsar en **Aplicar** e pechar a xanela.

Creación dun ficheiro html

49. Cerramos a **Vista alxébrica**, marcamos todas as caixas de verificación e pulsamos na primeira icona da barra de navegación, para deixar a construción na posición inicial. Exportamos a construción, como **Ficheiro/Exportar/Folla de traballo dinámica como páxina Web (html)**. Seleccionamos a pestana **Exportar como páxina Web**. En **Título** poñemos **Elipse e Hipérbole**, e en **Autor** o noso **nome**.

50. En [Texto enriba da construción](#), copiamos:

A elipse pode definirse como "o lugar xeométrico dos puntos cuxa suma de distancias a dous fixos, chamados focos, é constante". A hipérbole como "o lugar xeométrico dos puntos cuxa diferenza de distancias a dous fixos, chamados focos, é constante". A suma/diferenza de distancias adoita designarse como $2a$ e a distancia entre os focos como $2c$. No caso da elipse debe ser $a > c$ e no da hipérbole, $a < c$ (por que?).

Selecciona os valores axeitados para a e c cos esvaradores e utiliza os controis da barra inferior para ver como se xera a curva empregando estas definicións.

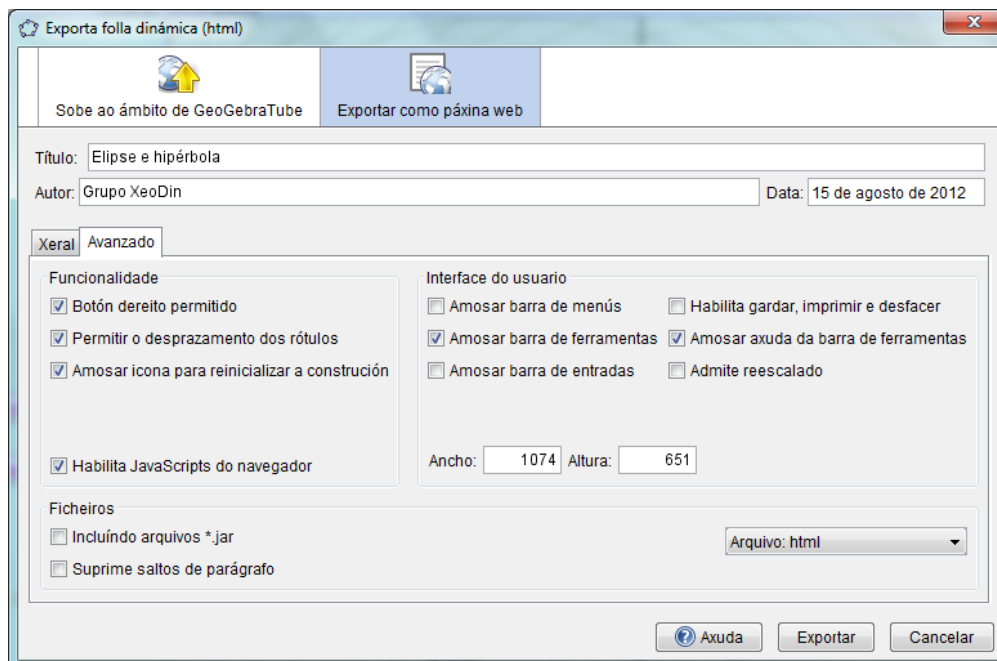
51. En [Texto embaixo da construción](#), copiamos:

Utiliza libremente os controis do panel esquerdo segundo vaian aparecendo. A ecuación que aparece ao marcar a caixa "Lugar xeométrico" supón que o eixe OX é a recta que contén aos focos F e F' e que a orixe é o punto medio destes.

Por que son iguais os tres ángulos marcados no caso da elipse?

Utiliza a Trama de circunferencias para convencerte de que a suma/diferenza de distancias dos puntos da elipse/hipérbole aos focos F e F' é $2a$.

52. Na pestana [Avanzado](#) marcamos todas as casiñas do panel [Funcionalidade](#), e as casiñas [Amosar barra de ferramentas](#) e [Amosar axuda da barra de ferramentas](#) do panel [Interface do usuario](#). Facemos clic en [Exportar](#), dándolle o nome **ElipseHiperbole**. Se os parágrafos dos textos quedan demasiado separados, podemos editar o ficheiro **ElipseHiperbole.html** cun procesador de textos simple, como **WordPad**, e eliminar os códigos `
` onde queira que aparezan moitos seguidos. Gardamos a construción co nome **ElipseHiperbole.ggb**.



Unha vez realizada a construción que corresponde ao estudo que nos interesa, utilizaremos a opción que GeoGebra 4 nos ofrece para incorporar o applet con toda a súa interactividade dentro dunha actividade de autoavaliación en Moodle.

As instrucións que se detallan están adaptadas á versión 2.3 de Moodle, pero tamén son válidas para a 1.9, aínda que con menos opcións nalgúns casos.

Creación dun applet para Moodle:

53. Unha vez que temos a construción lista na posición e tamaño desexados, exportamos a construción con [Folla de traballo dinámica como páxina web \(html\)](#).
54. Seleccionamos a pestana [Exportar como páxina web](#). Na pestana [Avanzado](#) marcamos todas as caixas do panel [Funcionalidade](#), e as caixas [Amosar barra de ferramentas](#) e [Amosar axuda de barra de ferramentas](#) do panel [Interface do usuario](#). No menú despregable da sección [Arquivos](#) seleccionamos a opción "**Portapapeis: Moodle**" e facemos clic en [Exportar](#).
55. Abrimos o **Moodle** no que queremos incluír un pequeno cuestionario de cónicas coa axuda do applet que temos exportado. **Activamos Edición** e seleccionamos dentro das actividades "**Cuestionario**". Cubrimos as opcións de configuración que desexemos e a continuación engadiremos as preguntas. Opcionalmente podemos **crear unha categoría**, por exemplo "**Cónicas**" para situar e organizar as novas preguntas dentro do banco de preguntas de Moodle.

Como novidade na versión 2.3 de Moodle respecto á 1.9, pódense modificar practicamente todas as opcións de comportamento das preguntas (cualificación manual interactiva con varios intentos, modo adaptativo con ou sen penalización, mostrar ou ocultar puntuación, n.º de decimais nas cualificacións, mostrar ou ocultar retroalimentación específica e/ou xeral, mostrar ou ocultar respostas correctas, historial de respostas...) de forma individual en cada unha das preguntas de cada cuestionario. Isto facilita enormemente a súa adaptabilidade aos obxectivos que se establezan na avaliación ou autoavaliación en cada ocasión que se utilice. Unha mesma pregunta pode utilizarse as veces que queiramos, duplicarse ou modificarse individualmente, non só os textos do enunciado e as súas respostas, tamén poden reutilizarse modificando só calquera das opcións de comportamento anteriores. Para iso é suficiente que se especifiquen estas opcións nas seccións **Comportamento das preguntas** e **Revisión de opcións** ao editar a configuración do cuestionario.

Pregunta 1. Ensaio

56. Eliximos a opción **Pregunta tipo ensaio** e cubrimos os campos de aparecen na edición.

Título: Explora os lugares xeométricos que xera o punto Q.

Texto da pregunta: Utiliza libremente os controis do panel esquerdo segundo vaian aparecendo. A ecuación que aparece ao marcar a caixa "Lugar xeométrico" supón que o eixe OX é a recta que contén aos focos F e F' e que a orixe é o punto medio destes.

Por que son iguais os tres ángulos marcados no caso da elipse?

Utiliza a Trama de circunferencias para comprobar que a suma/diferenza de distancias dos puntos da elipse/hipérbole aos focos F e F' é $2a$.

Pulsamos **Intro**, para crear unha nova liña en branco.

57. A continuación, facemos clic no botón da barra de ferramentas de edición de código HTML de Moodle (corresponde coa icona $\langle \rangle$ na versión 1.9). Escribimos a continuación do último carácter que aparece: **`<center>`**. Pulsamos as teclas **Control+V** para pegar o applet. Escribimos: **`</center>`** a continuación de **`</applet >`**. Rematamos facendo clic en **Actualizar**.

Observaremos como o applet de GeoGebra se incorporou á pregunta con todos os seus elementos activos.

58. Continuamos enchendo os campos de edición da pregunta. Asignamos:

Puntuación: por defecto 1.

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

Formato para a resposta: HTML Editor.

Tamaño do espazo para a resposta: 15 liñas.

Permitir arquivos adxuntos: Non. Información

Información adicional para o alumnado: Opcional ou ningunha.

Marcas oficiais (ou etiquetas): Cónicas (se está establecida polo administrador/a)

Outras marcas: Ángulos

59. Gardarmos os cambios.

Pregunta 2. Emparellamento.

60. Eliximos a opción **Pregunta de emparellamento** e cubrimos os campos de edición. Neste tipo de pregunta débese proporcionar polo menos dúas preguntas e tres respostas. Podemos incluír respostas erróneas extra dando unha resposta cunha pregunta en branco. As entradas correspondentes á pregunta e resposta en branco serán pasadas por alto.

61. Na sección **Xeral**:

Nome da pregunta: Asocia_Hipérbole_Elipse

Texto da pregunta: Sendo $2a$ a suma/diferenza de distancias dos puntos do lugar xeométrico aos focos, e $2c$ a distancia entre os focos, asocia cada caso co lugar xeométrico que corresponda:

Puntuación: por defecto 1.

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

62. Na sección **Pregunta 1**:

Texto da pregunta: Se $a < c$

Resposta: Hipérbole

63. Na sección **Pregunta 2**:

Texto da pregunta: Se $a > c$

Resposta: Elipse

64. Na sección **Pregunta 3**:

Texto da pregunta: Se $a = c$

Resposta: Non aplicable

65. Na sección **Pregunta 4**:

Texto da pregunta: (En branco)

Resposta: Parábola

66. Na sección **Pregunta 5**:

Texto da pregunta: (En branco)

Resposta: Circunferencia

67. Na sección **Retroalimentación combinada**: Cubrimos de forma opcional cada apartado ou deixamos en branco e activamos **Mostrar o número de respostas correctas**.

68. Na sección **Configuración para múltiples intentos**: Penalización por cada intento incorrecto: 20%

69. **Pistas 1 e 2**: Cubrimos de forma opcional cada apartado ou deixamos en branco.

70. **Marcas**: Cónicas (oficial se se configurou polo administrador do curso), Outras marcas: elipse, hipérbole, parábola.

71. **Gardamos os cambios**.

Pregunta 3. Respostas aniñadas (Cloze).

72. De novo no banco de preguntas, dentro da categoría Cónicas, creamos unha nova pregunta seleccionando a opción **Pregunta de respostas aniñadas** e cubrimos os campos de edición. Neste tipo de pregunta podemos combinar repostas que esixan escribir un texto breve exacto con outras que requiran a elección da resposta correcta nun menú despregable. As respostas correctas van precedidas polo símbolo " = ", e as diferentes opcións encadéanse co carácter "~". O número que aparece ao inicio de cada chave indica a puntuación asignada a cada resposta correcta. Este é un exemplo:

73. Na sección **Xeral**:

Nome da pregunta: Define a elipse como lugar xeométrico

Texto da pregunta: Cobre os ocos coa resposta correcta:

A elipse pode definirse como "o lugar xeométrico dos {1:SHORTANSWER:=puntos} cuxa {1:MULTICHOICE:~diferenza~=suma} de distancias a dous puntos {1:SHORTANSWER:=fixos}, chamados {1:MULTICHOICE:~vértices~centros~=focos}, é unha cantidade {1:SHORTANSWER:=constante} "

Retroalimentación xeral: Un lugar xeométrico é un conxunto de puntos que cumpren unha condición ou propiedade xeométrica.

Configuración para múltiples intentos: Penalización por cada intento incorrecto 20%.

74. **Pistas 1 e 2:** Cubrimos de forma opcional cada apartado ou deixamos en branco.
75. **Marcas:** Cónicas (oficial se se configurou polo administrador do curso), Outras marcas: elipse, hipérbole, parábola.
76. **Gardamos os cambios.**

Pregunta 4. Respostas aniñadas (Cloze).

77. Repetimos o proceso anterior: de novo no banco de preguntas, dentro da categoría Cónicas, creamos unha nova pregunta seleccionando a opción **Pregunta de respostas aniñadas** e cubrimos os campos de edición.

78. Na sección **Xeral**:

Nome da pregunta: Define a hipérbole como lugar xeométrico.

Texto da pregunta: Cobre os ocos coa resposta correcta:

A hipérbole pode definirse como "o lugar xeométrico dos {1:SHORTANSWER:=puntos} cuxa {1:MULTICHOICE:=diferenza~suma} de distancias a dous puntos {1:SHORTANSWER:=fixos}, chamados {1:MULTICHOICE:=vértices~centros~=focos}, é unha cantidade {1:SHORTANSWER:=constante} "

79. **Retroalimentación xeral:** Un lugar xeométrico é un conxunto de puntos que cumpren unha condición ou propiedade xeométrica.

Configuración para múltiples intentos: Penalización por cada intento incorrecto 20%.

80. **Pistas 1 e 2:** Cubrimos de forma opcional cada apartado ou deixamos en branco.
81. **Marcas:** Cónicas (oficial se se configurou polo administrador do curso), Outras marcas: elipse, hipérbole, parábola.
82. **Gardamos os cambios.**

Pregunta 5. Opción múltiple.

83. Eliximos a opción **Pregunta de emparellamento** e cubrimos os campos de edición.

84. Na sección **Xeral**:

Nome da pregunta: Distancia focal

Texto da pregunta: A distancia focal é sempre igual a

Puntuación: por defecto 1.

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

Unha ou varias respostas? Só unha resposta.

Barallar respostas? Si. Activamos a casa.

Numerar as eleccións? Non. Sen numeración.

A continuación cubrimos as opcións de cada resposta, a súa cualificación e retroalimentación.

85. Na sección **Elección 1**:

Resposta: 2a

Cualificación: -10%

Retroalimentación: Non!, fíxate máis.

86. Na sección **Elección 2**:

Resposta: 2c

Cualificación: 100%

Retroalimentación: Correcto.

87. Na sección **Elección 3**:

Resposta: $a^2 + b^2$

Cualificación: Ningún

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

88. Na sección **Elección 4**:

Resposta: $a^2 + c^2$

Cualificación: Ningún

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

89. Na sección **Elección 5**:

Resposta: 2b

Cualificación: Ningún

Retroalimentación: Opcional ou en branco.

90. Sección **Retroalimentación combinada**: Opcional en cada caso ou en branco

91. **Configuración para múltiples intentos**: Penalización para cada intento incorrecto: 20%

92. **Pistas 1 e 2**: Cubrimos de forma opcional cada apartado ou deixamos en branco.

93. **Marcas**: Cónicas (oficial se se configurou polo administrador do curso), Outras marcas: elipse, hipérbole, parábola.

Por último, engadimos as preguntas ao cuestionario... e comprobamos o resultado.