

QUADRAR EN CERCLE: LA RAÓ CONTRA EL LLIURE ALBIR

Francesc X. Barca Salom
francesc.x.barca@upc.edu

JACOB, Marie (2006) *La quadrature du cercle. Un problème à la mesure des Lumières*, Poitiers, Fayard, 571 pàgines [ISBN 2-213-62860-2].

“Quadrar el cercle” és una expressió que es fa servir habitualment per referir-se a quelcom impossible. Tanmateix, el nom fa referència a un problema matemàtic que va implicar a savis i aficionats al llarg dels segles. És el més conegut dels tres problemes clàssics i el que més pàgines ha omplert i més ha fascinat no sols a l'antiguitat sinó en els anys posteriors, fins el segle XIX.

El problema té una formulació tan senzilla que, probablement per això, ha estat especialment atractiu. Quadrar un cercle consisteix a trobar, amb regla i compàs, un quadrat d'àrea equivalent al cercle. Els orígens del problema es remunten a un altre de similar, el de la quadratura de les lúnules, que per la semblança amb la quadratura del cercle tal vegada va animar els matemàtics grecs a afrontar-lo amb una certa expectativa d'èxit.

La prova de la irracionalitat de π , duta a terme el 1761 per Lambert, va posar sobre la pista de les dificultats del problema. Finalment, la demostració de la transcendència de π , realitzada per Lindemann el 1882, va confirmar que no podia ser solució de cap equació de coeficients enters de cap grau i que es tractava, doncs, d'un problema irresoluble.

Marie Jacob, professora agregada de matemàtiques d'institut durant més de 20 anys i actualment en comissió de serveis al Laboratori RESHEIS (Recherches Epistémologiques et Historiques sur les Sciences et les Institutions Scientifiques), va llegir el 2002 una tesi dirigida per Jean Dhombres sobre la quadratura del cercle durant la Il·lustració, que ara ha publicat en el llibre que ressenyem.

El llibre tracta de la quadratura al segle XVIII a França sota tres aspectes diferents: social, matemàtic i el relatiu a l'Acadèmia. Per elaborar la tesi, l'autora va prendre com a fons documental el corpus de textos inèdits i originals d'aquell segle pertanyent majoritàriament a l'Acadèmia de Ciències de París,

però també a diverses revistes de l'època com l'*Acta Eruditorum*, *Le Journal des Savants*, les *Memoires de Trévoux* o les *Philosophical Transactions*. Extensa documentació que prova que el tema de la quadratura era un qüestió puntera en aquells anys.

En una primera part, Marie Jacob mostra la importància de la quadratura tant en quantitat com en diversitat dels col·lectius implicats i arriba a la conclusió que tots els nivells de coneixements matemàtics hi eren representats. En aquest sentit, en els dos primers capítols, l'autora tracta de presentar el problema des del punt de vista dels científics i des del punt de vista dels *quadradors*. Així doncs centra la qüestió analitzant tres obres que li semblen bàsiques per comprendre la situació del problema de la quadratura en el segle de les Llums: Montucla, *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle* (1754), Lambert, *Verläufige Kenntnisse für die so die Quadratur und Rectification des Circels suchen*, i Hanovius, *Impossibilitas quadraturae circuli* (1741). Es tracta de tres obres complementàries que aborden el problema des de tres punts de vista diferents: històric, filosòfic o de vulgarització de tècniques de càlcul.

En la segona part, analitza l'evolució dels coneixements matemàtics que hi són implicats. L'autora es planteja inicialment de definir la tipologia dels quadradors per tal de dibuixar-ne un retrat tipus i arriba a la conclusió que aquesta és una feina impossible i que el més sensat és agrupar els quadradors en famílies, segons la manera com han abordat la quadratura. Aquest treball el du a terme en el capítol III, on classifica els treballs en quatre categories: 1) *Quadratura afirmada* (directament, seguint la tradició arquimèdiana o relacionant cercle i quadrat d'igual superfície); 2) *Quadratura per agrimensura* (mesura de diàmetre i circumferència, per quadriculat, rectificació o per processos mecànics); 3) *Quadratura pel càlcul* (mitjançant regles, per la mitjana o pel càlcul infinitesimal) i, 4) *Quadratura geomètrica* (per les lúnules, pels polígons, etc.).

Tot seguit, Marie Jacob aborda un tema complementari a aquestes quadratures que són els errors comesos pels quadradors, cosa que la porta a haver d'afegir dues categories més: 5) Desconeixement del veritable problema de la quadratura per part del quadrador; 6) Dificultats que presenta el concepte d'infinít.

A partir d'aquest moment, l'autora es proposa conèixer els resultats relatius a la quadratura establerts a l'època i difosos a través de les revistes científiques. S'adona que, abans de 1755, els articles sobre aquesta temàtica eren freqüents, mentre que a partir d'aquesta data esdevingueren rars. Detecta un

decalatge entre els treballs dels científics i els dels quadradors, cosa que la porta a esbrinar-ne les causes, tot analitzant els llibres mencionats. Es pregunta com és possible que partint d'obres correctes es pugui arribar a resultats equivocats. L'anàlisi dels llibres de text i el tractament que fan algunes obres de referència del problema de la quadratura li permet avançar algunes pistes sobre una possible resposta. El fet que els llibres de text no deixessin prou clara la distinció entre valor exacte i valor aproximat hauria produït una certa confusió entre els quadradors, de manera que haguessin confós l'un per l'altre.

Arribats en aquest punt, l'autora es planteja analitzar els arguments a favor o en contra per tal de definir les posicions dels científics i dels quadradors al voltant de la possibilitat de solució del problema. Entre els arguments a favor esgrimits pels quadradors cal esmentar: a) la creença que hi havia un premi, b) les dificultats no justificaven la impossibilitat, solament que el camí emprés no era el bo, c) no hi havia una demostració definitiva sobre la impossibilitat, d) i finalment, no estava prou definida la frontera entre valor aproximat i valor exacte.

Per la seva banda, els defensors de la impossibilitat de la quadratura sostenien: a) que els esforços dels grans genis del món no havien estat en va, b) que no hi havia proporcionalitat entre una línia i una corba perquè eren de natura diferent, c) que el cercle no es podia reduir a un quadrat perquè era un polígon d'infinit costats, d) i finalment, que la raó de la circumferència al diàmetre no es podia aconseguir perquè era de la mateixa naturalesa que les coses divines.

El mite d'un premi concedit a qui solucionés la quadratura va anar establint-se degut a una amalgama de circumstàncies. Se'n citen bàsicament dues: el premi que algun govern atorgava a la determinació de les longituds en el mar i un dels dos premis Rouille de Meslay que lliurava l'Acadèmia de Ciències. La difusió que feren alguns diaris va contribuir a alimentar la confusió.

Per bé que en el segle XVIII la impossibilitat de la quadratura es va enriquir amb les consideracions sobre l'infinit, no hi hagué cap demostració que provés de manera directa que era impossible quadrar el cercle. Probablement el treball de més vàlua va ser la prova de la irracionalitat de π deguda a Lambert, apareguda el 1767 a les *Mémoires sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes circulaires et logarithmiques*, però malauradament no va tenir un ressò immediat. Marie Jacob ho atribueix a la dificultat de la

demostració i a la poca confiança que Lambert despertava entre els acadèmics francesos. Solament cap el 1819 Servois va tractar de restablir a Lambert en el lloc que li pertocava i, a la fi del segle, Sylvester, endut per l'apassionament generat pel treball de Lindemann, va reprendre de nou la prova de Lambert.

La tercera part del llibre mostra la manera com el problema de la quadratura era percebut pels acadèmics. L'enorme riquesa documental existent ha obligat l'autora a presentar una periodització del problema que permetés mostrar que alguns arguments utilitzats per la quadratura foren emblemàtics en el segle de les llums.

Tot sembla indicar que l'etapa més rica en quantitats de treballs sobre quadratura va tenir lloc al voltant de 1740. Els acadèmics ja tenien, aleshores, certs recels sobre la qüestió, però amb matisos diferents. Marie Jacob distingeix entre tres sensibilitats diferents: la cartesiana, l'atomista i la dels educadors. Els acadèmics amb sensibilitat cartesiana apostaven per la geometria i conseqüentment no es trobaven en condició de rebutjar les quadratures i solament aconsellaven prudència. Els atomistes com Buffon, Quesnay o Hanovius adoptaven una visió de l'infinitament petit indivisible, d'on treien justificacions per a la quadratura. Finalment, hi havia alguns acadèmics que es prenién seriosament la tasca d'educar els quadradors, com Jeaurat i Bezout.

El 1775 l'Académie des Sciences va decidir no admetre cap quadratura més per al seu anàlisi. Els partidaris d'aquesta postura, encapçalats per d'Alembert, es van imposar al sector pedagògic, liderat per Jeaurat, que preferia continuar analitzant les quadratures per tal d'informar els quadradors sobre l'error de la seva postura. Posteriorment les altres acadèmies europees van seguir els mateixos passos. Però, mentre això succeïa, els acadèmics van haver d'elaborar informes per tal de donar resposta a les memòries de quadratures que els arribaven.

Marie Jacob classifica aquests informes en quatre tipus diferents: el primer tipus el componen els informes més complets, que donen informació sobre l'esperit de la memòria, la natura de l'error i en quina mesura el valor de π proposat és fals. El segon solament conté crítiques de la quadratura respecte a les seves aplicacions i l'aproximació de π suggerida. El tercer només té en compte les aplicacions pràctiques que se'n dedueixen. En aquest darrer tipus d'informe, l'acadèmic solament es limitava a escriure una frase relativa al desconeixement de l'autor de l'estat del problema de la quadratura. De fet,

els acadèmics van centrar els comentaris més detallats per aquells treballs que consideraven fets per científics; en canvi, els altres autors gairebé no se'ls va fer cap cas.

La brillant tesi de Marie Jacob recollida en aquest llibre és d'un inestimable valor, ja que fa front a l'anàlisi d'una temàtica *tabú*. Abordar una tesi sobre treballs erronis, sobre personatges marginals i sobre actituds, en alguns casos, fins i tot còmiques, no està exempt de risc. Tanmateix, l'autora ha aconseguit que sigui interessant gràcies al tractament respectuós que ha donat tant als acadèmics com a tots aquells aficionats que van creure haver donat una solució a un problema que, en realitat, és irresoluble.

La Il·lustració significava gaudir de lliure albir, potenciar el desig a pensar per un mateix i a formar el propi enteniment. Alguns quadradors semblaven respondre a aquests principis. Alguns fins i tot es reclamaven com homes honestos i creien que la seva veu era tan vàlida com la de l'acadèmic. La igualtat dels homes i el paper destacat de l'opinió pública van ser dos factors que compartiren tant els filòsofs com els quadradors si més no en el segle XVIII.

