

# *Tendencias actuales en la definición de la acción sísmica*

Alex H. BARBAT<sup>(1)</sup>, Jorge E. HURTADO<sup>(1, 2)</sup>, Lía OROSCO<sup>(1)</sup> y José A. CANAS<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Universidad Politécnica de Cataluña

<sup>(2)</sup> Universidad Nacional de Colombia

## **RESUMEN**

En este trabajo se discuten algunos métodos de definición de la acción sísmica de importancia en el diseño de estructuras desarrollados en los últimos años. En primera instancia se revisan someramente los métodos tradicionales de definición de los espectros de respuesta y se exponen luego los métodos recientes de estimación de los mismos mediante modelos sismológicos y relaciones de atenuación. Luego se describe en detalle el espectro de energía inducida junto con algunos resultados obtenidos por los autores para su estimación. Finalmente, se analizan algunos métodos de simulación de acelerogramas, con especial énfasis en la simulación de acuerdo a la teoría de espectros evolutivos aplicados a campos aleatorios.

**Palabras clave:** Modelos estocásticos, energía inducida, modelos sismológicos, índices de daño, dispersión espacial.

## **ABSTRACT**

Some recent methods for the definition of the seismic input on structures are discussed in this work. First of all, a revision of the traditional methods for estimating the response spectra is presented. It is followed by a description of modern techniques of scaling response spectra on the basis of seismological models and attenuation laws. A detailed description of the energy-input spectra is reported together with a procedure for its assessment developed by the authors. Finally, some methods for the generation of synthetic accelerograms are presented, with special emphasis on the simulation according to the theory of evolutionary spectra applied to random fields.

**Key words:** Stochastic models, energy input, seismological models, damage index, spatial spread.

## INTRODUCCIÓN

Aunque tradicionalmente la fuerza destructiva de los terremotos ha sido relacionada con la aceleración máxima del terreno, en muchas ocasiones han sido observados daños poco relevantes en estructuras sometidas a movimientos sísmicos con una aceleración máxima muy alta. Por este motivo, en los últimos años se han tenido en cuenta otras características de los sismos, tales como contenido de frecuencias, duración, número de choques en un intervalo de tiempo dado, secuencia en que se producen dichos choques, etc., que tienen una influencia más importante en la degradación estructural. Referente a este aspecto, el factor determinante a tener en cuenta al elegir un procedimiento de definición de la acción sísmica es la modalidad en que se caracteriza su potencial del daño.

Algunos indicadores que se han propuesto para expresar el tamaño de los terremotos están basados en registros de movimientos sísmicos fuertes, mientras que otros en la respuesta de las estructuras sometidas a dichos movimientos (Lín y Mahin, 1985). Por esto, la predicción de la fuerza destructiva de futuros eventos sísmicos se hace a partir de características sismológicas y de efectos en estructuras de los terremotos ocurridos en el pasado. Al mismo tiempo, se debe tener en cuenta el carácter aleatorio del movimiento sísmico y las incertidumbres en los parámetros característicos de los terremotos. Pero, además de todo esto, la definición de la acción sísmica está directamente condicionada por el tipo de análisis estructural que se pretende realizar. Si el análisis es lineal, la definición más utilizada se basa en la teoría de los espectros de respuesta y la respuesta se calcula mediante el análisis modal. En un análisis no lineal, la aplicabilidad de los espectros de respuesta no está completamente fundamentada desde un punto de vista teórico. Sin embargo, la mayoría de las normativas de diseño sismo-resistente del mundo autorizan un cálculo lineal equivalente que utiliza un espectro de respuesta inelástico para las estructuras más convencionales. En casos más complejos, es necesaria una definición de la excitación sísmica a través de acelerogramas y se requiere la aplicación de procedimientos de cálculo paso a paso de la respuesta estructural. La complejidad de un análisis de este tipo reside en la necesidad de conocer ciertos detalles acerca de la estructura que en un diseño preliminar no se suelen definir.

Para los fines del diseño estructural, dos conceptos se erigen como los más importantes para fijar el marco de definición de la acción sísmica: el periodo de retorno y el nivel de intensidad de uno o varios parámetros sismológicos del terremoto de diseño. El primero de estos conceptos puede definirse como el tiempo medio que se espera transcurra entre dos sucesos sísmicos de características semejantes (Barbat y Canet, 1994). El segundo tiene su origen en las normativas para el diseño de centrales nucleares, que definen dos niveles de intensidad de la acción sísmica: un terremoto base de diseño (*Operating Basis Earthquake OBE*) y un terremoto base de verificación (*Safe Shutdown Earthquake SSE*). Sin embargo, el concepto de nivel de intensidad ha sido posterior-

mente extendido a la definición de la acción sísmica en otros tipos de estructuras singulares. En tal caso, el OBE se define como un tipo de terremoto moderado que puede ocurrir varias veces durante la vida de una estructura. La estructura debe resistir su acción sin que sufra daños importantes que la pongan fuera de uso. La reparación de los daños debe tener un coste razonable. El SSE es el terremoto más fuerte que se espera ocurra una sola vez durante la vida de una estructura. Se tiene la justificación económica de aceptar que un terremoto con estas características produzca daños estructurales importantes, siempre que, al mismo tiempo, se evite la destrucción de la construcción, las pérdidas de vidas y de bienes materiales (*United States Nuclear Regulatory Commission*, 1978; Barbat, 1982).

Una definición estocástica de la acción puede materializarse en la generación artificial tanto de espectros sísmicos de respuesta como de acelerogramas. Los parámetros necesarios como datos de entrada son, por ejemplo, la función de autocorrelación de la aceleración sísmica o la densidad espectral de potencia y/o la varianza de la respuesta y, a partir de éstas, la respuesta extrema estimada.

Es importante aclarar que, aun cuando en una zona se dispone de una definición de la acción sísmica mediante una normativa de cálculo sísmico, existen situaciones en las cuales se requiere un estudio más preciso de las características de la acción. Por ejemplo, para estructuras importantes, singulares, tales como centrales nucleares, presas, depósitos para gas natural licuado, etc., las mismas normativas sísmicas estipulan la realización de *estudios sismológicos* y especialmente de *Ingeniería Sismológica*, a fin de definir la acción sísmica en el emplazamiento de la estructura.

En lo siguiente se describen las posibilidades de definir la acción mediante espectros lineales y no lineales de respuesta, así como mediante espectros de energía y de índices de daño. Después se describen las diversas formas de definir la acción sísmica en el campo probabilista, las cuales, a su vez, pueden ser utilizadas para simular acelerogramas sintéticos.

## 2. DEFINICIÓN MEDIANTE ESPECTROS DE RESPUESTA

### 2.1. Definiciones tradicionales

El método de aceptación más extendido en el mundo para fines de diseño sismo-resistente de estructuras de poca complejidad se basa en los llamados espectros de respuesta, los cuales recogen la información sobre máximas respuestas de sistemas de un grado de libertad, lineales o no lineales, ante una excitación determinada. Con base en ellos se suele postular unos espectros suavizados para el diseño. Un procedimiento muy utilizado para ello consiste en multiplicar los máximos valores del movimiento sísmico del terremoto por factores de amplificación  $\beta$ , los cuales reflejan el comportamiento probable de la respuesta en relación con la excitación. El conjunto de curvas  $\beta$  correspon-

dientes a diferentes acelerogramas se sustituye por una curva única que puede obtenerse de dos maneras:

- Como media del conjunto de curvas  $\beta$ . Este procedimiento ha sido desarrollado por Housner (1970) y en él se basa la definición de la acción en la mayoría de las normas sísmicas del mundo.
- Como envolvente del conjunto de curvas  $\beta$ . Este procedimiento ha sido propuesto por Newmark y Hall (1969) con el fin de obtener espectros de respuesta para el cálculo sísmico de centrales nucleares.

Newmark y Hall (1969; 1982) efectuaron una evaluación estadística de los factores de amplificación  $\beta_a$ ,  $\beta_v$  y  $\beta_d$ , correspondientes a la aceleración, la velocidad y el desplazamiento, respectivamente, a partir de registros de acelerogramas obtenidos para varios terremotos. Los espectros sísmicos de respuesta suavizados obtenidos mediante esta operación son conocidos como espectros de diseño de *Newmark y Hall*. Su construcción puede verse en la figura 1, en la cual se ha considerado una fracción del amortiguamiento crítico del 5%. Se observa que para frecuencias que superen 8Hz, la línea recta que define el espectro de respuesta deja de ser paralela a la línea que define la máxima aceleración del terreno, a la que intersecta en un punto definido por una frecuencia de 33 Hz.

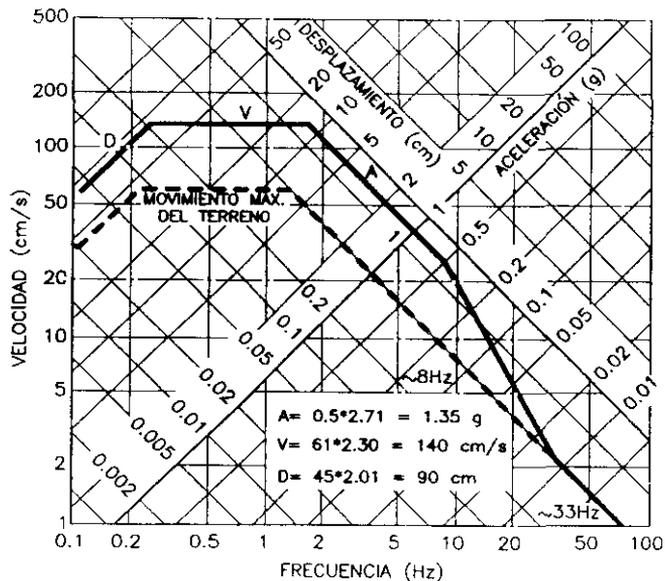


Fig. 1. Espectro de diseño de Newmark y Hall (1969).

Un procedimiento de definición de espectros de respuesta análogo al de Newmark y Hall ha sido propuesto en las reglamentaciones de diseño de edificios de *Applied Technology Council* (ATC) (1978) basado en las investigaciones de (Seed *et al.*, 1974) sobre la influencia del suelo en el espectro de respuesta. En dicho trabajo se calcularon los espectros de aceleración de registros obtenidos en diferentes perfiles de suelo, normalizados según su aceleración máxima.

En vista de que en el diseño de estructuras sometidas a sismos se suele permitir la disipación de energía por deformación dúctil, ha sido corriente en la práctica realizar el diseño sobre la base de los llamados espectros de respuesta no lineal, lo cual se encuentra reglamentado en la mayoría de códigos del mundo. Una discusión amplia de este procedimiento se encuentra en Mahin y Bertero (1981).

## 2.2. Definición a partir de relaciones de atenuación

Una manera de definir el espectro de respuesta que ha ganado interés en años recientes consiste en realizar la predicción del movimiento sísmico del terreno con base en funciones empíricas que dependen de la magnitud  $M$  y de la distancia epicentral  $D$ . Los estudios de Campbell (1986; 1987) referentes al desarrollo de relaciones para los valores máximos del desplazamiento, velocidad y aceleración del movimiento del terreno han sido completados por Joyner y Boore (1988) con el fin de permitir la estimación de ordenadas espectrales correspondientes a distintos periodos propios de vibración. La obtención de una característica  $\eta$  que pueda representar indistintamente un parámetro que describa el máximo movimiento del terreno o una ordenada de un espectro de respuesta, puede expresarse mediante la siguiente fórmula:

$$\log \eta = f(M, D) \pm \epsilon \quad (1)$$

En la ecuación (1),  $f$  es una función que depende de la magnitud  $M$  y de la distancia epicentral  $D$  y  $\epsilon$  es un error aleatorio de  $\log \eta$ . La influencia de la magnitud sobre la forma del espectro de respuesta ha sido mencionada por Housner (1970) y demostrada por McGuire (1975; 1978) y otros (p. ej., Dunbar y Charlwood, 1991). Los terremotos de gran magnitud contienen frecuencias bajas, mientras que los de magnitud pequeña tienen un contenido de frecuencias altas. Joyner y Boore (1988) han propuesto para la función  $f$  de la ecuación (1) la siguiente expresión:

$$f(M, D) = a + b(M - 6) + c(M - 6)^2 + d \log R + kR + s \pm \epsilon \quad (2)$$

en la cual  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $h$ ,  $k$  y  $s$  son coeficientes cuyos valores se dan en la tabla 1 para diferentes períodos propios  $T$ . La ecuación (2) es válida para un rango de magnitudes  $5.0 \geq M \geq 7.7$ . El coeficiente  $s$  toma valores iguales a cero, mien-

tras que los valores distintos de cero incluidos en la tabla corresponden a capas de suelo con un grosor mayor de 5 m.

Los parámetros que definen la función  $f$  corresponden a un movimiento sísmico de dirección aleatoria y han sido identificados a partir de los espectros de respuesta de una serie de terremotos registrados en el oeste de U.S.A. Se ha considerado que  $\log \eta$  tiene una distribución normal, por lo cual  $\eta$  tiene una distribución lognormal. Los valores de los mencionados parámetros incluidos en la tabla 1 son cuantiles que corresponden a una probabilidad de 84%.

**TABLA 1**

**Coefficientes para el cálculo del pseudoespectro de velocidades (en cm/s) correspondiente a una fracción del amortiguamiento crítico de 5%, según (Dunbar y Charlwood, 1991)**

T(s)	a	b	c	d	h	k	s
0,10	2,16	0,25	-0,06	-1,00	11,3	-0,0073	-0,02
0,15	2,40	0,30	-0,08	-1,00	10,8	-0,0067	-0,02
0,20	2,46	0,35	-0,09	-1,00	9,6	-0,0063	-0,01
0,30	2,47	0,42	-0,11	-1,00	6,9	-0,0058	0,04
0,40	2,44	0,47	-0,13	-1,00	5,7	-0,0054	0,10
0,50	2,41	0,52	-0,14	-1,00	5,1	-0,0051	0,14
0,75	2,34	0,60	-0,16	-1,00	4,8	-0,0045	0,23
1,00	2,28	0,67	-0,17	-1,00	4,7	-0,0039	0,27
1,50	2,19	0,74	-0,19	-1,00	4,7	-0,0026	0,31
2,00	2,12	0,79	-0,20	-1,00	4,7	-0,0015	0,32
3,00	2,02	0,85	-0,22	-0,98	4,7	-0,0000	0,32
4,00	1,96	0,88	-0,24	-0,95	4,7	-0,0000	0,29

### 2.3. Espectros basados en modelos sismológicos

A diferencia de los métodos de definición de los espectros de respuesta con base en relaciones empíricas de atenuación, explicados anteriormente, los llamados modelos sismológicos se fundan en formulaciones teóricas sobre la radiación de la energía en la fuente, la atenuación con la distancia, la distribución en superficie, etc. (Boore, 1990). Así, estos modelos permiten la incorporación directa de parámetros sísmicos tales como magnitud, distancia focal, dimensiones de la falla, atenuación y velocidad de la onda de corte. Los buenos resultados obtenidos para estimar características del movimiento del suelo han sido comprobados por varios investigadores.

Los modelos sismológicos tienen al menos tres ventajas sobre los empíricos:

- 1) Ayudan a comprender la mecánica de los mecanismos que originan sismos.
- 2) Pueden ser usados para predecir futuros terremotos.

- 3) Sus resultados pueden ser extrapolados para los casos en que no hay datos disponibles.

Estos modelos fueron desarrollados primeramente por Brune (1970) sobre consideraciones respectivas a la física de la fuente y el medio en que se prolonga el movimiento del terreno. Aparte de las ventajas enumeradas antes y comunes a todos los modelos sismológicos, los modelos de espectro radiado, dados en el dominio de la frecuencia, presentan una forma conveniente para el cálculo de la respuesta estructural, usando la teoría de vibraciones aleatorias.

Con base en estos modelos, algunos investigadores han calculado los espectros de respuesta estocásticos para movimientos fuertes del terreno, valorando el contenido frecuencial del fenómeno mediante el modelo sismológico propuesto por Boore, a diferencia de propuestas anteriores, basados en el modelo clásico de Kanai-Tajimi, preferentemente (Safak, 1988; Safak *et al.*, 1988; Quek *et al.*, 1990). En el modelo de Boore el espectro de Fourier de la aceleración del terreno se expresa como

$$A_a(f) = CS_1(f)S_2(f)S_3(f) \quad (3)$$

$C$  es un factor de escala que se expresa como

$$C = \frac{R_\phi FV}{4\pi\rho\beta_v^3} \left(\frac{1}{R}\right) \quad (4)$$

donde  $R_\phi$  expresa la forma de radiación,  $F$  mide los efectos de superficie,  $V$  tiene en cuenta el reparto de la energía en las componentes horizontales,  $R$  es la distancia hipocentral,  $\rho$  mide la densidad, y  $\beta_v$  es la velocidad de las ondas de corte en la zona de generación del sismo.

$S_1(f)$  es el espectro de fuente, cuya expresión es

$$S_1(f) = \frac{M_0 (2\pi f_c)^2}{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (5)$$

$M_0$  es el momento sísmico y  $f_c$  es la frecuencia esquina en la fuente.

$S_2(f)$  tiene en cuenta la amplificación del movimiento debido al fuerte contraste entre las impedancias de las capas o debido a la menor resistencia que oponen a las ondas sísmicas a medida que se aproximan a la superficie.  $S_3(f)$  es el factor de atenuación. Este factor puede escribirse como

$$S_3(f) = P(f, f_m) \exp\left(\frac{-\pi f R}{Q\beta}\right) \quad (6)$$

donde  $P(f, f_m)$  es un filtro pasa baja que tiene en cuenta la súbita caída que exhibe el espectro de aceleración para frecuencias superiores a un valor dado  $f_m$ ;  $Q$  es el factor de atenuación, que se supone constante, a pesar que algunos estudios demuestran que depende de la frecuencia. Una expresión para el mismo es

$$P(f, f_m) = \left[ 1 + \left( \frac{f}{f_m} \right)^8 \right]^{-1/2} \quad (7)$$

Con el fin de usar estas expresiones para predecir futuros sismos, es preciso relacionar los parámetros anteriores a una medida del sismo, como por ejemplo el momento sísmico,  $M_0$ . Brune (1970) sugiere

$$f_c = 4,9 \times 10^6 \beta_v \left( \frac{\Delta\sigma}{M_0} \right)^{1/3} \quad (8)$$

donde  $\Delta\sigma$  es la caída de tensión dinámica, en tanto que  $f_m$  se puede considerar más un efecto de condiciones locales que de la fuente, por lo que se puede considerar independiente del momento sísmico.

A partir del espectro calculado de Fourier definido en la ecuación (3) es posible calcular la densidad espectral de la respuesta de un oscilador elástico, así como la varianza de la misma en función del tiempo. Luego, con el fin de determinar los valores máximos de la respuesta probable, es necesario considerar la función  $P(|\eta|, T)$ , definida como la probabilidad de que el valor absoluto del desplazamiento del oscilador no sobrepase el valor  $\eta$ , cuando está sujeto a un sismo de duración  $T$ . Esta función, que se calcula siguiendo los desarrollos de la teoría de vibraciones aleatorias, suele definirse en términos de una función de riesgo o tasa de deterioro, dada por el número de veces que se espera que el desplazamiento del oscilador cruce con pendiente positiva el nivel  $\eta$  en un invertado  $dt$ , en el tiempo  $t$ , suponiendo que no hubo estos pasos antes de este instante. Usualmente el problema se resuelve en forma inversa, determinando el nivel  $\eta$  cuando se tiene definida la probabilidad de no excedencia  $P$  y la duración  $T$ . El cálculo de las respuestas máximas requiere entonces la determinación del llamado *factor de pico*  $\zeta$ , definido como la relación entre el desplazamiento máximo para una dada probabilidad de excedencia y la raíz cuadrática media del desplazamiento, evaluado a lo largo de la duración efectiva.

$$\zeta = \frac{\eta}{\left[ \frac{1}{T} \int_0^T \sigma(t) dt \right]^2} \quad (9)$$

donde  $\sigma(t)$ , es la covarianza de la respuesta del oscilador, que depende del tiempo al ser el sismo un movimiento no estacionario, y  $T$  es la duración estimada de la parte estacionaria del movimiento (Safak, 1988).

## 2.4. Espectro de energía inducida

Uno de los enfoques más innovadores para fines de diseño que se han introducido en años recientes es el que considera la acción no desde el punto de vista de las respuestas máximas, sino de la distribución de la energía sísmica en la estructura. El interés en esta formulación reside, fundamentalmente, en el hecho de que en dicho análisis se recoge mayor información sobre la respuesta de la estructura en la duración total del sismo que en los espectros usuales respuesta, tanto elásticos como inelásticos.

En este sentido, Akiyama (1985) desarrolló un método de diseño basado en el llamado *espectro de energía*. Asimismo, algunos investigadores han estudiado recientemente la distribución de energía en estructuras, tanto analítica como experimentalmente (p. ej., Uang y Bertero, 1990; Zahrah y Hall, 1984). En los últimos años se ha producido un incremento notable del interés por estudiar la acción sísmica sobre las estructuras desde el punto de vista de la energía inducida con fines de diseño. Por otra parte, el análisis de la absorción de energía está ligado al de la determinación de llamados *índices de daño* debido a la influencia de la disipación de energía en la degradación de las propiedades estructurales y a los problemas de fatiga de bajo ciclaje derivados de la duración y la intensidad del sismo. Este punto se discutirá en el apartado 2.5.

La ecuación de movimiento de un sistema no lineal de un grado de libertad puede escribirse en la forma

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f(x) = -m\ddot{x}_g \quad (10)$$

donde  $\ddot{x}_g$  representa la aceleración del movimiento del suelo y  $f(x)$  la fuerza de restauración. Al multiplicar la ecuación (10) por el incremento de deformación  $dx$ , o lo que es igual, por  $\dot{x}dt$ , la ecuación de distribución de la energía de un sistema de un grado de libertad hasta un tiempo determinado  $t$  de la historia de su respuesta se representa como

$$\int_0^t m \ddot{x} \dot{x} dt + \int_0^t c \dot{x}^2 dt + \int_0^t f(x) \dot{x} dt = - \int_0^t m \ddot{x}_g \dot{x} dt \quad (11)$$

La evaluación de estas integrales hasta el instante final del sismo,  $t_0$ , da como resultado la siguiente distribución:

$$\frac{m \dot{x}^2(t_0)}{2} + W_d + (W_e + W_p) = E \quad (12)$$

donde los términos corresponden, respectivamente, a cada una de las integrales de la ecuación (3). El primero de la expresión de la energía cinética al final del evento, la cual es despreciable. El segundo,  $W_d$ , representa la energía disipada por amortiguamiento. De acuerdo con Akiyama (1985), ésta se puede estimar satisfactoriamente mediante

$$W_d = \left(1 - \frac{1}{1 + 3\nu + 1.2 \sqrt{\nu}}\right) E \quad (13)$$

Esto proporciona como resultado que  $E - W_d$  se distribuye entre  $W_e$ , la energía almacenada elásticamente (y que, en el transcurso de la deformación se convierte en energía cinética y viceversa) y  $W_p$  disipada por plastificación en los múltiples ciclos histeréticos. La manera como se produzca esta última repartición determinará el grado de daño de la estructura en toda la duración del evento. En términos generales puede decirse que en la mayoría de los casos habituales, en los cuales se confía la disipación de energía a la plastificación de la estructura, el valor de  $W_e$  es muy pequeño en comparación con  $W_d$  y, por tanto,  $W_p$  puede estimarse adecuadamente como  $E - W_d$ .

El espectro de energía inducida,  $E$ , suele normalizarse en términos de una velocidad equivalente, definida por

$$V_e = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (14)$$

Un aspecto que hace atractivo el método de energía para efectos de diseño es el hecho de que el espectro de energía es relativamente independiente del grado de plastificación de la estructura, de manera que puede definirse aproximadamente de manera única para cualquier tipo de sistema estructural y grado de no linealidad inherente a él.

Por otra parte, el espectro de  $V_e$  guarda estrechas relaciones con otras medidas de la excitación sísmica. En efecto, para un sistema lineal se tiene (Trifunac y Brady, 1975)

$$\int_0^{\infty} \frac{E}{m} d\omega = \frac{\cos^4 \nu}{\sqrt{1 - \nu^2}} \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (15)$$

donde la integral

$$I = \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (16)$$

es la conocida Intensidad de Arias. De acuerdo con el teorema de Parseval se

tiene:

$$\int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |X_g(\omega)|^2 d\omega \quad (17)$$

donde  $|Y(\omega)|$  es la amplitud de Fourier del registro. De acuerdo con esto

$$\int_0^{\infty} V_e^2(\omega) d\omega = \frac{2 \cos^{-1} v}{\sqrt{1-v^2}} \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (18)$$

y

$$\int_0^{\infty} V_e^2(\omega) d\omega = \frac{2 \cos^{-1} v}{\pi \sqrt{1-v^2}} \int_0^{\infty} |X_g(\omega)|^2 d\omega \quad (19)$$

Las ecuaciones anteriores recogen las relaciones existentes entre las diferentes medidas de la energía sísmica. En particular, la última ecuación indica que, en primer lugar, el espectro de energía inducida contiene toda la información del registro contenida en el espectro de Fourier, lo cual facilita la generación de acelerogramas sintéticos compatibles con un espectro  $V_e$  dado, tal como se mostrará más adelante y, en segundo lugar, se observa que todos los valores que afecten al espectro de Fourier afectan igualmente al de energía inducida.

Sobre esta última observación resulta conveniente recoger aquí las principales conclusiones de un trabajo reciente de Sawada *et al.* (1992) sobre las estrechas correlaciones que median entre los parámetros del espectro de potencias con la sencilla relación  $a/v$ , en la que  $a$  y  $v$  representan la aceleración y la velocidad máximas del suelo:

1. El parámetro de dispersión del espectro de potencia es menor cuanto mayor es el factor  $a/v$ . Dicho parámetro viene dado por

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0 \lambda_1}} \quad (20)$$

donde  $\lambda_i$  es el llamado momento espectral de orden  $i$ . El parámetro  $\delta$  es una medida de la dispersión de la energía en diferentes frecuencias y, por tanto, del ancho de banda de la zona de mayores amplitudes de energía.

2. La frecuencia correspondiente al pico del espectro de potencia está igualmente en relación inversa con el factor  $a/v$ .

Para ambos casos se reportan en Sawada *et al.*, (1992) coeficientes de correlación superiores a 0,8. Es importante citar, además, que fuertes influencias del parámetro  $a/v$  en el espectro de aceleración han sido observadas por Zhu *et al.* (1988). La siguiente es la clasificación del parámetro  $a/v$  propuesta por estos últimos autores:  $a/v > 12s^{-1}$ , alto;  $12 > a/v > 8s^{-1}$ , normal y  $a/v < 8s^{-1}$ , bajo.

Con el fin de obtener una estadística que permita escalar el espectro de energía con base en información sismológica y definir su forma, se procesaron 119 registros de sismos fuertes de todo el mundo. La duración efectiva fue calculada según la sugerencia de Trifunac y Brady (1975) como el lapso transcurrido entre los instantes en que la Intensidad de Arias alcanza un 5% y un 95% de su valor total. Los registros fueron clasificados de acuerdo a su valor de  $a/v$  según los criterios expuestos más arriba y normalizados de dos maneras: de acuerdo a la aceleración máxima y de acuerdo a la raíz media cuadrática  $\sigma_d$  del registro calculada sobre la duración efectiva.

$$\sigma_d^2 = \frac{\int \ddot{x}_g^2 dt}{t_d} \quad (21)$$

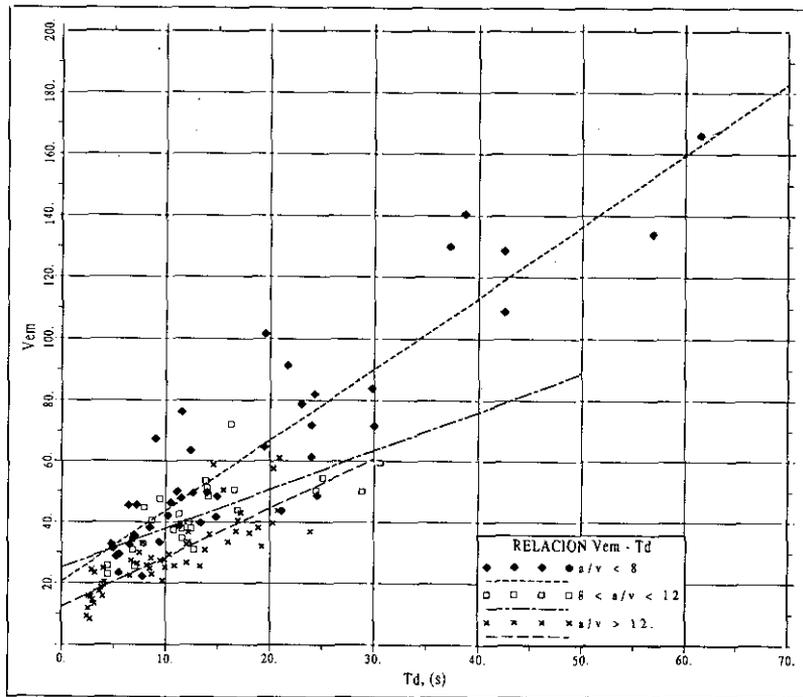


Fig. 2. Correlación entre  $t_d$  y  $V_{em}$  normalizado según  $\sigma_d$ .

Los espectros se calcularon para una fracción del amortiguamiento crítico del 10%, puesto que, según Akiyama (1985), éste se aproxima adecuadamente a los espectros obtenidos para diferentes sistemas no lineales encontrados en la práctica. La figura 2 muestra la relación existente entre  $V_{em}$ , el valor máximo de los espectros de  $V_e$ , y la duración efectiva  $t_d$ , así como la regresión lineal efectuada para el caso de normalización según la raíz media cuadrática. Para ambos casos de normalización, la tabla 2 presenta los coeficientes de correlación, así como los coeficientes de regresión de  $\frac{V_{em}}{a}$  y de  $\frac{V_{em}}{\sigma_d}$  en función de  $t_d$ , dada por la ecuación lineal

$$a_0 + a_1 t_d \quad (22)$$

**TABLA 2**  
**Coefficientes para la estimación del espectro de energía**

Criterio	a/v	$a_0$	$a_1$	$\rho$
$\frac{V_{em}}{a}$	Bajo	0,251	0,0247	0,792
	Medio	0,309	0,0083	0,391
	Alto	0,156	0,0131	0,567
$\frac{V_{em}}{\sigma_d}$	Bajo	0,183	0,0207	0,884
	Medio	0,226	0,0214	0,635
	Alto	0,109	0,0144	0,717

Puede verse que la correlación del pico del espectro con la duración efectiva es mucho mejor en el segundo caso de normalización que en el primero. Igualmente resulta claro que la relación entre el pico del espectro de energía y la duración es muy diferente en el caso de valores bajos de a/v que en el de valores medios y altos.

En lo referente a la forma del espectro, está claro que también puede relacionarse con el parámetro a/v, en la medida en que éste controla la frecuencia central y el ancho de banda. Por este motivo se promediaron los espectros de energía de los registros mencionados, clasificados en los grupos que se mencionan a continuación, previamente normalizados de acuerdo a su valor máximo. Los grupos corresponden a los valores de a/v bajo (I), medio (II) y alto (III) para todas las duraciones efectivas. Se definió aparte un grupo adicional (IV), correspondiente a valores de a/v bajo, con duraciones muy bajas ( $t_d < 10$  s). El resultado de este análisis puede verse en la figura 3. Como cabía esperar, a medida que decrece el rango de valores a/v se tienen períodos centrales mayores y bandas de máxima energía más amplias. De esta manera es posible estimar la energía inducida en estructuras a partir de estas formas promedio y de la tabla 2 en lo referente al valor de la meseta de valores máximos del espectro.

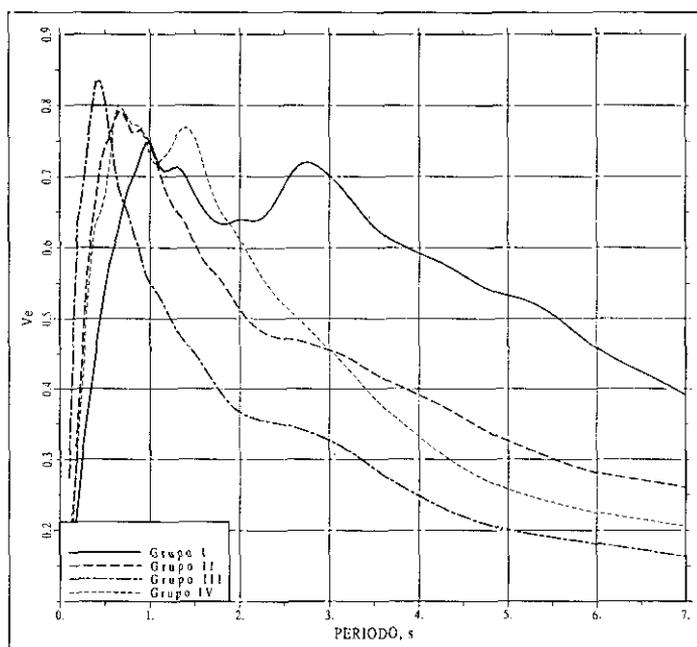


Fig. 3. Espectros promedio de energía.

## 2.5. Espectros de índices de daño

Dentro del campo de los espectros de respuesta considerados en este apartado, cabe mencionar los llamados espectros de índices de daño, propuestos recientemente por diversos autores (p. ej., Zahrah y Hall, 1984; Powell y Allahabadi, 1988; Park y Ang, 1985; Banon y Veneziano, 1982; Cosenza *et al.*, 1993). En síntesis, se trata de reflejar en ellos la resistencia mínima que debe tener la estructura de un sistema de un grado de libertad con un período inicial dado, expresada en términos de aceleración, para alcanzar un grado de daño considerado como límite, para un sismo dado. El primer índice propuesto está basado en la capacidad de ductilidad del sistema,  $\mu_u$ , definida como la relación entre el desplazamiento máximo tolerable de la estructura (generalmente estudiado en un ensayo de carga monotónica),  $x_u$  y su desplazamiento al límite elástico  $x_1$

$$\mu_u = \frac{x_u}{x_1} \quad (23)$$

De acuerdo con esto, la estructura alcanza su máximo grado de daño, cuando el índice

$$D\mu = \frac{\mu - 1}{\mu_u - 1} \quad (24)$$

alcance el valor unitario.

Debido a la influencia de la energía y de la duración de los sismos en el daño estructural, se ha propuesto recientemente un índice basado en la energía disipada en toda la duración del sismo, con respecto a la energía que el sistema es capaz de disipar monotónicamente (Powell y Allahabadi, 1988)

$$\mu_e = 1 + \frac{W_p}{F_u x_1} \quad (25.a)$$

$$D_E = \frac{\mu_e - 1}{\mu_u - 1} \quad (25.b)$$

Se ha demostrado analíticamente que el primer criterio  $D_u = 1$  se satisface con resistencias  $F_u$  mucho menores que el segundo,  $D_E = 1$ . Sin embargo, está claro que el criterio de ductilidad, al estar basado en el valor de una respuesta máxima, no considera el progresivo deterioro de la estructura en los ciclos subsiguientes a ella, como sí puede considerarlo el segundo. Por esta razón, Park y Ang han propuesto un índice que combina linealmente ambos valores (Park y Ang, 1985)

$$D_{PA} = \frac{\mu + \beta (\mu_e - 1)}{\mu_u} \quad (26)$$

en el cual el valor  $\beta$  ha sido obtenido solamente para el caso de elementos de hormigón armado, a través del análisis de múltiples resultados experimentales de laboratorios de Estados Unidos y Japón. Dicho factor califica la influencia de la energía disipada en el deterioro de la resistencia del elemento, y es mayor cuanto menor sea la capacidad de disipación de energía del mismo.

Otros índices propuestos están basados en los ensayos de fatiga de bajo ciclaje, consistentes en el sometimiento del elemento a pruebas de carga cíclica, en los cuales la falla se produce por daño acumulado. Por esta razón, tales índices son también útiles para reflejar los efectos de todos los ciclos histeréticos de la respuesta. Uno de tales índices es el propuesto por Consenza *et al.* (1993) dado por

$$D_F = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\mu_i - 1}{\mu_u - 1} \right)^b \quad (27)$$

En esta fórmula,  $b$  es un parámetro tomado de los ensayos de fatiga de bajo ciclaje, y el sumatorio se extiende sobre todos los  $n$  ciclos de carga.

En principio, la construcción de un espectro correspondiente a un valor

dado de un índice de daño implica el cálculo de la resistencia del sistema, expresada en términos de aceleración, necesaria para alcanzar tal valor del índice cuando es sometido al sismo en cuestión.

### 3. ACELEROGRAMAS ARTIFICIALES

#### 3.1. Introducción

En los últimos años, el interés por generar registros sísmicos artificiales para fines de diseño ha aumentado considerablemente. Este interés se encuentra motivado en los siguientes hechos:

1. El gran desarrollo adquirido por los métodos de análisis dinámico no lineal de estructuras.
2. La insuficiencia de registros sísmicos reales, o su falta de adecuación a las condiciones geológicas locales.
3. La necesidad de generar espectros de piso para el diseño de equipos y elementos no estructurales.
4. La importancia de evaluar la vulnerabilidad de estructuras sometidas a sismos construidas bajo normas de diseño diferentes a las actuales.

La manera tradicional de generar estos acelerogramas parte de la obtención de una realización del proceso aleatorio siguiente:

$$z(t) = \sum_{j=1}^n A_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \quad (28)$$

donde  $A_j$  es la amplitud,  $\phi_j$  es el ángulo de fase de la  $n$ -ésima senoide y  $\omega_j$  es la frecuencia.  $\phi_j$  son  $n$  variables aleatorias, independientes y uniformemente distribuidas en el intervalo  $[0, 2\pi]$ . Puede demostrarse que este proceso tiende a ser gaussiano y estacionario en la medida en que aumente el número  $n$  de sumandos.

El punto central de esta simulación reside en la determinación de las amplitudes  $A_j$ . En términos generales suelen ser calculadas en función de la densidad espectral de potencia definida para el proceso,  $G_z(t)$ , evaluada para la frecuencia  $j$  correspondiente, ya que la varianza total del proceso pone en relación ambos valores:

$$\sigma_z^2 = \sum \frac{A_j^2}{2} = \int G_z(\omega_j) d\omega \quad (29)$$

lo cual permite calcular la amplitud de la senoide a partir de una densidad espectral discretizada por incrementos  $\Delta\omega_j$  como

$$A_j \approx \sqrt{2 G_z(\omega_j) \Delta\omega_j} \quad (30)$$

De esta manera, el proceso de simulación dependerá de la estimación de la densidad espectral. Un modelo que ha sido usado a lo largo de los años y que aún conserva su vigencia en muchas aplicaciones es el de Kanai y Tajimi (Barbat y Canet, 1994), el cual simula la densidad espectral de los sismos como la respuesta de un filtro de segundo orden a un ruido blanco de densidad espectral  $G_0$

$$G_z(\omega) = G_0 \frac{1 + 4v_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4v_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \quad (31)$$

Los parámetros  $v_g$  y  $\omega_g$  se han asociado tradicionalmente al tipo de suelo del sitio en cuestión, aunque resultan también afectados por otros factores, tales como la magnitud y la distancia epicentral.

Otro método que ha encontrado amplia aplicación en la práctica (Vanmarcke, 1976; Gasparini y Vanmarcke, 1976) ha sido el de realizar tal estimación a partir de un espectro de respuesta determinado, con el fin de que la señal o señales resultantes se tengan un espectro de respuesta lo más cercano posible al dado inicialmente. Esta estimación de la densidad espectral se apoya en la teoría de vibraciones aleatorias.

Tanto en estos métodos tradicionales como en otros que se expondrá en lo sucesivo, se requiere dar a la señal artificial un carácter no estacionario que simule el que suelen tener los registros sísmicos. Dicho carácter está dado por el hecho de que tanto la amplitud como la frecuencia de la señal varían en el tiempo, en la medida en que lleguen al sitio las ondas de compresión, corte y superficiales. Una manera usual de configurar una señal no estacionaria en amplitud es el afectar la función anterior por otra función, llamada generalmente de modulación o intensidad  $I(t)$

$$a(t) = I(t)z(t) \quad (32)$$

La naturaleza no estacionaria en frecuencias requiere métodos más elaborados. En este apartado se expondrán algunos de ellos, como son los de espectros evolutivos e instantáneos. Finalmente, se indicará en detalle la simulación espacio-temporal del movimiento sísmico, basado en la teoría combinada de campos aleatorios y espectros evolutivos.

### 3.2. Espectros evolutivos

Como se ha dicho, la no estacionariedad del movimiento producido por un sismo se manifiesta tanto en el dominio de las amplitudes como en el de las fre-

cuencias. Lo primero implica una variación en el tiempo del valor cuadrático medio del proceso y en el segundo caso, la variación de la función de densidad espectral de potencia en función del mismo parámetro. Una de las maneras de tener en cuenta esta importante característica de los movimientos producidos por terremotos para su simulación, es mediante el uso de *espectros evolutivos* (Scherer *et al.*, 1982; Spanos *et al.*, 1987; Sawada y Kameda, 1988), concepto introducido por Priestley (1965) y que se aplica a los procesos no estacionarios conocidos como *procesos oscilatorios*. Un proceso aleatorio  $X(t)$  se dice oscilatorio si existe una familia de funciones deterministas «oscilatorias»  $\Phi(t, f)$  de la forma

$$\Phi(t, f) = A(t, f)e^{i2\pi ft} \quad (33)$$

donde  $A(t, f)$  es una función de modulación determinista que varía lentamente en el tiempo, de tal modo que  $X(t)$  pueda expresarse como

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, f)e^{i2\pi ft} dZ(f) \quad (34)$$

donde  $Z(f)$  es un proceso aleatorio ortogonal, siendo sus incrementos  $dZ(f)$ ,  $dZ(f')$  variables estocásticas no correlacionadas. La variación lenta en el tiempo de  $A(t, f)$  se especifica considerando que la transformada de Fourier de  $A(t, f)$  está concentrada en la región de la frecuencia nula, o sea

$$A(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi f\theta} dH(f, \theta) \quad (35)$$

$|dH(f, \theta)|$  tiene un máximo absoluto en  $\theta = 0$ . La condición impuesta a  $A(t, f)$  tiene como fin preservar el sentido físico de  $f$  como una frecuencia, un concepto fundamental en procesos no estacionarios. Aplicando los conceptos de análisis armónico generalizado, un proceso estacionario  $\tilde{X}(t)$  puede representarse como una suma de ondas senoidales y consenoidales, con distintas frecuencias ( $e^{i2\pi ft}$ ) y amplitudes y ángulos de fases aleatorias ( $dZ(f)$ ) de la siguiente manera:

$$\tilde{X}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi ft} dZ(f) \quad (36)$$

por lo que el concepto de frecuencia tiene el significado convencional asociado con las funciones armónicas.

Para el proceso no estacionario  $X(t)$ , las funciones  $e^{i2\pi ft}$  no pueden usarse como elementos básicos, ya que son intrínsecamente estacionarias. Por lo tanto, para no perder de vista el sentido de frecuencia en el caso de un proceso no es-

tacionario se deben considerar otras funciones como elementos básicos, que tengan una forma oscilatoria aunque no sean estacionarias. Éstas son las definidas en ecuación (33) con la restricción expresada mediante la ecuación (35).

La expresión (34) puede interpretarse como el límite de una suma de senos y cosenos con diferentes frecuencias, y amplitudes aleatorias que varían en el tiempo ( $A(t, f)dZ(f)$ ). El valor cuadrático medio a través de todas las realizaciones del proceso se define como

$$E [X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} G(f, t)df \quad (37)$$

donde  $G(f, t)$  es la función de densidad espectral de potencia evolutiva, y describe la distribución en frecuencias del valor medio cuadrático en la vecindad de un tiempo  $t$  (*potencia local*). En el apartado 3.6 se detalla el modelo propuesto por Shinozuka *et al.* (1987) que emplea los conceptos expuestos.

### 3.3. Modelos sismológicos

Existen varias alternativas de generar acelerogramas artificiales a partir de los modelos sismológicos mencionados anteriormente. Una manera consiste en la estimación de la densidad espectral de potencia como el cuadrado del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del terreno (ecuación (3)) dividido por el tiempo de ruptura de la falla,  $T_r$ . Esto da como resultado (Faravelli, 1988)

$$G(\omega) = \frac{[CS_1(\omega)S_2(\omega)S_3(\omega)]^2}{\pi T_r} \quad (38)$$

El registro obtenido puede hacerse no estacionario en amplitud al multiplicarlo por una función de intensidad tal como se ha descrito anteriormente. Una manera de incluir el carácter no estacionario en frecuencia es mediante la estimación de una densidad espectral evolutiva

$$G(\omega, t) = |A(\omega, t)|^2 G(\omega) \quad (39)$$

donde la función  $A(\omega, t)$  debe ser calculada a partir de un registro dado.

### 3.4. Modelos basados en la función de Green

En Kawano *et al.* (1992) se propone un modelo teórico concebido para el fin de predecir el movimiento del suelo debido a un sismo en un determinado

lugar y que tiene en cuenta el comportamiento de la falla y la propagación de las ondas desde la fuente. El modo de propagación de las ondas sísmicas depende principalmente del fenómeno de amplificación debido a la capa superficial del suelo y a la múltiple dispersión en la estructura heterogénea de la tierra. Para modelar este comportamiento se considera el semiespacio compuesto por dos capas, una superficial, de espesor finito, que descansa sobre una segunda capa, considerada como un medio semiinfinito aleatorio. Los parámetros del modelo son la relación entre la distancia epicentral y la profundidad focal; la relación de impedancia entre la primera y segunda capa; el valor de  $Q$ ; dimensiones de la falla; el ángulo de inclinación; la dirección del deslizamiento; el ángulo entre la dirección de propagación de ruptura de la superficie de falla y la dirección al sitio de registro.

Las componentes horizontal y vertical de la fuerza de deslizamiento  $Q_0$  son, respectivamente,  $Q_h$  y  $Q_v$ . Se calculan con exactitud las funciones de Green para estas fuerzas en función de la relación entre la distancia epicentral y la profundidad focal, para cada uno de los puntos en que se ha discretizado el plano de falla, llamados focos elementales. Estos puntos se ubican sobre la línea central de tal plano.

El mecanismo de ruptura en la superficie de falla, se describe considerando el comportamiento dinámico de un sistema masa-resorte sometido a un proceso de caída de tensión en tal superficie (Ben Menahem, 1976), incluyendo en las expresiones parámetros tales como el número de Mach, la velocidad de ruptura, la velocidad de las ondas de corte, la rigidez al corte, la caída de presión efectiva y la relación de amortiguamiento de la superficie de falla. El movimiento del suelo se expresa entonces mediante la convolución de las funciones de Green, que modelan el comportamiento del medio de propagación de las ondas y las características del sitio considerado con la función de fuente que describe el mecanismo de ruptura en la falla. El movimiento se obtiene como resultado de un sumatorio de las ondas radiadas en cada instante en el que el frente de ruptura alcanza un foco elemental. La relación entre la distancia epicentral y la profundidad focal y la relación de impedancia entre las dos capas son parámetros críticos en la formulación de modelos predictivos (Kawano *et al.*, 1992).

En Kamae e Irikura (1992) se propone el método de la función de Green empírica que en esencia consiste en construir un sismo grande como la superposición de sismos pequeños registrados en la vecindad del lugar donde se supone se habrá de producir el intenso. Por lo tanto, es primordial establecer para la región de estudio relaciones apropiadas entre los parámetros del foco, las que son calculadas a partir de los datos de sismos registrados en el lugar de estudio.

En el caso de que los sismos en determinadas zonas tengan características espectrales correspondientes al modelo llamado  $\omega^2$ , se puede expresar el movimiento del suelo mediante una expresión del tipo

$$a(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{r}{r_{ij}} F(t-t_{ij}) u_{ij}(t) \quad (40)$$

donde  $F(t)$  es una función que depende, entre otros, de parámetros tales como la velocidad de las ondas de corte, la velocidad de ruptura, el instante en que comienza el movimiento intenso, así como de la relación entre momentos sísmicos de eventos pequeños y grandes, y la distancia entre el sitio en estudio e hipocentro, y entre el sitio y la ubicación de la  $ij$ -ésima subfalla. Por otra parte,  $u(t)$  es la función de Green, construida a partir de los registros de sismos menores, corregidos según la caída de tensiones, la atenuación debida al medio de propagación, la frecuencia de corte superior del espectro de aceleraciones y los modos de radiación de las ondas existentes.

Este método es apropiado cuando existen muchos datos de buena calidad disponibles para determinar la función de Green, pero no presenta las mismas ventajas en el caso de contar con pocos registros. En tal caso se usan sismos de menor magnitud simulados estocásticamente, usando modelos espectrales sismológicos como funciones semi-empíricas de Green que luego se suman de manera desfasada, de la misma forma que en el método empírico de Green. Como modelo sismológico puede usarse el de Boore (1990), que es adecuado para la simulación de sismos de campo lejano. A pesar de que este método tiene la desventaja de no incluir en sí mismo los efectos de la propagación y las condiciones locales, éstos se pueden contemplar mediante la adecuación de los factores de atenuación obtenidos para la región a las condiciones geotécnicas locales, determinadas por medio de estudios empíricos.

### 3.5. Modelos de espectro instantáneo

Como es sabido, un proceso estocástico estacionario  $z(u)$  puede ser definido por la siguiente representación espectral:

$$z(u) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega z} dZ(\omega) \quad (41)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular y  $Z(\omega)$  es un proceso aleatorio que tiene incrementos ortogonales. Para todo par  $\omega_1 \neq \omega_2$

$$E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)] = 0 \quad (42)$$

La función de autocorrelación  $R_z(\tau)$  del proceso estacionario es

$$R_z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} S_z(\omega) d\omega \quad (43)$$

donde  $S_z(\omega)$  es la función de densidad espectral de potencia.

Si se realiza un cambio de escala no lineal en el eje  $u$ , con respecto a la nueva variable tiempo  $t$ , de acuerdo a la expresión  $u = u(t)$ , el proceso obtenido  $\tilde{a}(t) = z(u(t))$  no será estacionario en el dominio frecuencial. Se define el espectro de potencia instantáneo del proceso  $\tilde{a}(t)$  como (Yeh y Wen, 1989; Wen y Eliopoulous, 1994).

$$S_{\tilde{a}}(t, \omega) = \frac{1}{u'(t)} S_z\left(\frac{\omega}{u'(t)}\right) \quad (44)$$

Mediante esta expresión se relaciona la densidad espectral de potencia de un proceso  $\tilde{a}(t)$  no es estacionario con el de un proceso estacionario  $z(u)$  asociado a  $\tilde{a}(t)$ . El proceso  $z(u)$  se puede obtener de  $\tilde{a}(t)$  cuando está definida la función de modulación no lineal  $u(t)$ . La derivada de esta función  $u'(t)$  es responsable sólo de una modulación de la frecuencia del proceso estocástico  $\tilde{a}(t)$ , por lo que la condición de no estacionariedad para esta modulación de frecuencia no implica una representación espectral evolutiva para  $\tilde{a}(t)$ .

Se pueden suponer para el espectro estacionario  $S_z(\omega)$  diferentes expresiones analíticas, tales como la del modelo Kanai-Tajimi (ecuación (31)), el de Clough y Penzien (1993) o el modelo de Boore (1990), obteniéndose en todos los casos una aproximación no estacionaria debido a la modulación en el tiempo de la frecuencia del modelo espectral seleccionado. Se debe hacer notar que la aplicación de la ecuación (44) deja la varianza del proceso  $z(u)$  inalterada. Esto significa que cuando  $z(u)$  es un ruido blanco filtrado, la superposición de una función de intensidad  $I(t)$  tiene el efecto de una modulación de la amplitud del proceso no estacionario  $\tilde{a}(t)$ , por lo que se obtiene la aceleración sísmica, modulada en amplitud y frecuencia, como

$$a(t) = I(t)\tilde{a}(t) = I(t)z(u(t)) \quad (45)$$

Es posible utilizar este procedimiento si se dispone de, por lo menos, un registro  $r(t)$  del sitio en estudio, que contenga la mayoría de las características del lugar. Se puede analizar  $r(t)$  para obtener la función de modulación de amplitud  $I(t)$ , la función de modulación de frecuencia  $u(t)$ , y la forma del espectro de potencia  $S_z(\omega)$  del proceso estacionario asociado.

La función  $u(t)$  obedece generalmente a la siguiente relación:

$$u(t) = \frac{v(t)}{v'(t_0)} \quad (46)$$

donde  $v(t)$  es una relación que da el valor medio de los puntos de ordenada nula en el acelerograma en función del tiempo;  $t_0$  es el instante en el que comienza la parte más intensa del acelerograma, y puede ser estimada con una

simple inspección visual de la historia de aceleraciones. Las condiciones que debe cumplir  $v(t)$ , son:

- a) Ser diferenciable.
- b) Ser una función creciente con el tiempo. Se supone generalmente una expresión polinomial del tipo

$$v(t) = C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 \quad (47)$$

donde las constantes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ , se calculan por una aproximación numérica de  $v(t)$  con el número acumulado de ceros del registro real  $r(t)$  considerado. Se puede descomponer el registro original en un número  $n$  de señales, tales que

$$r(t) = \sum_{i=1}^n r_i(t) \quad (48)$$

donde cada  $r_i(t)$  se obtiene filtrando el espectro de Fourier de amplitudes de  $r(t)$  en un rango de frecuencias especificado y transformándolo después al dominio temporal. Con esta descomposición el procedimiento de identificación se puede repetir fácilmente en los diferentes  $r_i(t)$ , lo que permite una caracterización más exacta en el tiempo y la frecuencia de la señal de aceleración, aunque requiere un esfuerzo numérico mayor.

### 3.6. Simulación espacial mediante espectros evolutivos

En este apartado se explica con cierto grado de detalle el modelo propuesto por Shinozuka *et al.* (1987) para la simulación del movimiento espacial de la superficie del terreno en el dominio del tiempo. El modelo está basado en los conceptos de campos aleatorios y de espectros evolutivos. Este tipo de simulación resulta importante para el caso de estructuras de grandes dimensiones, tales como los puentes, las presas, etc., en las cuales cabe esperar diferentes movimientos del terreno a lo largo de las bases de las mismas.

#### 3.6.1. Ondas univariadas, n-dimensionales estocásticas

Se considera la siguiente onda espacial estocástica n-dimensional:

$$y_0(x^*) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x^*, k^*) e^{ik^*x^*} dZ(k^*) \quad (49)$$

donde  $x^* = [t, x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  es un vector de dimensión  $(n + 1)$  que contiene la

variable tiempo ( $t$ ) y  $n$  variables espaciales ( $x^*$ , y  $k^* = [\omega, k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ , es también un vector  $(n + 1)$ -dimensional, que contiene la frecuencia ( $\omega$ ), en correspondencia con la variable tiempo y  $n$  números de onda ( $k$ 's), en correspondencia con las  $n$  variables espaciales.  $A(x^*, k^*)$  es una función de modulación,  $dZ(k^*)$  representa un incremento ortogonal e  $y_0(x^*)$  es una onda estocástica «oscilatoria» en el sentido de la definición de Priestley.

El valor medio cuadrático de la onda oscilatoria estocástica es

$$E[y_0^2(x^*)] = \int_{-\infty}^{\infty} |A(x^*, k^*)|^2 dF(k^*) \quad (50)$$

donde  $dF(k^*) = E[dZ(k^*)]^2$

Introduciendo el espectro evolutivo de potencia de dimensión  $n + 1$ , mediante la función

$$dF^v(x^*, k^*) = |A(x^*, k^*)|^2 dF(k^*) \quad (51)$$

se definen los contenidos no homogéneos y no estacionarios.

Se puede escribir la ecuación (51) como

$$dF^v(x^*, k^*) = f^v(x^*, k^*) dk^* = |A(x^*, k^*)|^2 f(k^*) dk^* \quad (52)$$

si  $f(k^*)$  existe tal que

$$dF(k^*) = f(k^*) dk^* \quad (53)$$

Si es válida la ecuación (54), se define la función de autocorrelación como

$$R_{y_0 y_0}(x^* + \xi^*, x^*) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x^* + \xi^*, k^*) A(x^*, k^*) e^{i\xi^* k^*} f(k^*) dk^* \quad (54)$$

donde se define el vector de separación  $\xi^*$  como

$$\xi^* = [\tau \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n]^T \quad (55)$$

Se hace notar que si es posible definir el espectro evolutivo como en (52), se puede calcular la función de autocorrelación con (54), lo que reporta grandes ventajas ya que lo que se puede calcular con más facilidad es el espectro evolutivo y no la función de autocorrelación.

Se puede simular la onda estocástica  $y_0(x^*)$ , de la siguiente manera: conforme  $N_1, N_2, \dots, N_n$  tienden simultáneamente a  $\infty$ , se considera una onda estocástica cuadrante simétrica, en término de las variables espaciales, con lo cual

$$y(x^*) = \sqrt{2} \sum_{m=1}^{N_t} \sum_{l_1=1}^{N_1} \sum_{l_2=1}^{N_2} \dots \sum_{l_n=1}^{N_n} \sum_{i=2,3,\dots,n} \sum_{j=1, l_i=\pm 1}^i x \sqrt{2A^2(t, x_1, x_2, \dots, x_n, \omega_m, k_{1l_1}, k_{2l_2}, \dots, k_{nl_n})} \\ x \sqrt{f(\omega_m, k_{1l_1}, k_{2l_2}, \dots, k_{nl_n}) \Delta\omega \Delta k_1 \Delta k_2 \dots \Delta k_n} \\ x \cos(\omega_m t + I_1 k_{1l_1} x_1 + I_2 k_{2l_2} x_2 + \dots + I_n k_{nl_n} x_n + \Phi_{ml_1 l_2 \dots l_n}^{l_1 l_2 \dots l_n}) \quad (56)$$

donde

$$(\Delta\omega \Delta k_1 \Delta k_2 \dots \Delta k_n) = \left( \frac{\omega_u}{N_t} \frac{k_{1u}}{N_1} \frac{k_{2u}}{N_2} \dots \frac{k_{nu}}{N_n} \right)$$

$\omega_m = m\Delta\omega$ , con  $m = 1, 2, \dots, N_t$  y  $k_{i l_i} = l_i \Delta k_i$ ; con  $l_i = 1, 2, \dots, N_i$  e  $i = 1, 2, \dots, n$ .

$\Phi_{l_1 l_2 \dots l_n}^{l_1 l_2 \dots l_n}$  son ángulos aleatorios de fase, independientes, uniformemente distribuidos en el rango  $(0, 2\pi)$ .

La onda estocástica simulada es asintóticamente Gaussiana conforme  $N_1, N_2, \dots, N_n \rightarrow \infty$  simultáneamente, debido al teorema del límite central.

### 3.6.2. Onda estocástica bidimensional y univariable

La expresión para simular una onda estocástica cuadrante simétrica, con no-homogeneidad espacial en dos dimensiones, conforme  $N_1, N_2, \dots$  es la siguiente:  $Nn \rightarrow \infty$  simultáneamente.

$$y(t, x_1, x_2) = \sqrt{2} \sum_{l_1=1}^{N_1} \sum_{l_2=1}^{N_2} \sqrt{2F} [\cos(\omega t + k_{1l_1} x_1 + k_{2l_2} x_2 + \Phi_{l_1 l_2}^{(1)}) + \\ + \cos(\omega t - k_{1l_1} x_1 + k_{2l_2} x_2 + \Phi_{l_1 l_2}^{(2)})] \quad (57)$$

donde

F: Espectro evolutivo

$$\Delta k_i = \frac{k_{iu}}{N_i}$$

$$k_{l_1} = l_i \Delta k_i$$

$\Phi_{l_i}^{(i)}$  representan dos secuencias de ángulos aleatorios de fase, independientes y uniformemente distribuidos en el rango  $(0, 2\pi)$  con  $l_i = 1, 2, \dots, N_i$  e  $i = 1, 2$ .

### 3.6.3. Aplicación a la generación de una onda estocástica univariable y bidimensional

El espectro evolutivo ( $F$ ) para una onda con inhomogeneidad espacial en dos dimensiones, se define como

$$F(t, x_1, \omega, k_1, k_2) d\omega dk_1 dk_2 = |A(t, x_1, \omega, k_1)|^2 f(\omega, k_1, k_2) d\omega dk_1 dk_2 \quad (58)$$

La función de modulación tiene la siguiente expresión:

$$A(t, x_1, \omega, k_1) = A(t, x_1, \omega) = B(t, \omega) W(t, x_1) \quad (59)$$

$B(t, \omega)$  describe la no estacionariedad de la onda y tiene la siguiente forma:

$$B(t, \omega) = \frac{e^{-at} - e^{-(c\omega + g)t}}{e^{-at^*} - e^{-(c\omega + g)t^*}} \quad (60)$$

$t^*$  indica el tiempo en el cual  $B(t, \omega)$  alcanza su valor máximo, y tiene por expresión:

$$t^* = \frac{\ln(c\omega + g) - \ln(a)}{c\omega + e} \quad (61)$$

$a, c, g, e$ , son constantes que influyen en la «forma de onda» que se desee.

Por otro lado la función  $W(t, x_1)$  describe la no homogeneidad de la onda, viene dada por:

$$W(t, x_1) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_1 < x_T \\ \frac{x_1 - x_T}{x_L} & \text{si } x_T \leq x_1 \leq x_T + x_L \\ 1 & \text{si } x_1 > x_T + x_L \end{cases} \quad (62)$$

donde  $x_T = x_B - U_T t$ .  $f(\omega, k_1, k_2)$  se expresa como

$$f(\omega, k_1, k_2) = f(k_1, k_2) \delta[\omega - g(k_1, k_2)] \quad (63)$$

Shinozuka y Harada (1986) propusieron el siguiente espectro de potencia basados en datos de los registros obtenidos el 29 de enero de 1981, con la red SMART-1 de sismógrafos instalados en Lotung, Taiwan.

$$f(k_1, k_2) = \frac{\sigma_{yy}^2}{\sqrt{\pi}} b_1^3 b_2 k_1^2 e^{-\left(\frac{b_1 k_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{b_2 k_2}{2}\right)^2} \quad (64)$$

Para la función  $g(k_1, k_2)$  se propone la siguiente expresión:

$$g(k_1, k_2) = c \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \quad (65)$$

### 3.6.4. Ejemplo de aplicación

Con los conceptos antes mencionados, se simuló el movimiento sísmico en una superficie de terreno cuadrada de 10.000 m de lado, considerando una du-

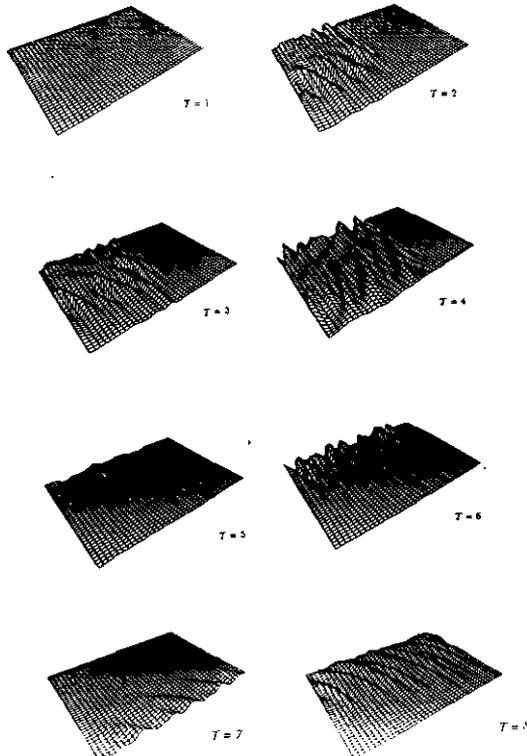


Fig. 4. Variación del movimiento del terreno en los instantes de tiempo 1-8 s (Barbat y Canet, 1994).

ración del proceso de simulación de 15s, incremento de tiempo en la discretización de 0,5s, 20 componentes de onda en cada dirección, velocidad de onda 2.800 m/s. (Barbat y Canet, 1994).

Los valores de  $k_{1p}$  y  $k_{2p}$  son  $8.84E-3$  y  $3.32E-3$ , respectivamente, la longitud del intervalo considerado para definir la malla en que se subdivide la superficie del terreno es 500 m y los parámetros  $b_1$ ,  $b_2$  y  $\sigma_{yy}$  que definen la forma de la onda en la ecuación (64) valen 1300, 1500 y 0.0124, respectivamente.

En la figura 4 puede observarse la variación del movimiento a lo largo del eje  $x_1$  en comparación con la variación de la onda a lo largo del eje  $x_2$  en los ocho primeros instantes de tiempo del proceso.

Analizando las gráficas, se observa la existencia de una onda dominante con una longitud aproximada de 2.500 m., propagándose en la dirección negativa de  $x_1$ . Dividiendo la distancia cubierta por un pico único (5.500 m.), por el tiempo transcurrido, se tiene que la velocidad aproximada de propagación es de 2.750 m/s., valor cercano al especificado como dato.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores presentan sus agradecimientos al Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología y a la Universidad Nacional de Colombia por su apoyo al segundo de los mismos para el desarrollo de este trabajo en la Universidad Politécnica de Cataluña. Igualmente, al Servicio Geológico de Cataluña por el suministro de los registros de sismos utilizados en los análisis.

## REFERENCIAS

- AKIYAMA, H. (1985): *Earthquake Resistant Limit State Design of Buildings*, University of Tokio Press, Tokio.
- ARIAS, A. (1970): «A measure of earthquake intensity», *Seismic Design of nuclear power plants*, R. Hansen ed., M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.
- Applied Technology Council (1978): *Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings*, Applied Technology Council Publication 3-06, National Bureau of Standards, Publication 510, National Science Foundation, Publication 78-8.
- BANON, H., y VENEZIANO, D. (1982): «Seismic Safety of Reinforced Concrete Members and Structures», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 179-193.
- BARBAT, A. H., y CANET, J. M. (1994): *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, 2.ª edición, Barcelona.
- BARBAT, A. H. (1982): *Cálculo Sísmico de las Estructuras*, Editores Técnicos Asociados, Barcelona.
- BEN-MENACHEM, A. (1976): «The Role of the Shear Mach Number in Earthquake Source Dynamics», *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66, 1787-1799.
- BOORE, D. M. (1990): «The Prediction of Strong Ground Motion», *Proceedings NATO Advanced Studies Institute Strong Ground Motion Seismology*, Ankara, Turkey.
- BRUNE, J. N. (1970): «Tectonic Stress and the Spectra of Seismic Shear Waves from Earthqua-

- kes», *Journal of Geophysical Research*, 75, 4997 - 5009.
- CAMPBELL, K. W. (1986): «An empirical estimate of near source ground motion for a major,  $m_b = 6.8$  earthquake in eastern United States», *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76, 1-17.
- CAMPBELL, K. W. (1987): «Engineering seismology», *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 5, 145-159.
- CLOUGH, R. W., y PENZIEN, J. (1993): *Dynamics of Structures*, Second Edition, McGraw-Hill Inc., New York.
- COSENZA, E.; MANFREDI, G., y RAMASCO, R. (1993): «The Use of Damage Functionals in Earthquake Engineering: A Comparison between Different Methods», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22, 855-868.
- FARAVELLI, L. (1988): «Source-to-site Seismological Models in Structural Dynamics», *Proceedings of the Third International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton, II, 1021-1032.
- GASPARINI, D. A., y VANMARCKE, E. H.: «Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra», R76-4, 525, M.I.T. Department of Civil Engineering Research, Cambridge, Massachusetts.
- GRIGORIU, M.; RUIZ, S. E., y ROSENBLUETH, E. (1988): «Non-stationary Model of Seismic Ground Acceleration», *Earthquake Spectra*, 4, 551-568.
- HOUSNER, G. W. (1970): «Design spectrum», en *Earthquake Engineering* (R. L. Wiegel, editor), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 93-106.
- JOYNER, W. B., y BOORE, D. M. (1988): «Measurement, characterization and prediction of strong ground motion», *Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, II, (J. L. von Thun, editor), ASCE Geotechnical Special Publication, 20, 43-102.
- KAMAE, K., y IRIKURA, K. (1992): «Prediction of Site-Specific Strong Ground Motion Using Semi-Empirical Methods», *Proceeding 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, 2, 801-806, Madrid.
- KAWANO, K.; DOHI, H.; OSADA, Y., y KABORI, T. (1992): «Study on Forward Prediction Model of Earthquake Ground Motion or Seismic Design of Structural Systems», *Proceedings 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, 1, 741-746, Madrid.
- LIN, J., y MAHIN, S. A. (1985): *Effect of Inelastic Behaviour on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California Report UCB/EERC, 85-8.
- MAHIN, S. A., y BERTERO, V. V. (1981): «An Evaluation of Inelastic Seismic Design Spectra», *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 107, 1777-1799.
- MCGUIRE, R. K. (1975): «Seismic structural response analysis incorporating peak response regressions on earthquake magnitude and distance», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 5, 211-234.
- MCGUIRE, R. K. (1978): «Seismic ground motion parameter relations», *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 104 (GT4), 481-490.
- MINAMI, T., y OSAKA, T. (1988): «Elastic-plastic response spectra for different hysteretic rules», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 555-568.
- NEWMARK, N. M., y HALL, W. J. (1969): «Seismic design criteria for nuclear reactor facilities», *Proceedings 4<sup>th</sup> World Conference of Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, B-4, 37-50.
- NEWMARK, N. M., y HALL, W. J. (1982): *Earthquake Spectra and Design*, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California.
- PARK, Y. J., y ANG, A. H. S. (1985): «Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete», *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 111, (4), 722-739.
- POWELL, G. H., y ALLAHABADI, R. (1988): «Seismic Damage Prediction by Deterministic Methods: Concepts and Procedures», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 719-734.
- PRIESTLEY, M. B. (1965): «Evolutionary Spectra and Non-stationary Processes», *Journal Royal Statistic Society*, 27, 204-237.

- QUEK, S. T.; TEO, Y. P., y BALENDRA, T. (1990): «Nonstationary Structural Response with Evolutionary Spectra using Seismological Input Model», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 275-278.
- SAFAK, E. (1988): «Analytical approach to calculation of response spectra from seismological models of ground motion», *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 16, 121-134.
- SAFAK, E.; MUELLE, C., y BOATWRIGHT, J. (1988): «A Simple Model for Strong Ground Motion and Response Spectra», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 203-215.
- SAWADA, T., y KAMEDA, H. (1988): «Modeling of Nonstationary Cross Spectrum for Multivariate Earthquake Motions by Multifilter Technique», *Proceedings of the 9<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, 2, 795-800, Tokio.
- SAWADA, T.; HIRAO, K.; TSUJIHARA, O., y YAMAMOTO, H. (1992): «Relationship between maximum amplitude ratio  $\frac{a}{g}$  and spectral parameters of earthquake ground motion», *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, 2-617, Madrid.
- SCHERER, R. J.; RIERA, D., y SCHUELLER, G. I. (1982): «Estimation of Time Dependent Frequency Content of Earthquake Accelerations», *Nuclear Engineering and Design*, 71, 301-310.
- SCOTT DUNBAR, W., y CHARWOOD, R. G. (1991): «Empirical methods for the prediction of response spectra», *Earthquake Spectra*, 7(3), 333-353.
- SEED, H. B.; UGAS, C., y LYSMER, J. (1974): «Site-Dependent Spectra for Earthquake Resistant Design», Report EERC 74-12, University of California, Berkeley.
- SHINOZUKA, M., y HARADA, T. (1986): *Harmonic Analysis and Simulation of Homogeneous Stochastic Fields*, Technical Report, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York.
- SHINOZUKA, M.; DEODATIS, G., y HARADA, T. (1987): *Digital Simulation of Seismic Ground Motion*, Technical Report NCEER-87-0017.
- SPANOS, P. D.; ROESSET, J., y DONLEY, M. (1987): «Evolutionary Power Spectrum Estimation of September 19, 1985 Mexico Earthquake Accelerograms», *Stochastic Approaches in Earthquake Engineering, US-Japan Seminar*, 322-333, Florida, USA.
- TRIFUNAC, M. D., y BRADY, A. G. (1975): «A Study of the Duration of Strong Earthquake Ground Motion», *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65, 581-626.
- UANG, C. M., y BERTERO, V. (1990): «Evaluation of seismic energy in structures», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 18, 77-90.
- United States Nuclear Regulatory Commission (1978): «Seismic and Geologic Siting Criteria for Nuclear Power Plants», Part 100, Reactor Site Criteria, Title 10, Chapter 1, Code of Federal Regulations -Energy, (10 CFR Part 100), Appendix A, *United States Nuclear Regulatory Commission*.
- VALERIO, J. (1992): «Spectral Analysis of Earthquake Accelerations as Realizations of a Non-Stationary Stochastic Process», *Proceeding of 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, 2, 901-907, Madrid.
- VANMARCKE, E. H. (1976): «Structural response to earthquakes», en *Seismic Risk and Engineering Design*, (C. Lomnitz y E. Rosenblueth, editores), Elsevier Scientific Publishing Company, 287-337, Amsterdam.
- WEN, Y. K., y ELIOPoulos, D. (1994): «Method for Nonstationary Random Vibration of Inelastic Structures» *Probabilistic Engineering Mechanics*, 9, 115-123.
- YEH, C. H., y WEN, Y. K. (1989): «Modelling of Nonstationary Ground Motion and Analysis of Inelastic Structural Response», *Structural Safety*, 8, 281-298.
- ZAHRAH, T. F., y HALL, W. J. (1984): «Earthquake energy absorption in SDOF structures», *Journal of Structural Division, ASCE*, 110, (8), 1757-1771.
- ZHU, T. J.; HERDEBRECHT, A. C., y TSO, W. K. (1988): «Effect of peak ground acceleration to velocity ratio on ductility demand of inelastic systems», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 63-79.