



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TESIS DOCTORAL

Título
Desarrollo de estrategias basadas en la elección del método de cálculo para la optimización de costes de forjados unidireccionales
Autor/es
José Luis Gutiérrez López
Director/es
Ana González Marcos y Fernando Alba Elías
Facultad
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial
Titulación
Departamento
Ingeniería Mecánica
Curso Académico
2014-2015



Desarrollo de estrategias basadas en la elección del método de cálculo para la optimización de costes de forjados unidireccionales, tesis doctoral de José Luis Gutiérrez López, dirigida por Ana González Marcos y Fernando Alba Elías (publicada por la Universidad de La Rioja), se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

© El autor
© Universidad de La Rioja, Servicio de Publicaciones, 2015
publicaciones.unirioja.es
E-mail: publicaciones@unirioja.es

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

DESARROLLO DE ESTRATEGIAS BASADAS EN LA
ELECCIÓN DEL MÉTODO DE CÁLCULO PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE COSTES EN FORJADOS
UNIDIRECCIONALES

Tesis dirigida por la

DRA. ANA GONZÁLEZ MARCOS

y por el

DR. FERNANDO ALBA ELÍAS

y desarrollada por

JOSÉ LUIS GUTIÉRREZ LÓPEZ

a fin de optar al grado de

DOCTOR POR LA UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Tesis Doctoral defendida en la ciudad de Logroño

en julio de 2015

A Ana, Mónica y Celia

Agradecimientos

Quisiera dar las gracias mis directores de tesis, Ana González Marcos y Fernando Alba Elías, que me brindaron la oportunidad de realizar este trabajo de investigación.

Esta Tesis Doctoral no hubiera sido posible sin su apoyo, generosidad y experiencia.

Resumen

Tradicionalmente son tres las soluciones estructurales empleadas para las plantas de piso sobre soportes aislados: losa maciza, forjado bidireccional y forjado unidireccional. Actualmente en España, un porcentaje muy elevado de los edificios se ejecuta con forjado unidireccional, siendo esta la técnica constructiva más extendida en edificación residencial, que es a su vez la modalidad predominante en el sector de la construcción.

Durante muchos años, los forjados unidireccionales han sido calculados por métodos manuales, que permitían una optimización basada en los conocimientos y experiencia del calculista. Sin embargo, la generalización del cálculo automático ha tenido como consecuencia que los métodos basados en el cálculo plástico hayan sido sustituidos por métodos elásticos con redistribución limitada de esfuerzos.

En esta tesis se realiza un estudio de las dos tipologías más empleadas en la construcción de forjados unidireccionales: forjados ejecutados con *vigueta prefabricada armada* y ejecutados completamente *in situ*. Ambas tipologías se analizan por los cuatro métodos de cálculo más extendidos: *calculo elástico*, *calculo elástico con redistribución limitada*, *calculo plástico* y cálculo mediante el *método de las rótulas plásticas*. Se considera el consumo de acero como la variable determinante de su idoneidad. Se proponen además tres *métodos de optimización* basados en la capacidad de readaptación plástica de las secciones y la posibilidad de ajustar las gráficas de esfuerzos a las armaduras dispuestas, con la intención de reducir el coste de los forjados respecto a los calculados por los métodos habituales.

Como procedimiento operativo se implementa una herramienta de cálculo automático que permite generar y analizar una elevada cantidad de casos de forjados, por todos los métodos anteriormente citados, desde 2 a 7 vanos y, desde 3,5 a 6,5m de luz de vanos.

Debido a la necesidad, por condicionantes normativos, de comprobar la capacidad de giro de las secciones cuando se emplean valores de redistribución elevados, se verifica la ductilidad de las secciones, demostrando como primera conclusión de este trabajo de investigación, que, para las secciones habituales de forjados unidireccionales, la capacidad de rotación es superior a la necesaria.

La segunda conclusión obtenida es que, si el cálculo del forjado va a realizarse mediante

alguno de los *métodos clásicos*, el más aconsejable en todas las situaciones es el *cálculo elástico con redistribución limitada*, escogiendo el mayor valor posible de redistribución que permite la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08): 20 % para aceros de ductilidad normal y 30 % para aceros de alta ductilidad.

Se constata también que, debido a la obligatoriedad de una cuantía mínima de armadura, no es rentable proyectar forjados con luces inferiores a 3,50m, así como que la cuantía de acero necesaria se incrementa, de manera no lineal, cuando aumenta la disparidad de las luces del forjado.

Por último, se demuestra que, mediante métodos de cálculo automático consistentes en ajustar la capacidad resistente necesaria del forjado a un número entero de barras de refuerzo, de diámetro comercialmente predefinido, pueden obtenerse ahorros significativos en la cuantía de acero.

Índice general

1. Introducción	23
1.1. Antecedentes	23
1.2. Motivación y Objetivos	25
1.3. Estructura del documento	26
2. Estado del arte	29
3. Metodología	35
3.1. Análisis estructural	36
3.1.1. Introducción	36
3.1.2. Requisitos fundamentales de la estructura	38
3.1.2.1. Estabilidad	39
3.1.2.2. Resistencia	39
3.1.2.3. Rigidez	40
3.1.3. Cálculo de forjados unidireccionales	42
3.1.3.1. Modelización	42
3.1.3.2. Estructuras isostáticas e hiperestáticas. Análisis.	43
3.1.3.3. Análisis lineal o elástico	44
3.1.3.4. Análisis lineal con redistribución limitada	49
3.1.3.5. Análisis plástico	50
3.2. Bases de cálculo y acciones	57
3.2.1. Bases de cálculo	58
3.2.1.1. Estados límite	59
3.2.1.2. Variables básicas	60
3.2.1.3. Verificaciones basadas en coeficientes parciales	64
3.2.2. Evaluación de acciones	70
3.2.3. Valores de acciones consideradas	74
3.3. Materiales	77
3.3.1. Propiedades tecnológicas de los materiales en la Norma EHE-08	77
3.3.2. Hormigón	83
3.3.2.1. Resistencia de cálculo del hormigón	83

3.3.2.2.	Diagrama tensión-deformación de cálculo del hormigón	83
3.3.2.3.	Módulo de deformación longitudinal del hormigón	85
3.3.3.	Acero	85
3.3.3.1.	Resistencia de cálculo de las armaduras pasivas	85
3.3.3.2.	Diagrama tensión-deformación de cálculo del acero en las armaduras pasivas	86
3.4.	Luces de vanos y secciones consideradas	86
3.5.	Secciones de forjados	87
3.5.1.	Forjado parcialmente prefabricado	92
3.5.2.	Forjado <i>in situ</i>	95
3.5.3.	Cuantías mínimas	96
3.6.	Análisis de ductilidad	98
3.6.1.	Ductilidad	98
3.6.2.	Metodología empleada en el análisis de ductilidad	101
3.7.	Cálculo de rotaciones requeridas en las articulaciones plásticas	102
3.7.1.	Energía de deformación elástica en vigas	102
3.7.2.	Rotaciones requeridas en las rótulas plásticas	103
3.7.2.1.	Proceso para obtener las rotaciones requeridas:	105
3.7.2.2.	Cálculo del coeficiente δ_{ik} . (Rotación en la articulación i de- bida a $M_k = 1$ actuando en la articulación k)	105
3.7.2.3.	Cálculo del coeficiente δ_{i0}	107
3.7.2.4.	Obtención de giros para tramo isostático. Carga lineal	108
3.8.	Cálculo de la capacidad de rotación de las secciones de hormigón	110
3.8.1.	Cálculo de la curvatura elástica φ_y . Sección rectangular.	112
3.8.2.	Cálculo de la curvatura plástica φ_u . Sección rectangular.	114
3.8.3.	Cálculo de la longitud equivalente de la articulación plástica l_p	116
4.	Casos de estudio. Aplicación de metodología	121
4.1.	Número de modelos analizados y subdivisiones propuestas	122
4.2.	Estudio previo. Elección de grado de redistribución	124
4.3.	Estructura de software de análisis	125
4.4.	Análisis realizados	126
4.4.1.	Análisis elástico	126
4.4.2.	Análisis elástico con redistribución	126
4.4.3.	Análisis plástico	127
4.4.4.	Análisis mediante método de las rótulas plásticas	128
4.5.	Dimensionado de armaduras	129
4.5.1.	Armado inferior	131
4.5.2.	Armado superior	132
4.6.	Obtención de longitudes de armadura	132
4.6.0.1.	Armado inferior	133
4.6.0.2.	Armado superior	133
4.7.	Verificación del software de análisis	134
4.7.1.	Modelo n ^o 1	135

4.7.1.1.	Cálculo elástico	136
4.7.1.2.	Cálculo elástico redistribuido 20 %	138
4.7.1.3.	Cálculo plástico	141
4.7.1.4.	Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas	143
4.7.2.	Modelo n ^o 2	145
4.7.2.1.	Cálculo elástico	146
4.7.2.2.	Cálculo elástico redistribuido 20 %	148
4.7.2.3.	Cálculo plástico	150
4.7.2.4.	Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas	152
4.7.3.	Modelo n ^o 3	154
4.7.3.1.	Cálculo elástico	155
4.7.3.2.	Cálculo elástico redistribuido 20 %	157
4.7.3.3.	Cálculo plástico	160
4.7.3.4.	Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas	162
5.	Algoritmos propuestos	165
5.1.	Algoritmo de análisis optimizado n ^o 1	165
5.2.	Algoritmo de análisis optimizado n ^o 2	166
5.3.	Algoritmo de análisis optimizado n ^o 3	168
5.4.	Verificación del software de análisis	169
5.4.1.	Modelo 1	169
5.4.1.1.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 1	169
5.4.1.2.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 2	172
5.4.1.3.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 3	175
5.4.2.	Modelo n ^o 2	177
5.4.2.1.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 1	178
5.4.2.2.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 2	180
5.4.2.3.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 3	182
5.4.3.	Modelo n ^o 3	185
5.4.3.1.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 1	185
5.4.3.2.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 2	188
5.4.3.3.	Cálculo mediante algoritmo de optimización n ^o 3	190
6.	Resultados y discusión	195
6.1.	Análisis de redistribución limitada	195
6.2.	Ductilidad. Métodos clásicos	200
6.2.1.	Ductilidad requerida. Factores de cumplimiento	200
6.2.1.1.	Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de <i>A-H. Mattock</i>	201
6.2.1.2.	Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de <i>Paulay y Priestley</i>	201
6.2.1.3.	Cálculo de longitudes plásticas mediante expresión del <i>Eurocódigo 2</i>	202
6.2.2.	Ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de los tramos de forjado	203

6.2.3.	Ductilidad requerida en función de la media de luces de los tramos de forjado	204
6.2.4.	Discusión de resultados de ductilidad en métodos clásicos de cálculo	205
6.3.	Ductilidad. Métodos de optimización	206
6.3.1.	Ductilidad requerida. Factores de cumplimiento	206
6.3.1.1.	Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de <i>A-H. Mattock</i>	206
6.3.1.2.	Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de <i>Paulay y Priestley</i>	208
6.3.1.3.	Cálculo de longitudes plásticas mediante expresión del <i>Eurocódigo 2</i>	209
6.3.2.	Ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de los tramos de forjado	210
6.3.3.	Ductilidad requerida en función de la media de luces de los tramos de forjado	213
6.3.4.	Discusión de resultados de ductilidad en métodos de optimización propuestos	214
6.4.	Vigueta armada. Análisis comparativo.	215
6.4.1.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo	215
6.4.2.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces	222
6.4.3.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado	227
6.5.	Vigueta <i>in situ</i> . Análisis comparativo	232
6.5.1.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo	232
6.5.2.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces	240
6.5.3.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado	245
6.6.	Comparativa vigueta prefabricada armada y vigueta <i>in situ</i>	250
6.6.1.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo	250
6.6.2.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces	252
6.6.3.	Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado	253
6.7.	Consideraciones económicas	254
7.	Conclusiones y desarrollos futuros	259
	Bibliografía	263

Índice de figuras

3.1. Diagrama de flujo	36
3.2. Relaciones entre variable estructurales. (fuente: de Miguel, 2009)	37
3.3. Ecuaciones de equilibrio en viga isostática	43
3.4. Análisis Elástico. Gráfica de momentos	45
3.5. Tensiones e Inercia en zona fisurada	47
3.6. Inercia de sección rectangular y sección en T	48
3.7. Análisis elástico redistribuido 15 %. Gráfica de momentos	50
3.8. Análisis plástico. Gráfica de momentos	53
3.9. Reglas del método de las rótulas plásticas. (fuente: LaHuerta, 1967)	54
3.10. Fórmulas del método de las rótulas plásticas. (fuente: LaHuerta, 1967)	55
3.11. EHE-08. Método simplificado para la redistribución de esfuerzos en forjados. (fuente: Ministerio de Fomento, 2008)	56
3.12. Límites superior e inferior	57
3.13. CTE. Tabla 4.1. Coeficientes parciales de seguridad para las acciones.	67
3.14. CTE. Tabla 4.2. Coeficientes de simultaneidad.	67
3.15. CTE. Tabla 3.1. Valores característicos de las sobrecargas de uso	73
3.16. CTE. Tabla C3. Peso por unidad de superficie de elementos de pavimentación	75
3.17. CTE. Tabla C5. Peso propio de elementos constructivos	75
3.18. Diagrama de cálculo parábola-rectángulo	84
3.19. Diagrama tensión-deformación de cálculo en las armaduras pasivas	86
3.20. Instrucción de hormigón estructural. (<i>Figura 18.2.1</i>)	89
3.21. Eurocódigo 2. (<i>Figura 5.2 - Definición de l_0 para el cálculo de la anchura eficaz del ala</i>)	89
3.22. Eurocódigo 2. (<i>Figura 5.3 - Parámetros de la anchura eficaz del ala</i>)	90
3.23. Sección tipo de forjado prefabricado analizado	92
3.24. Sección tipo de forjado <i>in situ</i> analizado	95
3.25. EHE-08. Cuantías geométricas mínimas.	97
3.26. EHE-08. Detalle de nervio a considerar.	98
3.27. Curvatura de una pieza	98
3.28. Diagrama <i>Momento-Curvatura</i>	99

3.29. Diagrama <i>Momento-Curvatura</i> bilineal	101
3.30. Viga de tres tramos con carga uniforme	103
3.31. Variación de momentos flectores	106
3.32. Notación para vanos y apoyos	107
3.33. Apoyo <i>i</i> . Vano anterior y posterior	107
3.34. Giro en apoyos de viga continua	109
3.35. Distribución de curvatura en el apoyo de una viga continua sin influencia de esfuerzo cortante.	111
3.36. Tensiones y deformaciones en situaciones de servicio	112
3.37. Curvatura elástica φ_y	113
3.38. Tensiones y deformaciones en estado límite último. Frontera entre dominios 2 y 3.	114
3.39. Diagrama de pivotes	114
3.40. Longitud de la articulación plástica.	117
3.41. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. (<i>Fig 3.27 - Moment, curvature, and deflection relationships for a prismatic reinforced concrete or masonry cantilever</i>)	119
3.42. Eurocódigo 2. (<i>Figura 5.5 - Giro plástico θ_s de las secciones de hormigón armado para vigas continuas y losas continuas unidireccionales</i>)	119
4.1. Gráficas básicas y envolvente de momentos flectores. EHE Anejo 12	132
4.2. Puntos de corte de gráficas de momentos flectores	133
4.3. Dibujo de gráfica de momentos flectores.	135
4.4. Esquema de forjado de verificación	135
4.5. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico	136
4.6. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%	139
4.7. Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico	141
4.8. Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas	144
4.9. Esquema de forjado de verificación	146
4.10. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico	147
4.11. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%	149
4.12. Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico	151
4.13. Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas	153
4.14. Esquema de forjado de verificación	155
4.15. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico	156
4.16. Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%	158
4.17. Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico	160
4.18. Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas	163
5.1. Esquema de forjado de verificación	169
5.2. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n ^o 1	170
5.3. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n ^o 2	173
5.4. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n ^o 2	176
5.5. Esquema de forjado de verificación	178
5.6. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n ^o 1	179

5.7. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº2	181
5.8. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº2	183
5.9. Esquema de forjado de verificación	185
5.10. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº1	186
5.11. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº2	189
5.12. Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº2	191
6.1. Redistribución limitada (5%; 10%; 15% y 20%). Factores de cumplimiento.	195
6.2. Redistribución limitada (5%; 10%; 15% y 20%). Factores de cumplimiento.	196
6.3. Vigueta armada. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20%. Relación <i>Redistribución-Acero consumido</i>	196
6.4. Vigueta <i>in situ</i> . Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20%. Relación <i>Redistribución-Acero consumido</i>	197
6.5. Redistribución limitada. (16%; 17%; 18%; 19% y 20%). Factores de cumplimiento.	198
6.6. Redistribución limitada. (16%; 17%; 18%; 19% y 20%). Factores de cumplimiento.	198
6.7. Vigueta armada. Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20%. Relación <i>Redistribución-Acero consumido</i>	199
6.8. Vigueta <i>in situ</i> . Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20%. Relación <i>Redistribución-Acero consumido</i>	199
6.9. Métodos clásicos. Factores de cumplimiento	201
6.10. Métodos clásicos. Distribución de densidades	202
6.11. Cálculo plástico. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado	203
6.12. Cálculo plástico. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado	205
6.13. Vigueta armada. Métodos optimizados. Factores de cumplimiento	207
6.14. Vigueta <i>in situ</i> . Métodos optimizados. Factores de cumplimiento	208
6.15. Vigueta armada. Métodos optimizados. Distribución de densidades	211
6.16. Vigueta <i>in situ</i> . Métodos optimizados. Distribución de densidades	211
6.17. Vigueta armada. Método optimizado nº2. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado	212
6.18. Vigueta <i>in situ</i> . Método optimizado nº2. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado	212
6.19. Vigueta armada. Método optimizado nº2. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado	213
6.20. Vigueta <i>in situ</i> . Método optimizado nº2. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado	214
6.21. Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	216
6.22. Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	216

6.23. Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	216
6.24. Vigueta armada. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (<i>kg</i>)	217
6.25. Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según método de cálculo	218
6.26. Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero(<i>kg/m²</i>) según método de cálculo	218
6.27. Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según método de cálculo	218
6.28. Vigueta armada. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según método de cálculo . . .	219
6.29. Vigueta armada. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (<i>kg/m²</i>)	220
6.30. Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero(<i>kg/m²</i>) según disparidad de luces	222
6.31. Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según disparidad de luces	223
6.32. Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según disparidad de luces	224
6.33. Vigueta armada. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según disparidad de luces . .	224
6.34. Vigueta armada. Incremento de consumo de acero (<i>kg/m²</i>) en relación al grado de disparidad	225
6.35. Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según tamaño medio de luces	227
6.36. Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según tamaño medio de luces	228
6.37. Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según tamaño medio de luces	228
6.38. Vigueta armada. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según tamaño medio de luces	229
6.39. Vigueta armada. Intervalo inferior de luces. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) . .	231
6.40. Vigueta armada. Luces bajas. Incremento de consumo de acero (<i>kg/m²</i>) en relación al tamaño medio de luces	231
6.41. Vigueta <i>in situ</i> . 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	233
6.42. Vigueta <i>in situ</i> . 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	233
6.43. Vigueta <i>in situ</i> . 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo	233
6.44. Vigueta <i>in situ</i> . Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (<i>kg</i>)	234
6.45. Vigueta <i>in situ</i> . 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según método de cálculo	235
6.46. Vigueta <i>in situ</i> . 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (<i>kg/m²</i>) según método de cálculo	235

6.47. Vigueta <i>in situ</i> . 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo	236
6.48. Vigueta <i>in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo . . .	237
6.49. Vigueta <i>in situ</i> . Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (kg/m^2)	237
6.50. Vigueta <i>in situ</i> . 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces	240
6.51. Vigueta <i>in situ</i> . 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces	241
6.52. Vigueta <i>in situ</i> . 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces	242
6.53. Vigueta <i>in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces . . .	242
6.54. Vigueta <i>in situ</i> . Incremento de consumo de acero en relación al grado de disparidad	243
6.55. Vigueta <i>in situ</i> . 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2)según tamaño medio de luces	245
6.56. Vigueta <i>in situ</i> . 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2)según tamaño medio de luces	246
6.57. Vigueta <i>in situ</i> . 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2)según tamaño medio de luces	246
6.58. Vigueta <i>in situ</i> . Peso medio de acero (kg/ml) según tamaño medio de luces .	247
6.59. Vigueta <i>in situ</i> . Intervalo inferior de luces. Peso medio de acero (kg/m^2) . . .	249
6.60. Vigueta armada. Luces bajas. Incremento de consumo de acero (kg/m^2) en relación al tamaño medio de luces	249
6.61. Armada <i>vs in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo . .	250
6.62. Armada <i>vs in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo . .	251
6.63. Armada <i>vs in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces .	252
6.64. Armada <i>vs in situ</i> . Incremento de consumo de acero en relación al grado de disparidad	253
6.65. Armada <i>vs in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces .	254
6.66. Ejemplo de estructura real	257

Índice de tablas

1.1. Visados de dirección de obra nueva. Fuente: <i>Informe Anual del Sector de la Construcción (2013)</i>	24
3.1. Coeficientes C . Tabla 50.2.2.1.b EHE-08	41
3.2. Luces máximas sin comprobación de flecha. $h=30\text{cm}$	42
3.3. Peso orientativo de forjados usuales	74
3.4. Resumen de acciones consideradas	76
3.5. Forjado de viguetas prefabricadas armadas. Combinaciones de armado, área total (cm^2) y momento último (kN.m/m).	93
3.6. Combinaciones de armado y resultados de sección	94
3.7. Forjado de viguetas <i>in situ</i> . Combinaciones de armado, área total (cm^2) y momento último (kN.m/m).	96
3.8. Combinaciones de armado y resultados de sección	96
4.1. Número de casos analizados	122
4.2. Ductilidad. Número de apoyos analizados	123
4.3. Graduación de disparidades de luces	123
4.4. Graduación de media de luces	123
6.1. Vigueta armada. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20%. Valores de Acero consumido (kg)	197
6.2. Vigueta <i>in situ</i> . Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20% Valores de Acero consumido	197
6.3. Vigueta armada. Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20%. Valores de Acero consumido (kg)	198
6.4. Vigueta <i>in situ</i> . Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20% Valores de Acero consumido (kg)	199
6.5. Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>A.H.Mattock</i>	201
6.6. Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>Paulay y Priestley</i>	202

6.7. Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión del Eurocódigo 2	202
6.8. Cálculo plástico. Valores factorizados de la ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de forjado.	203
6.9. Cálculo plástico. Valores factorizados de ductilidad en función de las luces del tramo de forjado	204
6.10. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>A.H. Mattock</i>	207
6.11. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>A.H. Mattock</i>	208
6.12. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>Paulay y Priestley</i>	209
6.13. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>Paulay y Priestley</i>	209
6.14. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Eurocódigo 2	210
6.15. Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión <i>Eurocódigo 2</i>	210
6.16. Método optimizado n ^o 2. Valores factorizados de ductilidad en función de la disparidad de luces de forjado.	212
6.17. Método optimizado n ^o 2. Valores factorizados de ductilidad en función de las luces del tramo de forjado	213
6.18. Vigueta armada. Peso medio de acero por número de vanos (kg/m^2) según método de cálculo	219
6.19. Vigueta armada. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo	220
6.20. Vigueta armada. Porcentajes de variación de peso por metro lineal de acero según método de cálculo	221
6.21. Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) en función de grado de disparidad	225
6.22. Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) función del n ^o de vanos y del grado de disparidad	226
6.23. Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) en función de la media de luces	229
6.24. Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) función del n ^o de vanos y de la media de luces de los tramos	230
6.25. Vigueta armada. Peso medio de acero por número de vanos (kg/m^2) según método de cálculo	236
6.26. Vigueta <i>in situ</i> . Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo	236
6.27. Vigueta <i>in situ</i> . Porcentajes de variación de peso por metro lineal de acero según método de cálculo	239
6.28. Vigueta <i>in situ</i> . Consumo de acero (kg/m^2) en función de grado de disparidad	243
6.29. Vigueta <i>in situ</i> . Consumo de acero (kg/m^2) función del n ^o de vanos y del grado de disparidad	244
6.30. Vigueta <i>in situ</i> . Consumo de acero (kg/m^2) en función de la media de luces	247

6.31. Vigueta <i>in situ</i> . Consumo de acero (kg/m^2) función del nº de vanos y de la media de luces de los tramos	248
6.32. Vigueta armada. Cálculo aproximado de gasto en acero	255
6.33. Vigueta <i>in situ</i> . Cálculo aproximado de gasto en acero	256

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Tradicionalmente son tres las soluciones estructurales empleadas para las plantas de piso sobre soportes aislados: losa maciza, forjado bidireccional y forjado unidireccional. Presentan una rigidez decreciente a medida que va disminuyendo su peso a costa de reducir el volumen de hormigón mediante elementos de aligeramiento. Su misión es la de recibir directamente las cargas y canalizarlas hasta los soportes.

La losa maciza es la solución inmediata. Transmite las cargas a los apoyos en cualquier dirección con los inconvenientes de su elevado peso propio y, en menor medida, de la necesidad de un encofrado continuo. Es la solución que menor canto requiere por condicionantes de deformación, presentando un excelente comportamiento térmico, acústico y de resistencia al fuego. Es una solución con poco desarrollo en España.

La segunda solución, que requiere un canto ligeramente superior al de la losa maciza, es el forjado bidireccional. Surge como consecuencia de aligerar la losa en las zonas de vano, manteniendo la solución de losa maciza en derredor de los soportes. La zona aligerada queda configurada como un emparrillado de nervios de hormigón armado en dos direcciones que no logra reproducir el comportamiento omnidireccional de la losa maciza, debido a su falta de rigidez a torsión.

La tercera solución es la de forjado unidireccional, que se encarga de transmitir la carga en una única dirección a otros elementos estructurales, tales como vigas o muros. En el caso habitual de planta de piso sobre pilares, ésta queda estructurada como un elemento superficial con trabajo en una única dirección, el forjado unidireccional, y otros elementos de carácter lineal, las vigas, que se encargan de transmitir la carga a los soportes. Es la solución menos pesada y la que requiere, comparativamente, mayor canto. Habitualmente, por facilidad de ejecución, tanto vigas como forjados tendrán el mismo canto, aunque en el caso de luces muy dispares pueden disponerse vigas de canto superior al del forjado, con un

considerable incremento en el coste de la ejecución.

Actualmente en España, un porcentaje muy elevado de los edificios se ejecuta con forjado unidireccional, siendo esta la técnica constructiva predominante en edificación residencial, que es a su vez la tipología predominante en el sector de la construcción. El número de metros cuadrados de una y otra tipología se recoge en la tabla 1.1, realizada con datos de Informe Anual del Sector de la Construcción (2013).

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Edificación residencial	264.795	110.849	91.662	78.286	44.162	33.869
Edificación no residencial	14.861	9.660	8.115	5.751	3.952	3.388
	en miles de m^2					

Tabla 1.1: Visados de dirección de obra nueva. Fuente: Informe Anual del Sector de la Construcción (2013)

Son dos las tipologías predominantes empleadas en la construcción de forjados unidireccionales:

- forjados unidireccionales con viguetas parcialmente prefabricadas
- forjados unidireccionales ejecutados íntegramente *in situ*.

Considerando que la superficie de una planta de piso, ejecutada con este sistema, está compuesta aproximadamente por forjado unidireccional en un 80–85% y por vigas y macizados en el 15–20% restante, puede afirmarse que el forjado unidireccional juega un papel fundamental en la repercusión económica del coste de la estructura del edificio.

Durante muchos años, los forjados unidireccionales han sido calculados por métodos manuales, que permitían una optimización basada en los conocimientos y experiencia del calculista. Los intervalos limitados en el área de armadura disponible, debido al empleo de diámetros de barra comerciales, sugieren emplear métodos de cálculo que ajusten la gráfica de momentos flectores a la capacidad resistente del forjado mediante análisis plástico. La generalización del cálculo automático ha tenido como consecuencia que los métodos basados en el cálculo plástico hayan sido sustituidos por métodos elásticos con redistribución limitada de esfuerzos.

Prácticamente todo el software disponible para cálculo de edificios está basado en métodos matriciales de cálculo, lo que hace inviable la implementación de métodos plásticos para el cálculo de elementos concretos. Sin embargo, no es complicado sustituir el dimensionado propuesto por los programas comerciales de cálculo por un cálculo realizado de manera manual o asistido por software diseñado para ello. Es importante recalcar que es muy complicado que un sistema automático de cálculo supere los resultados obtenidos por un calculista familiarizado con el cálculo plástico.

1.2. Motivación y Objetivos

Son dos los *objetivos principales* que pretenden alcanzarse con esta Tesis.

El *primero* de estos objetivos es poder determinar cuál es el método de cálculo más adecuado, dentro de los que se utilizan habitualmente en la práctica profesional, para dimensionar paños de forjado.

El *segundo* de los objetivos es presentar, a modo de aportación, tres propuestas de optimización, basadas en la modificación de las gráficas de momentos flectores, de manera que se adapten de la mejor forma posible, a los incrementos escalonados de áreas de armadura disponibles comercialmente.

Estos métodos de cálculo utilizados de manera usual en edificación son:

- Análisis lineal
- Análisis lineal con redistribución limitada (al 20 %)
- Análisis plástico
- Análisis mediante el Método de la Rótulas Plásticas

Los métodos propuestos se denominan en este documento:

- Método optimizado nº1
- Método optimizado nº2
- Método optimizado nº3

Se entiende que el dimensionado más óptimo será aquel que, manteniendo una lógica constructiva, consuma la menor cantidad de recursos materiales. Dicho consumo está para las tipologías constructivas estudiadas, casi exclusivamente determinado por la cantidad de armado dispuesto.

Los datos de los que se parte en el dimensionado de un paño de forjado son: el número de vanos que lo componen; las luces de dichos vanos y la carga que sobre él actúa. Estos tres factores vienen fijados por el diseño y uso del edificio considerado. A partir de estos tres valores se obtiene el canto óptimo del forjado, habitualmente el menor posible. Al ser la armadura dispuesta prácticamente proporcional al canto escogido, las conclusiones obtenidas para un canto determinado son extrapolables al resto de cantos posibles.

Para alcanzar los objetivos, tanto principales como secundarios, propuestos en esta tesis, se procederá a implementar un sistema automático de cálculo que sea capaz de analizar un número elevado de casos, por los siete métodos citados anteriormente, obteniendo la cuantía de armado, tanto superior como inferior, para cada uno de los casos con las dos posibles tipologías habituales: forjados unidireccionales con viguetas prefabricadas armadas y forjados unidireccionales ejecutados íntegramente *in situ*. El análisis del elevado volumen de datos generados por el sistema implementado, se realiza mediante herramientas informáticas adecuadas para este fin.

Se podrá, de esta manera, deducir cual es el método usual más conveniente desde el punto de vista económico, y si merece la pena emplear alguno de los métodos de optimización propuestos, considerando el mayor esfuerzo de cálculo que ello puede conllevar. En este punto es necesario recordar, que al tratarse habitualmente de superficies de forjado considerables, un pequeño porcentaje en la reducción del acero a disponer, supone un significativo ahorro económico.

Como *objetivo secundario*, se detalla el análisis en función de tres parámetros principales:

1. Número de vanos del forjado.
2. Disparidad en las luces de los tramos del paño de forjado.
3. Media de las luces de los tramos del paño de forjado.

Con este análisis se pretende conocer a priori, si hay algún patrón dependiente de la geometría del forjado, que influya en el sistema de cálculo idóneo para cada subconjunto de casos y, disponer además, de una estimación aproximada del consumo de acero para cada método de análisis.

Como *objetivo terciario* y, consecuencia directa de emplear métodos de análisis con los que la normativa vigente no exige de comprobar la capacidad de rotación de las secciones¹, se presenta la necesidad de implementar, junto con el sistema general de cálculo, un algoritmo de comprobación de ductilidad. Este algoritmo debe garantizar que las rotaciones plásticas necesarias, para redistribuir los esfuerzos en los métodos de optimización, puedan desarrollarse de manera suficientemente segura.

1.3. Estructura del documento

En este primer capítulo se presentan los *Antecedentes, la Motivación y Objetivos* que han llevado al desarrollo de esta tesis.

El resto del documento se organiza de la siguiente manera:

En el *Capítulo 2* se expone, de manera reducida, el *Estado de arte*, que recoge una síntesis de las investigaciones encontradas en la literatura especializada sobre sistemas constructivos similares o metodologías análogas a las contempladas en este trabajo de investigación.

En el *Capítulo 3* se explica la *Metodología* aplicada, su origen y condicionantes normativos. Se incluyen las bases de cálculo y acciones utilizadas, las características de materiales y elementos constructivos objeto de análisis así como los procedimientos de cálculo que se han empleado para la obtención de esfuerzos y comprobar la ductilidad en los forjados modelizados.

¹EHE-08. Artículo 19.2.4: “Debe asegurarse que la ductilidad de las secciones críticas es suficiente para garantizar la formación del mecanismo de colapso planteado en el cálculo.”

En el *Capítulo 4* se presentan de manera razonada los *Casos de estudio* que se han considerado y cómo se ha aplicado la metodología propuesta en el capítulo 3 a los mismos. Se exponen los motivos que se han tenido en cuenta para la elección de las luces y número de vanos de los casos de forjado analizados. Se incluyen los extractos de código que implementan los métodos clásicos de cálculo y su verificación manual.

Los *Algoritmos de optimización* que se proponen en esta tesis se desarrollan en el *Capítulo 5*, que incluye, además de la descripción de los procesos propuestos, la comprobación manual del funcionamiento del software implementado para automatizar los cálculos.

En el *Capítulo 6* se discuten los *Resultados* obtenidos, tanto para análisis de ductilidad, como para los cálculos realizados, clásicos y de optimización propuestos, para las dos tipologías constructivas consideradas: forjados con vigueta prefabricada armada y forjado *in situ*. Para finalizar, en el *Capítulo 7* se exponen las *Conclusiones* generales y los posibles *Desarrollos futuros* de las metodologías planteadas.

Capítulo 2

Estado del arte

En general, la mayor parte de los estudios de optimización en estructuras de hormigón se centra en el estudio de las vigas y pórticos de hormigón armado o pretensado. No hay mucha investigación sobre optimización de forjados unidireccionales en la literatura especializada.

En este capítulo se analizan los trabajos que se han considerado especialmente interesantes o relacionados de alguna manera con este trabajo de investigación. No pretende ser una relación exhaustiva de las investigaciones realizadas hasta el momento, ya que su número y complejidad es muy extenso (ver Adeli and Sarma (2006)).

Dentro de la optimización de las estructuras de hormigón armado en general y de los forjados unidireccionales en particular, se podrían establecer tres niveles:

Optimización de soluciones considerando el elemento estructural como parte del sistema global (edificio).

Tiene en cuenta prestaciones añadidas a la meramente resistente, como puede ser su resistencia al fuego, su aislamiento acústico y térmico, etc. Se pretende establecer la tipología óptima considerando su integración en el edificio del que forma parte. La mayor parte de las investigaciones toma como parámetro de referencia la energía total consumida por el edificio, en fase de construcción y en fase de explotación, medida a través de la huella de carbono².

En la línea de investigación considerando aspectos ambientales, aunque aplicado exclusivamente a pórticos de hormigón armado en edificios está el trabajo de Paya et al. (2009) en el que se propone una metodología de diseño de pórticos de hormigón armado de edificación con dos objetivos principales. El primero basado en la minimización de emisiones de dióxido de carbono, con objeto de reducir los costes medioambientales y el segundo basado en la minimización de costes.

²Medición de las emisiones globales de dióxido de carbono que se generan durante la producción o explotación de bienes de consumo

Fraile (2012) propone en su trabajo de investigación tres objetivos generales: *desarrollar una metodología útil para valorar de forma objetiva las prestaciones de la parte estructural del forjado unidireccional in situ; realizar la valoración económica, real y objetiva de las diferentes soluciones propuestas y verificar la consistencia de los resultados obtenidos planteando diferentes escenarios.*

En una línea similar al anterior artículo está el trabajo de Camp and Huq (2013) en el que se buscan objetivos similares empleando un algoritmo híbrido *big bang-big crunch*. En este caso, el estudio se realiza siguiendo las prescripciones de diseño de la norma del *American Concrete Institute (2008)*. Aplica el algoritmo propuesto a un pórtico de dos vanos y seis alturas diseñado por el método de optimización propuesto en Rajeev and Krishnamoorthy (1998) y al mismo pórtico diseñado por la metodología de Paya et al. (2008).

Otro trabajo en esta línea de investigación es Fernandez-Ceniceros et al. (2013) en el que se introducen aspectos medioambientales basados en el consumo de dióxido de carbono, *embodiedCO₂*, relacionado con el coste global de los forjados unidireccionales. Se proponen tres arboles de decisión con el objeto de proporcionar reglas de diseño de forjados unidireccionales con la finalidad de reducir el consumo global de dióxido de carbono. En el primer árbol de decisión propuesto se actúa sobre el sistema constructivo del forjado unidireccional, en el segundo árbol de decisión sobre los elementos aligerantes y en el tercero sobre el canto del forjado.

Yeo and Potra (2015) incluyen en su análisis la energía consumida en el proceso global de la construcción de las estructuras. Tiene en cuenta la energía consumida en los procesos de extracción, fabricación, transporte y colocación de los materiales de construcción. Se presenta un enfoque de optimización con la intención de permitir a los proyectistas tomar decisiones que equilibren la sostenibilidad y los objetivos económicos. Con el diseño optimizado propuesto se consigue reducir la huella de carbono desde un 5 a un 10 %, siendo menor esta reducción para edificios de baja altura y mayor para edificios de gran altura debido a una mayor posibilidad de optimización en los elementos sometidos a compresión.

La aplicación de este tipo de estudios a situaciones reales es complicada debido a la enorme variabilidad de los parámetros contemplados y dependientes, en gran medida, de las condiciones locales particulares de todos los elementos intervinientes. En cualquier caso, es importante la concienciación medioambiental y las acciones encaminadas a contribuir a la sostenibilidad. Esta concienciación ha tenido consecuencias directas en el desarrollo de normativas como ocurre en la EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), en la que se incluye el *Anejo 13. Índice de contribución de la estructura a la sostenibilidad.*

Optimización del elemento atendiendo exclusivamente a su comportamiento estructural.

Se proponen métodos para establecer las variables geométricas y las características resistentes de los materiales, atendiendo generalmente a criterios de coste económico. La mayor parte de los estudios de optimización, desde que comienzan las investigaciones sobre pisos de hormigón Traum (1963), pueden encuadrarse en este nivel de investigación. Se actúa

fundamentalmente sobre las dimensiones y proporciones de las piezas, teniendo en cuenta en algunos casos los procesos constructivos y la influencia de las resistencias del hormigón y del acero.

Traum (1963) describe un método de diseño que, basado en el cálculo en estados límites últimos, busca optimizar el diseño de losas de hormigón armado. El método considera el coste de la placa sometida a momento flector, como función del coste de hormigón y armadura de refuerzo. Considera el encofrado como una constante para cada espesor de losa. Es interesante destacar que en esta década es cuando comienza a introducirse el concepto de *Estados Límite*.

Uno de los primeros textos que puede encontrarse sobre aspectos económicos en elementos estructurales ejecutados con hormigón armado es el artículo publicado por Norman (1964) en el que define una relación entre la resistencia del hormigón y su coste de fabricación basándose en los costes de los materiales empleados. A partir de ese coste, deduce las dimensiones óptimas para una serie de elementos estructurales sometidos a momento flector: losas unidireccionales y bidireccionales, vigas en *T* y losas nervadas. Emplea, y da expresiones separadas para ambos métodos, tanto la *British Standards* como el *ACI Code*.

Rice (1973) presenta una serie de recomendaciones para el diseño de losas bidireccionales basadas en un estudio realizado mediante ordenador con las luces y cargas más comunes en su momento. Su intención es ahorrar tiempo de diseño al proyectista. Se basa en las prescripciones de la norma *ACI Code* de 1971.

Aunque no plantea un método de optimización, Gupta (1975) plantea unas gráficas para diseñar vigas y *forjados* utilizando el cálculo en estados límites últimos.

Brown (1975) utiliza un método iterativo simple para desarrollar ecuaciones que buscan el canto óptimo para losas unidireccionales y vigas de ancho constante. Compara el resultado cuando se usa la función de mínimo coste con el resultado obtenido cuando se usa el mínimo canto que no requiere comprobar deformación. Concluye que, cuando se usa la función de coste mínimo es necesario comprobar la deformación del elemento ya que su esbeltez es superior a la mínima que exige del cálculo de flecha.

Leps and Sejnoha (2003) describen la aplicación de un algoritmo genético³ con el objetivo de minimizar el coste total de la estructura. Aborda el problema con ayuda del método de *recocido simulado*⁴ y plantea como ejemplo el análisis de una viga continua de hormigón armado.

Lucas et al. (2004) emplean un algoritmo de *recocido simulado adaptable* para generar un mapa de costes para vigas y losas sometidas a momento flector y cortante con el objetivo de establecer criterios de diseño para optimizar el coste del elemento estructural. La conclusión es que, en vigas, empleando diámetros de barra desde #6 a #11 (19,1 a 35,8mm) se obtienen diseños innecesariamente costosos. Los diámetros desde #3 hasta #7 (9,5 a 22,2mm) están presentes en la mayoría de los diseños óptimos. En este tipo de elementos, los refuerzos en

³Algoritmo que trata de optimizar imitando el comportamiento natural. Usa el mecanismo de la selección natural para buscar soluciones óptimas empleando *operadores genéticos*.

⁴Algoritmo que utiliza analogías termodinámicas para obtener la solución del mejor modelo de una generación aleatoria de posibles modelos

dos capas aparecen de manera más frecuente en los diseños óptimos que los refuerzos en una sola capa. Para el caso de forjados unidireccionales los diámetros de refuerzo que más aparecen en los diseños óptimos son los incluidos entre #3 y #8 (entre 9,5 y 25,4mm).

Al-Assaf and Saffarini (2004) estudian la optimización de placas de hormigón armado mediante la aplicación de la programación orientada a objetos. Se busca dicha optimización mediante la combinación del modelado, el análisis estructural, el dimensionado de los elementos de hormigón y la estimación de costes. El artículo propone diagramas de flujo para la implementación general de los sistemas de optimización.

Otro trabajo sobre optimización de losas de hormigón armado en edificación es el de Sahab et al. (2005b) en el que se analiza la estructura mediante el *método de la viga equivalente*⁵ y se procede al optimizado en tres niveles. En el primer nivel se busca la óptima disposición de columnas, en el segundo nivel, empleando un algoritmo híbrido se buscan las dimensiones óptimas de pilares y vigas. Por último, en el tercer nivel, se determina el número y diámetro óptimo de barras de refuerzo. El objetivo del método propuesto es minimizar el coste total de la estructura incluyendo el coste de losas, pilares y cimentaciones de acuerdo a las prescripciones de la norma inglesa *British Standards Institution (1997)*.

Como continuación del anterior trabajo, los mismos autores proponen en Sahab et al. (2005a) el empleo de un algoritmo genético híbrido en dos fases. La función del algoritmo es la misma que en el artículo anterior: reducir el coste total de la estructura incluyendo el coste del hormigón, el del encofrado del refuerzo y el de la excavación de las cimentaciones de acuerdo a las prescripciones de la norma inglesa *British Standards Institution (1997)*. Se emplean para la optimización dos grupos de variables. El primer grupo tiene en cuenta la influencia de las dimensiones de las secciones de pilares y losas en el análisis estructural. El segundo grupo de variables tiene en cuenta el tamaño y número de barras de refuerzo en losas y pilares. El objetivo del algoritmo es encontrar las combinaciones del primer grupo de variables, dimensiones de pilares y vigas, para minimizar el segundo grupo de variables, el armado de los mismos.

Ahmadkhanlou and Adeli (2005) presentan una formulación general para la optimización del coste de losas de hormigón armado de acuerdo a las prescripciones de la norma del *American Concrete Institute. Building code requirements for structural concrete and commentary. ACI 318*. La optimización se basa en tres variables: el espesor de la losa, el diámetro de las armaduras y la separación de las mismas. El procedimiento tiene dos fases. En la primera de ellas aplican el *neural dynamics model* propuesto por Adeli and Park (1995). En una segunda fase aplica *técnicas de perturbación*⁶ con objeto de encontrar valores prácticos para las variables de diseño. Aplican el algoritmo a cuatro ejemplos llegando a la conclusión de que presenta *practicidad, robustez y excelentes propiedades de convergencia*.

Adeli and Sarma (2006) presentan un libro donde se realiza un estudio de gran parte de las publicaciones realizadas hasta el momento sobre la optimización del coste de las estructuras, tanto de hormigón armado como de acero laminado. Describe los principales

⁵ Este método es conocido en la normativa española como *método de los pórticos virtuales*

⁶ Técnica que comienza con un sistema simple al que gradualmente se le aplican pequeñas alteraciones

algoritmos genéticos, de lógica difusa⁷ y *parallel computing* y su aplicación a la optimización de diseño de estructuras. En la introducción comenta:

“Cientos de artículos han sido publicados sobre optimización de estructuras durante las pasadas cuatro décadas. Sin embargo, sólo una pequeña fracción de ellas conducen a optimización del coste de las estructuras. La gran mayoría de los artículos sobre optimización estructural tienen que ver con la minimización del peso de la estructura. Para estructuras de hormigón la función objetivo a ser minimizada debiera ser el coste ya que están realizadas con más de un material.”

Merta and Kravanja (2010) buscan la optimización de un forjado unidireccional simplemente apoyado con carga uniformemente distribuido mediante un enfoque de programación no lineal. Se incluyen como variables el coste del hormigón, refuerzos de acero, encofrados y el coste de la mano de obra. Emplea para ello las prescripciones de la norma *Eurocódigo 2* CEN European Committee for Standardization (2004). Analiza vanos desde 5,0 hasta 8,0m con cargas de 2,0 y 5,0kN/m². Se consideran dos estrategias de cara a controlar la deformación. La primera limita la esbeltez del forjado, mientras que la segunda limita la deformación obtenida por cálculo. Se obtiene la conclusión de que, utilizando una esbeltez de diseño controlada, se obtiene un canto menor de losa y consecuentemente un coste inferior de fabricación.

Kaveh and Behnam (2012) proponen la aplicación de algoritmos de optimización de reciente desarrollo, denominados *Charged System Search (CSS)* y *Enhanced Charged System Search (E-CSS)*, para la optimización de estructuras. Aplican dichos algoritmos a tres tipos de estructuras: forjado mixto unidireccional compuesto por perfiles metálicos con losa superior de hormigón, forjado nervado unidireccional y estructura de encofrado de losa. Los diseños óptimos se basan en las prescripciones de las normas americanas *LRFD-AISC American Institute of Steel Construction (AISC) (2010)* y *ACI 318-05 American Concrete Institute (2008)*. El objetivo de la función de *optimización* es el coste, tanto de los materiales empleados como de la construcción de la estructura. Para alcanzar este objetivo toma como variables la geometría de los elementos estructurales: espesores de elementos de hormigón, altura de vigas, ancho y espesor de alas de vigas mixtas y separación entre vigas o nervios de forjado.

Fedghouche and Tiliouine (2012) buscan el mínimo coste en el diseño de vigas en *T* de hormigón armado bajo las prescripciones del *Eurocódigo 2* CEN European Committee for Standardization (2004). Emplean la técnica denominada *Generalized Reduced Gradient* aplicada a un reducido número de variables de diseño: ancho de nervio, ancho de ala, canto, profundidad del bloque comprimido y área de armadura. En las conclusiones del artículo se afirma que el método planteado es económicamente efectivo en comparación con los métodos de diseño oficiales.

A pesar de que esta línea de investigación es muy activa, con un elevado número de trabajos publicados, dado que no coincide con la línea de investigación de la presente tesis, no se pretende mostrar una relación exhaustiva de todos los trabajos publicados sobre op-

⁷Se basa en lo relativo de lo observado como posición diferencial

timización estructural, sino dar una idea de los diferentes enfoques que se adoptan sobre el tema objeto de estudio.

Optimización de la cantidad de acero empleada una vez que se han dimensionado los elementos estructurales y se han escogido las características resistentes de los materiales a emplear su construcción.

Este trabajo de investigación se centra en este nivel. Como puede comprobarse en los artículos citados con anterioridad, los trabajos de optimización tienden a centrarse en tomar como variables las dimensiones geométricas de los elementos, ya que es en este aspecto donde pueden conseguirse mayores ahorros en coste. Sin embargo, una vez están fijadas las dimensiones del elemento, no se ha encontrado ninguna propuesta para minimizar el consumo de acero.

A pesar de que se han encontrado referencias donde se hace mención a los diversos métodos de cálculo, por ejemplo Park and Paulay (1994), Calavera (2002), etc., en ninguna de ellas se realiza un estudio comparativo de los mismos que intente determinar cuál es el más adecuado para el tramo de forjado objeto de análisis.

Son muy interesantes las aportaciones realizadas por de Miguel (1998) al entendimiento del funcionamiento estructural de los forjados unidireccionales, en las que se basa gran parte de este trabajo de investigación.

“Venturosamente los forjados suelen ser muy dúctiles y aceptan un elevado grado de redistribución, de manera que no deben armarse necesariamente para los momentos flectores originados por las cargas; pueden dimensionarse a partir de casi cualquier diagrama equilibrado. De ahí el que quede validado también el que procede del análisis como viga continua -con apoyos inmóviles-, que puede aplicarse a todas las viguetas de un mismo paño. Lo que se denomina pues análisis elástico -de un tren de viguetas una en prolongación de otra- es en realidad un análisis plástico con objeto de obtener una única capacidad resistente para varias viguetas -adyacentes-.”

Hay que ser conscientes de que, en este nivel de optimización, el margen de maniobra es pequeño, y los ahorros obtenidos siempre serán inferiores a los ahorros obtenidos ajustando las dimensiones de los elementos estructurales. Aun así, puede conseguirse un ahorro adicional en forjados unidireccionales, tal y como se demuestra en esta tesis, o en cualquier elemento lineal sometido principalmente a flexión con adaptaciones del método propuesto. Se recuerda que habitualmente la geometría del forjado unidireccional en España está fijada por aspectos en los que poca o ninguna capacidad de intervención tiene el proyectista. El tipo de vigueta, su intereje y el material de aligeramiento depende fundamentalmente de la disponibilidad y la oferta local, ya que los procesos de transporte encarecen la solución final. El canto debe fijarlo el proyectista, pero excepto en caso de grandes diferencias de luz entre viga y paños de forjado, debe ser una solución de compromiso equilibrada entre el canto que requieren las vigas y el que requiere el forjado para que el cumplimiento de la limitación de deformación no suponga un incremento de armadura y, por tanto, de coste.

Capítulo 3

Metodología

La metodología de análisis en este trabajo de investigación se centra en dos líneas principales.

En primer lugar se realizará un estudio sobre los métodos de análisis que se usan habitualmente y que se englobarán dentro de la denominación *análisis tradicional* y, en segundo lugar, se proponen dos métodos de análisis alternativos cuyos resultados se compararán con los obtenidos por los métodos de análisis tradicional.

El esquema general de la metodología empleada puede sintetizarse en el diagrama de flujo mostrado en la figura 3.1 en la página siguiente.

Independientemente del método de cálculo escogido, el análisis debe verificar que se cumplen los requisitos fundamentales de estabilidad, resistencia y rigidez exigibles a los forjados unidireccionales. Para realizar dicho análisis se deben determinar previamente los valores de acciones e hipótesis de carga, las características de los materiales y la geometría completa de la estructura (luces y secciones).

Cuando el procedimiento de cálculo es el método elástico o el método de las rótulas plásticas, no es necesario realizar ninguna comprobación adicional de ductilidad en las secciones críticas⁸. Sí lo es cuando se emplean métodos basados en el cálculo plástico, tal y como ocurre en todos los algoritmos propuestos. En el caso de que se opte por realizar un cálculo elástico con redistribución de momentos, es necesario establecer verificar que la redistribución escogida no supera la máxima permitida por la normativa⁹.

⁸EHE-08. Artículo 19.2.4: “Debe asegurarse que la ductilidad de las secciones críticas es suficiente para garantizar la formación del mecanismo de colapso planteado en el cálculo.”

⁹EHE-08. Artículo 21 (Comentarios)

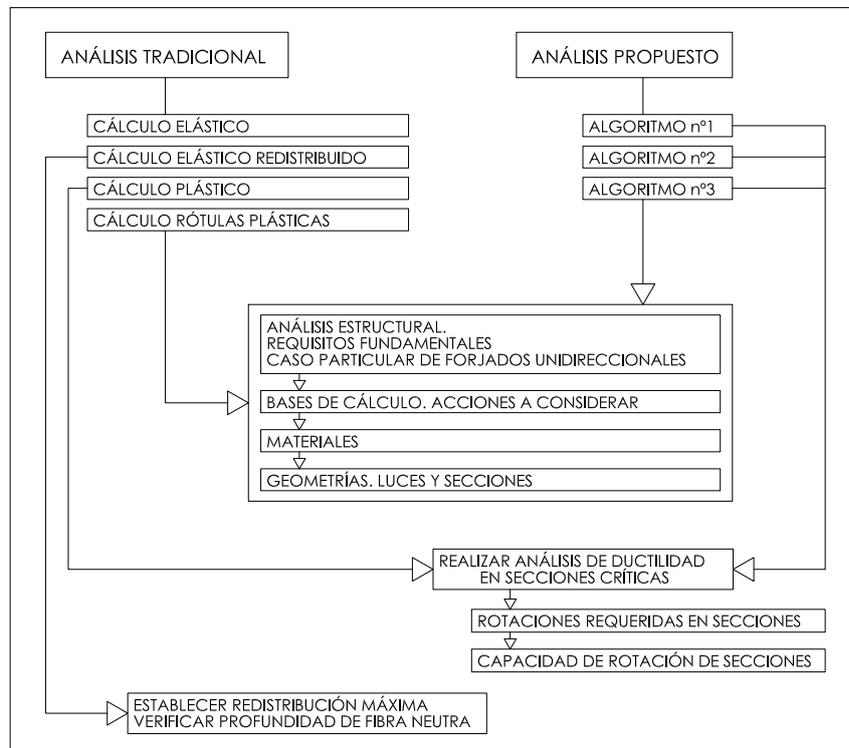


Figura 3.1: Diagrama de flujo

3.1. Análisis estructural

3.1.1. Introducción

Hay tres disciplinas fundamentales que intervienen en el estudio del comportamiento estructural: la elasticidad, la resistencia de materiales, ambas dos, ramas de la Mecánica de Sólidos, y el análisis de estructuras.

La elasticidad es la ciencia que tiene como objeto el estudio de los sólidos deformables que presentan un comportamiento elástico. Este estudio obtiene como resultado ecuaciones cuya complejidad no permiten su solución general más que en casos muy particulares.

La resistencia de materiales tiene como objeto superar las dificultades, anteriormente mencionadas, para una serie de elementos unidimensionales o bidimensionales en los que alguna de las dimensiones tiene preponderancia sobre las demás. Esto permite establecer hipótesis que simplifican de manera significativa el problema tensional.

“Puede establecerse como objeto de la Resistencia de Materiales el estudio de aquellos sólidos deformables que por sus características de forma geométrica y forma de carga, admitan hipótesis simplificativas en relación a sus estados tensional y deformacional.”

Ortiz Berrocal (1985).

Esta disciplina permite determinar, en una serie de casos concretos, las tensiones y deformaciones de un elemento sometido a un sistema de fuerzas exteriores. De esta manera, puede verificarse si, con las dimensiones y materiales escogidos, no se sobrepasan los valores límite, tanto tensionales como deformacionales, estipulados.

El análisis de estructuras abarca el estudio de sistemas estructurales, compuestos por un número determinado de piezas, de manera conjunta.

En el análisis de estructuras en general, y en el de forjados en particular, se manejan una serie de variables geométricas y mecánicas. Entre las primeras se encuentran aquellas que tienen que ver, como su propio nombre indica, con modificaciones de la geometría original de las piezas tales como las deformadas o las curvaturas. Entre las variables mecánicas están las fuerzas exteriores que actúan sobre la estructura, acciones y reacciones, sus solicitaciones, tensiones, etc.

Las relaciones entre las diversas variables las sintetiza el profesor José Luis de Miguel (de Miguel (2009)) en la figura 3.2.

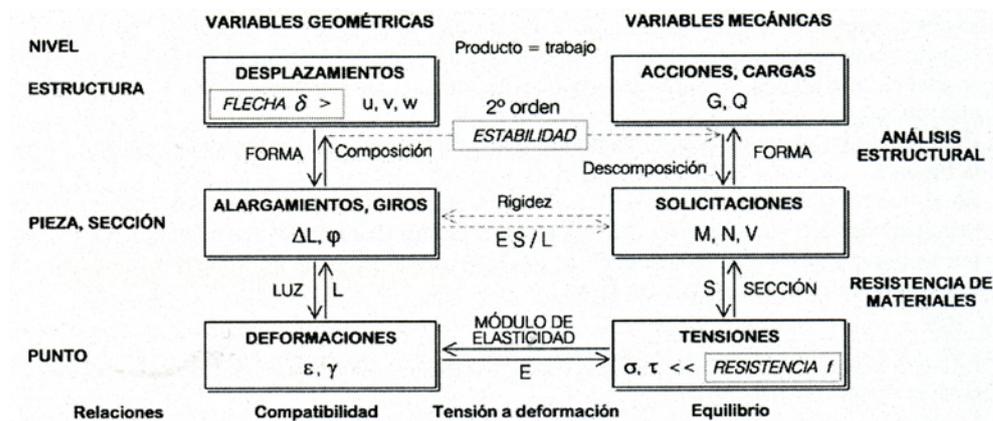


Figura 3.2: Relaciones entre variable estructurales. (fuente: de Miguel, 2009)

Como puede observarse, el análisis estructural se encarga de relacionar las variables geométricas y mecánicas a nivel de estructura con las correspondientes a nivel de pieza. La Resistencia de Materiales se encarga de relacionar dichas variables a nivel de pieza con las correspondientes a nivel de punto.

Cada tipo de variables debe cumplir una serie de condicionantes. Las variables geométricas deben cumplir la condición de compatibilidad de manera que el movimiento en cada punto sea único. Las variables mecánicas deben cumplir la condición de equilibrio a nivel global y a nivel de cada uno de los elementos que componen la estructura, de manera que la suma de fuerzas y momentos sea nula.

La relación entre las variables geométricas y mecánicas se establece mediante el Módulo de Elasticidad a nivel de punto y mediante la Rigidez a nivel de sección ($K = \frac{ES}{L}$).

Según se consideren antes o después cada tipo de variables, el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas se divide en dos clasificaciones distintas. Cuando los vínculos hiperestáticos (o sobreabundantes) se remplazan por las fuerzas y momentos equivalentes se denomina *método de las fuerzas*. Cuando para remplazar los vínculos hiperestáticos se obtienen en primer lugar los movimientos (giros) de los nudos se denomina método de las deformaciones (Timoshenko and Young (1965)).

3.1.2. Requisitos fundamentales de la estructura

Toda estructura debe satisfacer tres exigencias básicas: estabilidad, resistencia y rigidez.

Estos conceptos se contemplan en las normativas como *estados límite*. El Código Técnico de la Edificación, en el documento Seguridad estructural: Bases de cálculo (Ministerio de la Vivienda, 2006b), Apartado 3.2, define los diversos conceptos correspondientes a los estados límite.

Se denominan estados límite aquellas situaciones para las que, de ser superadas, puede considerarse que el edificio no cumple alguna de los requisitos estructurales para las que ha sido concebido.

Equilibrio y resistencia se engloban dentro de los *estados límites últimos*, definidos como:

1) *Los estados límite últimos son los que, de ser superados, constituyen un riesgo para las personas, ya sea porque producen una puesta fuera de servicio del edificio o el colapso total o parcial del mismo.*

2) *Como estados límite últimos deben considerarse los debidos a:*

a) *pérdida del equilibrio del edificio, o de una parte estructuralmente independiente, considerado como un cuerpo rígido;*

b) *fallo por deformación excesiva, transformación de la estructura o de parte de ella en un mecanismo, rotura de sus elementos estructurales (incluidos los apoyos y la cimentación) o de sus uniones, o inestabilidad de elementos estructurales incluyendo los originados por efectos dependientes del tiempo (corrosión, fatiga).*

Rigidez se encuadra dentro de los *estados límites de servicio*, definidos como:

1) *Los estados límite de servicio son los que, de ser superados, afectan al confort y al bienestar de los usuarios o de terceras personas, al correcto funcionamiento de del edificio o a la apariencia de la construcción.*

2) *Los estados límite de servicio pueden ser reversibles e irreversibles. La reversibilidad se refiere a las consecuencias que excedan los límites especificados como admisibles, una vez desaparecidas las acciones que las han producido.*

3) *Como estados límite de servicio deben considerarse los relativos a:*

- a) las deformaciones (flechas, asientos o desplomes) que afecten a la apariencia de la obra, al confort de los usuarios, o al funcionamiento de equipos e instalaciones;
- b) las vibraciones que causen una falta de confort de las personas, o que afecten a la funcionalidad de la obra;
- c) los daños o el deterioro que pueden afectar desfavorablemente a la apariencia, a la durabilidad o a la funcionalidad de la obra

3.1.2.1. Estabilidad

La estabilidad tiene que ver con el comportamiento de la estructura en su totalidad. Debe ser estable, en edificación principalmente frente a la posibilidad de vuelco o deslizamiento, ante las sollicitaciones a las que está sometida y mantener los movimientos como sólido rígido dentro de unos límites de seguridad apropiados.

En las normativas se denomina habitualmente *Estado Límite de Equilibrio*, siendo necesario comprobar que, ante la hipótesis de carga más desfavorable, no se sobrepasan los límites de equilibrio. El valor de cálculo de las acciones estabilizadoras debe ser superior al valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras.

La Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008) establece en su Artículo 41:

Habrà que comprobar que, bajo la hipótesis de carga más desfavorable, no se sobrepasan los límites de equilibrio (vuelco, deslizamiento, etc.), aplicando los métodos de la Mecánica Racional y teniendo en cuenta las condiciones reales de las sustentaciones.

$$E_{d,estab} \geq E_{d,desestab}$$

donde:

$E_{d,estab}$ Valor de cálculo de los efectos de las acciones estabilizadoras.

$E_{d,desestab}$ Valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras.

El estado límite de equilibrio no tiene en general ninguna influencia sobre el análisis de forjados unidireccionales, ya que su integración en la estructura general del edificio convierte el equilibrio en un problema del sistema estructural en su conjunto, no individual de sus partes integrantes.

3.1.2.2. Resistencia

La resistencia tiene que ver con la capacidad del elemento estructural para resistir sin llegar al colapso las sollicitaciones a las que está sometido. La resistencia del elemento estructural depende directamente de las características mecánicas del material, o materiales,

que lo conforman, y de las características geométricas de la pieza, habitualmente a nivel de sección.

En la normativa se denominan habitualmente *Estados Limite Últimos*, siendo los correspondientes a solicitaciones normales y solicitaciones tangenciales los que deben comprobarse en la gran mayoría de las estructuras de edificación.

Los requisitos de resistencia garantizan que, ante unas solicitaciones determinadas, la estructura no colapsará ni por fallo global ni por fallo local. Esto implica que debe dotarse a todas y cada una de las secciones de la estructura de la capacidad resistente necesaria para soportar las solicitaciones debidas a las hipótesis de cargas consideradas.

Siguiendo los criterios y clasificación de la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), es necesario considerar:

- Estado Límite de Agotamiento frente a solicitaciones normales (Artículo 42^o)
- Estado Límite de Inestabilidad (Artículo 43^o)
- Estado Límite de Agotamiento frente a cortante (Artículo 44^o)
- Estado Límite de Agotamiento por torsión en elementos lineales (Artículo 45^o)

En el caso concreto de los forjados unidireccionales, los dos criterios fundamentales, de cara a su dimensionado, son los correspondientes a agotamiento frente a solicitaciones normales y frente a cortante.

3.1.2.3. Rigidez

La rigidez tiene que ver con la capacidad del elemento para resistir acciones sin que su deformación produzca pérdidas de funcionalidad de la estructura o de los elementos que sobre ella descansan.

La rigidez de un elemento estructural de un material determinado depende fundamentalmente de su momento de inercia, el cual depende de la geometría de la sección. El dato geométrico que tiene una mayor influencia sobre la inercia de una sección es el canto de la misma. Por tanto, la estrategia inmediata, para mantener la deformación de un elemento estructural dentro de límites admisibles, es una elección adecuada de sus dimensiones.

Obtener de manera fiable valores de deformación en un elemento de hormigón es una tarea complicada y poco fiable. Hay que tener en cuenta que la pieza no tiene una sección homogénea, de hecho hay mucha variabilidad debido al estado de fisuración de las secciones, a la disposición de las armaduras y a la propia geometría del elemento que puede variar de un punto a otro. Se obtienen los esfuerzos partiendo de las secciones brutas de la estructura y, a partir de ellos, se calcula la flecha con unos valores geométricos que no se corresponden fielmente con la realidad. De hecho, en estudios comparativos de cálculo de flechas, realizados por distintos métodos, se observa una importante disparidad de resultados dependiendo del método usado.

Así, por ejemplo, en Calavera (2009) se señala:

“Sin embargo, todo lo anterior no debe conducir a la creencia de que, hoy por hoy, las flechas de las estructuras de hormigón pueden ser calculadas con gran exactitud. A lo largo de capítulos anteriores se ha visto cómo el cálculo de las deformaciones en general, y en particular de las flechas, introduce estimaciones de las diversas resistencias del hormigón, de su módulo de deformación, de la adherencia de las barras y de la fisuración en servicio, así como la evolución de todo ellos a lo largo del tiempo, de acuerdo con las condiciones termohigrométricas que se vayan presentado a lo largo de la vida de la estructura. Todo ello constituye un conjunto de variables aleatorias, y la flecha, función de todas ellas, ha de ser concebida como una variable aleatoria.”

Debido a esta falta de precisión para obtener las deformaciones, la estrategia más aconsejable y efectiva en la práctica es partir de una adecuada relación luz/canto que permita obviar la comprobación de deformación.

Prácticamente todas las normativas nacionales establecen unos cantos mínimos para los elementos estructurales de hormigón armado que permite no realizar el complejo y poco fiable proceso de comprobación de flechas. En el caso concreto de los forjados unidireccionales de hormigón, la EHE-08 establece que, con luces menores de 7,0m y con sobrecargas no mayores que 4,0kN/m², no es preciso comprobar la flecha si el canto escogido es superior al mínimo, que se obtiene mediante la expresión:

$$h_{min} = \delta_1 \delta_2 \frac{L}{C}$$

siendo:

δ_1 Factor que depende de la carga total y que tiene el valor de $\sqrt{q/7}$, siendo q la carga total en kN/m²;

δ_2 Factor que tiene el valor de $(L/6)^{1/4}$;

L La luz de cálculo de forjado en metros;

C Coeficiente cuyo valor se toma de la tabla 3.1.

Tipo de forjado	Tipo de carga	Viga de tramo		
		Aislado	Extremo	Interior
Viguetas armadas	Con tabiques o muros	17	21	24
	Cubiertas	20	24	27
Viguetas pretensadas	Con tabiques o muros	19	23	26
	Cubiertas	22	26	29
Losas alveolares pretensadas	Con tabiques o muros	36	–	–
	Cubiertas	45	–	–

Tabla 3.1: Coeficientes C . Tabla 50.2.2.1.b EHE-08

Es práctica habitual que los forjados de edificación cumplan con la limitación del canto mínimo obtenido a partir de las prescripciones de EHE-08, por lo que es usual omitir la comprobación de flechas en este tipo de elementos. Disponer un canto superior supone un

encarecimiento de la estructura debido al exceso de capacidad resistente que tendrán muchos elementos. Disponer un canto inferior igualmente encarece, al tener que sobredimensionar el armado de un número elevado de elementos constructivos para poder reducir su deformación, ya que esta es la estrategia inmediata, y en muchas ocasiones la única, para reducir la flecha.

Como ejemplo orientativo, un forjado de canto 30cm, que tiene como carga total aproximada $7,5 \text{ kN/m}^2$, no necesitaría ser comprobado a flecha para luces de:

Tipo de forjado	Tipo de carga	Luz máxima (m)		
		Aislado	Extremo	Interior
Viguetas armadas	Con tabiques o muros	5,13	6,07	6,75
	Cubiertas	5,84	6,75	7,42
Viguetas pretensadas	Con tabiques o muros	5,60	6,53	7,20
	Cubiertas	6,30	7,20	7,86

Tabla 3.2: Luces máximas sin comprobación de flecha. $h=30\text{cm}$.

Como puede observarse en la tabla 3.2, las luces obtenidas cubren holgadamente la mayor parte de la casuística de las estructuras de edificación, ámbito donde se produce la mayor utilización de los forjados unidireccionales.

En el caso, frecuente en la práctica, de que haya un número reducido de elementos que requieran un canto superior al resto, pueden calcularse con el canto mínimo demandado por la mayor parte de los elementos estructurales y comprobar posteriormente su deformación. Como se ha dicho anteriormente, reducir la deformación de un elemento mediante el aumento de su cuantía de armadura, encarece la solución, pero compensa con la reducción de canto obtenido si el número de elementos a reforzar no es elevado.

Se concluye por tanto que, gracias a una elección correcta del canto, el problema de la rigidez de un forjado unidireccional no tiene una influencia significativa en el armado del mismo, siendo las condiciones de resistencia las que determinan las cuantías necesarias a disponer y es ahí precisamente donde puede maniobrase para intentar reducir la cantidad total de acero empleado, factor que tiene una importancia relevante sobre el coste del mismo.

3.1.3. Cálculo de forjados unidireccionales

3.1.3.1. Modelización

A pesar de ser un elemento claramente superficial, debido a que la transmisión de cargas se realiza fundamentalmente en una dirección, el análisis puede asimilarse al de una viga continua sobre apoyos puntuales. En estos apoyos puntuales, las vigas de la estructura, se desprecia el posible empotramiento que pudiera aportar la rigidez a torsión de la misma debido a la complicada estimación de dicha rigidez. Esta simplificación, que opera habitualmente del lado de la seguridad, simplifica considerablemente el análisis de los forjados.

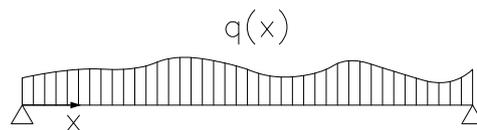
Habitualmente los métodos de cálculo de forjados unidireccionales se dividen en dos

grandes grupos: los métodos basados en el cálculo lineal, también llamado método elástico, y los basados en las readaptaciones plásticas o cálculo no lineal.

3.1.3.2. Estructuras isostáticas e hiperestáticas. Análisis.

Las estructuras isostáticas pueden resolverse de manera muy sencilla, por equilibrio, mediante las ecuaciones de la estática. Sólo es necesario conocer luz y carga. No se necesita conocer ni el material, ni las dimensiones de la pieza, para obtener sus solicitaciones: esfuerzo normal; esfuerzo cortante y momento flector. Obtenidas las solicitaciones pueden obtenerse las tensiones normales y tangenciales en cada una de las secciones aplicando la teoría de Resistencia de Materiales.

A partir de las solicitaciones calculadas, se decide el material y la sección en cada uno de los puntos de la directriz de la pieza, pudiendo evaluarse a continuación, las curvaturas y la flecha.



$$\frac{dT(x)}{dx} = q(x); \quad \frac{dM(x)}{dx} = T(x); \quad \frac{d^2M(x)}{dx^2} = q(x)$$

Figura 3.3: Ecuaciones de equilibrio en viga isostática

En el caso de estructuras hiperestáticas, las ecuaciones de la estática no son suficientes y, además de las ecuaciones de equilibrio, es necesario añadir una ecuación que relacione momento flector y curvatura en cada una de las secciones. Esta relación podría no ser lineal. De hecho, no es lineal en los materiales habitualmente utilizados en la construcción de estructuras.

La incorporación de esta ecuación, tiene como consecuencia que se necesita conocer previamente el material y cada una de las secciones de la estructura a analizar. Una vez establecidas estas variables, puede resolverse el problema mediante alguno de los muchos métodos propuestos de análisis lineal (método de los 3 momentos, método de Cross, método matricial, etc.)

En este tipo de análisis se produce, por tanto, un círculo vicioso en el que es necesario conocer las solicitaciones para determinar las secciones y se necesita conocer las secciones para obtener las solicitaciones. La manera habitual para romper este círculo vicioso y poder realizar el análisis es: predimensionar la estructura; realizar el cálculo con las secciones previamente decididas; revisar las secciones con los esfuerzos obtenidos y volver a realizar el cálculo con las nuevas secciones. El proceso se repite hasta que la solución sea coherente.

Una vez obtenidos los esfuerzos mediante análisis lineal puede efectuarse una redistribución de los mismos (incrementos o disminuciones), dentro de unos límites determinados, y siempre que se satisfagan las condiciones de equilibrio. Esta variación realizada a partir del cálculo lineal se denomina *análisis lineal con redistribución limitada*.

Hay otra estrategia que permite resolver el problema, desvinculando el análisis de sollicitaciones de las características mecánicas de las secciones, lo que simplifica enormemente el proceso: el *análisis plástico*. En este análisis, las condiciones de compatibilidad se tienen en cuenta en la condición de que la estructura debe formar un mecanismo para colapsar. En estructuras sencillas y de comportamiento sobradamente conocido, como ocurre con las vigas continuas, las configuraciones de mecanismos son muy sencillas de manejar.

Puede establecerse por tanto, que hay básicamente dos grupos de estrategias para resolver el problema de las estructuras hiperestáticas:

1. Análisis lineal o elástico
 - a) Sin redistribuciones posteriores
 - b) Con redistribución limitada
2. Análisis plástico

La Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), en el artículo nº19, considera la posibilidad de realizar un análisis que tenga en cuenta el “*comportamiento tenso-deformacional no lineal de los materiales y la no linealidad geométrica, es decir, la satisfacción del equilibrio de la estructura en su situación deformada*” (EHE-08 Art.19.2.2).

Este tipo de análisis parte de una definición completa de la estructura y se procede a obtener la carga última de la estructura por métodos incrementales, esto es, incrementando progresivamente la carga hasta llegar al colapso, pasando por las fases elástica, fisurada y de agotamiento.

Es un tipo de análisis que, por su complejidad, no se emplea en la práctica habitual para aquellas estructuras que pueden analizarse con métodos mucho menos complejos, como son las estructuras de edificación.

Los métodos citados son válidos para las comprobaciones en estados límite últimos, es decir, para obtener la resistencia necesaria que debe tener cada una de las secciones. Sin embargo, para verificar estados límites de servicio, sólo son válidos el análisis lineal y el análisis no lineal. El análisis lineal con redistribución limitada y el análisis plástico no lo son. Como se verá en el siguiente apartado, esto no supone un problema para el empleo de estos dos últimos métodos.

3.1.3.3. Análisis lineal o elástico

El análisis lineal parte de una correspondencia entre tensiones y deformaciones: el momento flector es proporcional a la curvatura. Esta proporcionalidad permite la superposición

de solicitaciones.

De manera general, el análisis elástico parte de la definición geométrica completa del sistema estructural para obtener sus solicitaciones. En este método se tiene como datos las acciones, las luces, las secciones y los materiales, obteniéndose como resultados las solicitaciones y deformaciones.

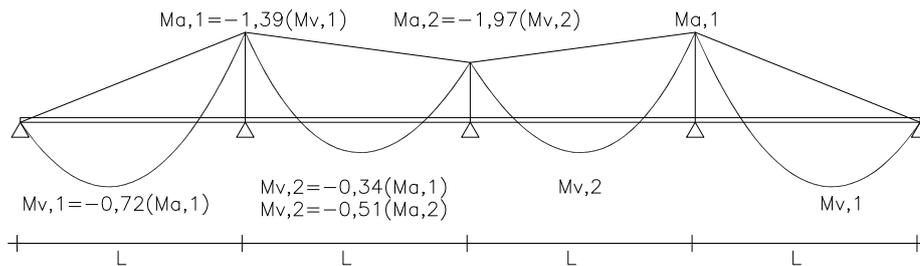


Figura 3.4: Análisis Elástico. Gráfica de momentos

Con los datos de luces, secciones y materiales, se obtienen las rigideces de todos los elementos, valores necesarios para poder realizar el análisis elástico. La expresión general de la rigidez es:

$$K = \alpha \frac{ES}{L}$$

siendo:

α = Coeficiente adimensional dependiente del tipo de rigidez considerada

E = Módulo de elasticidad del material

S = Característica geométrica de la sección

L = Longitud de la pieza

En el caso concreto de los forjados unidireccionales, el valor de la rigidez empleado es la rigidez a flexión que tiene como expresión:

$$K = \frac{EI}{L}$$

siendo:

I = Inercia de la sección

Por tanto, teniendo en cuenta que en el análisis, se conoce la longitud de la pieza, se deben determinar los valores del módulo de elasticidad y de la inercia de la sección.

Por lo general, y así realizan el cálculo la inmensa mayoría de programas comerciales, se emplea la sección bruta¹⁰ del nervio para la estimación de la inercia de la sección, necesaria para realizar el análisis, en régimen elástico, mediante alguno de los procedimientos disponibles. Este método introduce una incongruencia de partida, consistente en la consideración de

¹⁰La obtenida de cortar la superficie de la pieza con un plano perpendicular a su eje y sin considerar la contribución del armado de la sección.

rigidez constante a lo largo de toda la pieza. Esta simplificación dista mucho de la situación real en el caso de elementos de hormigón, y produce un desajuste importante entre el modelo de cálculo empleado y la estructura real. Esto ocurre tanto para vigas como para forjados, lo que ha provocado una serie de análisis críticos al empleo indiscriminado e incuestionado de este método.

José Calavera, catedrático de la Universidad Politécnica de Madrid, en su libro *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón* (Calavera (2008)) dedica el capítulo 14 a hacer un examen crítico de los métodos de cálculo lineal, manteniendo que, a pesar de los defectos del mismo, es el mejor método disponible hoy en día, habiendo presentado durante muchos años un comportamiento satisfactorio.

“Los métodos expuestos hasta aquí adolecen de defectos importantes que analizaremos a continuación. Su análisis justifica el porqué los métodos simplificados y gran parte de los aproximados han conducido, durante muchos años, a estructuras que, siendo teóricamente incorrectas, han presentado un comportamiento satisfactorio.”

Puede adelantarse ya que los métodos lineales siguen representando, por el momento, la herramienta más eficaz y de empleo más general de que disponemos. Los métodos de cálculo no lineal, aunque interesantes y prometedores, no presentan todavía, a nivel práctico, procedimientos que puedan considerarse suficientemente sencillos y de aplicación general. En el capítulo 17 veremos algunos métodos aplicables a ciertos tipos estructurales.

Si bien es cierto, que la aplicación de métodos de cálculo no lineal es muy complicada en estructuras con una cierta complejidad, en el caso de los forjados, analizados como vigas continuas, su aplicación es muy sencilla, estando incluso detallado en la norma EHE-08 uno de los procedimientos de cálculo basado en el *método de las rótulas plásticas*.

José Luis de Miguel, catedrático de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, en su documento técnico *Rigidez del hormigón armado* (de Miguel (1998)), escribe:

“Pero eso no quita para que el párrafo de EHE que dice que el análisis “puede” hacerse lineal a partir de la rigidez bruta, debiera cambiar, a corto plazo, por otro que dijera, en cuanto a vigas, que “puede pero no es conveniente”, para, a medio plazo, decir que “se puede pero que mejor es otra cosa”, para, en un tiempo prudencial, pasar definitivamente a lo que muestra con toda rotundidad el artículo citado: “que no se debe” hacer eso.”

En primer lugar, hay que recordar que la rigidez de la sección bruta no considera la importante contribución de la armadura, por lo que las secciones que se han considerado en el cálculo no se corresponden con las que se construirán. Para poder tener esto en cuenta, debiera realizarse el cálculo elástico con la sección homogeneizada¹¹ con el problema de que para evaluar las propiedades de dicha sección homogeneizada se necesita haber calculado previamente el forjado o viga. El proceso simplificado sería: calcular con las secciones

¹¹Es una sección de hormigón equivalente a la sección bruta más el armado existente en dicha sección. Tiene, por tanto, en cuenta las armaduras de cara a calcular las propiedades geométricas de la sección (área, módulo resistente, inercia, centros de gravedad, etc).

brutas, que a priori son constantes¹²; armar las piezas; con los datos de armado estimar los valores de rigidez de las diferentes secciones de las piezas y volver a realizar el cálculo con los nuevos valores. Evidentemente, los resultados habrán variado, con lo que variará el armado y habrá que continuar el proceso de manera iterativa hasta conseguir una convergencia de los resultados.

En segundo lugar, hay que considerar que en función del momento actuante en cada sección, el hormigón tendrá un grado diferente de fisuración que, en zonas de máximo momento flector, es importante incluso para carga de servicio. En la zona donde se ha producido la fisura, la tracción la proporciona íntegramente la armadura, siendo máxima su tensión. A medida que la armadura se aleja de la fisura va reduciendo su tensión y transmitiendo parte al hormigón (ver figura 3.5). Debido a esto, la inercia de la sección va variando a lo largo de la luz, de manera que es prácticamente imposible determinarla de manera exacta.

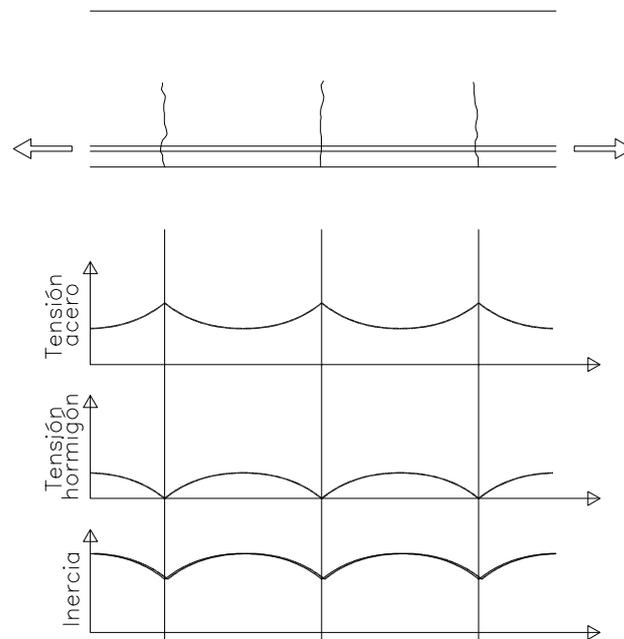


Figura 3.5: *Tensiones e Inercia en zona fisurada*

Por último, no hay que olvidar que la geometría, tanto de forjados como vigas, cuando forman parte de la estructura de un piso, no está delimitada por la sección del nervio, sino que hay que considerar la importantísima influencia de la losa superior (capa de compresión). De hecho, es muy difícil encontrar sección sin una acusada forma de T . Para la estimación de la parte de losa superior que colabora eficazmente con la sección resistente, la norma española EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008) establece:

En ausencia de una determinación más precisa, en vigas en T se supone, para

¹²Más adelante se verá que esto no es así, especialmente en el caso de forjados unidireccionales.

las comprobaciones a nivel de sección, que las tensiones normales se distribuyen uniformemente en un cierto ancho reducido de las alas llamado ancho eficaz.

En general, podrá considerarse un ancho eficaz para zonas con momentos que comprimen las alas y otro ancho eficaz para las zonas con momentos que traccionan las alas. De forma aproximada puede suponerse que, en la cabeza de compresión, el ancho eficaz del ala es igual al ancho del nervio más un quinto de la distancia entre puntos de momento nulo, sin sobrepasar la anchura real del ala. Si se usa esta aproximación puede considerarse el ancho eficaz constante en toda la luz, incluyendo los segmentos cercanos a los apoyos intermedios en el caso de vigas continuas. Para vigas de borde el ancho eficaz del ala será el ancho del nervio más un décimo de la distancia entre puntos de momento nulo.

Ante momentos positivos, se comprimirá la zona superior de la sección, que actuará a efectos resistentes con la colaboración de la losa superior, mientras que en las zonas próximas a los apoyos, con momento negativo, se comprimirá la zona inferior de la sección sin colaboración de losa superior. Hay, por tanto, dos clases de sección claramente diferenciadas. En zonas centrales de vano, con momento positivo, una sección resistente en T muy acusada, y en zonas próximas a los apoyos, con momento negativo, una sección resistente rectangular. Por tanto, un modelo más aproximado a la situación real sería el de una viga continua con una rigidez mayor en la sección de vano que en la sección de apoyo. La diferencia de inercia entre una sección rectangular, con o sin la colaboración de las alas, es muy elevada. Del orden del doble para la sección en T respecto a la rectangular en el caso de un forjado usual (ver figura 3.6).

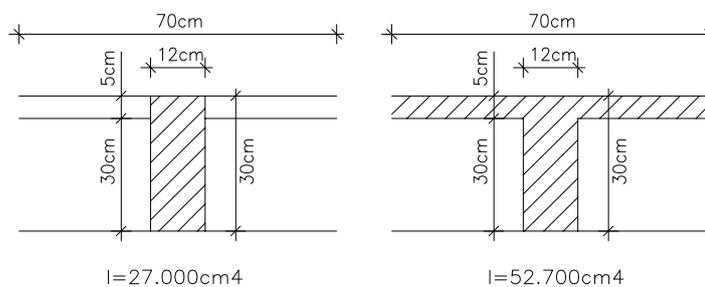


Figura 3.6: Inercia de sección rectangular y sección en T

Esta diferencia de inercia a lo largo de la pieza tiene como consecuencia directa que, en comparación con el cálculo realizado con sección constante, en esta situación los momentos positivos serán mayores, reduciéndose por tanto los negativos, ya que entre ambos deben cubrir el isostático. De una hipótesis a otra, la gráfica de momentos flectores ha descendido, siendo más cercana a la realidad, la obtenida con sección variable. Si se ha realizado el cálculo con sección constante, los momentos negativos serán mayores que los obtenidos con sección variable y, superiores a los positivos. Esto que produce una congestión de armadura sobre los apoyos, lugar donde el armado es menos eficaz, al tener un brazo mecánico inferior que en la sección de vanos, donde se cuenta con la colaboración de la losa superior. Por tanto, aunque en valores no muy elevados, cuanto mayor sea la relación de momento negativo a

positivo, mayor será la repercusión de armadura.

3.1.3.4. Análisis lineal con redistribución limitada

Este método parte de la realización previa de un análisis lineal para, a continuación, realizar modificaciones acotadas de las leyes de momentos y cortantes (ver figuras 3.4 y 3.7). La limitación de las posibles redistribuciones viene condicionada por cuestiones de ductilidad, es decir, la capacidad de giro de una sección sin sufrir una disminución sustancial de su capacidad resistente. Para garantizar que puede producirse una determinada redistribución, es necesario que la sección crítica gire, en el rango plástico, una cantidad suficiente sin que se alcance el agotamiento.

Una manera sencilla y segura de garantizar que la sección no alcanzará la rotura es limitar los porcentajes de redistribución a unos valores que permitan omitir la verificación detallada de la ductilidad de la sección.

Habitualmente en España, la capacidad de redistribución para este tipo de análisis se limitaba al valor máximo del 15 %.

Simplificadamente, y salvo justificación especial, para dinteles de estructuras sensiblemente intraslacionales, se puede admitir una redistribución de los momentos flectores de hasta un 15 por 100 del máximo momento negativo, siempre que la profundidad de la fibra neutra de la sección sobre el soporte, sometida al momento redistribuido, en Estado Límite Último, sea inferior a 0,45 d. EHE-98 (Ministerio de Fomento, 1998)

Para el análisis de los Estados Límites Últimos pueden considerarse también leyes de momentos flectores redistribuidas hasta en un 15 % con relación a las deducidas del análisis lineal, como recoge el apartado 21.4 de la Instrucción EFHE (Ministerio de Fomento, 2003)

La actual Norma por la que se rige el cálculo de forjados en España, EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), permite una redistribución de hasta el 30 % para armaduras de alta ductilidad y hasta un 20 % para armaduras de ductilidad normal, pero teniendo en cuenta la profundidad relativa de la fibra neutra.

Cuando se utiliza un análisis lineal con redistribución limitada, simplificada, y salvo justificación especial, para vigas y placas unidireccionales continuas y para dinteles de estructuras sensiblemente intraslacionales, se puede admitir el siguiente valor:

$$r = 56 - 125 \frac{x}{d}$$

donde:

r Porcentaje máximo de redistribución del momento de la sección crítica cuyo valor no debe superar el 30 % cuando se utilizan armaduras de acero tipo

- SD (alta ductilidad) y 20 % para aceros tipo S (ductilidad normal).*
- x Profundidad de la fibra neutra en rotura en la sección crítica.*
- d Canto útil de la sección crítica.*

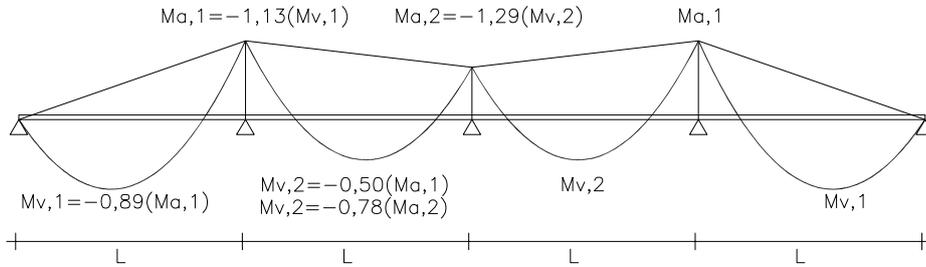


Figura 3.7: Análisis elástico redistribuido 15%. Gráfica de momentos

Realizar esta redistribución no significa que se esté reduciendo la capacidad resistente necesaria global de la estructura, simplemente se está modificando su disposición. En el caso de estructuras de hormigón armado, dimensionando a partir de los resultados elásticos, se produce una gran concentración de armadura sobre los apoyos, por lo que la redistribución presenta la ventaja de aliviar el armado sobre los apoyos trasladándolo a los vanos. De esta manera se obtiene una disposición de armadura más equilibrada que permite facilitar la ejecución de la estructura. Esta ventaja se acentúa habitualmente en el caso de emplear análisis plástico.

3.1.3.5. Análisis plástico

Como se ha apuntado en el apartado anterior, los esfuerzos reales sobre una estructura pueden distar bastante de los esfuerzos calculados ya que hay variables se desconocen en el momento de realizar el cálculo. Normalmente, una estructura bajo cargas de servicio¹³ tiene todas sus secciones con tensiones dentro del rango elástico de los materiales. Sin embargo, bajo las cargas de cálculo¹⁴, las tensiones de los materiales pueden encontrarse en el rango plástico, por lo que no hay relación lineal entre las acciones y sus efectos sobre la estructura.

Por tanto, un análisis elástico puede ser adecuado para realizar comprobaciones ante estados límites de servicio, pero no es el mejor método para realizar comprobaciones en estados límites últimos.

La definición del Código Técnico de la Edificación (Ministerio de la Vivienda, 2006b) para estados límites de servicio y estados límites últimos (ver sección 3.2 en la página 57) es:

Los estados límite de servicio son los que, de ser superados, afectan al confort y al bienestar de los usuarios o de terceras personas, al correcto funcionamiento

¹³Valores representativos de las acciones.

¹⁴Cargas de servicio modificadas por los correspondientes coeficientes parciales de seguridad.

de del edificio o a la apariencia de la construcción.

Los estados límite últimos son los que, de ser superados, constituyen un riesgo para las personas, ya sea porque producen una puesta fuera de servicio del edificio o el colapso total o parcial del mismo.

En esta situación puede emplearse un método de análisis no lineal, también denominado *método plástico* o de *readaptación plástica*. Éstos métodos no dependen de la rigidez de las piezas como ocurría en el cálculo lineal, lo que simplifica, en este caso, notablemente el análisis.

La definición de método plástico, recogida en EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008). Artículo 19.2.4, es:

Es aquel que está basado en un comportamiento plástico, elasto-plástico o rígido-plástico de los materiales y que cumple al menos uno de los teoremas básicos de la plasticidad: el del límite inferior, el del límite superior o el de unicidad. Debe asegurarse que la ductilidad de las secciones críticas es suficiente para garantizar la formación del mecanismo de colapso planteado en el cálculo. El análisis plástico se podrá utilizar solo para comprobaciones de Estado Límite Último. Este método no está permitido cuando es necesario considerar efectos de segundo orden.

Se trata de buscar un diagrama de esfuerzos que, compatible con el equilibrio, se adapte a un patrón de armado previamente decidido. En una estructura hiperestática, gracias a la capacidad de las secciones de trabajar en rangos plásticos, hay infinitos diagramas de esfuerzos posibles que equilibran las cargas actuantes sobre la estructura. Con esta premisa, se trata de elegir, de entre todos los posibles, el que mejor se adapte a nuestras necesidades.

En general, en los métodos plásticos, se elige una posible configuración de rotura y se obtienen los esfuerzos para dicha configuración. Según el *Primer Teorema de Rotura*, o del *Límite Superior*¹⁵, lo que se obtiene es la seguridad respecto a esa configuración de rotura, pero podría existir una configuración de rotura no considerada en el análisis que colapsara para una carga última menor. Se ha obtenido por tanto, un límite superior del coeficiente de seguridad. Dicho coeficiente puede ser menor, pero no mayor. Este es un grave inconveniente del cálculo plástico, pero sólo lo es para aquellos sistemas estructurales cuyo comportamiento no es suficientemente conocido. En el caso de estructuras de barras, y más acentuado en el caso de vigas continuas, se conoce en general cual es la peor situación, lo que simplifica mucho el análisis, sin pérdida de fiabilidad.

El cálculo de forjados se realiza asimilando el mismo a una viga continua sobre apoyos, casi siempre puntuales. Es un modelo en el que se conoce perfectamente cuales son las configuraciones pésimas de rotura, por lo que su análisis se simplifica notablemente. Una práctica habitual es, partir de un análisis elástico, y proceder a redistribuir los esfuerzos obtenidos a

¹⁵Primer Teorema de Rotura o del Límite Inferior (Quintas, 2010). Enunciado: "A cualquier configuración de rotura correcta pero no real, le corresponde una carga de rotura mayor que la real" Corolario: "Si a las configuraciones de rotura correctas pero no reales les aplicamos la carga de rotura, los esfuerzos últimos que aparecen son siempre menores que los esfuerzos últimos de la configuración real de rotura".

conveniencia, con algunos límites a dicha redistribución motivados por la capacidad dúctil de la sección (ver capítulo 3.6).

En el caso de la normativa española EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008) los límites de redistribución se establecen en:

- En general: $r = 56 - 125 \frac{x}{d}$ (EHE-08. Art. 21.)

siendo:

r el porcentaje máximo de redistribución del momento de la sección crítica cuyo valor no debe superar el 30 % cuando se utilizan armaduras de acero tipo SD (alta ductilidad) y 20 % para aceros tipo S (ductilidad normal)

- Para forjados unidireccionales: redistribución máxima hasta igualar el momento de apoyo hasta el de vano (Art. 4. Anejo 12. EHE-08)

Es conveniente recordar que, en España, se han construido un elevadísimo número de metros cuadrados de forjados analizados por métodos plásticos, en gran medida, gracias al *método de las rótulas plásticas* propuesto por el profesor La Huerta (LaHuerta, 1967).

Dentro de las posibilidades que brinda el análisis plástico, hay dos métodos que se han venido empleando de manera generalizada en el cálculo de forjados: *el método plástico con igualación de momentos en apoyos y vanos* y, el previamente citado, *método de las rótulas plásticas*. Es muy interesante la variante de cálculo plástico consistente en emplear redistribuciones variables en función de las necesidades por ajuste de armado. Es lo que se conoce como *método por capacidad*.

Método plástico con igualación de momentos en apoyos y vanos

Como se ha mencionado anteriormente, aplicar el análisis plástico a una viga continua es una tarea muy sencilla, ya que se conoce de antemano su configuración de rotura. Basta con escoger, de entre de los infinitos diagramas de esfuerzos posibles, el que mejor se adapte a los condicionantes y necesidades estructurales. Una vez se han decidido los momentos flectores, se pueden dimensionar las secciones. Esta es una de las diferencias procedimentales más importante entre el cálculo elástico y el cálculo plástico. En el primero, se predimensionan las secciones y se procede al análisis de la estructura, mientras que en el segundo, se realiza el análisis y a continuación se dimensionan las secciones.

Evidentemente, la solución adoptada debe respetar el equilibrio entre momentos positivos y negativos, y debe cubrirse el valor total del momento isostático que, en las condiciones habituales de forjados de edificación, tiene el valor de $M_{isos} = ql^2/8$, correspondiente a carga uniformemente distribuida.

En el caso de los forjados, es práctica usual escoger un diagrama de esfuerzos en el que la capacidad resistente necesaria de las secciones, a momentos positivos y momentos negativos, sea lo más parecida posible (ver imagen 3.8). De esta manera se obtiene una distribución

más racionalizada de las armaduras en cada una de las secciones, evitando concentración de barras en los apoyos y disminuyendo la capacidad resistente sobrante en las secciones de vano debida a la disposición de cuantías mínimas de armado.

Por tanto, en un análisis plástico, se buscará igualar los momentos positivos en vano a los negativos en el apoyo, comenzando por los tramos más críticos, que son lo que mayor luz tienen.

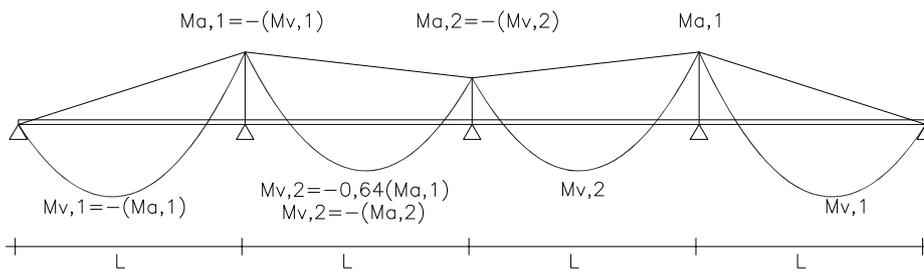


Figura 3.8: Análisis plástico. Gráfica de momentos

Esta estrategia tiene como ventaja adicional reducir la deformación al aumentar la armadura en el vano.

Método de las rótulas plásticas

El profesor Javier LaHuerta Vargas (LaHuerta, 1967) propone un sencillo método de cálculo de forjados basado en la capacidad de formación de rótulas plásticas en las secciones críticas. En los tramos isostáticos, como son los forjados biapoyados o voladizos, solo existe una sección crítica: la sección de vano en el caso de forjado biapoyado y la sección sobre el apoyo en el caso del voladizo. En los tramos hiperestáticos de primer grado, tales como los vanos extremos de forjados continuos, existen dos secciones críticas: la sección sobre el apoyo en continuidad y la sección en vano. En los tramos hiperestáticos de segundo grado, como son los vanos interiores de forjados continuos, existen tres secciones críticas: las secciones sobre los dos apoyos en continuidad y la sección en vano.

Se basa su propuesta en cuatro reglas (ver figura 3.9):

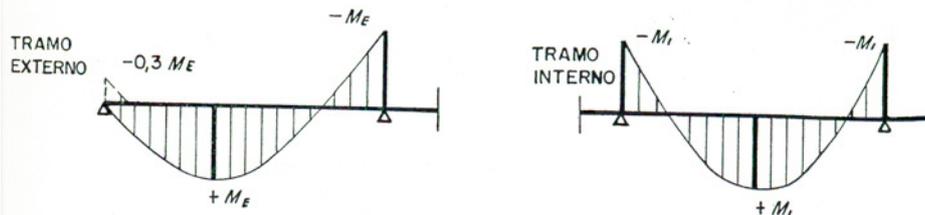
Primera regla: En las secciones críticas se igualan los valores absolutos de los momentos flectores.

Razones: Se aprovechan al máximo las posibilidades del forjado. La cuantía de las armaduras en vanos y apoyos es, casi exactamente, la misma, y por tanto la mínima posible. La sencillez de cálculo es muy grande.

Segunda regla: En los apoyos externos se considera aparte un momento flector negativo de valor no menor que 0,3 del máximo de vano. Si existe voladizo,

16. REGLAS DEL METODO DE LAS ROTULAS PLASTICAS

- 1.ª Regla: En las secciones críticas se igualan, en valor absoluto, los momentos flectores.
- 2.ª Regla: En los apoyos extremos se considera aparte un momento flector negativo.



- 3.ª Regla: En apoyos internos, con tramos desequilibrados, se toma el momento flector negativo del tramo que lo tenga mayor.
- 4.ª Regla: No se considera, salvo excepciones, el aumento de momento flector anterior para reducir los de otras secciones críticas.

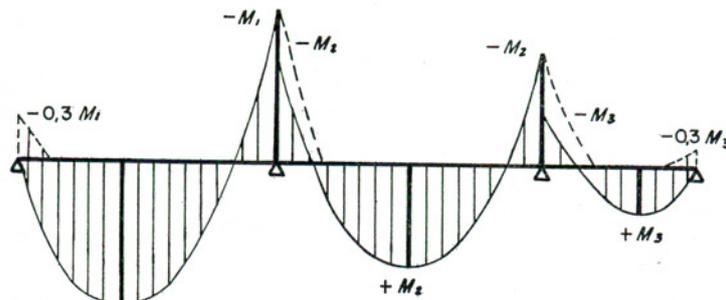


Figura 3.9: Reglas del método de las rótulas plásticas. (fuente: LaHuerta, 1967)

se considera el momento flector máximo del voladizo, si es mayor que el valor anterior.

Razones: Hay que prever la posibilidad de empotramiento elástico de los tramos externos, pero también la de que el momento flector que se produzca sea nulo o muy pequeño. Por ello salvo excepciones en que se haga un cálculo suficientemente exacto de estos momentos, lo que es muy complicado, se deben disponer armaduras arriba, pero sin considerar el empotramiento para reducir el momento flector del vano. Esto evita además complicar el cálculo.

Tercera regla: En los apoyos internos con tramos desequilibrados se toma el momento flector negativo del tramo que lo tenga mayor.

Razones: Se mantiene así la regla 1 en el tramo de momentos flectores mayores sin perjuicio para el otro. Evita complicar el cálculo.

Cuarta regla: No se considera, salvo excepciones, el aumento de momento flector

tor negativo producido por la aplicación de la segunda regla en un apoyo, para reducir los momentos flectores de otras secciones críticas.

Razones: Se tiene en cuenta así la posibilidad de empotramiento elástico en los elementos sustentantes de los apoyos internos, por rigidez a flexión de muros o pilares, o rigidez a torsión de vigas. También evita complicar el cálculo.

A partir de estas reglas propone unas fórmulas de uso muy simples (ver figuras 3.9 y 3.10).

Este método se ha mantenido vigente hasta el momento actual, aunque está siendo desplazado en la práctica por métodos de cálculo automático mediante análisis lineal redistribuido, con una clara pérdida de racionalidad conceptual y constructiva, al considerar el forjado como un conjunto de elementos lineales en lugar de un elemento monolítico. La norma EHE-08 incluye en su Anejo 12 (ver figura 3.11) un método simplificado basado en el propuesto por el profesor LaHuerta (LaHuerta, 1967).

17. FORMULAS DEL METODO DE LAS ROTULAS PLASTICAS		
I. TRAMO VOLADO		$M_o = -0,5 q l^2$ $M_a = -Qb$
II. TRAMO AISLADO		$M_i = M_o = -0,3 M_v$ $M_v = +0,125 q l^2$ $M_i = M_o = -0,3 M_v$ $M_v = + \frac{Qab}{l}$
III. TRAMO EXTERNO		$M_i = -0,3 M_v$ $M_v = +0,086 q l^2$ $M_o = -0,086 q l^2$ $M_i = -0,3 M_v$ $M_v = + \frac{Qab}{l+a}$ $M_o = - \frac{Qab}{l+a}$
IV. TRAMO INTERNO		$M_i = M_o = -0,063 q l^2$ $M_v = +0,063 q l^2$ $M_i = M_o = - \frac{Qab}{2l}$ $M_v = + \frac{Qab}{2l}$

Figura 3.10: Fórmulas del método de las rótulas plásticas. (fuente: LaHuerta, 1967)

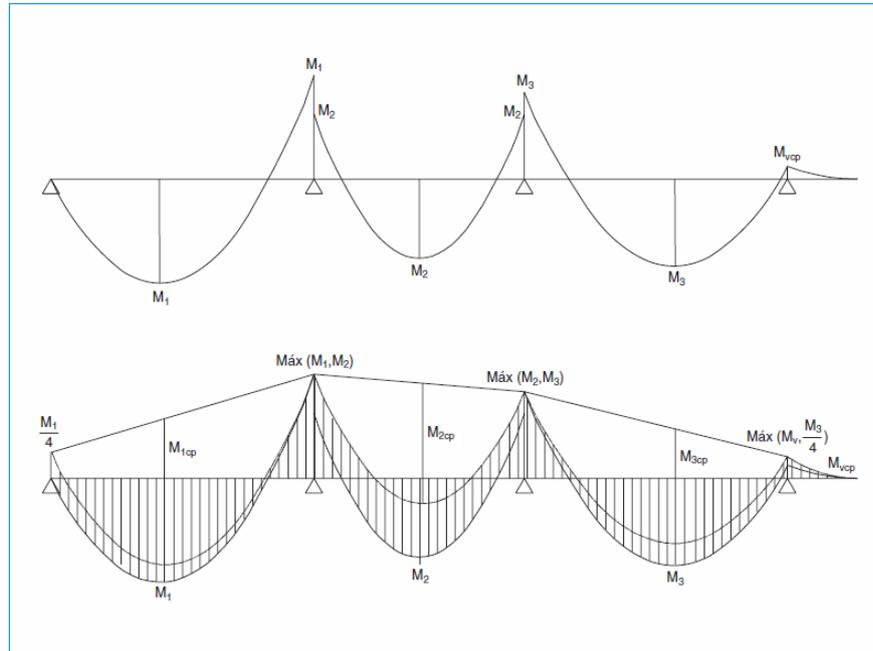


Figura 3.11: EHE-08. Método simplificado para la redistribución de esfuerzos en forjados. (fuente: Ministerio de Fomento, 2008)

Método por capacidad

En el caso general de las estructuras de hormigón y en el particular de los forjados unidireccionales, las capacidades resistentes necesarias obtenidas o decididas deben satisfacerse mediante un número determinado de armaduras de diámetros estándar. La imposibilidad de realizar un ajuste exacto de la capacidad resistente de la sección a la capacidad requerida, tiene como consecuencia pequeños sobredimensionados en todas y cada una de las secciones. Estos sobredimensionados tienden a incrementarse cuando se calcula el armado de la estructura intentando racionalizar y sistematizar su construcción. Disponer muchos diámetros diferentes, con objeto de intentar afinar la cantidad total de armadura, complica mucho su ejecución en obra, siendo necesario más tiempo para el montaje de la ferralla y un control mucho mayor para evitar errores. Es por tanto, práctica habitual y recomendable emplear dos o tres diámetros diferentes como máximo, por lo que el ajuste tiende a ser más holgado, provocando un sobredimensionamiento mayor.

Si se han decidido de antemano las combinaciones de armado que van a emplearse, podría afinarse el dimensionado si se intenta que la capacidad resistente necesaria, obtenida de las gráficas de momentos flectores, coincida en la mayor medida posible con la capacidad resistente de las secciones “disponibles”. Considerando que no es obligado, ni siquiera recomendable, que la redistribución de esfuerzos mantenga un patrón fijo, puede ajustarse la gráfica empleando el grado de redistribución que convenga, de manera que la gráfica se adapte a la resistencia de las secciones. Lógicamente, siempre habrá alguna sección, o de vano o de apoyo que, por cuestiones de equilibrio, al tener que cubrir el momento isostático del

vano, no pueda ajustarse. Aun así, el sobredimensionado se habrá reducido considerablemente. Una manera habitual de realizar este ajuste es fijar como límite inferior de redistribución la redistribución nula, esto es, los valores obtenidos mediante cálculo lineal, y como límite superior los correspondientes a igualar los valores de momentos flector en vano y apoyo. Sería posible redistribuir más, siempre y cuando se verifique la ductilidad de las secciones¹⁶. El procedimiento descrito, presenta una extraordinaria sencillez y eficacia cuando se realiza mediante métodos manuales, sin embargo, y debido a la gran cantidad de posibilidades, es complicado de implementar en un sistema de cálculo automático.

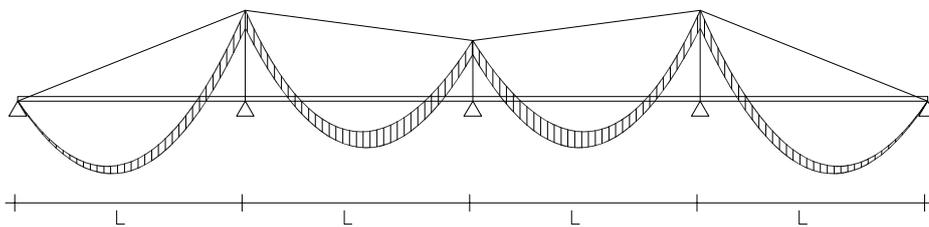


Figura 3.12: Límites superior e inferior

3.2. Bases de cálculo y acciones

Las acciones y bases de cálculo en la edificación se rigen por las disposiciones normativas recogidas en el Código Técnico de la Edificación (Ministerio de la Vivienda, 2006a).

CAPÍTULO 1 Disposiciones generales

Artículo 1. Objeto.

1. El Código Técnico de la Edificación, en adelante CTE, es el marco normativo por el que se regulan las exigencias básicas de calidad que deben cumplir los edificios, incluidas sus instalaciones, para satisfacer los requisitos básicos de seguridad y habitabilidad, en desarrollo de lo previsto en la disposición adicional segunda de la Ley 38/1999, de 5 de noviembre, de Ordenación de la Edificación, en adelante LOE.

2. El CTE establece dichas exigencias básicas para cada uno de los requisitos básicos de «seguridad estructural», «seguridad en caso de incendio», «seguridad de utilización», «higiene, salud y protección del medio ambiente», «protección contra el ruido» y «ahorro de energía y aislamiento térmico», establecidos en el artículo 3 de la LOE, y pro-

¹⁶EHE-08. Artículo 19.2.4: “Debe asegurarse que la ductilidad de las secciones críticas es suficiente para garantizar la formación del mecanismo de colapso planteado en el cálculo.”

porciona procedimientos que permiten acreditar su cumplimiento con suficientes garantías técnicas.

3. Los requisitos básicos relativos a la «funcionalidad» y los aspectos funcionales de los elementos constructivos se regirán por su normativa específica.

4. Las exigencias básicas deben cumplirse en el proyecto, la construcción, el mantenimiento y la conservación de los edificios y sus instalaciones

Artículo 2. Ámbito de aplicación.

1. El CTE será de aplicación, en los términos establecidos en la LOE y con las limitaciones que en el mismo se determinan, a las edificaciones públicas y privadas cuyos proyectos precisen disponer de la correspondiente licencia o autorización legalmente exigible.

2. El CTE se aplicará a las obras de edificación de nueva construcción, excepto a aquellas construcciones de sencillez técnica y de escasa entidad constructiva, que no tengan carácter residencial o público, ya sea de forma eventual o permanente, que se desarrollen en una sola planta y no afecten a la seguridad de las personas.

3. Igualmente, el CTE se aplicará a las obras de ampliación, modificación, reforma o rehabilitación que se realicen en edificios existentes, siempre y cuando dichas obras sean compatibles con la naturaleza de la intervención y, en su caso, con el grado de protección que puedan tener los edificios afectados. La posible incompatibilidad de aplicación deberá justificarse en el proyecto y, en su caso, compensarse con medidas alternativas que sean técnica y económicamente viables.

3.2.1. Bases de cálculo

Las bases y principios de cálculo que deben ser considerados se especifican en el documento, incluido en el Código Técnico: *Seguridad Estructuras. Bases de cálculo.*

Introducción

I Objeto

Este Documento Básico (DB) tiene por objeto establecer reglas y procedimientos que permitan cumplir las exigencias básicas de seguridad estructural. La correcta aplicación del conjunto del DB supone que se satisface el requisito básico “Seguridad estructural”.

Tanto el objetivo del requisito básico “Seguridad estructural”, como las exigencias básicas se establecen en el artículo 10 de la Parte I de este CTE y son los siguientes:

Artículo 10. Exigencias básicas de seguridad estructural (SE)

1. El objetivo del requisito básico "Seguridad estructural" consiste en asegurar que el edificio tiene un comportamiento estructural adecuado frente a las acciones e influencias previsibles a las que pueda estar sometido durante su construcción y uso previsto.

2. Para satisfacer este objetivo, los edificios se proyectarán, fabricarán, construirán y mantendrán de forma que cumplan con una fiabilidad adecuada las exigencias básicas que se establecen en los apartados siguientes.

3. Los Documentos Básicos "DB-SE Seguridad Estructural", "DB-SE-AE Acciones en la Edificación", "DB-SE-C Cimientos", "DB-SE-A Acero", "DB-SE-F Fábrica" y "DB-SE-M Madera", especifican parámetros objetivos y procedimientos cuyo cumplimiento asegura la satisfacción de las exigencias básicas y la superación de los niveles mínimos de calidad propios del requisito básico de seguridad estructural.

10.1. *Exigencia básica SE 1: Resistencia y estabilidad* La resistencia y la estabilidad serán las adecuadas para que no se generen riesgos indebidos, de forma que se mantenga la resistencia y la estabilidad frente a las acciones e influencias previsibles durante las fases de construcción y usos previstos de los edificios, y que un evento extraordinario no produzca consecuencias desproporcionadas respecto a la causa original y se facilite el mantenimiento previsto.

10.2. *Exigencia básica SE 2: Aptitud al servicio* La aptitud al servicio será conforme con el uso previsto del edificio, de forma que no se produzcan deformaciones inadmisibles, se limite a un nivel aceptable la probabilidad de un comportamiento dinámico inadmisibles y no se produzcan degradaciones o anomalías inadmisibles.

3.2.1.1. Estados límite

Para el presente trabajo de investigación, tienen influencia las prescripciones referidas a la comprobación ante estados límites últimos y, de manera indirecta, la comprobación ante estados límites de servicio. Estos conceptos se definen en el Código Técnico como:

3.2 Estados límite

1 Se denominan estados límite aquellas situaciones para las que, de ser superadas, puede considerarse que el edificio no cumple alguna de los requisitos estructurales para las que ha sido concebido.

3.2.1 Estados límite últimos

1 Los estados límite últimos son los que, de ser superados, constituyen un riesgo para las personas, ya sea porque producen una puesta fuera de servicio del edificio o el colapso total o parcial del mismo.

2 Como estados límite últimos deben considerarse los debidos a:

a) pérdida del equilibrio del edificio, o de una parte estructuralmente independiente, considerado como un cuerpo rígido;

b) fallo por deformación excesiva, transformación de la estructura o de parte de ella en un mecanismo, rotura de sus elementos estructurales (incluidos los apoyos y la cimentación) o de sus uniones, o inestabilidad de elementos estructurales incluyendo los originados por efectos dependientes del tiempo (corrosión, fatiga).

3.2.2 Estados límite de servicio

1 Los estados límite de servicio son los que, de ser superados, afectan al confort y al bienestar de los usuarios o de terceras personas, al correcto funcionamiento de del edificio o a la apariencia de la construcción.

2 Los estados límite de servicio pueden ser reversibles e irreversibles. La reversibilidad se refiere a las consecuencias que excedan los límites especificados como admisibles, una vez desaparecidas las acciones que las han producido.

3 Como estados límite de servicio deben considerarse los relativos a:

a) las deformaciones (flechas, asientos o desplomes) que afecten a la apariencia de la obra, al confort de los usuarios, o al funcionamiento de equipos e instalaciones; Documento Básico SE Seguridad Estructural SE - 6

b) las vibraciones que causen una falta de confort de las personas, o que afecten a la funcionalidad de la obra;

c) los daños o el deterioro que pueden afectar desfavorablemente a la apariencia, a la durabilidad o a la funcionalidad de la obra.

3.2.1.2. Variables básicas

Para la realización del análisis estructural en los modelos considerados, intervienen una serie de variables básicas como son: acciones; valores geométricos y materiales.

Acciones

Las acciones pueden clasificarse por diversos criterios, siendo el más empleado el criterio de variabilidad en el tiempo, del que dependerán los coeficientes parciales de seguridad a tener en cuenta en el cálculo. En el Código Técnico se realiza la siguiente división, que es coincidente con el de la mayoría de las normativas internacionales.

Las acciones a considerar en el cálculo se clasifican por su variación en el tiempo en:

a) acciones permanentes (G): Son aquellas que actúan en todo instante sobre el edificio con posición constante. Su magnitud puede ser constante (como el peso propio de los elementos constructivos o las acciones y empujes del terreno) o no (como las acciones reológicas o el pretensado), pero con variación despreciable o tendiendo monótonamente hasta un valor límite.

b) acciones variables (Q): Son aquellas que pueden actuar o no sobre el edificio, como las debidas al uso o las acciones climáticas.

c) acciones accidentales (A): Son aquellas cuya probabilidad de ocurrencia es pequeña pero de gran importancia, como sismo, incendio, impacto o explosión. Las deformaciones impuestas (asientos, retracción, etc.) se considerarán como acciones permanentes o variables, atendiendo a su variabilidad.

Las acciones se describen por una serie de valores representativos, siendo los más utilizados el *valor característico*, el *valor de combinación*, el *valor frecuente* y el *valor casi permanente*. A partir de alguno de estos valores, se obtendrá el *valor de cálculo*, con el que se realizan las comprobaciones y cálculos, multiplicando o dividiendo dicho valor representativo mediante el correspondiente coeficiente parcial de seguridad para las acciones.

El **valor característico** de una acción puede venir determinado por un valor medio, un valor nominal o, en los casos en que se fije mediante criterios estadísticos, por un valor correspondiente a una determinada probabilidad de no ser superado durante un período de referencia, que tiene en cuenta la vida útil de la estructura y la duración de la acción. Es el valor que mejor y más fielmente describe la acción.

En el Código Técnico de la Edificación (Ministerio de la Vivienda, 2006b) se define como:

3.3.2.2 Valor característico

1 El valor característico de una acción, F_k , se define, según el caso, por su valor medio, por un fractil superior o inferior, o por un valor nominal.

2 Como valor característico de las acciones permanentes, G_k , se adopta, normalmente, su valor medio. En los casos en los que la variabilidad de una acción permanente pueda ser importante (con un coeficiente de variación superior entre 0,05 y 0,1, dependiendo de las características de la estructura), o cuando la respuesta estructural sea muy sensible a

la variación de la misma, se considerarán dos valores característicos: un valor característico superior, correspondiente al fractil del 95 % y un valor característico inferior, correspondiente al fractil 5 %, suponiendo una distribución estadística normal.

3 Para la acción permanente debida al pretensado, P , se podrá definir, en cada instante t , un valor característico superior, $P_{k,sup}(t)$, y un valor característico inferior, $P_{k,inf}(t)$. En algunos casos, el pretensado también se podrá representar por su valor medio, $P_m(t)$.

4 Como valor característico de las acciones variables, Q_k , se adopta, normalmente, alguno de los siguientes valores:

- a) un valor superior o inferior con una determinada probabilidad de no ser superado en un periodo de referencia específico;
- b) un valor nominal, en los casos en los que se desconozca la correspondiente distribución estadística.

5 En el caso de las acciones climáticas, los valores característicos están basados en una probabilidad anual de ser superado de 0,02, lo que corresponde a un periodo de retorno de 50 años.

6 Las acciones accidentales se representan por un valor nominal. Este valor nominal se asimila, normalmente, al valor de cálculo.

El **valor de combinación** es el que se considera cuando la acción actúa conjuntamente con otra acción variable estadísticamente independiente. Suele obtenerse el valor de combinación a partir del valor característico, que se reduce multiplicado por un factor que suele denominarse *coeficiente de combinación*.

Para la verificación de la capacidad portante de la estructura se emplea en combinaciones de acciones correspondientes a situación persistente o transitoria. Para la verificación de la aptitud al servicio se emplea en combinaciones de acciones del tipo denominado *característica*, que tiene en cuenta los efectos, debidos a las acciones de corta duración, que pueden resultar irreversibles.

En el Código Técnico se define como:

El valor de combinación de una acción variable representa su intensidad en caso de que, en un determinado periodo de referencia, actué simultáneamente con otra acción variable, estadísticamente independiente, cuya intensidad sea extrema. En este DB se representa como el valor característico multiplicado por un coeficiente Ψ_0 .

El **valor frecuente** de una acción variable es sobrepasado sólo en periodos de corta duración respecto de la vida útil de la estructura.

Para la verificación de la capacidad portante de la estructura, el valor de combinación se emplea en combinaciones de acciones correspondientes a situaciones accidentales. Para

la verificación de la aptitud al servicio, se emplea en combinaciones de acciones del tipo denominado *frecuente*, que tiene en cuenta los efectos debidos a las acciones de corta duración que pueden resultar reversibles.

En el Código Técnico se define como:

El valor frecuente de una acción variable se determina de manera que sea superado durante el 1 % del tiempo de referencia. En este DB se representa como el valor característico multiplicado por un coeficiente Ψ_1 .

El **valor casipermanente** de una acción variable es sobrepasado durante una gran parte de la vida de la vida útil de la estructura.

Para la verificación de la capacidad portante de la estructura se emplea en combinaciones de acciones correspondientes a situaciones accidentales. Para la verificación de la aptitud al servicio se emplea en combinaciones de acciones del tipo denominado *casi permanente*, que tiene en cuenta los efectos debidos a las acciones de larga duración.

En el Código Técnico se define como:

El valor casi permanente de una acción variable se determina de manera que sea superado durante el 50 % del tiempo de referencia. En este DB se representa como el valor característico multiplicado por un coeficiente Ψ_2 .

Valores geométricos

Hay una serie de valores geométricos que se obtienen de la definición arquitectónica del edificio, como son: luces; alturas; situación de los elementos portantes; etc. Estos valores suelen obtenerse de los documentos, en fase de elaboración, del proyecto de ejecución.

Hay otra serie de valores que tienen que definirse previamente a realizar el cálculo: materiales estructurales; dimensiones de pilares; vigas; forjados y otros elementos. La elección de unos valores previos para estas variables es lo que se denomina habitualmente *predimensionado* de la estructura. Con los valores adoptados en un inicio se procederá al cálculo de estructura, siendo necesario revisar la adecuación del predimensionado a los resultados obtenidos para redefinir el mismo, si fuera necesario, y volver a realizar el cálculo. Es un proceso realizado por tanteos, cuyo número suele depender de la pericia del proyectista.

Para los valores geométricos suele considerarse el valor característico, esto es, sin afectar por ningún coeficiente parcial de seguridad.

Los valores considerados en los cálculos deben comprobarse durante la ejecución de las obras, debido a la importante influencia que tienen los mismos sobre el dimensionado de los elementos estructurales.

En el Código Técnico se especifica:

1 Los datos geométricos se representan por sus valores característicos, para los cuales en el proyecto se adoptarán los valores nominales deducidos de los planos.

En el caso de que se conozca su distribución estadística con suficiente precisión, los datos geométricos podrán representarse por un determinado fractil de dicha distribución.

2 Si las desviaciones en el valor de una dimensión geométrica pueden tener influencia significativa en la fiabilidad estructural, como valor de cálculo debe tomarse el nominal más la desviación prevista.

Materiales

De cara a considerar la resistencia de los materiales el Código Técnico especifica:

1. Las propiedades de la resistencia de los materiales o de los productos se representan por sus valores característicos.

2. En el caso de que la verificación de algún estado límite resulte sensible a la variabilidad de alguna de las propiedades de un material, se considerarán dos valores característicos, superior e inferior, de esa propiedad, definidos por el fractil 95 % o el 5 % según que el efecto sea globalmente desfavorable o favorable.

3. Los valores de las propiedades de los materiales o de los productos podrán determinarse experimentalmente a través de ensayos. Cuando sea necesario, se aplicará un factor de conversión con el fin de extrapolar los valores experimentales en valores que representen el comportamiento del material o del producto en la estructura o en el terreno.

4 Las propiedades relativas a la rigidez estructural, se representan por su valor medio. No obstante, dependiendo de la sensibilidad del comportamiento estructural frente a la variabilidad de estas características, será necesario emplear valores superiores o inferiores al valor medio (por ejemplo en el análisis de problemas de inestabilidad). En cualquier caso, se tendrá en cuenta la dependencia de estas propiedades respecto de la duración de la aplicación de las acciones.

5 A falta de prescripciones en otro sentido, las características relativas a la dilatación térmica se representan por su valor medio.

Además de las prescritas por el Código Técnico, los materiales estructurales considerados en este trabajo de investigación, deben cumplir las prescripciones establecidas en la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008).

El cumplimiento de ambas normativas se detalla en la sección 3.3.

3.2.1.3. Verificaciones basadas en coeficientes parciales

Los valores representativos de cada una de las acciones se modifican mediante un coeficiente denominado *coeficiente parcial de seguridad*, dependiendo de la combinación de acciones que se esté considerando.

El valor de dichos coeficientes y las combinaciones que deben usarse para la comprobación de cada estado límite último se definen en el Código Técnico de la siguiente manera:

4 Verificaciones basadas en coeficientes parciales

4.1 Generalidades

1 En la verificación de los estados límite mediante coeficientes parciales, para la determinación del efecto de las acciones, así como de la respuesta estructural, se utilizan los valores de cálculo de las variables, obtenidos a partir de sus valores característicos, u otros valores representativos, multiplicándolos o dividiéndolos por los correspondientes coeficientes parciales para las acciones y la resistencia, respectivamente.

2 Los valores de cálculo no tienen en cuenta la influencia de errores humanos groseros. Estos deben evitarse mediante una dirección de obra, utilización, inspección y mantenimiento adecuados.

4.2 Capacidad portante

4.2.1 Verificaciones

1 Se considera que hay suficiente estabilidad del conjunto del edificio o de una parte independiente del mismo, si para todas las situaciones de dimensionado pertinentes, se cumple la siguiente condición. $E_{d,dst} \leq E_{d,stab}$ (4.1) siendo $E_{d,dst}$ valor de cálculo del efecto de las acciones desestabilizadoras y $E_{d,stab}$ valor de cálculo del efecto de las acciones estabilizadoras.

2 Se considera que hay suficiente resistencia de la estructura portante, de un elemento estructural, sección, punto o de una unión entre elementos, si para todas las situaciones de dimensionado pertinentes, se cumple la siguiente condición. $E_d \leq R_d$ (4.2) siendo E_d valor de cálculo del efecto de las acciones y R_d valor de cálculo de la resistencia correspondiente.

4.2.2 Combinación de acciones

1 El valor de cálculo de los efectos de las acciones correspondiente a una situación persistente o transitoria, se determina mediante combinaciones de acciones a partir de la expresión

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.3)$$

es decir, considerando la actuación simultánea de:

- a) todas las acciones permanentes, en valor de cálculo ($\gamma_G \cdot G_k$), incluido el pretensado ($\gamma_P \cdot P$);

b) una acción variable cualquiera, en valor de cálculo ($\gamma_Q \cdot Q_k$), debiendo adoptarse como tal una tras otra sucesivamente en distintos análisis;

c) el resto de las acciones variables, en valor de cálculo de combinación ($\gamma_Q \cdot \Psi_0 \cdot Q_k$).

Los valores de los coeficientes de seguridad, γ , se establecen en la tabla 4.1 (ver Figura 3.2.1.3) para cada tipo de acción, atendiendo para comprobaciones de resistencia a si su efecto es desfavorable o favorable, considerada globalmente.

Para comprobaciones de estabilidad, se diferenciará, aun dentro de la misma acción, la parte favorable (la estabilizadora), de la desfavorable (la desestabilizadora).

Los valores de los coeficientes de simultaneidad, Ψ , se establecen en la tabla 4.2 (ver Figura 3.2.1.3)

2 El valor de cálculo de los efectos de las acciones correspondiente a una situación extraordinaria, se determina mediante combinaciones de acciones a partir de la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P + A_d + \gamma_{Q,1} \cdot \Psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.4)$$

es decir, considerando la actuación simultánea de:

todas las acciones permanentes, en valor de cálculo ($\gamma_G \cdot G_k$), incluido el pretensado ($\gamma_P \cdot P$);

una acción accidental cualquiera, en valor de cálculo (A_d), debiendo analizarse sucesivamente con cada una de ellas.

una acción variable, en valor de cálculo frecuente ($\gamma_Q \cdot \Psi_1 \cdot Q_k$), debiendo adoptarse como tal, una tras otra sucesivamente en distintos análisis con cada acción accidental considerada.

el resto de las acciones variables, en valor de cálculo casi permanente ($\gamma_Q \cdot \Psi_2 \cdot Q_k$).

En situación extraordinaria, todos los coeficientes de seguridad ($\gamma_G, \gamma_P, \gamma_Q$), son iguales a cero si su efecto es favorable, o a la unidad si es desfavorable, en los términos anteriores.

3 En los casos en los que la acción accidental sea la acción sísmica, todas las acciones variables concomitantes se tendrán en cuenta con su valor casi permanente, según la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.5)$$

Tabla 4.1 Coeficientes parciales de seguridad (γ) para las acciones

Tipo de verificación ⁽¹⁾	Tipo de acción	Situación persistente o transitoria	
		desfavorable	favorable
Resistencia	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,35	0,80
	Empuje del terreno	1,35	0,70
	Presión del agua	1,20	0,90
	Variable	1,50	0
Estabilidad		desestabilizadora	estabilizadora
	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,10	0,90
	Empuje del terreno	1,35	0,80
	Presión del agua	1,05	0,95
	Variable	1,50	0

⁽¹⁾ Los coeficientes correspondientes a la verificación de la resistencia del terreno se establecen en el DB-SE-C

Figura 3.13: CTE. Tabla 4.1. Coeficientes parciales de seguridad para las acciones.

Tabla 4.2 Coeficientes de simultaneidad (ψ)

	ψ_1	ψ_2	ψ_3
Sobrecarga superficial de uso (Categorías según DB-SE-AE)			
• Zonas residenciales (Categoría A)	0,7	0,5	0,3
• Zonas administrativas (Categoría B)	0,7	0,5	0,3
• Zonas destinadas al público (Categoría C)	0,7	0,7	0,6
• Zonas comerciales (Categoría D)	0,7	0,7	0,6
• Zonas de tráfico y de aparcamiento de vehículos ligeros con un peso total inferior a 30 kN (Categoría E)	0,7	0,7	0,6
• Cubiertas transitables (Categoría F)		⁽¹⁾	
• Cubiertas accesibles únicamente para mantenimiento (Categoría G)	0	0	0
Nieve			
• para altitudes > 1000 m	0,7	0,5	0,2
• para altitudes ≤ 1000 m	0,5	0,2	0
Viento	0,6	0,5	0
Temperatura	0,6	0,5	0
Acciones variables del terreno	0,7	0,7	0,7

⁽¹⁾ En las cubiertas transitables, se adoptarán los valores correspondientes al uso desde el que se accede.

Figura 3.14: CTE. Tabla 4.2. Coeficientes de simultaneidad.

4.2.3 Comportamiento no lineal

1 En los casos en los que la relación entre las acciones y su efecto no pueda aproximarse de forma lineal, para la determinación de los valores

de cálculo de los efectos de las acciones debe realizarse un análisis no lineal, siendo suficiente considerar que:

a) si los efectos globales de las acciones crecen más rápidamente que ellas, los coeficientes parciales se aplican al valor representativo de las acciones, al modo establecido en los apartados anteriores.

b) si los efectos globales de las acciones crecen más lentamente que ellas, los coeficientes parciales se aplican a los efectos de las acciones, determinados a partir de los valores representativos de las mismas.

4.2.4 Valor de cálculo de la resistencia

1 El valor de cálculo de la resistencia de una estructura, elemento, sección punto o unión entre elementos se obtiene de cálculos basados en sus características geométricas a partir de modelos de comportamiento del efecto analizado, y de la resistencia de cálculo, f_d , de los materiales implicados, que en general puede expresarse como cociente entre la resistencia característica, f_k , y el coeficiente de seguridad del material.

2 Por lo que respecta al material o materiales implicados, la resistencia de cálculo puede asimismo expresarse como función del valor medio del factor de conversión de la propiedad implicada, determinada experimentalmente, para tener en cuenta las diferencias entre las condiciones de los ensayos y el comportamiento real, y del coeficiente parcial para dicha propiedad del material.

3 En su formulación más general, la resistencia de cálculo puede expresarse en función de las variables antedichas, y el coeficiente parcial para el modelo de resistencia y las desviaciones geométricas, en el caso de que estas no se tengan en cuenta explícitamente.

4.2 Aptitud al Servicio

4.3.1 Verificaciones

Se considera que hay un comportamiento adecuado, en relación con las deformaciones, las vibraciones o el deterioro, si se cumple, para las situaciones de dimensionado pertinentes, que el efecto de las acciones no alcanza el valor límite admisible establecido para dicho efecto.

4.3.2 Combinación de acciones:

1 Para cada situación de dimensionado y criterio considerado, los efectos de las acciones se determinarán a partir de la correspondiente combinación de acciones e influencias simultáneas, de acuerdo con los criterios que se establecen a continuación.

2 Los efectos debidos a las acciones de corta duración que pueden resultar irreversibles, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado característica, a partir de la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.6)$$

Es decir, considerando la actuación simultánea de:

- a) todas las acciones permanentes, en valor característico (G_k);
- b) una acción variable cualquiera, en valor característico (Q_k), debiendo adoptarse como tal una tras otra sucesivamente en distintos análisis;
- c) el resto de las acciones variables, en valor de combinación ($\Psi_0 \cdot Q_k$).

3 Los efectos debidos a las acciones de corta duración que pueden resultar reversibles, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado frecuente, a partir de la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.7)$$

Es decir, considerando la actuación simultánea de:

- a) todas las acciones permanentes, en valor característico (G_k);
- b) una acción variable cualquiera, en valor frecuente ($\Psi_1 \cdot Q_k$), debiendo adoptarse como tal una tras otra sucesivamente en distintos análisis;
- c) el resto de las acciones variables, en valor casi permanente ($\Psi_2 \cdot Q_k$).

4 Los efectos debidos a las acciones de larga duración, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado casi permanente, a partir de la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.8)$$

Es decir, considerando la actuación simultánea de:

- a) todas las acciones permanentes, en valor característico (G_k);
- b) todas las acciones variables, en valor casi permanente ($\Psi_2 \cdot Q_k$).

4.3.3 Deformaciones

4.3.3.1 :

1 Cuando se considere la integridad de los elementos constructivos, se admite que la estructura horizontal de un piso o cubierta es suficientemente rígida si, para cualquiera de sus piezas, ante cualquier combinación de acciones característica, considerando sólo las deformaciones que se producen después de la puesta en obra del elemento, la flecha relativa es menor que:

a) $1/500$ en pisos con tabiques frágiles (como los de gran formato, rasillones, o placas) o pavimentos rígidos sin juntas;

b) $1/400$ en pisos con tabiques ordinarios o pavimentos rígidos con juntas;

c) $1/300$ en el resto de los casos.

2 Cuando se considere el confort de los usuarios, se admite que la estructura horizontal de un piso o cubierta es suficientemente rígida si, para cualquiera de sus piezas, ante cualquier combinación de acciones característica, considerando solamente las acciones de corta duración, la flecha relativa, es menor que $1/350$.

3 Cuando se considere la apariencia de la obra, se admite que la estructura horizontal de un piso o cubierta es suficientemente rígida si, para cualquiera de sus piezas, ante cualquier combinación de acciones casi permanente, la flecha relativa es menor que $1/300$.

4 Las condiciones anteriores deben verificarse entre dos puntos cualesquiera de la planta, tomando como luz el doble de la distancia entre ellos. En general, será suficiente realizar dicha comprobación en dos direcciones ortogonales.

5 En los casos en los que los elementos dañables (por ejemplo tabiques, pavimentos) reaccionan de manera sensible frente a las deformaciones (flechas o desplazamientos horizontales) de la estructura portante, además de la limitación de las deformaciones se adoptarán medidas constructivas apropiadas para evitar daños. Estas medidas resultan particularmente indicadas si dichos elementos tienen un comportamiento frágil.

3.2.2. Evaluación de acciones

Las acciones sobre las estructuras se especifican en el documento, incluido en el Código Técnico, *Seguridad Estructuras. Acciones en la Edificación*. Las acciones consideradas para el desarrollo de este trabajo de investigación son las correspondientes al peso propio, dentro de la categoría de acciones permanentes, y las correspondientes a sobrecarga de uso, dentro de la categoría de acciones variables.

2 Acciones permanentes

2.1 Peso propio

1 El peso propio a tener en cuenta es el de los elementos estructurales, los cerramientos y elementos separadores, la tabiquería, todo tipo de carpinterías, revestimientos (como pavimentos, guarnecidos, enlucidos, falsos techos), rellenos (como los de tierras) y equipo fijo.

2 El valor característico del peso propio de los elementos constructivos, se determinará, en general, como su valor medio obtenido a partir de las dimensiones nominales y de los pesos específicos medios. En el Anejo C se incluyen los pesos de materiales, productos y elementos constructivos típicos.

3 En el caso de tabiques ordinarios cuyo peso por metro cuadrado no sea superior a 1,2 kN/m² y cuya distribución en planta sea sensiblemente homogénea, su peso propio podrá asimilarse a una carga equivalente uniformemente distribuida. Como valor de dicha carga equivalente se podrá adoptar el valor del peso por metro cuadrado de alzado multiplicado por la razón entre la superficie de tabiquería y la de la planta considerada. En el caso de tabiquería más pesada, ésta podrá asimilarse al mismo valor de carga equivalente uniforme citado más un incremento local, de valor igual al exceso de peso del tabique respecto a 1,2 kN por m² de alzado. En general, en viviendas bastará considerar como peso propio de la tabiquería una carga de 1,0 kN por cada m² de superficie construida.

4 Si se procede por medición directa del peso de la tabiquería proyectada, deberán considerarse las alteraciones y modificaciones que sean razonables en la vida del edificio.

5 El peso de las fachadas y elementos de compartimentación pesados, tratados como acción local, se asignará como carga a aquellos elementos que inequívocamente vayan a soportarlos, teniendo en cuenta, en su caso, la posibilidad de reparto a elementos adyacentes y los efectos de arcos de descarga. En caso de continuidad con plantas inferiores, debe considerarse, del lado de la seguridad del elemento, que la totalidad de su peso gravita sobre sí mismo.

6 El valor característico del peso propio de los equipos e instalaciones fijas, tales como calderas colectivas, transformadores, aparatos de elevación, o torres de refrigeración, debe definirse de acuerdo con los valores aportados por los suministradores.

3 Acciones variables

3.1 Sobrecarga de uso

1 La sobrecarga de uso es el peso de todo lo que puede gravitar sobre el edificio por razón de su uso.

2 La sobrecarga de uso debida a equipos pesados, o a la acumulación de materiales en bibliotecas, almacenes o industrias, no está recogida en los valores contemplados en este Documento Básico, debiendo determinarse de acuerdo con los valores del suministrador o las exigencias de la propiedad.

3.1.1 Valores de la sobrecarga

1 Por lo general, los efectos de la sobrecarga de uso pueden simularse por la aplicación de una carga distribuida uniformemente. De acuerdo con el uso que sea fundamental en cada zona del mismo, como valores característicos se adoptarán los de la Tabla 3.1. Dichos valores incluyen tanto los efectos derivados del uso normal, personas, mobiliario, enseres, mercancías habituales, contenido de los conductos, maquinaria y en su caso vehículos, así como las derivadas de la utilización poco habitual, como acumulación de personas, o de mobiliario con ocasión de un traslado.

2 Asimismo, para comprobaciones locales de capacidad portante, debe considerarse una carga concentrada actuando en cualquier punto de la zona. Dicha carga se considerará actuando simultáneamente con la sobrecarga uniformemente distribuida en las zonas de uso de tráfico y aparcamiento de vehículos ligeros, y de forma independiente y no simultánea con ella en el resto de los casos. Dichas carga concentrada se considerará aplicadas sobre el pavimento acabado en una superficie cuadrada de 200 mm en zonas uso de tráfico y aparcamiento y de 50 mm de lado en el resto de los casos.

3 En las zonas de acceso y evacuación de los edificios de las zonas de categorías A y B, tales como portales, mesetas y escaleras, se incrementará el valor correspondiente a la zona servida en 1 kN/m².

4 Para su comprobación local, los balcones volados de toda clase de edificios se calcularán con la sobrecarga de uso correspondiente a la categoría de uso con la que se comunique, más una sobrecarga lineal actuando en sus bordes de 2 kN/m.

5 Para las zonas de almacén o biblioteca, se consignará en la memoria del proyecto y en las instrucciones de uso y mantenimiento el valor de sobrecarga media, y en su caso, distribución de carga, para la que se ha calculado la zona, debiendo figurar en obra una placa con dicho valor

6 En porches, aceras y espacios de tránsito situados sobre un elemento portante o sobre un terreno que desarrolla empujes sobre otros elementos estructurales, se considerará una sobrecarga de uso de 1 kN/m² si

Tabla 3.1. Valores característicos de las sobrecargas de uso

Categoría de uso		Subcategorías de uso		Carga uniforme [kN/m ²]	Carga concentrada [kN]
A	Zonas residenciales	A1	Viviendas y zonas de habitaciones en, hospitales y hoteles	2	2
		A2	Trasteros	3	2
B	Zonas administrativas			2	2
C	Zonas de acceso al público (con la excepción de las superficies pertenecientes a las categorías A, B, y D)	C1	Zonas con mesas y sillas	3	4
		C2	Zonas con asientos fijos	4	4
		C3	Zonas sin obstáculos que impidan el libre movimiento de las personas como vestíbulos de edificios públicos, administrativos, hoteles; salas de exposición en museos; etc.	5	4
		C4	Zonas destinadas a gimnasio u actividades físicas	5	7
		C5	Zonas de aglomeración (salas de conciertos, estadios, etc)	5	4
D	Zonas comerciales	D1	Locales comerciales	5	4
		D2	Supermercados, hipermercados o grandes superficies	5	7
E	Zonas de tráfico y de aparcamiento para vehículos ligeros (peso total < 30 kN)			2	20 ⁽¹⁾
F	Cubiertas transitables accesibles sólo privadamente ⁽²⁾			1	2
G	Cubiertas accesibles únicamente para conservación ⁽³⁾	G1 ⁽⁷⁾	Cubiertas con inclinación inferior a 20°	1 ⁽⁴⁾⁽⁶⁾	2
			Cubiertas ligeras sobre correas (sin forjado) ⁽⁵⁾	0,4 ⁽⁴⁾	1
		G2	Cubiertas con inclinación superior a 40°	0	2

⁽¹⁾ Deben descomponerse en dos cargas concentradas de 10 kN separadas entre sí 1,8 m. Alternativamente dichas cargas se podrán sustituir por una sobrecarga uniformemente distribuida en la totalidad de la zona de 3,0 kN/m² para el cálculo de elementos secundarios, como nervios o viguetas, doblemente apoyados, de 2,0 kN/m² para el de losas, forjados reticulados o nervios de forjados continuos, y de 1,0 kN/m² para el de elementos primarios como vigas, ábacos de soportes, soportes o zapatas.

⁽²⁾ En cubiertas transitables de uso público, el valor es el correspondiente al uso de la zona desde la cual se accede.

⁽³⁾ Para cubiertas con un inclinación entre 20° y 40°, el valor de q_k se determina por interpolación lineal entre los valores correspondientes a las subcategorías G1 y G2.

⁽⁴⁾ El valor indicado se refiere a la proyección horizontal de la superficie de la cubierta.

⁽⁵⁾ Se entiende por cubierta ligera aquella cuya carga permanente debida únicamente a su cerramiento no excede de 1 kN/m².

⁽⁶⁾ Se puede adoptar un área tributaria inferior a la total de la cubierta, no menor que 10 m² y situada en la parte más desfavorable de la misma, siempre que la solución adoptada figure en el plan de mantenimiento del edificio.

⁽⁷⁾ Esta sobrecarga de uso no se considera concomitante con el resto de acciones variables.

Figura 3.15: CTE. Tabla 3.1. Valores característicos de las sobrecargas de uso

se trata de espacios privados y de 3 kN/m² si son de acceso público.

7 Los valores indicados ya incluyen el efecto de la alternancia de carga, salvo en el caso de elementos críticos, como vuelos, o en el de zonas de aglomeración.

8 A los efectos de combinación de acciones, las sobrecargas de cada tipo de uso tendrán la consideración de acciones diferentes. Los ítems dentro de cada subcategoría de la tabla 3.1 son tipos distintos.

No se considera la acción del viento debido a que no es posible su análisis sin la implicación del resto de elementos estructurales, lo que queda fuera del ámbito de este trabajo. Sería necesario considerar la estructura en su conjunto, incorporando al análisis la disposición y dimensiones de pilares, pantallas, vigas e incluso los cerramientos. La posible influencia de la acción de viento no tiene influencia sobre las posibles conclusiones que se extraigan del análisis realizado para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

Tampoco se tiene en consideración la acción térmica ya que la inmensa mayoría de los forjados construidos en edificación no superan la longitud de 40m, lo que permite no considerarla en el análisis, tal y como especifica el Código Técnico en el apartado 3.4:

“La disposición de juntas de dilatación puede contribuir a disminuir los efectos de las variaciones de la temperatura. En edificios habituales con elementos estructurales de hormigón o acero, pueden no considerarse las acciones térmicas cuando se dispongan juntas de dilatación de forma que no existan elementos continuos de más de 40 m de longitud.”

3.2.3. Valores de acciones consideradas

Las acciones presentan una relación directamente proporcional con las solicitaciones de momento flector y esfuerzo cortante, por lo que los valores de acciones consideradas en el cálculo no tendrá ninguna influencia sobre las conclusiones obtenidas, obviamente si se emplea el mismo valor en todos los cálculos.

Sin embargo, al tener que dimensionar el forjado para las solicitaciones calculadas, obteniendo la capacidad resistente necesaria en cada una de las secciones a base de añadir barras de armadura de diámetros comercialmente existentes, es fundamental de cara a la fiabilidad de los resultados que se obtendrán, que el valor de las acciones sea el valor con el que se dimensionaría dicho elemento en una situación habitual dentro de la práctica de la edificación.

Acciones permanentes

El peso propio de los forjados parcialmente prefabricados se obtiene a partir de los valores usuales aportados por los fabricantes, y que habitualmente presenta poca variabilidad al ser muy similares las soluciones empleadas. El peso propio de los forjados *in situ* puede estimarse directamente a calculando el volumen de hormigón empleado a partir de la sección considerada. Como puede observarse en la tabla 3.3, el peso de los forjados ejecutados *in situ* es muy similar al peso de los forjados ejecutados con elementos prefabricados armados.

Forjado	Bovedilla	Peso kN/m^2		
		20+5cm	25+5cm	30+5cm
Vigueta armada	Cerámica	2,65	3,00	3,35
	Hormigón	3,25	3,75	4,10
Vigueta pretensada	Cerámica	2,75	3,25	3,75
	Hormigón	3,35	3,85	4,25
Vigueta <i>in situ</i>	Cerámica	2,65	3,00	3,35
	Hormigón	3,25	3,75	4,10

Tabla 3.3: *Peso orientativo de forjados usuales*

Al peso propio del forjado hay que añadirle las cargas correspondientes a los solados y tabiquerías que gravitarán sobre él. Ambas acciones son consideradas en el Código Técnico de la Edificación como acciones permanentes.

La sobrecarga de solado se estima en $1,00kN/m^2$, valor que cubre prácticamente todas las soluciones más habituales empleadas en la edificación (ver figuras 3.16 y 3.17). Últimamente, el empleo de sistemas de calefacción mediante suelo radiante, ha incrementado el espesor de la capa de mortero sobre el forjado, aumentando el peso total de solado hasta $1,50kN/m^2$ aproximadamente. Al no ser aún este tipo de climatización un sistema de uso generalizado, se opta por mantener el valor usual de $1,00kN/m^2$, teniendo en cuenta que el posible incremento de carga (+7 aproximadamente) no tendría una influencia significativa en los resultados y conclusiones obtenidas.

Tabla C.3 Peso por unidad de superficie de elementos de pavimentación

Materiales y elementos	Peso kN/m ²	Materiales y elementos	Peso kN/m ²
Baldosa hidráulica o cerámica (incluyendo material de agarre)		Linóleo o loseta de goma y mortero	
0.03 m de espesor total	0,50	20 mm de espesor total	0,50
0.05 m de espesor total	0,80	Parque y tarima de 20 mm de espesor sobre rastreles	0,40
0.07 m de espesor total	1,10	Tarima de 20 mm de espesor rastreles recibidos con yeso	0,30
Corcho aglomerado		Terrazo sobre mortero, 50 mm espesor	0,80
tarima de 20 mm y rastrel	0,40		

Figura 3.16: CTE. Tabla C3. Peso por unidad de superficie de elementos de pavimentación

Tabla C.5 Peso propio de elementos constructivos

Elemento	Peso
Forjados	kN / m ²
Chapa grecada con capa de hormigón; grueso total < 0,12 m	2
Forjado unidireccional, luces de hasta 5 m; grueso total < 0,28 m	3
Forjado uni o bidireccional; grueso total < 0,30 m	4
Forjado bidireccional, grueso total < 0,35 m	5
Losa maciza de hormigón, grueso total 0,20 m	5
Cerramientos y particiones (para una altura libre del orden de 3,0 m) incluso enlucido	kN / m
Tablero o tabique simple; grueso total < 0,09 m	3
Tabicón u hoja simple de albañilería; grueso total < 0,14 m	5
Hoja de albañilería exterior y tabique interior; grueso total < 0,25 m	7
Solados (incluyendo material de agarre)	kN / m ²
Lámina pegada o moqueta; grueso total < 0,03 m	0,5
Pavimento de madera, cerámico o hidráulico sobre plastón; grueso total < 0,08 m	1,0
Placas de piedra, o peldaños; grueso total < 0,15 m	1,5
Cubierta, sobre forjado (peso en proyección horizontal)	kN / m ²
Faldones de chapa, tablero o paneles ligeros	1,0
Faldones de placas, teja o pizarra	2,0
Faldones de teja sobre tableros y tabiques palomeros	3,0
Cubierta plana, recrecido, con impermeabilización vista protegida	1,5
Cubierta plana, a la catalana o invertida con acabado de grava	2,5
Rellenos	kN / m ³
Agua en aljibes o piscinas	10
Terreno, como en jardineras, incluyendo material de drenaje ⁽¹⁾	20

⁽¹⁾ El peso total debe tener en cuenta la posible desviación de grueso respecto a lo indicado en planos.

Figura 3.17: CTE. Tabla C5. Peso propio de elementos constructivos

Como peso propio de tabiquería, y siguiendo las prescripciones del Código Técnico, se considera $1,00kN/m^2$:

“En general, en viviendas bastará considerar como peso propio de la tabiquería una carga de 1,0 kN por cada m² de superficie construida.”

Para el desarrollo de la investigación se considera un canto total para el forjado de 30cm, al ser el que se emplea de manera mayoritaria en las obras de edificación residencial. El tipo de vigueta y bovedilla depende de la disponibilidad en la zona donde se ubica el edificio.

Las viguetas armadas y pretensadas se han venido empleando indistintamente durante muchos años. La vigueta ejecutada completamente *in situ* ha comenzado a emplearse en algunas zonas por un condicionante que no tiene que ver con la adecuación estructural sino, con la seguridad en fase de ejecución de las obras

Los tipos de bovedilla más utilizados son las bovedillas cerámicas o de hormigón, siendo en general poco empleada la bovedilla de poliestireno expandido.

Acciones variables

Siendo la edificación residencial el tipo de construcción más significativa en términos cuantitativos (ver Informe Anual del Sector de la Construcción. (Confederación Nacional de la Construcción, 2013)), se realizan los cálculos para:

Categoría de uso: A
Subcategoría de uso: A1
<i>Viviendas y zonas de habitaciones en hospitales y hoteles</i>

Para esta categoría y subcategoría de uso, la sobrecarga que debe considerarse, según el Código Técnico de la Edificación es de $2,00kN/m^2$ (ver figura 3.15).

Resumen de acciones consideradas

Como resumen de los apartados anteriores, las cargas consideradas para la realización de los cálculos son:

Tipo	Descripción	Valor característico
Permanentes	Peso propio forjado	$3,50 kN/m^2$
	Carga de solado	$1,00 kN/m^2$
	Carga de tabiquería	$1,00 kN/m^2$
Variables	Sobrecarga de uso	$2,00 kN/m^2$
Total		$7,50 kN/m^2$

Tabla 3.4: Resumen de acciones consideradas

Coefficientes parciales de seguridad para acciones

Se consideran como coeficientes parciales de seguridad para las acciones de cara a las verificaciones de resistencia:

Acciones permanentes:	$\gamma_G = 1,35$
Acciones variables:	$\gamma_Q = 1,50$
Valor medio:	$\gamma_{medio} = 1,40$

Al considerarse únicamente una acción variable (la sobrecarga de uso), la expresión del valor de cálculo de los efectos de las acciones correspondiente a una situación persistente puede determinarse mediante la expresión general simplificada (ver 3.2.1.3):

Expresión general:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.6)$$

Expresión simplificada:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1}$$

Como puede observarse en la ecuación simplificada, al tener una sola acción variable, no es necesario considerar ningún coeficiente de simultaneidad, obteniendo el valor de cálculo de las acciones a partir de una única combinación. Esto permite obtener un valor medio de coeficiente parcial de seguridad para todas las acciones que simplifica la realización de cálculos repetitivos.

Este valor medio puede obtenerse:

$$1,35xG_{pesopropio} + 1,35xG_{solado} + 1,35xG_{tabiquería} + 1,50xQ_{uso} = \\ 1,35x3,50kN/m^2 + 1,35x1,00kN/m^2 + 1,35x1,00kN/m^2 + 1,50x2,00kN/m^2 = 10,43kN/m^2$$

El valor medio será:

$$\gamma_{medio} = \frac{Valor_{calculo}}{Valor_{característico}} = \frac{10,43}{7,50} \simeq 1,40$$

3.3. Materiales

Se consideran las características y especificaciones para los materiales estructurales recogidas en la actual normativa de hormigón en España: EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008).

En el *Título 3* de dicha Norma se especifican las *Propiedades tecnológicas de los materiales*. Este apartado está compuesto únicamente por el *Capítulo 6*, donde se especifican las características de los materiales empleados en la fabricación del hormigón; del hormigón ya fabricado; de las armaduras tanto pasivas como activas; y de las piezas de entrevigado en forjados.

3.3.1. Propiedades tecnológicas de los materiales en la Norma EHE-08

Este apartado se resumen las propiedades tecnológicas de los materiales, especificadas en la Norma EHE-08, que tienen relación o influencia, más o menos directa, en este trabajo

de investigación.

Hormigón y sus componentes

Artículo 26º: Cementos

Se especifican los tipos de cemento utilizables y las condiciones de utilización para cada tipo de hormigón. La Norma incluye en su *Anejo nº4* recomendaciones sobre el tipo de cemento a emplear en hormigones con finalidad estructural.

Artículo 27º: Agua

Se establecen las condiciones que debe cumplir el agua utilizada, tanto para amasado como para curado del hormigón.

Artículo 28º: Áridos

Se especifican los áridos que pueden emplearse para la fabricación de hormigones, tanto áridos gruesos (gravas) como áridos finos (arenas). Se establece el formato con el que se designarán los áridos a efectos de la Instrucción.

Se definen también los tamaños máximos y mínimos de un árido y se establecen las limitaciones del árido grueso para la fabricación del hormigón. En este apartado se establece una limitación específica para el tamaño máximo del árido que puede emplearse en la losa superior de los forjados.

El tamaño máximo del árido grueso utilizado para la fabricación del hormigón será menor que las dimensiones siguientes:

a) 0,8 veces la distancia horizontal libre entre vainas o armaduras que no formen grupo, o entre un borde de la pieza y una vaina o armadura que forme un ángulo mayor que 45° con la dirección de hormigonado.

b) 1,25 veces la distancia entre un borde de la pieza y una vaina o armadura que forme un ángulo no mayor que 45° con la dirección de hormigonado.

c) 0,25 veces la dimensión mínima de la pieza, excepto en los casos siguientes:

— Losa superior de los forjados, donde el tamaño máximo del árido será menor que 0,4 veces el espesor mínimo.

— Piezas de ejecución muy cuidada (caso de prefabricación en taller) y aquellos elementos en los que el efecto pared del encofrado sea reducido (forjados que se encofran por una sola cara), en cuyo caso será menor que 0,33 veces el espesor mínimo.

La limitación establece que en el caso de una losa superior de forjado de 4,0cm, el tamaño máximo de árido debe ser de $0,4 * 40mm = 16mm$. Según la experiencia personal, es complicado, a la vez que encarece el precio del hormigón, conseguir que la central de hormigonado fabrique con un tamaño máximo de árido inferior a 20mm. De hecho, este tamaño máximo de árido se ha convertido en el estándar habitual de fabricación de hormigón. Esto implica que la losa superior de forjado debe ser de 5cm,

espesor obligatorio únicamente para forjados con piezas de entrevigado diferentes a cerámica y hormigón o en zonas con una aceleración sísmica de cálculo superior a 0,16g.

EHE-08. Artículo 59.2.1

La sección transversal del forjado cumplirá los requisitos siguientes:

a) Disponer de una losa superior hormigonada en obra, cuyo espesor mínimo h_0 , será de 40 mm sobre viguetas, piezas de entrevigado cerámicas o de hormigón y losas alveolares pretensadas y 50 mm sobre piezas de entrevigado de otro tipo o sobre cualquier tipo de pieza de entrevigado en el caso de zonas con aceleración sísmica de cálculo mayor que 0,16 g.

Se especifican además, prescripciones referentes a la granulometría de los áridos; a la forma del árido grueso y a los requisitos físico-mecánicos y químicos.

Artículo 29º: Aditivos

Se especifican las limitaciones de uso, así como su tipificación, considerando fundamentalmente cinco tipos de aditivos.

La Norma entiende como aditivo:

Aquellas sustancias o productos que, incorporados al hormigón antes del amasado (o durante el mismo o en el transcurso de un amasado suplementario) en una proporción no superior al 5 % del peso del cemento, producen la modificación deseada, en estado fresco o endurecido, de alguna de sus características, de sus propiedades habituales o de su comportamiento.

Tipos de aditivos considerados por EHE-08:

- Reductores de agua / Plastificantes
- Reductores de agua de alta actividad / Superplastificantes
- Modificadores de fraguado / Aceleradores, retardadores
- Inclusores de aire
- Multifuncionales

Artículo 30º: Adiciones

Se especifican las limitaciones de uso, así como prescripciones específicas para los dos únicos tipos de adiciones recogidas en la Instrucción: cenizas volantes y humo de sílice.

La Norma entiende como adiciones:

Aquellos materiales inorgánicos, puzolánicos o con hidraulicidad latente que, finamente divididos, pueden ser añadidos al hormigón con el fin de mejorar alguna de sus propiedades o conferirle características especiales.

Artículo 31^o Hormigones

La Norma establece en este artículo prescripciones sobre composición, condiciones de calidad, características mecánicas, valor mínimo de la resistencia y docilidad del hormigón.

Tiene especial relevancia la obligatoriedad del uso de hormigones con resistencia de proyecto f_{ck} no inferior a $20N/mm^2$ en hormigones en masa, ni a $25N/mm^2$ en hormigones armados o pretensados¹⁷. Previo a la publicación de la Norma EHE-98 (Ministerio de Fomento, 1998) era usual la construcción de forjados con hormigones de resistencia $17,5N/mm^2$, no presentando los mismos una mejora significativa de su capacidad portante con la mejora de resistencia actual. Esto es debido a que, en este tipo de elementos, el hormigón trabaja con tensiones relativamente bajas en solicitaciones de flexión. En vano, debido a la acusada forma en T de la sección, y sobre los apoyos, gracias al ensanchamiento que se produce debido a los macizados laterales prescritos en EHE-08. Anejo12. Artículo 7. Estudio aparte requeriría el esfuerzo cortante que, paralelamente a que se aumentaron las resistencias de los hormigones, se disminuyó su resistencia a esfuerzo cortante, de manera que no presenta grandes ventajas el empleo de hormigones de resistencia $25N/mm^2$ o superior, calculados con EHE-98 o EHE-08, comparados con hormigones de resistencia $17,5N/mm^2$ calculados con la Norma EH-91 (Ministerio de Fomento, 1991).

Se permite otra posibilidad para edificios de poca entidad, pero que suponen un porcentaje considerable de la edificación en España. EHE Artículo 31.4:

Cuando el proyecto establezca, de acuerdo con 86.5.6, un control indirecto de la resistencia en estructuras de hormigón en masa o armado para obras de ingeniería de pequeña importancia, en edificios de viviendas de una o dos plantas con luces inferiores a 6,0 metros, o en elementos que trabajen a flexión de edificios de viviendas de hasta cuatro plantas también con luces inferiores a 6,0 metros, deberá adoptarse un valor de la resistencia de cálculo a compresión f_{cd} no superior a $10N/mm^2$ (véase 39.4). En estos casos de nivel de control indirecto de la resistencia del hormigón, la cantidad mínima de cemento en la dosificación del hormigón también deberá cumplir los requisitos de la tabla 37.3.2.a.

Se añade en comentarios:

La especificación, en proyecto, de hormigones de resistencia inferior a $20N/mm^2$, no contemplados en esta Instrucción, estará limitada exclusivamente a unidades de obra no estructurales.

Se excluye explícitamente los hormigones para armar con resistencia de proyecto inferior a $25N/mm^2$. En el caso particular de que el proyecto establezca un nivel de control indirecto para el hormigón (nivel de control que en el contexto de esta Instrucción debe considerarse claramente residual), la

¹⁷Estos límites inferiores de resistencia del hormigón se establecieron por primera vez en la Norma EHE-98 (Ministerio de Fomento, 1998)

resistencia de proyecto del hormigón deberá cumplir la anterior prescripción, si bien la resistencia de cálculo f_{cd} no deberá rebasar los $10N/mm^2$.

Aceros

Artículo 32^o Aceros para armaduras pasivas

Se permiten para elaborar armaduras pasivas: barras rectas o rollos de acero corrugado soldable, alambres de acero corrugado o grafilado soldable y alambres lisos de acero soldable.

En la práctica habitual se emplean de manera exclusiva, como armaduras pasivas, las barras rectas de acero corrugado soldable, conforme a la norma UNE-EN 10080 Aenor (2006). Los posibles diámetros de dichas barras son 6-8-10-12-14-16-20-25-32 y 40 mm.

Se definen los tipos de acero:

B 400 S Acero soldable de límite elástico superior a $400N/mm^2$

B 500 S Acero soldable de límite elástico superior a $500N/mm^2$

B 400 SD Acero soldable, con características especiales de ductilidad, de límite elástico superior a $400N/mm^2$

B 500 SD Acero soldable, con características especiales de ductilidad, de límite elástico superior a $500N/mm^2$

El tipo de acero más comúnmente empleado es el acero B-500-S.

Para la fabricación de mallas electrosoldadas se emplean los alambres corrugados, de acuerdo con lo establecido en la norma UNE-EH 10080 Aenor (2006). Los posibles diámetros de dichas barras son 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 6,5; 7; 7,5; 8; 8,5; 9; 9,5; 10; 11; 12; 14 y 16 mm.

Se define un único tipo de acero:

B 500 T Acero de límite elástico superior a $500N/mm^2$

Artículo 33^o Armaduras pasivas

Se entiende en EHE-08 por armadura pasiva:

El resultado de montar, en el correspondiente molde o encofrado, el conjunto de armaduras normalizadas, armaduras elaboradas o ferrallas armadas que, convenientemente solapadas y con los recubrimientos adecuados, tienen una función estructural.

Se detallan las especificaciones que deben cumplir las armaduras normalizadas y la ferralla armada, con las definiciones:

Se entiende por armaduras normalizadas las mallas electrosoldadas o las armaduras básicas electrosoldadas en celosía, conformes con la UNE-EN

10080 y que cumplen las especificaciones de 33.2.1 y 33.2.2, respectivamente...

En el ámbito de esta Instrucción, se entiende por malla electrosoldada la armadura formada por la disposición de barras corrugadas o alambres corrugados, longitudinales y transversales, de diámetro nominal igual o diferente, que se cruzan entre sí perpendicularmente y cuyos puntos de contacto están unidos mediante soldadura eléctrica, realizada en un proceso de producción en serie en instalación industrial ajena a la obra, que sea conforme con lo establecido en UNE-EN 10080.

En el ámbito de esta Instrucción, se entiende por armadura básica electrosoldada en celosía a la estructura espacial formada por un cordón superior y uno o varios cordones inferiores, todos ellos de acero corrugado, y una serie de elementos transversales, lisos o corrugados, continuos o discontinuos y unidos a los cordones longitudinales mediante soldadura eléctrica, producida en serie en instalación industrial ajena a la obra, que sean conforme con lo establecido en UNE-EN 10080.

por armadura elaborada:

En el ámbito de esta Instrucción, se define como armadura elaborada, cada una de las formas o disposiciones de elementos que resultan de aplicar, en su caso, los procesos de enderezado, de corte y de doblado a partir de acero corrugado conforme con el apartado 32.2 o, en su caso, a partir de mallas electrosoldadas conformes con 33.1.1.

y por ferralla armada:

El resultado de aplicar a las armaduras elaboradas los correspondientes procesos de armado, bien mediante atado por alambre o mediante soldadura no resistente.

Artículo 34º Aceros para armaduras activas

Se definen como productos de acero para armaduras activas: *alambre, barra y cordón*.

Este tipo de acero no tiene utilización en el ámbito de este trabajo de investigación.

Artículo 35º Armaduras activas

Se definen como las disposiciones de elementos de acero de alta resistencia mediante las cuales se introduce la fuerza del pretensado en la estructura.

No tienen utilización en el ámbito de este trabajo de investigación.

3.3.2. Hormigón

3.3.2.1. Resistencia de cálculo del hormigón

Se considera como resistencia de cálculo del hormigón en compresión el valor:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

siendo:

α_{cc} factor que tiene en cuenta el cansancio del hormigón sometido a altos niveles de tensión de compresión debido a cargas de larga duración

f_k la resistencia característica de proyecto y

γ_c el coeficiente parcial de seguridad.

Se adoptan, en este trabajo de investigación, los valores:

$$\alpha_{cc} = 1^{18}$$

$$f_{ck} = 25\text{N/mm}^2$$

$$\gamma_s = 1,50$$

$$f_{cd} = 16,7\text{N/mm}^2$$

Estos valores se corresponden con un hormigón tipo HA25 (tipo habitual en edificación) en situación de proyecto *persistente* o *transitoria* según norma EHE-08

3.3.2.2. Diagrama tensión-deformación de cálculo del hormigón

Se adopta el diagrama parábola rectángulo definido en EHE-08 (ver figura 3.18).

Está formado por una parábola de grado n y un segmento rectilíneo. El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa ε_{c0} (deformación de rotura del hormigón a compresión simple), y el vértice extremo del rectángulo, en la abscisa ε_{cu} (deformación de rotura del hormigón en flexión). La ordenada máxima del diagrama corresponde a una compresión de valor igual a f_{cd} .

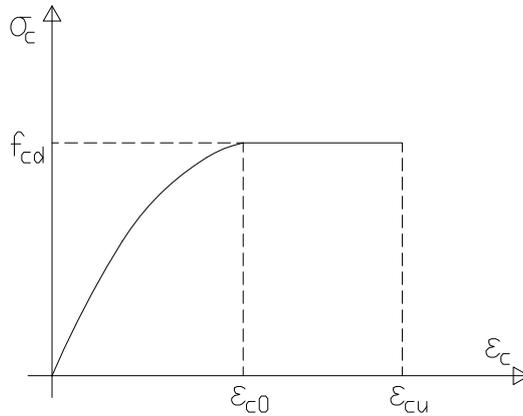


Figura 3.18: Diagrama de cálculo parábola-rectángulo

La ecuación de la parábola es:

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] \text{ si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0}$$

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \text{ si } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$$

Los valores de deformación de rotura a compresión simple, ε_{c0} , son los siguientes:

$$\varepsilon_{c0} = 0,002 \text{ si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{c0} = 0,002 + 0,000085(f_{ck} - 50)^{0,50} \text{ si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$$

Los valores de deformación última, ε_{cu} , vienen dados por:

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \text{ si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,026 + 0,0144 \left[\frac{(100 - f_{ck})}{100} \right]^4 \text{ si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$$

Y el valor n que define el grado de la parábola se obtiene como:

$$n = 2 \text{ si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

$$n = 1,4 + 9,6 \left[\frac{(100 - f_{ck})}{100} \right]^4 \text{ si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$$

La Instrucción de Hormigón Estructural permite sustituir el diagrama parábola-rectángulo por un diagrama rectangular equivalente, definido de tal modo que la compresión es constante, de valor f_{cd} , y con una profundidad de valor $0,8x$, siendo x la profundidad de la

fibra neutra. Esta simplificación conduce a resultados de resistencia de sección con diferencias inferiores al 1,5% respecto a los obtenidos mediante el diagrama parábola-rectángulo, consiguiéndose simplificaciones notables en el cálculo.

Sin embargo, los valores de curvatura que se obtienen con esta simplificación, difieren sensiblemente de lo obtenidos por el método del *diagrama parábola-rectángulo*. Por ello, se emplea para el cálculo de las curvaturas últimas la aplicación *Prontuario Informático de Hormigón Estructural* (Corres Peiretti et al. (2012)), que realiza el cálculo de las secciones mediante el citado método del *diagrama parábola-rectángulo*.

3.3.2.3. Módulo de deformación longitudinal del hormigón

Se adopta como módulo de deformación longitudinal secante

$$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}}$$

siendo $f_{cm} = f_{ck} + 8$

3.3.3. Acero

3.3.3.1. Resistencia de cálculo de las armaduras pasivas

Se considera como resistencia de cálculo del acero f_{yd} el valor

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

siendo:

f_{yk} el límite elástico característico y

γ_s el coeficiente parcial de seguridad.

Se adoptan los valores:

$$f_{yk} = 500 \text{N/mm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$f_{yd} = 435 \text{N/mm}^2$$

Estos valores se corresponden a un acero B500S, de uso generalizado, en situación de proyecto persistente o transitoria según norma EHE-08

3.3.3.2. Diagrama tensión-deformación de cálculo del acero en las armaduras pasivas

Se utiliza un diagrama de cálculo bilineal (ver figura 3.19) con rama horizontal a partir del límite elástico y tomando como módulo de deformación longitudinal del acero $E_s = 200,000\text{N/mm}^2$. Se obtiene a partir del diagrama tensión-deformación característico mediante una afinidad oblicua, paralela a la recta de Hooke, de razón $1/\gamma_s$.

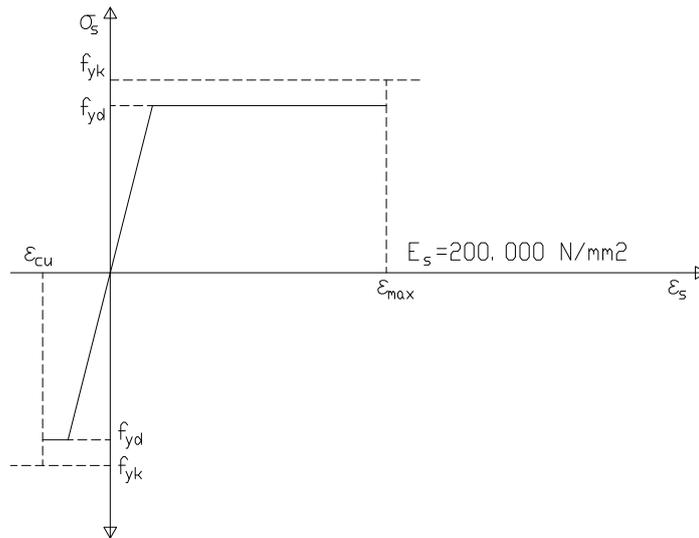


Figura 3.19: Diagrama tensión-deformación de cálculo en las armaduras pasivas

Se adopta una deformación máxima del acero en tracción $\varepsilon_{max} = 0,01$

3.4. Luces de vanos y secciones consideradas

Tal y como se explica en el Capítulo 4 en la página 121, las luces de forjado se encuentran en un rango comprendido entre 4,0 y 7,0m de luz. Luces más cortas son poco económicas debido a que, limitaciones impuestas por otros condicionantes constructivos como pueden ser prestaciones acústicas o de protección contra incendio, exigen unas dimensiones mínimas que quedaría estructuralmente infrautilizadas. Para luces mayores, entre 6,5 y 7,0m de luz, el forjado unidireccional pierde eficacia respecto a otro tipo de soluciones, como pueden ser los forjados bidireccionales o los forjados mediante placas alveolares pretensadas.

Florentino Regalado, Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, en su libro *Los forjados reticulares, diseño, análisis, construcción y patología* Tesoro (2003) expone:

Las luces que en el presente se manejan en la edificación española genéricamente rondan los $6 \pm 0,5\text{m}$, y se están resolviendo tanto en unidireccional como en reticular con canto idénticos en torno a 27-30 cm.

Por encima de los 7m, el campo del proyecto de las estructuras de edificación con forjados planos pertenece a los reticulares, al no tener prácticamente limitación la altura de las piezas aligerantes disponibles...

En el trabajo de investigación se estudiarán forjados con luces comprendidas 4,0 y 6,5m.

Habitualmente, la primera operación, una vez completado el diseño de la estructura que incluye la definición de la solución estructural, situación de pilares y vigas, etc., hay que proceder a predimensionar los elementos estructurales para realizar el primer cálculo. Como se ha señalado anteriormente en la sección 3.1, los elementos horizontales de la estructura deben cumplir fundamentalmente los requisitos de resistencia y de rigidez. El predimensionado de un forjado debe garantizar que van a poder cumplirse ambas condiciones. Conseguir que la estructura tenga una resistencia adecuada es una tarea relativamente sencilla, ya que, con un canto dentro de los márgenes habituales, se dispone de una gran versatilidad para ajustar la capacidad resistente de las secciones a la capacidad resistente requerida. Basta con disponer la cantidad de armadura necesaria y, en el caso de las vigas, dotarlas de un ancho adecuado.

Cumplir con el requisito de rigidez, es decir, es acotar las deformaciones de la estructura a un rango en el que se consideren admisibles, es una tarea algo más compleja. La estrategia más efectiva para reducir la deformación de un elemento de hormigón armado con un canto determinado es aumentar la cuantía de armado. Otra posible solución, como aumentar el ancho de los elementos, no es siempre viable y, además de ser relativamente poco eficiente, tiene inconvenientes añadidos, como el aumento de peso global de la solución. Si se opta por aumentar la cuantía de armado en aquellos elementos que no cumplan el límite de deformación requerido, tras haber determinado el armado necesario por resistencia, la solución global se encarecerá considerablemente y, en mayor medida, cuantas más sean las piezas a reforzar.

La solución más eficiente es escoger un canto que garantice que, disponiendo el armado necesario por resistencia, la deformación se encuentre dentro de límites prescritos. Para conseguir esto, basta con escoger una esbeltez, relación luz/canto, adecuada.

Esta relación está muy bien establecida para el caso de los forjados unidireccionales, tal y como se especificó en el apartado 3.1.2.3. El canto escogido, de cara a evitar tener que modificar el armado por cuestiones de deformación, para los rangos de luces objeto de análisis, es de 30cm, valor muy usual en edificación.

3.5. Secciones de forjados

La sección de un forjado unidireccional, independientemente de que se ejecute completamente *in situ* o mediante elementos prefabricados, es una sección con acusada forma de “T”. En este tipo de secciones es necesario conocer qué parte de la losa superior de hormigón es posible considerar en el comportamiento estructural del elemento.

Puede determinarse el ancho de losa superior de hormigón que colabora eficazmente mediante las prescripciones del artículo 18.2.1 de la Norma EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008):

En ausencia de una determinación más precisa, en vigas en T se supone, para las comprobaciones a nivel de sección, que las tensiones normales se distribuyen uniformemente en un cierto ancho reducido de las alas llamado ancho eficaz.

En general, podrá considerarse un ancho eficaz para zonas con momentos que comprimen las alas y otro ancho eficaz para las zonas con momentos que traccionan las alas. De forma aproximada puede suponerse que, en la cabeza de compresión, el ancho eficaz del ala es igual al ancho del nervio más un quinto de la distancia entre puntos de momento nulo, sin sobrepasar la anchura real del ala. Si se usa esta aproximación puede considerarse el ancho eficaz constante en toda la luz, incluyendo los segmentos cercanos a los apoyos intermedios en el caso de vigas continuas. Para vigas de borde el ancho eficaz del ala será el ancho del nervio más un décimo de la distancia entre puntos de momento nulo. El ancho eficaz del ala, en la cabeza de tracción, puede considerarse igual al ancho del nervio más ocho veces el espesor del ala, o cuatro veces en vigas de borde, sin sobrepasar el ancho real. Los puntos de momento nulo mencionados en el articulado pueden considerarse fijos, en la práctica, para todas las hipótesis realizadas. Pueden, asimismo, obtenerse a partir de las leyes de momentos debidas a cargas permanentes.

En el caso de piezas en T provistas de cartabones de anchura b_c y altura h_c (ver figura 18.2.1), y exclusivamente a efectos del cálculo del ancho eficaz, se sustituirá la anchura real b_c del nervio por otra ficticia b_e igual al menor de los valores siguientes:

$$b_e = b_0 + 2b_c$$

$$b_e = b_0 + 2h_c$$

Teniendo en cuenta que el ancho máximo de losa superior colaborante con cada nervio está limitado al valor del intereje, en el caso de nervio interior y, a la mitad del intereje en el caso de nervio extremo, es conveniente verificar si puede considerarse el valor máximo para cualquier situación.

Nervio interior: Ancho nervio +1/5 distancia entre puntos de momento nulo

Nervio exterior: Ancho nervio +1/10 distancia entre puntos de momento nulo

La norma de hormigón europea *Eurocódigo 2* (CEN European Committee for Standardization (2004)) incluye un sistema simplificado para calcular la distancia entre puntos de momento nulo en las situaciones usuales:

5.3.2.1 Anchura eficaz de las alas (todos los estados límites)

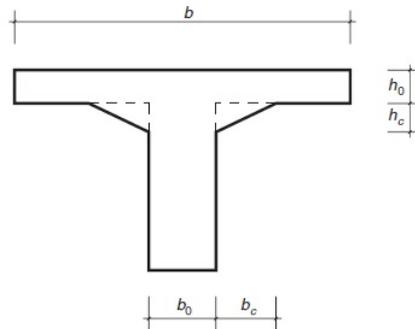


Figura 3.20: Instrucción de hormigón estructural. (Figura 18.2.1)

(1) La anchura eficaz del alma de vigas en T, en las cuales se pueden suponer unas condiciones de tensión uniforme, depende de la dimensión del alma y del ala, del tipo de carga, de la luz, de las condiciones de apoyo y de la armadura transversal

(2) La anchura eficaz del ala se debería basar en la distancia l_0 entre puntos de momento nulo, que pueden obtenerse de la figura 5.2.

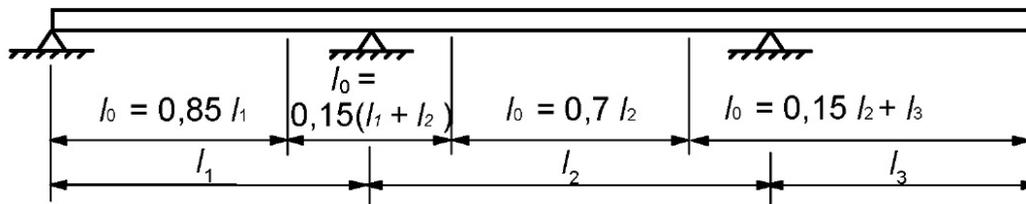


Figura 3.21: Eurocódigo 2. (Figura 5.2 - Definición de l_0 para el cálculo de la anchura eficaz del ala)

(3) La anchura eficaz del ala b_{eff} para una viga en T o una viga en L se puede obtener de:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

donde

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$$

y

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

(para los símbolos, véanse las figuras 5.2 y 5.3)

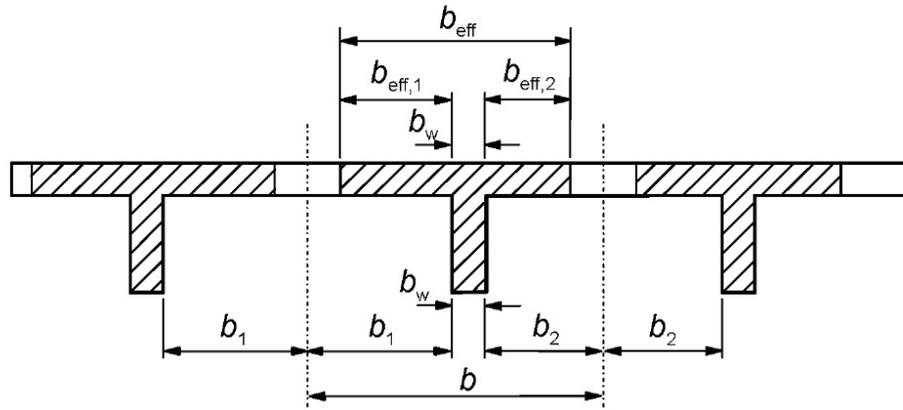


Figura 3.22: Eurocódigo 2. (Figura 5.3 - Parámetros de la anchura eficaz del ala)

(4) Para un cálculo estructural que no requiera gran precisión, se puede suponer una anchura constante en toda la luz del vano. Se debería adoptar el valor aplicable a la sección del vano.

Según la notación del Eurocódigo 2:

b_{eff} Ancho efectivo: valor del ancho de losa superior que puede considerarse en el cálculo

b intereje = 70cm

b_w ancho del nervio ≥ 10 cm

Sección interior

Para que en un tramo interior pudiera considerarse colaboración completa de la losa superior el valor de b_{eff} debiera ser igual o superior al intereje $b = 70$ cm.

El valor de b_i es:

$$b_i \geq \frac{b - b_w}{2} = \frac{70\text{cm} - 10\text{cm}}{2} = 30\text{cm}$$

Por tanto:

$$b_{eff} = 2 \cdot [0, 2b_i + 0, 1l_0] + b_w \rightarrow 70 = 2 \cdot [6 + 0, 1l_0] + 10 \rightarrow l_0 = 240cm$$

Esto quiere decir que si la distancia entre puntos de momento nulo es igual o superior a 240cm, podrá considerarse la colaboración completa en la sección del forjado.

Partiendo de una luz igual o superior a 4,00m (ver sección 3.4) los valores mínimos de l_0 serán:

$$\begin{aligned} l_{0,1} &= 0,85 \cdot l_1 = 0,85 \cdot 400 = 340cm \\ l_{0,2} &= 0,15 \cdot (l_1 + l_2) = 0,15 \cdot (400 + 400) = 120cm \\ l_{0,3} &= 0,70 \cdot l_2 = 0,70 \cdot 4,00 = 280cm \end{aligned}$$

Cumpléndose para todos los casos que $b_{eff,i} \leq 0,2l_0$ en las secciones de vano, por lo que puede considerarse siempre la colaboración de la losa superior, esto es, la sección en "T" completa.

En el caso de las secciones sobre apoyos ($l_{0,2}$) no puede considerarse la sección completa. Esto no tiene trascendencia práctica, ya que en la sección de apoyo el momento flector es negativos, lo que implica que la cara superior está traccionada y por tanto fisurada, por lo que se desprecia la resistencia a tracción del hormigón y no tiene ninguna influencia la consideración, o no, de la losa superior.

Sección exterior

Para que en un tramo exterior pudiera considerarse colaboración completa de la losa superior el valor de b_{eff} debiera ser igual o superior a la mitad del intereje $b = 70 \cdot 0,5 = 35cm$.

El valor de b_i es:

$$b_i \geq \frac{b - b_w}{2} = \frac{70cm - 10cm}{2} = 30cm$$

Por tanto:

$$b_{eff} = 0, 2b_i + 0, 1l_0 + b_w \rightarrow 35 = 6 + 0, 1l_0 + 10 \rightarrow l_0 = 190cm$$

Esto quiere decir que si la distancia entre puntos de momento nulo es igual o superior a 190cm, podrá considerarse la colaboración completa en la sección del forjado.

Al igual que en el caso anterior, partiendo de una luz igual o superior a 4,00m (ver 3.4) los valores mínimos de l_0 serán:

$$\begin{aligned}
 l_{0,1} &= 0,85 \cdot l_1 = 0,85 \cdot 400 = 340\text{cm} \\
 l_{0,2} &= 0,15 \cdot (l_1 + l_2) = 0,15 \cdot (400 + 400) = 120\text{cm} \\
 l_{0,3} &= 0,70 \cdot l_2 = 0,70 \cdot 4,00 = 280\text{cm}
 \end{aligned}$$

Cumpléndose para todos los casos que $b_{eff,i} \leq 0,2l_0$ en las secciones de vano

Se obtiene la misma conclusión que para la sección interior: en secciones de vano ($l_{0,1}$ y $l_{0,3}$) puede considerarse siempre la colaboración de la losa superior, esto es, la sección en “L” completa.

Sobre los apoyos ($l_{0,2}$) ocurre lo mismo que en el caso anterior.

3.5.1. Forjado parcialmente prefabricado

Se considera una sección tipo de forjado parcialmente prefabricado con viguetas semi-resistentes armadas, de canto total 30cm e intereje 70cm. Este forjado está compuesto por un elemento prefabricado denominado vigueta, unos elementos aligerantes de entrevigado denominados bovedillas, unas armaduras de obra y un relleno, mediante hormigón, de senos y losa superior.

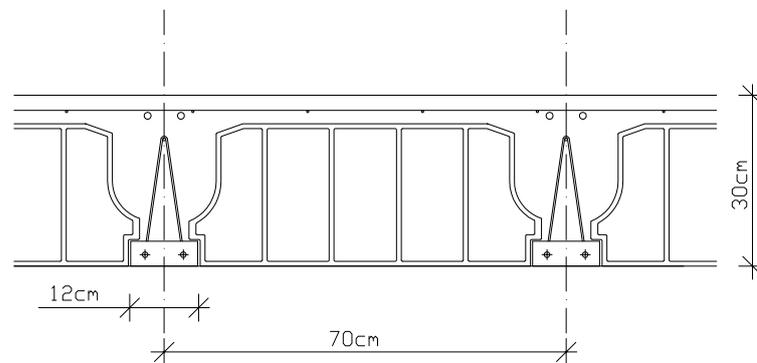


Figura 3.23: Sección tipo de forjado prefabricado analizado

La vigueta, tal y como se define en el Anejo 12 de la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), es un *elemento longitudinal resistente, prefabricado en instalación fija exterior a la obra, diseñado para soportar cargas producidas en forjados de pisos o de cubiertas. Pueden ser armadas o pretensadas.*

En este trabajo de investigación se emplea para el análisis una vigueta prefabricada armada, de uso muy común, con las combinaciones de armado inferior y valores de momento último, para canto total 30cm e intereje 70cm:

2r6 +					
	r8	r10	r8+r8	r10+r8	r10+r10
$A (cm^2)$	1,06	1,35	1,56	1,85	2,14
$M_u (kN \cdot m)$	12,65	16,15	18,60	21,95	25,30

2r6 +					
	r12+r10	r12+r12	r16+r10	r16+r12	r16+r16
$A (cm^2)$	2,48	2,82	3,36	3,70	4,58
$M_u (kN \cdot m)$	29,30	33,20	39,40	43,30	54,30

Tabla 3.5: Forjado de viguetas prefabricadas armadas. Combinaciones de armado, área total (cm^2) y momento último ($kN \cdot m/m$).

Las combinaciones de armado varían de un fabricante a otro, pero es habitual emplear las escogidas debido a que cubren, sin grandes intervalos, todas las posibilidades de capacidad resistente necesaria.

El valor de *momento último*, obtenido mediante la aplicación Prontuario Informático del Hormigón Estructural (Corres Peiretti et al., 2012), se expresa en valores afectados por los coeficientes parciales de seguridad, es decir, valores suficientemente seguros. En este caso concreto se considera un coeficiente parcial de seguridad para las acciones de 1,40 (ver apartado 3.2.3), un coeficiente parcial de seguridad de 1,35 para el hormigón (ver apartado 3.3.2) y un coeficiente parcial de seguridad 1,15 para el acero corrugado (ver apartado 3.3.3).

La pieza de entrevigado, se define en el Anejo 12 de la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 como *elemento prefabricado de cerámica, hormigón, poliestireno expandido u otros materiales idóneos, con función aligerante o colaborante, destinado a formar parte, junto con las viguetas, la losa superior hormigonada en obra y las armaduras de obra, del conjunto resistente de un forjado*.

La elección de uno u otro tipo sólo tiene influencia en el peso del forjado. En el caso de este trabajo de investigación se escoge, para la estimación del peso, bovedilla de hormigón, ya que es la de uso más extendido.

Las armaduras de obra, tanto longitudinales, como transversales, como de reparto se colocan previamente al hormigonado. Los tipos de acero soldable, sin características especiales de ductilidad, permitidos por la normativas son B-400S y B-500S. Actualmente, y debido al problema que supone trabajar en una misma instalación con dos tipos de acero, el tipo B-400S prácticamente ha desaparecido. Es práctica generalizada proyectar con acero B-500S, por lo que se emplea este tipo de acero en los cálculos realizados para este documento.

El relleno de senos y losa superior se realiza en obra mediante hormigón, de resistencia mínima $25,0 N/mm^2$. La definición y función de la losa superior se redacta en la norma anteriormente citada como *elemento formado por hormigón vertido en obra y armaduras, destinado a repartir las distintas cargas aplicadas sobre el forjado y otras funciones adicionales que le son requeridas (acción diafragma, arriostamiento y atado, resistencia mediante la formación de sección compuesta entre otras)*.

Las combinaciones de armado superior empleadas y los resultados de sección (por nervio, excepto M_u que se expresa por metro) obtenidos son:

Armado	A_s (cm^2)	M_u ($kN \cdot m$)	x (cm)	$\varphi_y \cdot E - 3$	$\varphi_u \cdot E - 3$	EI_f (m^4)
r8+r8	1,0	11,57	3,38	9,22	41,45	1217
r10+r8	1,29	15,42	3,82	9,48	42,22	1515
r10+r10	1,58	18,03	4,24	9,72	42,99	1797
r12+r10	1,92	21,77	4,72	9,98	43,89	2112
r12+r12	2,26	25,44	5,19	10,23	44,83	2410
r16+r10	2,80	31,19	5,93	10,60	46,37	2856
r16+r12	3,14	34,73	6,49	10,81	47,37	3121
r16+r16	4,02	43,42	8,11	11,30	43,16	3762
r20+r16	5,15	53,18	11,14	12,00	31,41	4504

Tabla 3.6: Combinaciones de armado y resultados de sección

siendo:

A_s	Área de acero traccionado
M_u	Momento seguro de la sección. Incluye coeficiente parcial de seguridad de acciones=1,40
x	Profundidad de la fibra neutra
φ_y	Curvatura elástica
φ_u	Curvatura última
EI_f	Rigidez fisurada

Se incluyen todos estos valores ya que, para poder verificar la capacidad de rotación de las secciones, se necesita obtener, para cada una de ellas:

1. Curvatura elástica φ_y

Para analizar el estado tensional de piezas de hormigón armado en situaciones de servicio, antes de que el acero alcance su límite elástico, se usa el *método clásico* de cálculo de secciones. Las bases del método se especifican en 3.8.1

2. Momento último M_u y curvatura última φ_u

La Instrucción de Hormigón Estructural permite sustituir el diagrama parábola-rectángulo por un diagrama rectangular equivalente, definido de tal modo que la compresión es constante, de valor f_{cd} , y con una profundidad de valor $0,8x$, siendo x la profundidad de la fibra neutra. Esta simplificación conduce a resultados de resistencia de sección con diferencias inferiores al 1,5 respecto a los obtenidos mediante el diagrama parábola-rectángulo, consiguiéndose simplificaciones notables en el cálculo.

Sin embargo, los valores de curvatura que se obtienen con esta simplificación, difieren sensiblemente de lo obtenidos por el método del diagrama parábola-rectángulo. Por

ello, se emplea para el cálculo de las curvaturas últimas la aplicación *Prontuario Informático de Hormigón Estructural* (Corres Peiretti et al., 2012), que realiza el cálculo de las secciones mediante el método del diagrama parábola-rectángulo.

Las bases del método se especifican en 3.8.2

3. Longitud equivalente de la articulación plástica

La estimación de la longitud equivalente de la articulación plástica se realiza en base a comprobaciones empíricas propuestas por diversos autores. Se escogen las dos propuestas que se consideran más adecuadas al problema analizado (ver 3.8.3).

3.5.2. Forjado *in situ*

En el caso del forjado ejecutado completamente *in situ*, se elimina la vigueta prefabricada, disponiéndose el armado inferior en obra y hormigonando la totalidad de la sección. Por tanto, este forjado está compuesto por los elementos aligerantes de entrevigado, las armaduras de obra, que en este caso incluye también el armado inferior, y un relleno mediante hormigón, de senos y losa superior.

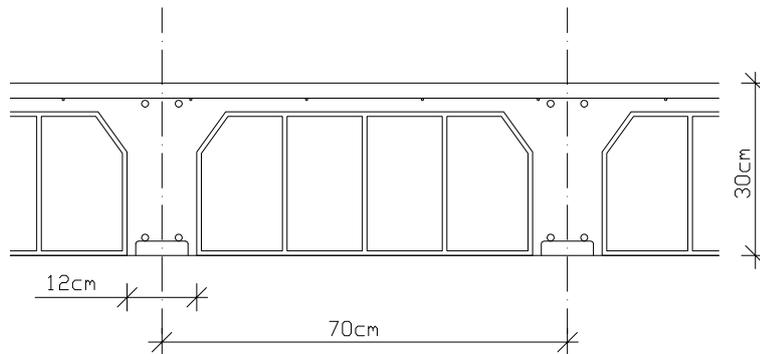


Figura 3.24: Sección tipo de forjado *in situ* analizado

Se considera una sección tipo de forjado de uso habitual, de canto total 30cm y con intereje entre nervios de 70cm. El ancho de nervio para el que se realiza la comprobación es de 12cm. Se ha considerado que todas las secciones tienen, al menos, como armado comprimido 2r8, que se corresponde con la cuantía geométrica mínima para vigas especificada en la tabla 42.3.5 de la Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008).

En este trabajo de investigación se emplea para el análisis una vigueta *in situ*, de uso muy común, con las combinaciones de armado inferior:

	r8+r8	r10+r8	r10+r10	r12+r10	r12+r12
$A \text{ (cm}^2\text{)}$	1,00	1,29	1,58	1,92	2,26
$M_u \text{ (kN} \cdot \text{m)}$	11,95	15,40	18,80	22,80	26,75

	r16+r10	r16+r12	r16+r16	r20+r12
$A \text{ (cm}^2\text{)}$	2,80	3,14	4,02	4,27
$M_u \text{ (kN} \cdot \text{m)}$	33,00	36,85	46,85	49,70

Tabla 3.7: Forjado de viguetas in situ. Combinaciones de armado, área total (cm^2) y momento último ($\text{kN}\cdot\text{m}$).

Al igual que en el caso de vigueta prefabricada armada, el valor de *momento último*, se expresa en valores afectados por los coeficientes parciales de seguridad, es decir, valores suficientemente seguros.

Las combinaciones de armado superior empleadas y los resultados de sección (por nervio excepto M_u) obtenidos son:

Armado	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$M_u \text{ (kN} \cdot \text{m)}$	$x \text{ (cm)}$	$\varphi_y \cdot E - 3$	$\varphi_u \cdot E - 3$	$EI_f \text{ (m}^4\text{)}$
r8+r8	1,0	11,57	3,38	9,22	41,45	1217
r10+r8	1,29	14,82	3,82	9,48	42,22	1515
r10+r10	1,58	18,03	4,24	9,72	42,99	1797
r12+r10	1,92	21,77	4,72	9,98	43,89	2112
r12+r12	2,26	25,44	5,19	10,23	44,83	2410
r16+r10	2,80	31,19	5,93	10,60	46,37	2856
r16+r12	3,14	34,73	6,49	10,81	47,37	3121
r16+r16	4,02	43,42	8,11	11,30	43,16	3762
r20+r16	5,15	53,18	11,14	12,00	31,41	4504

Tabla 3.8: Combinaciones de armado y resultados de sección

con la misma notación y consideraciones que en el apartado anterior.

3.5.3. Cuantías mínimas

La Norma EHE-08 establece en su artículo 42.3.5 (ver figura 3.25) los valores de las cuantías geométricas mínimas que deben disponerse en los diferentes tipos de elementos estructurales.

En el caso de forjados unidireccionales armados, parcialmente prefabricados, con acero de $f_y = 500\text{N/mm}^2$ debe disponerse una cuantía mínima del 3,0 por 1.000 referido a la sección total de hormigón. Tal y como se indica en la figura 42.3.5 de EHE (ver figura 3.26), dicha cuantía se aplica a una sección rectangular de ancho b_w .

Se añade además la obligatoriedad de disponer dos armaduras, activas o pasivas, longitudinales y simétricas respecto al plano medio vertical. La sección a considerar es habitualmente inferior al ancho de la vigueta ($\simeq 12\text{cm}$) (ver figura 3.26), por lo que considerando

Tabla 42.3.5
Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1.000, referidas
a la sección total de hormigón⁽⁶⁾

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		Aceros con $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$	Aceros con $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$
Pilares		4,0	4,0
Losas ⁽¹⁾		2,0	1,8
Forjados unidireccionales	Nervios ⁽²⁾	4,0	3,0
	Armadura de reparto perpendicular a los nervios ⁽³⁾	1,4	1,1
	Armadura de reparto paralela a los nervios ⁽³⁾	0,7	0,6
Vigas ⁽⁴⁾		3,3	2,8
Muros ⁽⁵⁾	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

⁽¹⁾ Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal repartida en las dos caras. Para losas de cimentación y zapatas amadas, se adoptará la mitad de estos valores en cada dirección dispuestos en la cara inferior.

⁽²⁾ Cuantía mínima referida a una sección rectangular de ancho b_w y canto d del forjado de acuerdo con la Figura 42.3.5. Esta cuantía se aplica estrictamente en los nervios y no en las zonas macizadas. Todas las viguetas deben tener en la cabeza inferior, al menos, dos armaduras activas o pasivas longitudinales simétricas respecto al plano medio vertical.

⁽³⁾ Cuantía mínima referida al espesor de la capa de compresión hormigonada *in situ*.

⁽⁴⁾ Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.

⁽⁵⁾ La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.

A partir de los 2,5 m de altura del fuste del muro y siempre que esta distancia no sea menor que la mitad de la altura del muro podrá reducirse la cuantía horizontal a un 2%. En el caso en que se dispongan juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse al 2%. La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. En el caso de muros con espesores superiores a 50 cm, se considerará un área efectiva de espesor máximo 50 cm distribuidos en 25 cm a cada cara, ignorando la zona central que queda entre estas capas superficiales.

⁽⁶⁾ En el caso de elementos pretensados, la armadura activa podrá tenerse en cuenta en relación con el cumplimiento de las cuantías geométricas mínimas sólo en el caso de las armaduras pretesas que actúen antes de que se desarrolle cualquier tipo de deformación térmica o reológica.

Figura 3.25: EHE-08. Cuantías geométricas mínimas.

un ancho inferior a 11cm el armado mínimo para las secciones objeto de este trabajo de investigación será de $11 \times 30 \times 3,0 / 1000 = 0,99 \text{ cm}^2$. Esta cuantía se consigue disponiendo $2\text{Ø}6 + 1\text{Ø}8 = 2 \times 0,28 + 1 \times 0,50 = 1,06 \text{ cm}^2$.

En el caso de forjados unidireccionales ejecutados *in situ* la cuantía geométrica mínima se rige por la fila correspondiente a *Vigas* (ver figura 3.25), que prescribe un valor mínimo de 2,8 por 1.000 referido a la sección total de hormigón. En la sección tipo analizada con valor de ancho de 12cm y valor de canto de 30cm, la cuantía mínima de acero que debe disponerse es de $12 \times 30 \times 2,8 / 1000 \simeq 1,01 \text{ cm}^2$. Se dispone por tanto como armadura mínima $2\text{Ø}8$ con un área de $2 \times 0,503 \simeq 1,01 \text{ cm}^2$.

La función de esta cuantía mínima la describe EHE-08 en los comentarios del artículo 42.3.5 como:

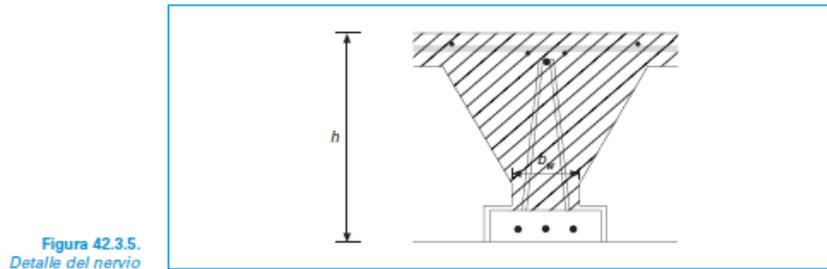


Figura 42.3.5.
Detalle del nervio

Figura 3.26: EHE-08. Detalle de nervio a considerar.

Las cuantías geométricas mínimas para elementos traccionados, parcial o totalmente, (debido a flexión simple, compuesta o tracción simple o compuesta) se definen para controlar la fisuración debida a deformaciones impuestas producidas por temperatura y retracción.

3.6. Análisis de ductilidad

3.6.1. Ductilidad

La curvatura de una sección es la inclinación de su plano de deformación. Esta curvatura es proporcional al momento flector al que está sometida la pieza e inversamente proporcional a su rigidez a flexión.

La *curvatura última* de una sección es la curvatura en el momento de la rotura, esto es, la inclinación de su plano de rotura. La evolución de la curvatura en una sección, desde el inicio hasta la rotura, puede representarse mediante el diagrama *Momento-Curvatura* (ver figura 3.28).

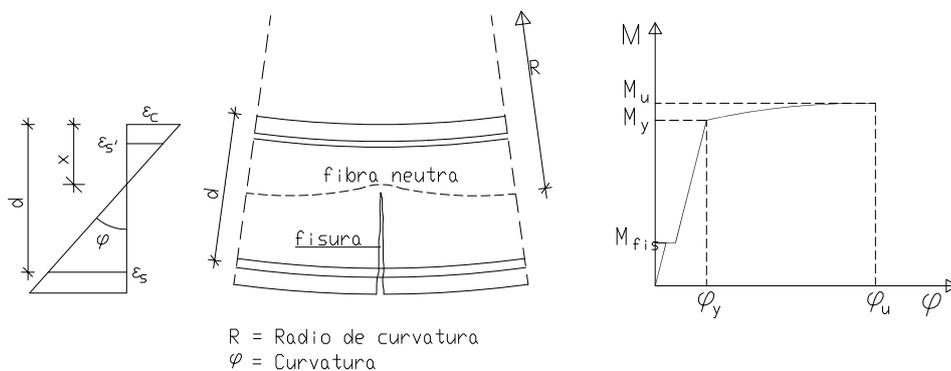


Figura 3.27: Curvatura de una pieza

La expresión de la curvatura, representada habitualmente como φ , es:

$$\varphi = \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI_{fis}} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

De otra manera, considerando un tramo de longitud dx

$$\frac{dx}{r} = \frac{\varepsilon_c dx}{x} = \frac{\varepsilon_s dx}{d - x}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad (3.1)$$

siendo:

r Radio de curvatura medido hasta la fibra neutra

$\varphi = 1/r$ Curvatura del elemento (rotación por unidad de longitud de viga)

La curvatura varía a lo largo de la pieza debido a las variaciones de la profundidad de la fibra neutra y de las deformaciones entre las grietas (ver figura 3.27 en la página anterior). Si la longitud considerada es pequeña y abarca una grieta, la curvatura está definida por la ecuación 3.1, siendo ε_c y ε_s las deformaciones unitarias en la sección fisurada.

Si se calculan las deformaciones de una sección, en una longitud muy pequeña, hasta la rotura de la misma, se obtiene el diagrama *Momento-Curvatura* para la sección. Es conveniente recalcar que este diagrama representa las curvaturas de una sección concreta, no de la pieza.

El diagrama *Momento-Curvatura* de una sección suele representarse mediante tres tramos (ver figura 3.28):

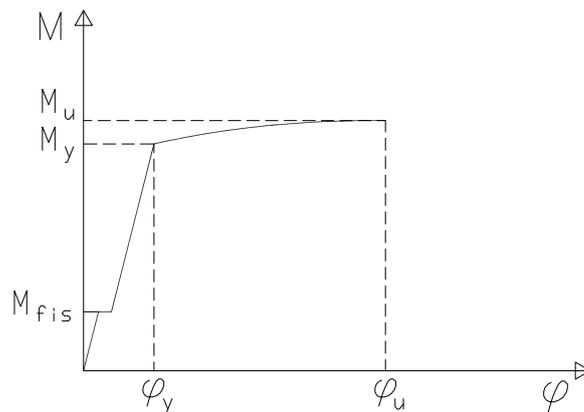


Figura 3.28: Diagrama Momento-Curvatura

1ª fase del diagrama: Desde el comienzo hasta la fisuración de la pieza.

Es un tramo lineal, cumpliendo la ecuación de la elástica:

$$EI = M r = \frac{M}{\varphi}$$

siendo EI la rigidez bruta de la sección homogeneizada.

2ª fase del diagrama: Desde el comienzo de la fisuración hasta que el acero alcanza su límite elástico.

La forma de esta rama depende principalmente de la cuantía de acero, comportándose de manera prácticamente lineal para cuantías bajas de acero.

3ª fase del diagrama: Desde el límite elástico del acero hasta la rotura de la sección.

Una vez que el acero alcanza su límite elástico, se produce un aumento grande de curvatura con aumentos muy pequeños de momento flector.

En las secciones con cuantías muy altas, la rotura puede producirse de manera bastante frágil, situación que mejora si se confina adecuadamente el hormigón. Por ello, para aumentar la ductilidad de una sección es necesario emplear cuantías bajas de armadura.

Simplificación bilineal:

Considerando que la mayoría de las vigas bajo carga de servicio, han superado su momento de fisuración, es una aproximación razonable considerar una relación momento-curvatura lineal, desde cero hasta la plastificación del acero.

Además, teniendo en cuenta que el aumento de momento es muy pequeño desde que el acero alcanza el límite elástico hasta la rotura de la sección, también puede simplificarse esta rama del diagrama asimilándola a una recta horizontal.

Se obtiene por tanto, un diagrama bilineal que representa una buena aproximación para las secciones y cuantías empleadas habitualmente en edificación (ver figura 3.29).

Generalmente se denomina *ductilidad* a la relación entre la curvatura última y la curvatura en el límite elástico. Por ello, a mayor curvatura última, mayor ductilidad.

Una sección con alta ductilidad posee una gran capacidad de deformación antes de su rotura, manteniendo la capacidad a momento flector próxima al valor último. Esto hace que sea una propiedad muy deseable, ya que la rotura se producirá con grandes deformaciones, evitando el fallo frágil, lo que le confiere una gran *capacidad de aviso*.

Además, la ductilidad tiene relación directa con la capacidad de formación de rótulas plásticas y la consiguiente redistribución de esfuerzos, que tiene como consecuencia un

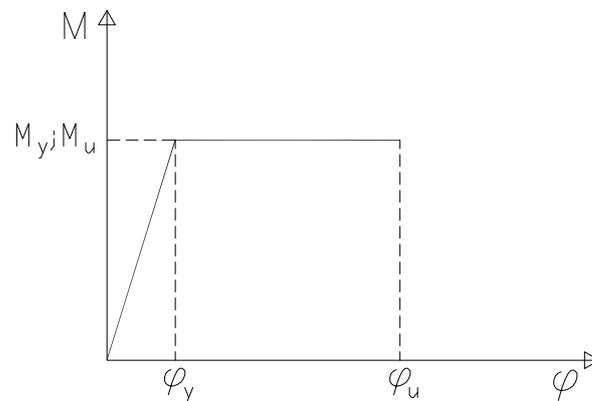


Figura 3.29: Diagrama Momento-Curvatura bilineal

aumento de la carga última en las estructuras hiperestáticas. Por tanto, para asegurar la capacidad de distribución de momentos, es necesario garantizar una ductilidad suficiente en las zonas donde sea necesaria la formación de articulaciones plásticas.

La rotación entre dos secciones de una viga es la suma de las curvaturas en dicho intervalo, es decir, la integral de la curvatura.

$$\theta_{A-B} = \int_A^B \varphi dx$$

La ductilidad de una sección, y con ello su capacidad de rotación aumenta si:

- Se aumenta la cuantía del acero comprimido.
- Se aumenta la resistencia del hormigón.

y disminuye si:

- Se aumenta la cuantía del acero traccionado.
- Se aumenta la resistencia del acero.

3.6.2. Metodología empleada en el análisis de ductilidad

La metodología empleada consiste, en primer lugar, en obtener la capacidad de rotación requerida en cada apoyo (ver apartado 3.7). A continuación, se obtiene el armado necesario y su capacidad de rotación por dos métodos (ver apartado 3.8), para una sección tipo de nervio de 12x30cm (ver apartado 3.5). Finalmente, se realiza la comparación entre la capacidad de rotación requerida y la disponible, mediante el denominado *factor de cumplimiento*:

$$\text{factor de cumplimiento} = \frac{\text{capacidad rotación requerida}}{\text{capacidad rotación disponible}}$$

Este factor debe ser superior a la unidad para asegurar la ductilidad de las secciones críticas.

3.7. Cálculo de rotaciones requeridas en las articulaciones plásticas

3.7.1. Energía de deformación elástica en vigas

En el caso de flexión pura de una barra, el ángulo de rotación de un punto con respecto a otro es proporcional al momento flector, por tanto, la energía de deformación correspondiente a la flexión, igual al trabajo total producido por el momento M , tiene el valor:

$$U = \frac{M\theta}{2}$$

siendo $\theta = \frac{Ml}{EI}$

La energía de deformación puede expresarse como una función de las fuerzas actuantes, en este caso el momento flector, o como una función de la deformación, representada en este caso por la rotación θ .

$$U = \frac{M^2 l}{2EI} = \frac{\theta^2 EI}{2l}$$

La energía de deformación de un segmento de la viga de longitud dx será:

$$dU = \frac{M^2 dx}{2EI}$$

$$dU = \frac{EI}{2} \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 dx$$

Por tanto la energía de deformación a lo largo de toda la viga será la suma de las expresiones anteriores a lo largo de toda la longitud de la misma.

$$U = \int_o^l \frac{M^2 dx}{2EI}$$

$$U = \frac{EI}{2} \int_o^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx$$

Estás misma formulas podrían utilizarse para vigas de sección transversal variable, expresando el momento de inercia de la misma, en función de la variable x ($I = f(x)$).

3.7.2. Rotaciones requeridas en las rótulas plásticas

Se considera una viga de tres tramos (ver figura 3.30):

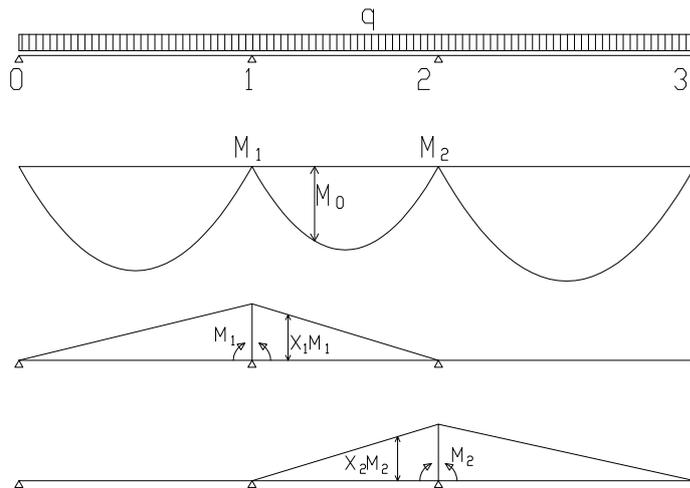


Figura 3.30: Viga de tres tramos con carga uniforme

El momento en cualquier punto de la estructura se puede expresar como:

$$M = M_o + X_1M_1 + X_2M_2$$

siendo:

- M_o El momento flector en cualquier parte de la viga cuando los tramos están libres de restricciones rotacionales en los apoyos (articulados).
- M_1, M_2 Los momentos máximos en los apoyos.
- X_1, X_2 Momento flector en cualquier punto de la viga cuando $M_1 = 1$ y $M_2 = 1$ respectivamente.

La energía de deformación elástica almacenada en la viga es:

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$U = \int (M_o + X_1M_1 + X_2M_2)^2 \frac{dx}{EI}$$

Integral extendida a lo largo de toda la longitud de la viga.

Para calcular las rotaciones elásticas se utiliza el Teorema de Castigliano:

$$-\theta_i = \frac{\partial U}{\partial M_i}$$

en el apoyo 1

$$\begin{aligned} -\theta_1 &= \frac{\partial U}{\partial M_1} = \int \frac{X_1}{EI} (M_0 + X_1 M_1 + X_2 M_2) dx = \\ &= \int \frac{X_1 M_0}{EI} dx + M_1 \int \frac{X_1^2}{EI} dx + M_2 \int \frac{X_1 X_2}{EI} dx \end{aligned}$$

y de igual manera:

$$\begin{aligned} -\theta_2 &= \frac{\partial U}{\partial M_2} = \int \frac{X_2}{EI} (M_0 + X_1 M_1 + X_2 M_2) dx = \\ &= \int \frac{X_2 M_0}{EI} dx + M_1 \int \frac{X_1 X_2}{EI} dx + M_2 \int \frac{X_2^2}{EI} dx \end{aligned}$$

La rotación debida a las cargas externas ($M_1 = 0$; $M_2 = 0$) será:

$$-\theta_1 = \int \frac{X_1 M_0}{EI} dx = \delta_{10}$$

La rotación debida al momento unitario en el apoyo 1 ($M_0 = 0$; $M_2 = 0$) será:

$$-\theta_1 = M_1 \int \frac{X_1^2}{EI} dx = M_1 \delta_{11}$$

La rotación debida al momento unitario en el apoyo 2 ($M_0 = 0$; $M_1 = 0$) será:

$$-\theta_1 = \int \frac{X_1 X_2}{EI} dx = M_2 \delta_{12}$$

Por tanto, se pueden escribir las ecuaciones de la siguiente manera:

$$-\theta_1 = \delta_{10} + M_1 \delta_{11} + M_2 \delta_{12}$$

$$-\theta_2 = \delta_{20} + M_1 \delta_{21} + M_2 \delta_{22}$$

Generalizando, para una estructura con n apoyos, la rotación en la articulación i será:

$$-\theta_i = \delta_{i0} + M_1 \delta_{i1} + M_2 \delta_{i2} + \dots + M_i \delta_{ii} + \dots + M_n \delta_{in}$$

que puede escribirse como:

$$-\theta_i = \delta_{i0} + \sum M_k \delta_{ik}$$

siendo, como se ha visto anteriormente:

$$\delta_{i0} = \int \frac{X_i M_0}{EI} dx$$

la rotación en la articulación i debida únicamente a las cargas externas.

$$\delta_{ik} = \int \frac{X_i X_k}{EI} dx$$

la rotación en la articulación i debida a $M_k = 1$ actuando únicamente en la articulación k .

y

M_i, M_k : Momentos máximos en las articulaciones.

X_i : Momento flector en cualquier punto cuando $M_i = 1$

X_k : Momento flector en cualquier punto cuando $M_k = 1$

EI : Rigidez a flexión.

dx : Elemento de longitud del tramo

Las integrales se realizarán a lo largo de toda la viga.

3.7.2.1. Proceso para obtener las rotaciones requeridas:

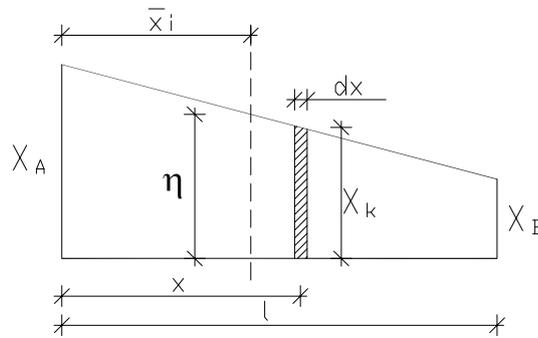
1. Hacer la estructura estáticamente determinada colocando articulaciones en los puntos de formación de rótulas plásticas. En el caso de vigas continuas, las rótulas plásticas se formarán, en primer lugar, en los apoyos.
2. Encontrar las rotaciones en las articulaciones provocadas por:
 - a) Las cargas externas
 - b) Los momentos máximos que actúan en las articulaciones.

Nota: δ_{i0} , M_k y δ_{ik} se pueden obtener de manera independiente. No es necesario la resolución de un sistema de ecuaciones

3.7.2.2. Cálculo del coeficiente δ_{ik} . (Rotación en la articulación i debida a $M_k = 1$ actuando en la articulación k)

Para obtener δ_{ik} hay que resolver una integral de producto que involucra los momentos flectores X_i y X_k .

En el caso de vigas continuas con cargas lineales o puntuales, la variación de X_i y X_k será lineal (ver figura 3.31):



\bar{x}_i = Coordenada del centroide

Figura 3.31: Variación de momentos flectores

$$X_k = \frac{x}{l} X_B + \frac{l-x}{l} X_A$$

$$\delta_{ik} = \int_0^l \frac{X_i X_k}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^l X_i \frac{x}{l} X_B dx + \frac{1}{EI} \int_0^l X_i \frac{l-x}{l} X_A dx$$

al ser:

$$\int_0^l x_i x dx \text{ el primer momento del área del diagrama de } x_i \text{ alrededor de } A = A_i \bar{x}_i$$

y

$$\int_0^l x_i (l-x) dx \text{ el primer momento del área del diagrama de } x_i \text{ alrededor de } B = A_i (l - \bar{x}_i)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \delta_{ik} &= \int_0^l \frac{X_i X_k}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{X_B}{l} A_i \bar{x}_i + \frac{X_A}{l} A_i (l - \bar{x}_i) \right] \\ &= \frac{A_i}{EI} \left(X_B \frac{\bar{x}_i}{l} + X_A \frac{l - \bar{x}_i}{l} \right) = \frac{A_i}{EI} \eta \end{aligned}$$

siendo:

$$\eta = \left(X_B \frac{\bar{x}_i}{l} + X_A \frac{l - \bar{x}_i}{l} \right) \text{ (ver figura 3.31)}$$

A_i = Área del diagrama de momentos.

η = Ordenada del centroide del diagrama de momentos.

EI = Rigidez a flexión de la pieza

En el caso de una viga continua, sólo tienen influencia, además de δ_{i0} (rotación debida a cargas externas), los giros:

- δ_{ii} Giro del apoyo
- $\delta_{i,i-1}$ Giro del apoyo anterior
- $\delta_{i,i+1}$ Giro del apoyo posterior

Considerando la notación (ver figura 3.32):

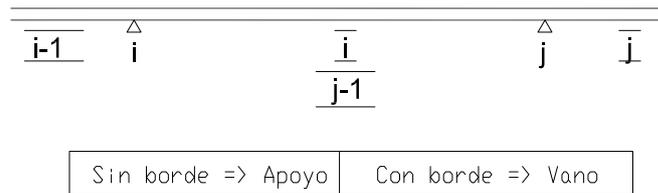


Figura 3.32: Notación para vanos y apoyos

$$\delta_{i,i} = \int \frac{X_i X_i}{EI} dx = \frac{1}{EI_{i-1}} \left(-\frac{l_{i-1}}{2} \left(-\frac{2}{3} \right) \right) + \frac{1}{EI_i} \left(-\frac{l_i}{2} \left(-\frac{2}{3} \right) \right) = \frac{l_{i-1}}{3EI_{i-1}} + \frac{l_i}{3EI_i}$$

$$\delta_{i,i+1} = \int \frac{X_i X_{i+1}}{EI} dx = 0 + \frac{1}{EI_i} \left(-\frac{l_i}{2} \left(-\frac{1}{3} \right) \right) + 0 = \frac{l_i}{6EI_i}$$

$$\delta_{i,i-1} = \int \frac{X_i X_{i-1}}{EI} dx = 0 + \frac{1}{EI_{i-1}} \left(-\frac{l_{i-1}}{2} \left(-\frac{1}{3} \right) \right) + 0 = \frac{l_{i-1}}{6EI_{i-1}}$$

3.7.2.3. Cálculo del coeficiente δ_{i0}

$$\delta_{i0} = \int \frac{X_i M_0}{EI} dx$$

En una viga continua con carga repartida, la rotación en el apoyo i será la suma de las rotaciones en el vano anterior y posterior (ver figura 3.33).

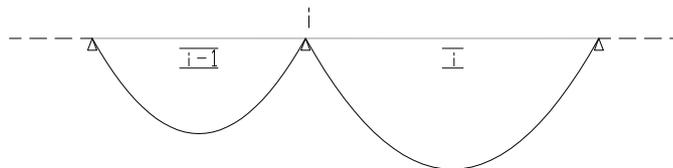


Figura 3.33: Apoyo i . Vano anterior y posterior

Los ángulos de giro en una viga biapoyada con carga uniforme son (ver apartado 3.7.2.4):

$$\varphi_A = -\varphi_B = \frac{pl^3}{24EI}$$

El momento isostático es:

$$M_{isos} = \frac{pl^2}{8}$$

por lo que

$$p = \frac{8M_{isos}}{l^2}$$

sustituyendo se obtiene:

$$\varphi_A = -\varphi_B = \frac{M_{isos}l}{3EI}$$

el giro en el apoyo i debido a las cargas externas será:

$$\delta_{i,0} = -\frac{M_{i-1}l_{i-1}}{3EI_{i-1}} - \frac{M_i l_i}{3EI_i}$$

siendo M el momento isostático

Por tanto, para obtener el giro en un apoyo de una viga continua (ver figura 3.34):

$$-\theta_i = \delta_{i0} + M_{i-1}\delta_{i,i-1} + M_i\delta_{i,i} + M_{i+1}\delta_{i,i+1}$$

con los valores de δ obtenidos anteriormente.

3.7.2.4. Obtención de giros para tramo isostático. Carga lineal

Método1. A partir de la ley de momentos flectores

$$M_x = \frac{px}{2}(l-x)$$

$$\theta_x = \int \frac{M_x}{EI} dx = \int \frac{p}{2EI} (xl - x^2) = \frac{p}{2EI} \left[l\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right] + C = \frac{p}{12EI} [3lx^2 - 2x^3] + c$$

para $x = \frac{l}{2} \Rightarrow \theta = 0$

$$\frac{p}{12EI} \left(3l\frac{l^2}{4} - \frac{2l^3}{8} \right) + c = 0$$

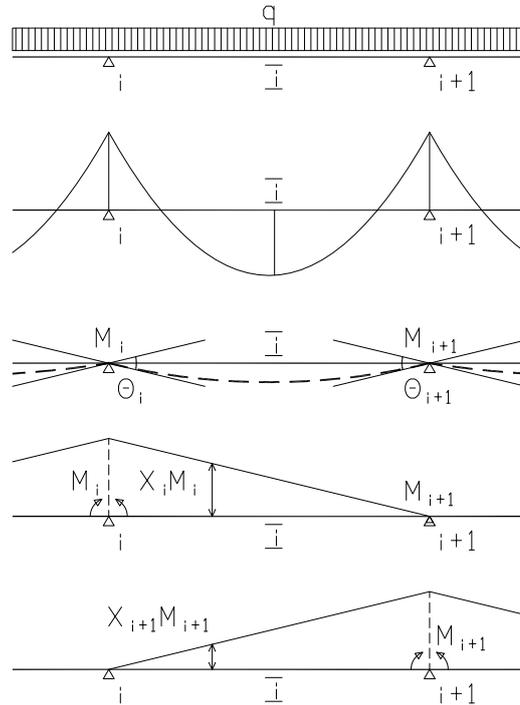


Figura 3.34: Giro en apoyos de viga continua

por lo que:

$$c = -\frac{p}{12EI} \left(\frac{3l^3}{4} - \frac{l^3}{4} \right) = -\frac{p}{12EI} \left(\frac{l^3}{2} \right) = -\frac{pl^3}{24EI}$$

por tanto:

$$\theta_x = \frac{p}{12EI} [3lx^2 - 2x^3] - \frac{pl^3}{24EI} = \frac{p}{24EI} (6lx^2 - 4x^3 - l^3)$$

$$\text{para } x = 0 \Rightarrow \theta = -\frac{pl^3}{24EI}$$

$$\text{para } x = l \Rightarrow \theta = +\frac{pl^3}{24EI}$$

siendo $M_{isos} = \frac{pl^2}{8}$, se obtiene:

$$\text{para } x = 0 \Rightarrow \theta_0 = -\frac{M_{isos}l}{3EI}$$

$$\text{para } x = l \Rightarrow \theta_l = +\frac{M_{isos}l}{3EI}$$

Método 2. A partir de la ecuación de la elástica

$$y_x = \frac{px}{24EI}(x^3 - 2lx^2 + l^3)$$

$$\theta_x = \frac{dy_x}{dx} = \frac{p}{24EI}(4x^3 - 6lx^2 + l^3)$$

$$\text{para } x = 0 \Rightarrow \theta = +\frac{pl^3}{24EI}$$

$$\text{para } x = l \Rightarrow \theta = -\frac{pl^3}{24EI}$$

siendo $M_{isos} = \frac{pl^2}{8}$, se obtiene:

$$\text{para } x = 0 \Rightarrow \theta_0 = +\frac{M_{isos}l}{3EI}$$

$$\text{para } x = l \Rightarrow \theta_l = -\frac{M_{isos}l}{3EI}$$

3.8. Cálculo de la capacidad de rotación de las secciones de hormigón armado

La rotación entre dos puntos cualquiera de una viga se puede calcular integrando las curvaturas a lo largo del intervalo (ver figura 3.35).

$$\theta_A = \int_A^B \varphi dx$$

Se supone que en el apoyo se ha alcanzado el momento último M_u y por tanto la curvatura última φ_u . La curvatura plástica abarcará una longitud, de al menos, aquella en la que el momento flector supera al momento en el que se alcanza el límite elástico del acero, punto de la gráfica M_y, φ_y (ver figura 3.28).

Se puede idealizar la distribución de curvaturas dividiendo el total de la curvatura en una parte elástica y un parte plástica.

La contribución elástica a la rotación puede calcularse mediante:

$$\theta_{A-B} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

En el caso de que se desee obtener la rotación entre dos puntos de la viga, con una variación considerable de la rigidez entre ambos, debida a los distintos niveles de fisuración

de la pieza, es conveniente utilizar un valor intermedio entre los valores de la sección no fisurada y completamente fisurada.

Se utiliza el concepto de *inercia o rigidez equivalente* definida por la fórmula de Branson:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] I_f \leq I_b$$

donde:

M_a	Momento flector máximo aplicado a la sección.
M_f	Momento de fisuración $M_f = f_{ctm,fi} W_b$
$f_{ctn,fi}$	Resistencia media del hormigón a flexotracción.
W_b	Módulo resistente de la sección bruta respecto a la fibra extrema en tracción.
I_b	Momento de inercia de la sección bruta.
I_f	Momento de inercia de la sección fisurada en flexión simple.

La inercia equivalente es útil para evaluar deformaciones, ya que el cálculo abarca, desde zonas de pieza completamente fisurada, hasta zonas en las que no se ha superado el momento de fisuración. En el caso del cálculo de la longitud de la rótula plástica, zona que estará completamente fisurada, el valor que describe con más fidelidad el estado del tramo de viga considerado, es la *inercia fisurada*.

La zona de rotación plástica se puede reemplazar por un rectángulo equivalente de altura $\varphi_u - \varphi_y$ y de anchura l_p , que tenga un área aproximadamente equivalente a la de la distribución real (ver figura 3.35). En secciones con elevado esfuerzo cortante, la fisuración diagonal tiene una importante influencia sobre la longitud de las rotaciones plásticas.

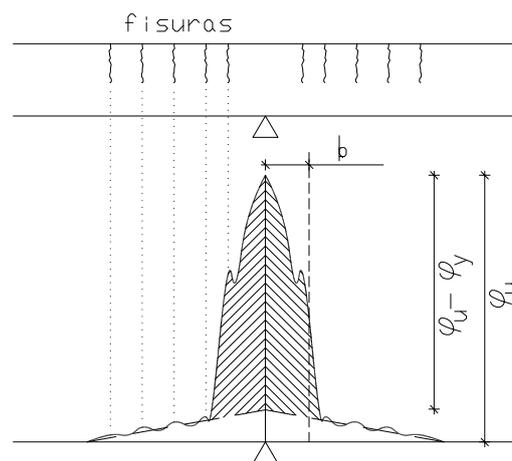


Figura 3.35: Distribución de curvatura en el apoyo de una viga continua sin influencia de esfuerzo cortante.

En consecuencia, el valor de la rotación de la articulación plástica a un lado de la sección puede expresarse como:

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) l_p$$

Se deben obtener, por tanto, los valores de:

φ_y	Curvatura elástica
φ_u	Curvatura última
l_p	Longitud equivalente de la rótula plástica.

3.8.1. Cálculo de la curvatura elástica φ_y . Sección rectangular.

Para analizar el estado tensional de piezas de hormigón armado en situaciones de servicio, antes de que el acero alcance su límite elástico, se usa el *método clásico* de cálculo de secciones.

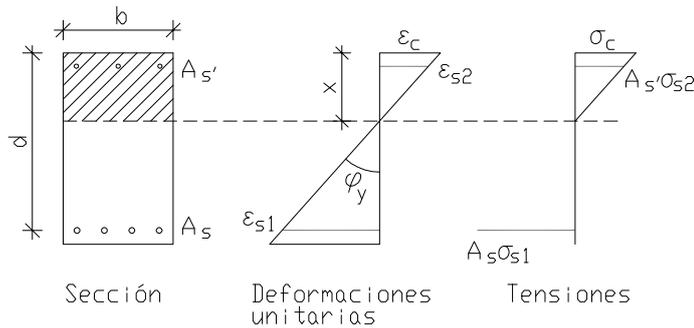


Figura 3.36: Tensiones y deformaciones en situaciones de servicio

$A_x = bx$ Área de la zona comprimida.

$S_x = \frac{1}{2}bx^2$ Momento estático de la zona comprimida de hormigón respecto a la fibra neutra.

$I_x = \frac{1}{3}bx^3$ Momento de inercia de la zona comprimida de hormigón respecto a la fibra neutra.

Ecuaciones de equilibrio

$$0 = \frac{1}{2}bx^2 + nA'(x - d') - nA(d - x)$$

$$\frac{M_x}{\sigma_c} = \frac{1}{3}bx^3 + nA'(x - d')^2 + nA(d - x)^2$$

siendo:

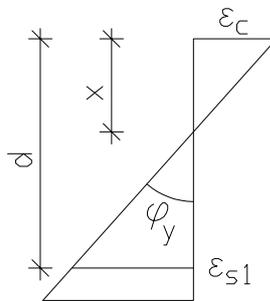
$$\sigma_c = \frac{M_x}{I_e}$$

I_e = momento de inercia de la sección homogeneizada

Las ecuaciones de equilibrio también pueden expresarse como:

$$0 = \frac{1}{2}bx\sigma_c + A'\sigma_2 - A\sigma_1$$

$$M = \frac{1}{2}bx\sigma_c(d - \frac{x}{3}) + A'\sigma_2(d - d') - A\sigma_1 d$$



Curvatura φ_y

Figura 3.37: Curvatura elástica φ_y

El valor de la curvatura será:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$$

$$\varphi_y = \frac{\sigma_y / E_s}{d - x} \quad (3.2)$$

siendo σ_y la tensión en el límite elástico (f_{yd})

Proceso para obtener φ_y :

1. Se obtiene el valor de x de las ecuaciones de equilibrio, siendo x la profundidad de la fibra neutra.

2. $\sigma_y = f_{yd}$. Normalmente acero B500S $\Rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1,15}$
3. $E_s = 200,000 \text{ N/mm}^2$
4. Mediante la fórmula 3.2 se obtiene el valor de φ_y en radianes

3.8.2. Cálculo de la curvatura plástica φ_u . Sección rectangular.

Para obtener el valor de la curvatura última de la pieza, es preciso analizar el estado tensional de la sección hormigón armado en situación de estado límite último, es decir, en el instante en que se alcanza la rotura.

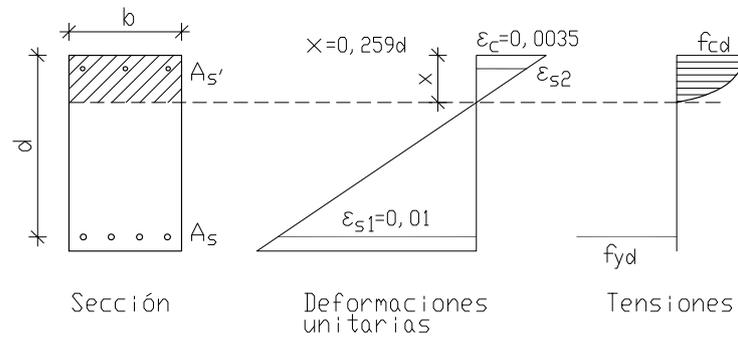


Figura 3.38: Tensiones y deformaciones en estado límite último. Frontera entre dominios 2 y 3.

Las deformaciones límites de las secciones que constituyen los forjados unidireccionales estarán dentro de los dominios 2 y 3 definidos en el diagrama de pivotes (ver figura 3.39).

El *dominio 2* se corresponde con flexión simple o compuesta cuando el acero ha alcanzado su deformación de rotura ($\varepsilon_s = 10\text{‰}$) sin que el hormigón haya alcanzado su deformación máxima ($0 < \varepsilon_c < 3,5\text{‰}$).

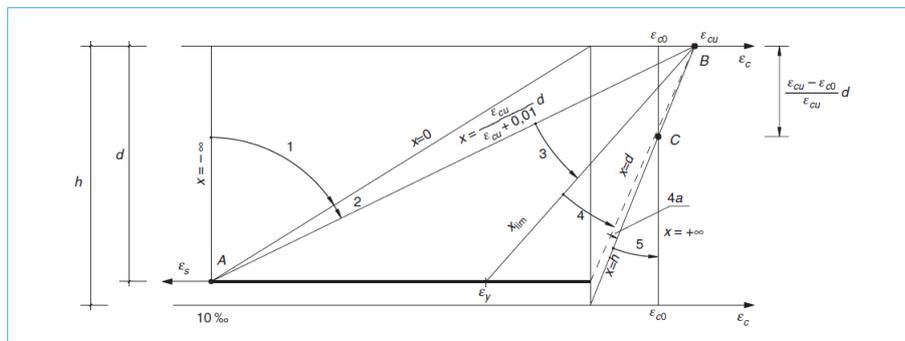


Figura 3.39: Diagrama de pivotes

En este dominio:

$$\frac{0,0035}{x} = \frac{0,01}{d - x_{AB}}$$

$$x_{AB} = 0,259d$$

Las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones son:

$$\frac{0,01}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d_2} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y - x}$$

El *dominio 3* se corresponde con la sollicitación de flexión simple o compuesta cuando el hormigón ha alcanzado la deformación de rotura ($\varepsilon_c = 3,5\%$) y la deformación del acero está comprendida entre la deformación última y la deformación en el límite elástico ($10\% < \varepsilon_s < \varepsilon_y$).

En este dominio:

$$\varepsilon_{s1} = 0,0035 \frac{d - x_{lim}}{x_{lim}}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

por lo que:

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + 1,429 \cdot 10^{-3} f_{yd}}$$

Las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones son:

$$\frac{0,0035}{x} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d_2} = \frac{\varepsilon_y}{y - x}$$

El valor de la curvatura será:

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (3.3)$$

Proceso para obtener φ_u :

1. Se obtiene ε_c y x de las ecuaciones de equilibrio, siendo ε_c la deformación del hormigón y x la profundidad de la fibra neutra.

2. Mediante la fórmula 3.3 se obtiene el valor de φ_u en radianes

3.8.3. Cálculo de la longitud equivalente de la articulación plástica l_p .

Se han propuesto diversas expresiones empíricas para calcular la longitud equivalente de la articulación plástica (ver figura 3.40).

Entre otras:

- A.L.L.Baker (Baker (1956))

$$l_p = k_1 k_2 k_3 \left(\frac{z}{d}\right)^{1/4} d$$

para elementos de acero B500S conformados en frío, sin esfuerzos de compresión:

$$l_p = 0,6 \left(\frac{z}{d}\right)^{1/4} d$$

- W.G.Corley (Corley (1996))

$$l_p = 0,5d + 0,2\sqrt{d} \left(\frac{z}{d}\right)$$

Estableciendo como límite inferior para la deformación de compresión, el valor:

$$\varepsilon_c = 0,003 + 0,02 \frac{b}{z} + \left(\frac{\rho_s f_y}{20}\right)^2$$

- A.H.Mattock (Mattock (1967))

propone una simplificación de la expresión de Corley:

$$l_p = 0,5d + 0,05z \tag{3.4}$$

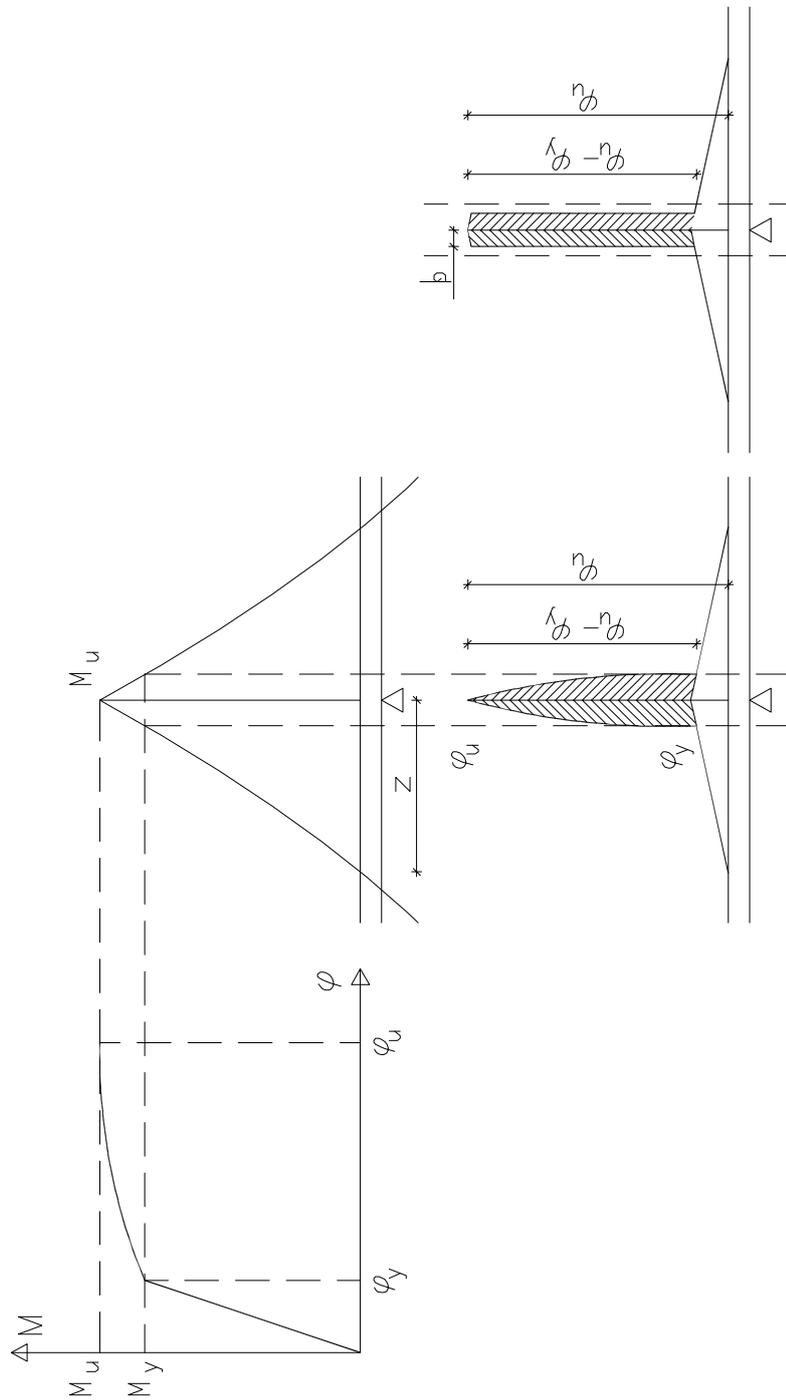


Figura 3.40: Longitud de la articulación plástica.

Estableciendo como límite inferior para la deformación de compresión, el valor:

$$\varepsilon_c = 0,003 + 0,02 \frac{b}{z} + 0,2\rho_s$$

- H.A.Sawyer (Sawyer (1964))

$$l_p = 0,25d + 0,077z$$

- Comité 428 de ACI-ACSE (American Concrete Institute (2008))

$$0,25d + 0,03z \leq l_p \leq 0,5d + 0,1z$$

- T.Paulay y M.J.N. Priestley (Paulay and Priestley (1992))

En el apartado 3.5 *Ductility relationships* de la publicación desarrollan el estudio de la ductilidad de secciones de hormigón armado sometidas a movimientos sísmicos.

Ductility is a essential property of structures responding inelastically during severe shaking.

Se pone de manifiesto en la publicación que los valores de las longitudes plásticas obtenidos de manera teórica no se corresponden con los valores obtenidos por métodos experimentales.

Theoretical values for the equivalent plastic hinge length l_p based on integration of the curvature distribution for typical members would make l_p directly proportional to l . Such values do not, however, agree well with experimentally measured lengths. This is because, as Fig. 3.27(c) and (d) show, the theoretical curvature distribution ends abruptly at the base of the cantilever, while tensile strains continue, due to finite bond stress, for some depth into the footing. The prolongation of bars beyond the theoretical base leads to additional rotation and deflection. The phenomenon is referred to as tensile strain penetration. It is evident that the extent of the strain penetration will be related to the reinforcing bar diameter, since large-diameter bar will require greater development lengths. A second reason for discrepancy between theory and experiment is the increased spread of plasticity resulting from inclined flexure-shear cracking. As is showed in Section 3.6.3, inclined cracks result in steel strains some distance above the base being higher than predicted by the bending moment at that level. A good estimate of the effective plastic hinge length may be obtained from the expression

$$l_p = 0,08l + 0,022d_b f_{yd} \quad (3.5)$$

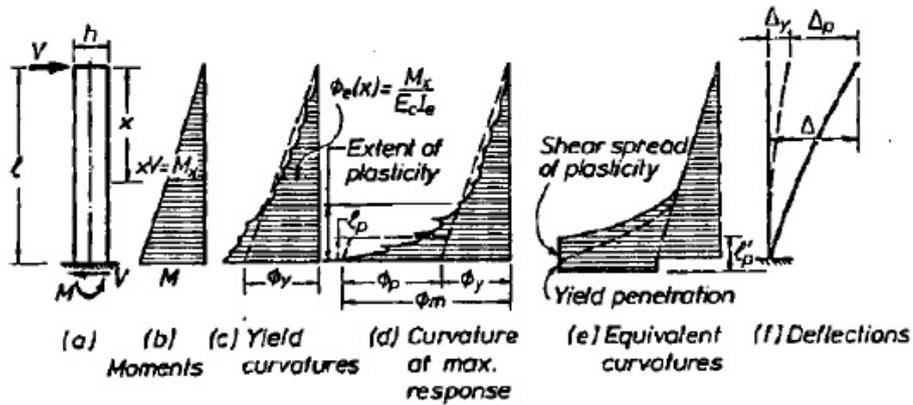


Figura 3.41: Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. (Fig 3.27 - Moment, curvature, and deflection relationships for a prismatic reinforced concrete or masonry cantilever)

- Eurocódigo 2 (CEN European Committee for Standardization, 2004)

En el Eurocódigo 2 (UNE-EN 1992-1-1:2010), apartado 5.6.3 Capacidad de giro, se propone para el cálculo de la longitud de las rótulas plásticas:

El procedimiento simplificado para vigas continuas y losas continuas unidireccionales se basa en la capacidad de giro de las zonas de viga/losa sobre una longitud de aproximadamente 1,2 veces el canto de la sección. Se supone que estas zonas son sometidas a una deformación plástica (formación de rótulas plásticas) bajo la combinación relevante de acciones. Se considera satisfecha la comprobación del giro plástico en el estado límite último si se demuestra que, bajo la combinación relevante de acciones, el giro calculado θ_s es menor o igual al giro plástico permitido (véase la figura 5.5).

$$l_p = 0,6h \tag{3.6}$$

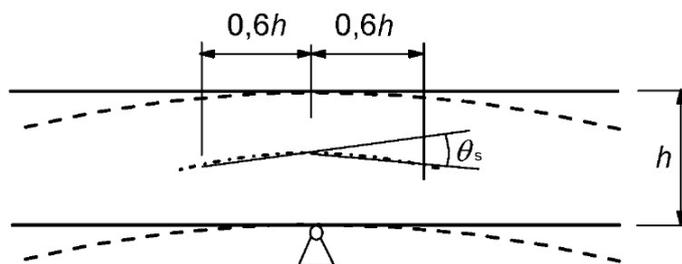


Figura 3.42: Eurocódigo 2. (Figura 5.5 - Giro plástico θ_s de las secciones de hormigón armado para vigas continuas y losas continuas unidireccionales)

En todas las expresiones, la longitud plástica equivalente depende del canto útil del elemento y de la luz entre apoyos. Directamente, como en la expresión de *Paulay y Priestley* (3.5); la incluida en el *Eurocódigo 2* (3.6) o, indirectamente, a través del valor de z (distancia desde sección crítica a puntos de inflexión de gráfica de momentos).

Para la obtención de la longitud equivalente, se emplearán en este trabajo de investigación, las expresiones de *A.H. Mattock* (3.4); la de *Paulay y Priestley* (3.5) y la incluida en el *Eurocódigo 2* (3.6). Ello permitirá comparar los resultados obtenidos mediante:

1. Expresión en la que el factor más influyente es el canto útil del elemento (*Mattock* (1967)).
2. Expresión en la que el valor más significativo es la luz entre apoyos, , siendo además la propuesta más moderna (*Paulay and Priestley* (1992)).
3. Procedimiento simplificado, incluido en una normativa vigente, de aplicación a la tipología objeto de estudio (CEN European Committee for Standardization (2004)).

En el caso de un apoyo en continuidad, la longitud equivalente de la articulación plástica será la suma de las longitudes equivalentes a ambos lados del apoyo.

Capítulo 4

Casos de estudio. Aplicación de metodología

La implementación de un sistema de cálculo automático, junto con las herramientas informáticas de manejo masivo de datos, permiten analizar un número elevado de casos en un tiempo razonable.

El número de casos viene determinado por la intención de abarcar una proporción muy elevada de las situaciones que se encuentran habitualmente en edificación. De esta manera, las conclusiones obtenidas a partir de los modelos de estudio podrán generalizarse prácticamente a todos los casos posibles.

En edificación raramente se encuentran luces de forjado por debajo de $3,50m$ ya que la disposición de un número elevado de pilares interfiere enormemente con la distribución arquitectónica. Además, el armado superior e inferior del forjado para luces excesivamente cortas, viene determinado por las cuantías mínimas exigidas por la normativa. En el caso de estructuras con luces superiores a $6,50m$, cada vez más usuales, la solución de forjado unidireccional pierde competitividad respecto a soluciones como el forjado bidireccional o la placa alveolar, por lo que no es habitual plantear estructuras de luces elevadas con forjado unidireccional.

Se decide, en base a lo anteriormente expuesto, estudiar un rango de luces entre $3,5$ y $6,5m$ con intervalos de $0,50m$. Se analizan pues, paños de forjado con combinaciones de valores de luces de $3,5m$; $4,0m$; $4,5m$; $5,0m$; $5,5m$; $6,0m$ y $6,5m$.

Respecto al número de vanos de forjado que se consideran, se omiten los paños de forjado de un solo vano, ya que su condición de isostáticos no permite ninguna optimización en la línea de esta investigación, y se establece como límite superior el valor de 7 vanos. Esta decisión del límite superior se basa en la limitación normativa respecto a la consideración de acciones térmicas establecida en el apartado 3.4 del Documento Básico SE-AE del Código Técnico de la Edificación (Ministerio de la Vivienda, 2006b) :

La disposición de juntas de dilatación puede contribuir a disminuir los efectos de las variaciones de la temperatura. En edificios habituales con elementos estructurales de hormigón o acero, pueden no considerarse las acciones térmicas cuando se dispongan juntas de dilatación de forma que no existan elementos continuos de más de 40 m de longitud. Para otro tipo de edificios, los DB incluyen la distancia máxima entre juntas de dilatación en función de las características del material utilizado.

Como puede observarse, a partir de 40m, es necesario considerar acciones térmicas en el cálculo del edificio, por lo que es práctica usual disponer juntas de dilatación si la longitud del edificio supera dicho valor. Además, el encofrado y hormigonado de grandes superficies complica considerablemente la ejecución de las obras ya que obliga a disponer de una gran cantidad de material auxiliar tales como puntales, tablas de encofrado, etc. A estos motivos hay que añadir que, la organización urbana y las ordenanzas urbanísticas rara vez permiten ejecutar edificios de longitudes superiores a 40m, siendo estos excepciones dentro de la edificación en España.

Siendo la luz media de las consideradas 5,00m, con un número de vanos superior a 7 se superaría el límite de 40m anteriormente justificado. Se decide por tanto que el número máximo de vanos a considerar sea 7.

4.1. Número de modelos analizados y subdivisiones propuestas

Para obtener el número de casos que se analizarán con cada número diferente de vanos, se calcula el número de variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n , siendo m el número de luces consideradas y n el número de vanos:

$$VR_m^n = m^n$$

Luces consideradas ($m = 7$) \mapsto 3,5m; 4,0m ; 4,5m ; 5,0m; 5,5m; 6,0m y 6,5m

Vanos considerados $n = 2; 3; 4; 5; 6$ y 7

Aposos considerados en análisis de ductilidad $= (n^{\circ} \text{casos} * (\text{vanosconsiderados} - 1))$ ¹⁹

Vanos	2	3	4	5	6	7	Total
	7^2	7^3	7^4	7^5	7^6	7^7	
Nº Casos	49	343	2.401	16.807	117.649	823.543	960.792

Tabla 4.1: Número de casos analizados

Dentro de la gran cantidad de casos analizados es posible, considerando cómo varían las luces, hacer una serie de divisiones o graduaciones según dos factores: el valor relativo de

¹⁹No se analizan los apoyos inicial y final ya que se parte de la hipótesis de que no tienen impedido el giro

Vanos/Apoyos	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	Total
Nº Casos	49	343	2.401	16.807	117.649	823.543	
Apoyos	1	2	3	4	5	6	
Nº Apoyos	49	686	7.203	67.228	588.245	4.941.258	5.604.669

Tabla 4.2: *Ductilidad. Número de apoyos analizados*

las luces de los distintos tramos del paño y el valor relativo de la disparidad de las luces de los tramos de cada paño.

Con objeto de estudiar la repercusión de la disparidad de la longitud de las luces, se considera una graduación en función de la *desviación estándar* de las mismas. Se establecen los intervalos correspondientes a los *cuartiles*. De esta manera se considera *disparidad de luces baja* a valores de la desviación estándar comprendidos entre el mínimo y el primer cuartil, *disparidad de luces media-baja* a valores entre el primer y segundo cuartil, *disparidad de luces media-alta* a valores entre el segundo y tercer cuartil y *disparidad de luces alta* a valores entre el tercer cuartil y el máximo.

disparidad baja	disparidad media-baja	disparidad media-alta	disparidad alta
$0 \rightarrow \frac{sd_{max}}{4}$	$\frac{sd_{max}}{4} \rightarrow \frac{sd_{max}}{2}$	$\frac{sd_{max}}{2} \rightarrow \frac{3 \cdot sd_{max}}{4}$	$\frac{3 \cdot sd_{max}}{4} \rightarrow sd_{max}$

$sd_{max} = \text{desviación estándar máxima}$

Tabla 4.3: *Graduación de disparidades de luces*

Con objeto de estudiar la repercusión del valor de la longitud de las luces y considerando que el rango de dichos valores es de $6,50 - 3,50 = 3,00m$, se establecen cuatro intervalos con incremento de valor $rango/4 = 0,75m$, obteniéndose las siguientes graduaciones: *luces bajas* (media de $3,50$ a $4,25m$), *luces media-bajas* (media de $4,25$ a $5,00m$), *luces media-altas* (media de $5,00$ a $5,75m$) y *luces altas* (media de $5,75$ a $6,50m$).

valor bajo	valor medio bajo	valor medio alto	valor alto
$3,50 m \rightarrow 4,25 m$	$4,25 m \rightarrow 5,00 m$	$5,00 m \rightarrow 5,75 m$	$5,75 m \rightarrow 6,50 m$

valor medio de luces de tramo

Tabla 4.4: *Graduación de media de luces*

Estas divisiones permitirán establecer relaciones entre la repercusión de armadura y las características geométricas del paño, y obtener conclusiones o recomendaciones sobre la mejor disposición geométrica en fase de diseño, y el mejor método de análisis en fase de cálculo.

Asimismo, podrá estudiarse como varía la ductilidad requerida en las secciones en función de las características geométricas de los paños.

4.2. Estudio previo. Elección de grado de redistribución

En el caso del análisis elástico con redistribución limitada, la normativa Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08 (Ministerio de Fomento, 1998), permite escoger entre distintos grados de redistribución sin superar el 30 % cuando se utilizan armaduras de acero tipo SD²⁰ (alta ductilidad) y el 20 % para aceros tipo S²¹ (ver apartado 3.1.3.4).

Siendo habitual la prescripción, excepto en zona sísmica, del acero de ductilidad normal, se realiza un análisis previo para determinar qué valor de redistribución entre el 5 % y el 20 % es el que proporciona, de manera general, un menor consumo de armadura. Con la redistribución elegida, que será la más competitiva, se realizará la comparación con el resto de métodos de cálculo.

Para realizar este estudio se analizan los modelos definidos en la sección 4.1 con valores de redistribución de 5 %, 10 %, 15 y 20 %. Se verifica que la redistribución con la que se calcula cumple la condición establecida en la normativa:

$$r < 56 - 125 \frac{x}{d}$$

Para obtener la profundidad de la fibra neutra en rotura en la sección crítica (x), se emplea el método simplificado incluido en los comentarios al Artículo 21 de EHE-08:

En el caso de secciones rectangulares, la profundidad de la fibra neutra está relacionada con la diferencia de cuantías mecánicas de armadura de tracción y compresión, y puede obtenerse simplificada mediante las siguientes expresiones:

$$\text{— Si } 0,10 \leq w - w' \leq 0,18$$

$$\frac{x}{d} = 1,1(w - w') + 0,06$$

$$\text{— Si } 0,18 \leq w - w' \leq 0,42$$

$$\frac{x}{d} = 1,45(w - w')$$

donde $w = (A_s \cdot f_{yd}) / (f_{cd} \cdot b \cdot d)$ y $w' = (A'_s \cdot f_{yd}) / (f_{cd} \cdot b \cdot d)$ son, respectivamente, las cuantías mecánicas de armadura de tracción (A_s) y de compresión (A'_s), b es el ancho de la sección y d el canto útil.

Estas mismas expresiones son aplicables a secciones en T, TT o cajón, tomando b como el ancho eficaz de la cabeza de compresión, cuando el bloque de compre-

²⁰ Acero de alta ductilidad.

²¹ Acero de ductilidad normal.

siones en Estado Límite Último se localiza en la cabeza comprimida, lo cual se produce cuando:

$$(w - w') \leq 0,85 \frac{h_0}{d}$$

donde h_0 es el espesor de la cabeza de compresión.

4.3. Estructura de software de análisis

Para realizar el análisis de los casos de estudio, se implementa un programa de cálculo automático con dos módulos diferenciados. Por una parte, el sistema encargado de generar los distintos modelos de cálculo y, por otra parte, el sistema encargado de analizar cada uno de los casos, escribiendo los resultados en un fichero que permita ser procesado posteriormente.

El proceso que sigue el software de análisis implementado se resume en los siguientes pasos:

1. Generación automatizada de modelos en base a los valores especificados en la sección 4.1.

Tras generar un modelo, se analiza obteniéndose todos los resultados requeridos. A continuación se genera un nuevo modelo y así sucesivamente hasta que se completa el proceso.

2. Análisis de cada uno de los casos

a) Cálculo de forjado

Mediante las funciones de cálculo de forjados se obtiene, para cada uno de los cuatro métodos disponibles (ver Sección 4.4):

- Momentos elásticos negativos sobre los apoyos
- Momentos elásticos positivos máximos y su posición
- Cortantes a izquierda y derecha de cada uno de los vanos

b) Dimensionado de armaduras

- Se obtiene la cuantía de armado en las secciones de apoyo y vano, escogiendo de entre las combinaciones disponibles (ver Sección 4.5), la de menor peso.
- Se determinan los puntos de corte y las longitudes de las distintas armaduras (ver Sección 4.6)

c) Medición del acero dispuesto en el forjado

- A partir de los datos de secciones y longitudes de armadura se obtiene la medición (en *kg*) del forjado

Una vez están disponibles los datos resultado de los análisis, es necesario procesarlos para obtener información a partir de ellos. Esto se realiza mediante software de libre distribución, en concreto mediante el programa “*R*” (?).

4.4. Análisis realizados

4.4.1. Análisis elástico

Se lleva a cabo mediante la función *CálculoElasticoViga()*.

El algoritmo, que realiza el análisis elástico, se implementa con el siguiente código (de Miguel (1998)):

```

a[0]=0.0; b[0]=1.0; c[0]=0.0; d[0]=0.0;

MomentosElasticosApoyolzquierda[1]=0.0;
MomentosElasticosApoyoDerecha[n]=0.0;

for (int i=1; i < n; i++) {
  a[i]=(d[i-1]-a[i-1])* ObtenerLuzTramo(i-1)/b[i-1];
  b[i]=(2*(ObtenerLuzTramo(i-1)+ObtenerLuzTramo(i)) - (ObtenerLuzTramo(i-1)*c[i-1]/b[i-1]));
  c[i]=ObtenerLuzTramo(i);
  d[i]=ObtenerCargaLinealTramo(i-1)*(ObtenerLuzTramo(i-1)*
    ObtenerLuzTramo(i-1)*ObtenerLuzTramo(i-1))/4 +
    ObtenerCargaLinealTramo(i)*(ObtenerLuzTramo(i)*
    ObtenerLuzTramo(i))/4;
}

for (int i=n; i > 1; i--) {
  MomentosElasticosApoyolzquierda[i]=(d[i-1]-a[i-1]-
    ObtenerLuzTramo(i-1)*
    MomentosElasticosApoyoDerecha[i])/b[i-1];
  MomentosElasticosApoyoDerecha[i-1]=
    MomentosElasticosApoyolzquierda[i];
}

```

4.4.2. Análisis elástico con redistribución

Se lleva a cabo mediante la función *CálculoRedistribuidoViga(int Redistribucion)*.

Se parte del análisis elástico realizado mediante la función *CálculoElasticoViga()*. A los resultados obtenidos se les aplica la redistribución, disminuyendo los momentos flectores sobre los apoyos y a continuación calculando por equilibrio los momentos flectores y los esfuerzos cortantes en vanos.

El algoritmo se implementa con el siguiente código:

```

for (int i=1; i < n; i++) {
    MomentosRedistribuidosApoyos[i]= MomentosRedistribuidosApoyos[i]*(1-(
        redistribucion/100.0));
}

```

Para escoger la redistribución óptima se realiza un estudio previo para determinar el valor con el que, de manera general, se obtiene una cuantía menor de armado total (ver Sección 4.2)

4.4.3. Análisis plástico

Se lleva a cabo mediante la función *CálculoPlásticoViga()*.

El algoritmo se implementa con el siguiente código (de Miguel (1998)):

```

//comienza la función que se repetirá luego
for (int i = 0; i < n; i++){
    momplas = 0;
    if (MomentosPlasticosApoyos[i] == 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i + 1]
        == 0.0)
        momplas = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
            ObtenerLuzTramo(i) / 16;

    if (MomentosPlasticosApoyos[i] == 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i + 1]
        != 0.0){
        temp1 = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
            ObtenerLuzTramo(i);
        temp2 = (4 * MomentosPlasticosApoyos[i + 1]) / (
            ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
            ObtenerLuzTramo(i));
        temp3 = (2 - sqrt(2 + temp2)) * (2 - sqrt(2 + temp2));
        momplas = temp1 * temp3 / 4;
    }

    if (MomentosPlasticosApoyos[i] != 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i + 1]
        == 0.0){
        temp1 = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
            ObtenerLuzTramo(i);
        temp2 = (4 * MomentosPlasticosApoyos[i]) / (
            ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
            ObtenerLuzTramo(i));
        temp3 = (2 - sqrt(2 + temp2)) * (2 - sqrt(2 + temp2));
        momplas = temp1 * temp3 / 4;
    }

    if (momplas > mommax){
        mommax = momplas;
        tram = i;
    }
}
//finaliza la función que se repetirá luego

do{
    if (MomentosPlasticosApoyos[tram] == 0){
        MomentosPlasticosApoyos[tram] = mommax;
    }

    if (MomentosPlasticosApoyos[tram + 1] == 0){
        MomentosPlasticosApoyos[tram + 1] = mommax;
    }
}

```

```

//comienza la función que se ejecutó al inicio y que se repite dentro
del do.while

mommax = 0;
temp1 = 0;
temp2 = 0;
temp3 = 0;

for (int i = 0; i < n; i++){
  momplas = 0;
  if (MomentosPlasticosApoyos[i] == 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i
+ 1] == 0.0)
    momplas = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
      ObtenerLuzTramo(i) / 16;

  if (MomentosPlasticosApoyos[i] == 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i
+ 1] != 0.0){
    temp1 = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
      ObtenerLuzTramo(i);
    temp2 = (4 * MomentosPlasticosApoyos[i + 1]) / (
      ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
      ObtenerLuzTramo(i));
    temp3 = (2 - sqrt(2 + temp2)) * (2 - sqrt(2 + temp2));
    momplas = temp1 * temp3 / 4;
  }

  if (MomentosPlasticosApoyos[i] != 0.0 & MomentosPlasticosApoyos[i
+ 1] == 0.0){
    temp1 = ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
      ObtenerLuzTramo(i);
    temp2 = (4 * MomentosPlasticosApoyos[i]) / (
      ObtenerCargaLinealTramo(i) * ObtenerLuzTramo(i) *
      ObtenerLuzTramo(i));
    temp3 = (2 - sqrt(2 + temp2)) * (2 - sqrt(2 + temp2));
    momplas = temp1 * temp3 / 4;
  }

  if (momplas > mommax){
    mommax = momplas;
    tram = i;
  }
}

//finaliza la función que se ejecutó al inicio y que se repite dentro del
do.while

}
while (mommax != 0);

```

4.4.4. Análisis mediante método de las rótulas plásticas

Se lleva a cabo mediante la función *CálculoRotulasViga()*.

El algoritmo se implementa con el siguiente código:

```

//Momentos en vanos y posición del máximo
for (int i = 0; i < n; i++) {
  luz=ObtenerLuzTramo(i);
  carga=ObtenerCargaLinealTramo(i);

  if (i==0) { //primer vano

```

```

    MomentosRotulasVanos[i][0]= carga*luz*luz/11.66;
    float m1=MomentosRotulasVanos[i][0];
    float a=-carga*0.5;
    float b=(carga*luz*0.5)-(m1/luz);
    float c=-m1;

    MomentosRotulasVanos[i][1]=(-b-sqrt((b*b-4*a*c)))/(2*a); //
        posición
}
else if (i==(n-1)) { // último vano
    MomentosRotulasVanos[i][0]= carga*luz*luz/11.66;
    float m1=MomentosRotulasVanos[i][0];
    float a=-carga*0.5;
    float b=(carga*luz*0.5)+(m1/luz);
    float c=-2*m1;

    MomentosRotulasVanos[i][1]=(-b-sqrt((b*b-4*a*c)))/(2*a); //
        posición
}
else {
    MomentosRotulasVanos[i][0]= carga*luz*luz/16.0;
    MomentosRotulasVanos[i][1]= luz*0.50; // posición
}
}

//Momentos sobre los apoyos
for (int i = 1; i < n; i++) {
    luzizda= ObtenerLuzTramo(i-1);
    cargaizda=ObtenerCargaLinealTramo(i-1);
    luzdcha= ObtenerLuzTramo(i);
    cargadcha=ObtenerCargaLinealTramo(i);

    if (i==1) { //primer vano
        if (n==2) { //si sólo son dos vanos
            MomentosRotulasApoyos[i][0]=- cargaizda*luzizda*luzizda/11.66;
            MomentosRotulasApoyos[i][1]=- cargadcha*luzdcha*luzdcha/11.66;
        }
        else {
            MomentosRotulasApoyos[i][0]=- cargaizda*luzizda*luzizda/11.66;
            MomentosRotulasApoyos[i][1]=- cargadcha*luzdcha*luzdcha/16.0;
        }
    }
    else if (i==(n-1) & n>2) { //ultimo vano y numero de vanos>2
        MomentosRotulasApoyos[i][0]=- cargaizda*luzizda*luzizda/16.0;
        MomentosRotulasApoyos[i][1]=- cargadcha*luzdcha*luzdcha/11.66;
    }
    else{
        MomentosRotulasApoyos[i][0]=- cargaizda*luzizda*luzizda/16.0;
        MomentosRotulasApoyos[i][1]=- cargadcha*luzdcha*luzdcha/16.0;
    }
}
}
}

```

4.5. Dimensionado de armaduras

Se realiza mediante la función *CalculaArmado()*.

Esta función calcula todos los armados excepto los correspondientes a las funciones de optimización.

Las combinaciones de armado escogidas son:

- Armado inferior de forjado unidireccional con vigueta prefabricada armada

Armado inferior 2r6 (montaje) + combinación.

Combinación	Área montaje	Área 1 refuerzo	Área 2 refuerzo	M resistido
r8	0.56	0.50	0.0	12.7
r10	0.56	0.79	0.0	16.2
r8+r8	0.56	0.50	0.50	18.6
r10+r8	0.56	0.79	0.50	22.0
r10+r10	0.56	0.79	0.79	25.3
r12+r10	0.56	1.13	0.79	29.3
r12+r12	0.56	1.13	1.13	33.2
r16+r10	0.56	2.01	0.79	39.4
r16+r12	0.56	2.01	1.13	43.3
r16+r16	0.56	2.01	2.01	54.3
	cm^2	cm^2	cm^2	$kN \cdot m/m$

- Armado inferior de forjado unidireccional *in situ*

Combinación	Área 1 refuerzo	Área 2 refuerzo	M resistido
r8+r8	0.50	0.50	12.0
r10+r8	0.79	0.50	15.4
r10+r10	0.79	0.79	18.8
r12+r10	1.13	0.79	22.8
r12+r12	1.13	1.13	26.8
r16+r10	2.01	0.79	33.0
r16+r12	2.01	1.13	36.9
r16+r16	2.01	2.01	46.9
r20+r12	3.14	1.13	49.7
r20+r16	3.14	2.01	60.7
r20+r20	3.14	3.14	72.2
	cm^2	cm^2	$kN \cdot m/m$

- Armado superior de forjados unidireccionales con vigueta prefabricada armada e *in situ*

Combinación	Área 1 refuerzo	Área 2 refuerzo	M resistido
r8+r8	0.50	0.50	11.57
r10+r8	0.79	0.50	14.82
r10+r10	0.79	0.79	18.03
r12+r10	1.13	0.79	21.77
r12+r12	1.13	1.13	25.44
r16+r10	2.01	0.79	31.19
r16+r12	2.01	1.13	34.73
r16+r16	2.01	2.01	43.42
r20+r16	3.14	2.01	53.18
	cm^2	cm^2	$kN \cdot m/m$

Se considera un coeficiente de seguridad promedio, entre permanentes y variables, de valor= 1,40

4.5.1. Armado inferior

Se busca entre las combinaciones de armado predefinidas la mínima que resiste el momento flector en el vano.

Se realizan dos comprobaciones:

1. Se comprueba que el armado resiste como mínimo, por exigencia de EHE-08, la mitad del momento isostático del vano.

EHE-08. Artículo 21^o. Estructuras reticulares planas, forjados y placas unidireccionales.

Comentarios: Todos los vanos deberán resistir como mínimo, un momento positivo igual a la mitad de su momento isostático.

2. Se comprueba que el armado cumple la cuantía mínima exigida por normativa EHE-08.

EHE-08. Artículo 42.3.5. Cuantías geométricas mínimas. Tabla 43.3.5

Esta última comprobación se realiza de manera indirecta, verificando que todas las combinaciones disponibles para el dimensionado de las armaduras cumplen la limitación de cuantía.

En el caso de nervios de forjados unidireccionales, la cuantía geométrica mínima debe ser, para un acero B500S, superior al 3 por mil.

Todas las viguetas deben tener en la cabeza inferior, al menos, dos armaduras activas o pasivas longitudinales simétricas respecto al plano medio vertical²². Esto obliga a que las dos armaduras inferiores con que se arman los forjados unidireccionales ejecutados *in situ* deban disponerse a lo largo de toda la longitud del vano.

²² Artículo 42.3.5 de EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008)

4.5.2. Armado superior

Tras obtener el valor de momento sobre cada uno de los apoyos, se busca la mínima combinación de armado que soporte el momento sobre el vano.

En el caso del dimensionado mediante el *método de las rótulas plásticas*, se obtiene el armado a partir del momento mayor sobre el apoyo. Es el valor a considerar según el método simplificado para la redistribución de esfuerzos en forjados contemplado en el Anejo 12 de EHE-08 (ver figura 4.1)

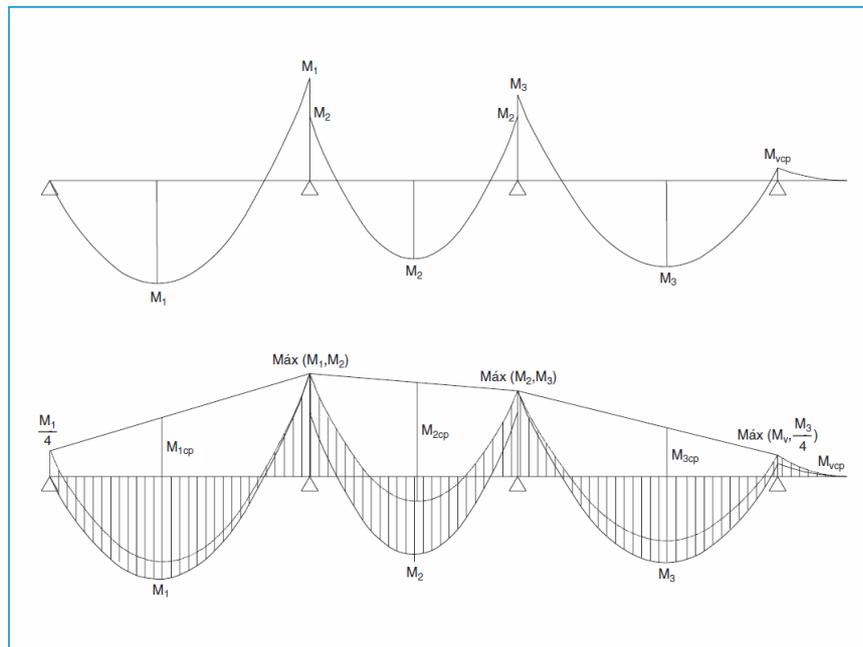


Figura 4.1: Gráficas básicas y envolvente de momentos flectores. EHE Anejo 12

4.6. Obtención de longitudes de armadura

Para obtener las longitudes de las barras se localizan, en primer lugar, los puntos de corte de cada una de las armaduras.

La función que localiza los puntos de corte, *CalculaPuntosCorte()*, opera por vanos, calculando para cada vano el punto de corte a izquierda y derecha.

Se opera de la siguiente manera:

- Se obtiene para cada vano el momento en el apoyo izquierdo y en el apoyo derecho.
- A continuación se obtiene el valor de momento flector que soporta la primera de las barras en cada uno de los dos apoyos, izquierdo y derecho.

- Se obtienen los dos primeros puntos de corte, que serán los puntos de momento nulo.
- Se obtienen los dos segundos puntos de corte que se corresponderán con la intersección de las rectas horizontales que pasan por la ordenada de valor el momento resistido por la primera barra de refuerzo y la función gráfica de momentos. (ver figura 4.2)

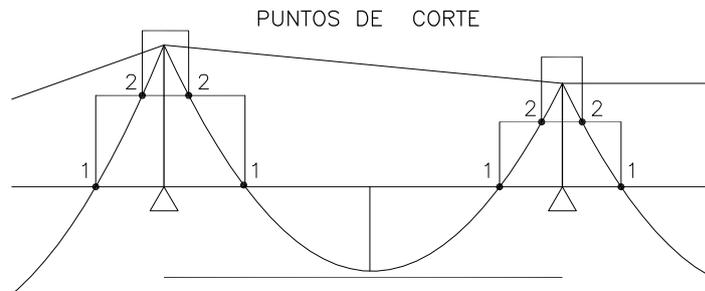


Figura 4.2: Puntos de corte de gráficas de momentos flectores

- Hay que realizar una corrección en el caso de que haya momento positivo sobre un apoyo. Es un caso raro pero posible cuando se realiza un análisis lineal (por ejemplo, con valores de luces 6-3-3-6)

4.6.0.1. Armado inferior

En las viguetas prefabricadas armadas, como longitud de la armadura de montaje y de la primera barra, se tomará la longitud del vano, ya que no es posible calcular la longitud exacta sin conocer el ancho del elemento de apoyo. Este valor tiene un grado de aproximación suficiente de cara al objetivo de esta investigación. Como longitud de la segunda barra se tomará el 75 % de la luz del vano, valor habitual empleado en la práctica.

En las viguetas ejecutadas *in situ*, se disponen dos barras a lo largo de la totalidad del vano, con objeto de cumplir la disposición del artículo 42.3.5 de EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008):

Todas las viguetas deben tener en la cabeza inferior, al menos, dos armaduras activas o pasivas longitudinales simétricas respecto al plano medio vertical.

4.6.0.2. Armado superior

La armadura superior, al igual que la inferior, debe cubrir el diagrama de momentos. Además, deberá ser capaz de soportar un incremento de tracción respecto a la producida por el momento de cálculo de valor (artículo 44.2.3.4.2 de EHE-08):

$$\Delta T = V_{rd} \cotg\theta - \frac{V_{su}}{2} (\cotg\theta + \cotg\alpha)$$

Esta prescripción se cumple de forma automática decalando la ley de momentos de cálculo una magnitud igual a:

$$S_d = z(\cotg\theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_{rd}} (\cotg\theta + \cotg\alpha))$$

siendo:

- α ángulo de las armaduras con el eje de la pieza.
- θ ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza

Esto se traduce, para el caso concreto de los forjados de edificación, en que debe prolongarse la armadura una longitud igual a un canto más la longitud de anclaje. En el caso de la armadura inferior, para los modelos objeto de este trabajo, el incremento de longitud citado queda absorbido por los condicionantes geométricos y normativos.

Por tanto, el proceso para calcular las longitudes de armadura superior es:

- La longitud de la primera barra, desde el apoyo hacia el interior del vano, será la distancia del apoyo al primer punto de corte más un canto más la longitud de anclaje.
- De igual manera, la longitud de la segunda barra, desde el apoyo hacia el interior del vano, será la distancia del apoyo al segundo corte más un canto más la longitud de anclaje.
- La longitud total de cada barra será el resultado de sumar las longitudes en los dos vanos adyacentes en que se dispone.

4.7. Verificación del software de análisis

Para proceder a la verificación del software de análisis se realiza un análisis *manual*, con métodos gráficos, mediante la aplicación informática *Autocad*.

Procedimiento para dibujar gráficas de momentos a partir del momento en los dos apoyos (ver figura 4.3):

1. En *Autocad*, con objeto de conseguir una gráfica ajustada a la función de momentos, y con la precisión requerida, se modifican los valores de las siguientes variables:
 - splinesegs = 30
 - splinetype = 5
2. Se dibuja el esquema del tramo de forjado.
3. Se dibujan, a escala, los momentos flectores en sus extremos.

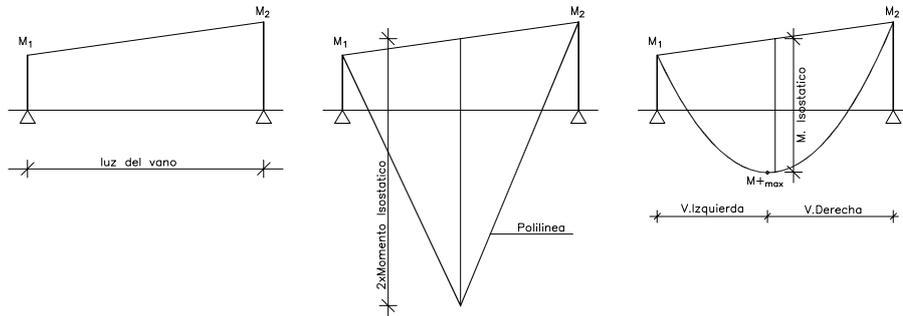


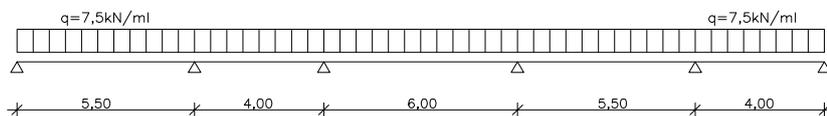
Figura 4.3: Dibujo de gráfica de momentos flectores.

4. Por el punto medio de la recta que une los dos valores de momento flector se traza un segmento con una longitud igual a dos veces el valor del momento isostático.
5. Se traza una polilínea de dos segmentos que una los momentos negativos sobre los apoyos con el punto final del segmento trazado en el paso anterior.
6. Mediante el comando *spline*, *Autocad* convierte la polilínea en una curva tipo *B-spline* racional no uniforme (NURBS). Para ello, divide la polilínea en un número de segmentos igual al valor de la variable *splinesegs*. El tipo de curva obtenido se aproxima, con alto grado de precisión, a la parábola que define la ley de momentos flectores.

4.7.1. Modelo nº1

Se realiza la verificación con un forjado de 5 tramos, con luces 5,5m; 4,0m; 6,0m; 5,5m y 4,0m. Se considera una carga uniformemente repartida de valor 7,50kN/m².

Se toma para el análisis, como es habitual, una banda de 1,0m. La carga lineal a considerar para el análisis es por tanto 7,50kN/ml. (ver figura 4.4)



ESQUEMA DE FORJADO

Figura 4.4: Esquema de forjado de verificación

Los valores del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) para cada vano son:

- luz = 5,50m : $M_{I,5,5} = 28,4 \text{ kNm/m}$

- $luz = 4,00m : M_{I,4,0} = 15,0kNm/m$
- $luz = 6,00m : M_{I,6,0} = 33,8kNm/m$
- $luz = 5,50m : M_{I,5,5} = 28,4kNm/m$
- $luz = 4,00m : M_{I,4,0} = 15,0kNm/m$

4.7.1.1. Cálculo elástico

Se realiza análisis elástico mediante el programa de Cálculo de estructuras Sap2000 (Computers and Structures Inc. (2013)). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.5.

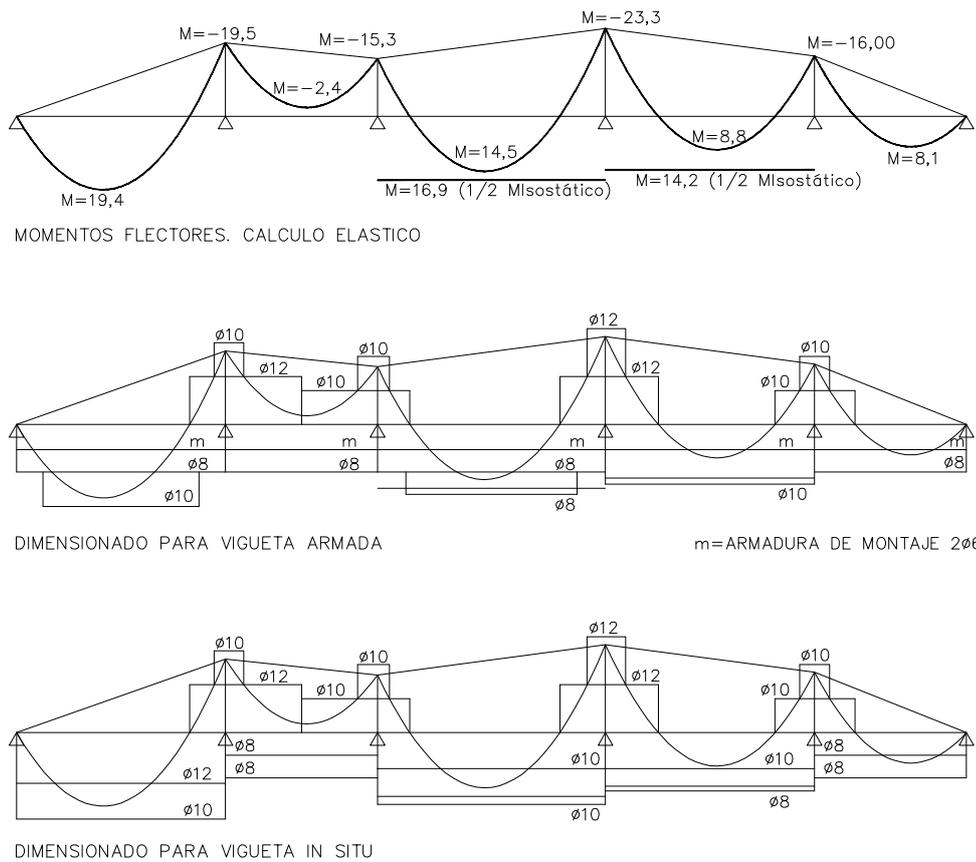


Figura 4.5: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico

Medición de acero en cálculo manual**Vigueta prefabricada armada**

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 412 \times 0,79 = 909 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 742 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3360 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,38 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (295 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (285 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (84 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 476 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (260 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (101 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 738 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 5: } (211 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 438 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $2282 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 17,90 \text{ kg}$

- Total vigueta prefabricada armada = **44,28 kg**

Vigueta *in situ*

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (1,13 + 0,79) = 1056 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3513 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 27,58 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (295 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (285 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (84 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 476 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (260 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (101 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 738 \text{ cm}^3$$

Superior apoyo 5: $(211 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 438 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2282 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 17,90 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **45,48 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **44,30 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **45,50 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **44,28 kg / 44,30 kg = 0,9995**

Desviación= 0,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **45,48 kg / 45,50 kg = 0,9996**

Desviación= 0,4 por mil

4.7.1.2. Cálculo elástico redistribuido 20 %

Manualmente se redistribuyen los esfuerzos, disminuyendo el valor de los esfuerzos negativos sobre los apoyos un 20 %. A continuación, y partiendo de dichos valores, se construye la gráfica de momentos flectores redistribuidos. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.6.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 412 \times 0,50 = 949 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424,0 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 743 \text{ cm}^3$

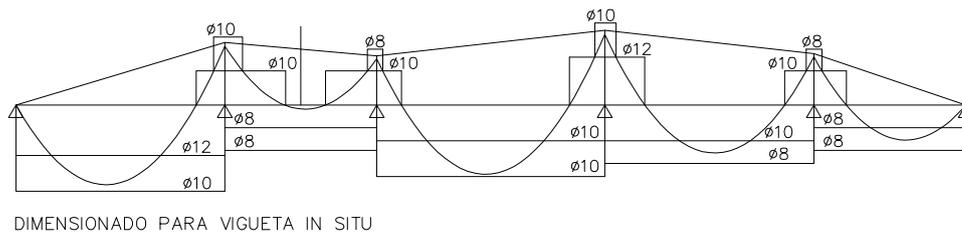
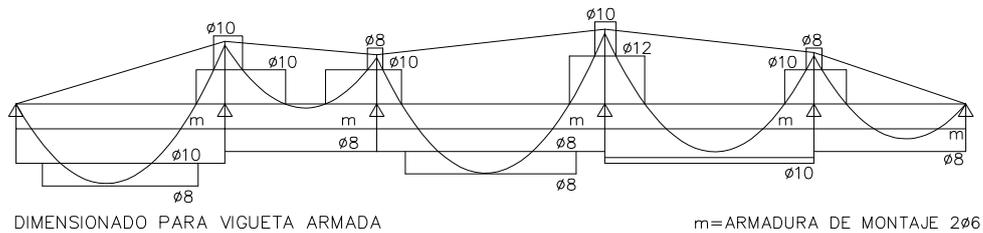
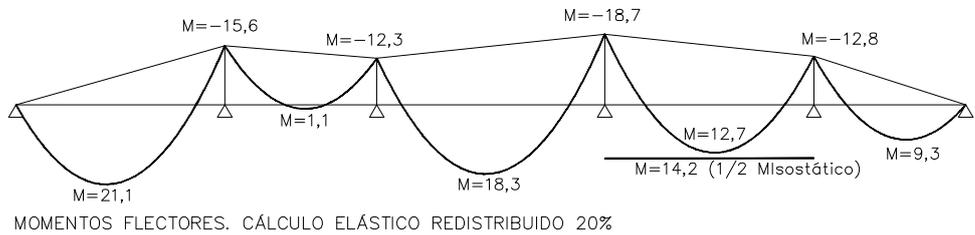


Figura 4.6: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%

Inferior Vano 5: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $3400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,69 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(236 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (76 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 455 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(200 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (41 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 342 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(199 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (56 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 538 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 5: $(162 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (42 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 312 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $1647 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 12,93 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **39,62 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $550 \times (1,13 + 0,79) = 1056 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 5: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $3514 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 27,58 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(276 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 1 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (76 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 435 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(265 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 1 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (41 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 341 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(199 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (56 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 538 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 5: $(162 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (42 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 312 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $1626 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 12,77 \text{ kg}$

■ Total vigueta *in situ* = **40,35 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático**Vigueta prefabricada armada**

Total vigueta prefabricada armada = **39,60 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **40,50 kg**

Comparación de resultados**Vigueta prefabricada armada**

Cálculo manual / cálculo automático = **39,62 kg / 39,60 kg = 1,0005**

Desviación = 0,05 por mil

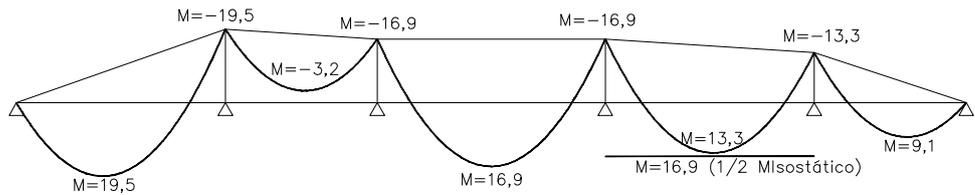
Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **40,35 kg / 40,45 kg = 0,9975**

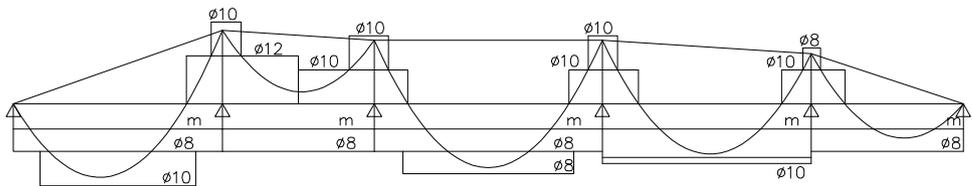
Desviación = 2,5 por mil

4.7.1.3. Cálculo plástico

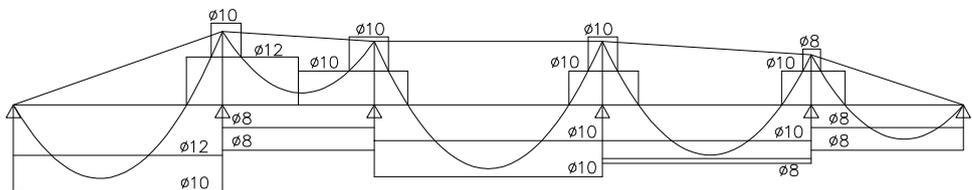
De manera manual se procede a realizar el cálculo plástico. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.7.



MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO PLÁSTICO



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA

 $m=$ ARMADURA DE MONTAJE $2\phi 6$ 

DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.7: Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 412 \times 0,79 = 908 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 743 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3360 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,38 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(294 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(288 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (103 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 494 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(184 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 415 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 5: $(167 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (47 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 318 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $1857 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,58 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **40,96 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $550 \times (1,13 + 0,79) = 1056 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 5: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $3513 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 27,58 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(294 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(288 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (103 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 494 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(184 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 415 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 5: $(167 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (47 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 318 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $1857 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,58 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **42,16 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **40,94 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **42,14 kg**

Comparación de resultados**Vigueta prefabricada armada**

Cálculo manual / cálculo automático = **40,96 kg / 40,94 kg = 1,0005**

Desviación= 0,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **42,16 kg / 42,14 kg = 1,0005**

Desviación= 0,5 por mil

4.7.1.4. Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el método de las Rótulas Plásticas (LaHuerta (1967)). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.8.

Medición de acero en cálculo manual**Vigueta prefabricada armada**

Inferior Vano 1: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 412 \times 0,79 = 909 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424,0 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 743 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 5: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$

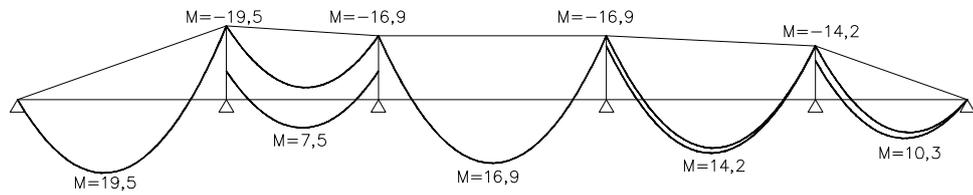
■ Total armado inferior: $3360 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,38 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(294 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$

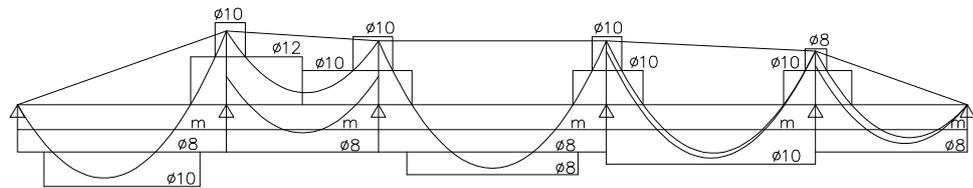
Superior apoyo 3: $(288 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (103 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 494 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(184 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 415 \text{ cm}^3$

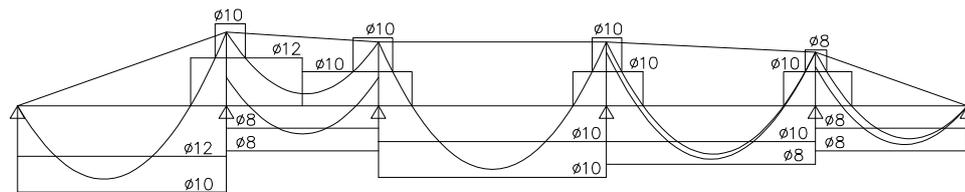
Superior apoyo 5: $(179 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (57 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 333 \text{ cm}^3$



MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO RÓTULAS PLÁSTICAS



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA

m=ARMADURA DE MONTAJE 2 ϕ 6

DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.8: Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas

- Total armado superior: $1872 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,70 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **41,08 kg**

Vigueta *in situ*Inferior Vano 1: $550 \times (1,13 + 0,79) = 1056 \text{ cm}^3$ Inferior Vano 2: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$ Inferior Vano 3: $600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$ Inferior Vano 4: $550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$ Inferior Vano 5: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $3513 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 27,58 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(294 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 630 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(288 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (103 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 494 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(184 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 415 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 5: $(179 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (57 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 333 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $1872 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,70 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **42,27 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **41,05 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **42,25 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **41,08 kg / 41,05 kg = 1,0007**

Desviación = 0,7 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **42,27 kg / 42,25 kg = 1,0005**

Desviación = 0,5 por mil

4.7.2. Modelo n^o2

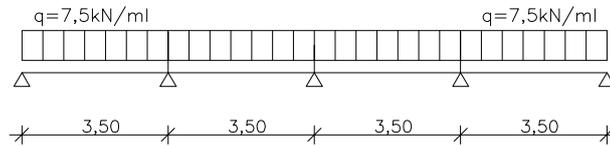
Se realiza la verificación con un forjado de 4 tramos de luces iguales, con el valor más bajo de los contemplados (3,50m) para verificar el comportamiento en el caso de luces bajas.

Se considera una carga uniformemente repartida de valor $7,50 \text{ kN/m}^2$.

Se toma para el análisis, como es habitual, una banda de 1,0m. La carga lineal a considerar para el análisis es por tanto $7,50 \text{ kN/ml}$. (ver figura 4.9).

El valor del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) es:

- luz = 3,50m : $M_{I,3,5} = 11,5 \text{ kNm/m}$



ESQUEMA DE FORJADO

Figura 4.9: Esquema de forjado de verificación

4.7.2.1. Cálculo elástico

Se realiza análisis elástico mediante el programa de Cálculo de estructuras Sap2000 (Computers and Structures Inc. (2013)). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.10.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (168 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (58 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 231 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (137 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (14 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 194 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (168 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (58 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 231 \text{ cm}^3$$

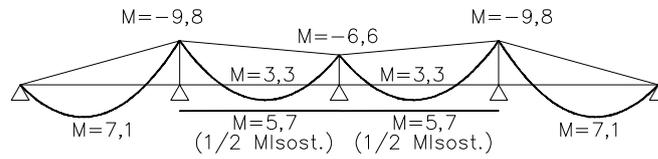
- Total armado superior: $656 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 5,15 \text{ kg}$

- Total vigueta prefabricada armada = **16,80 kg**

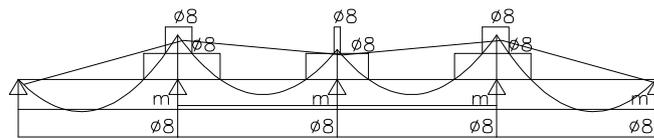
Vigueta *in situ*

$$\text{Inferior Vano 1: } 350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$$

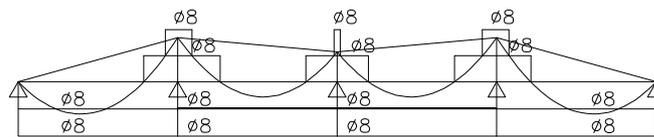
$$\text{Inferior Vano 2: } 350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$$



MOMENTOS FLECTORES. CALCULO ELASTICO



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.10: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(168 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (58 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 231 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(137 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (14 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 194 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(168 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (58 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 231 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $656 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 5,15 \text{ kg}$

■ Total vigueta *in situ* = **16,14 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **16,80 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **16,14 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **16,80 kg / 16,80 kg = 1,0000**

Desviación= 0,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **16,14 kg / 16,14 kg = 1,0000**

Desviación= 0,0 por mil

4.7.2.2. Cálculo elástico redistribuido 20 %

Manualmente se redistribuyen los esfuerzos. Se disminuye el valor de los esfuerzos negativos sobre los apoyos un 20 %. A continuación, y partiendo de dichos valores, se construye la gráfica de momentos flectores redistribuidos. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.11.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

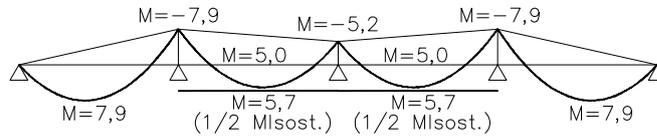
Inferior Vano 3: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

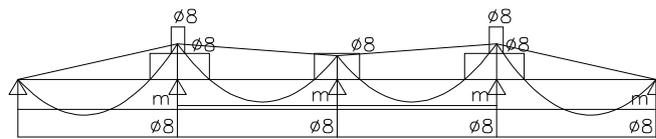
■ Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

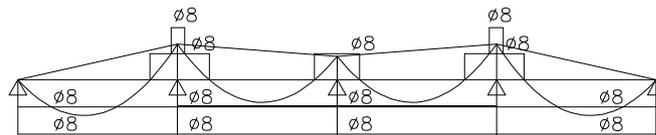
Superior apoyo 3: $(102 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 110 \text{ cm}^3$



MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO ELÁSTICO REDISTRIBUIDO 20%



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.11: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $510 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **15,65 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(102 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 110 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $510 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **14,99 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **15,68 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **15,02 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **15,65 kg / 15,68 kg = 0,998**

Desviación= 2,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **14,99 kg / 15,02 kg = 0,998**

Desviación= 2,0 por mil

4.7.2.3. Cálculo plástico

De manera manual se procede a realizar el cálculo plástico. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.12.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

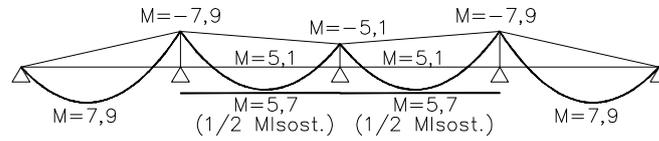
Inferior Vano 1: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

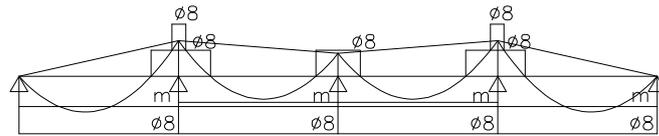
Inferior Vano 3: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

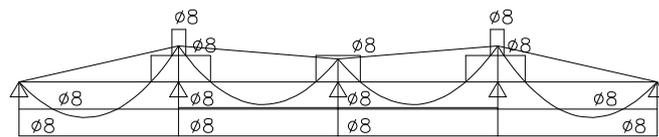
- Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$



MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO PLÁSTICO



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.12: Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(102 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 110 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $510 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **15,65 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(102 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 110 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $510 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **14,99 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **15,68 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **15,02 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **15,65 kg / 15,68 kg = 0,998**

Desviación= 2,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **14,99 kg / 15,02 kg = 0,998**

Desviación= 2,0 por mil

4.7.2.4. Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas

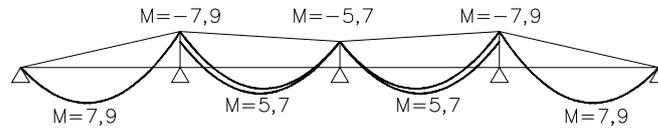
De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el método de las Rótulas Plásticas (LaHuerta (1967)). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.13.

Medición de acero en cálculo manual

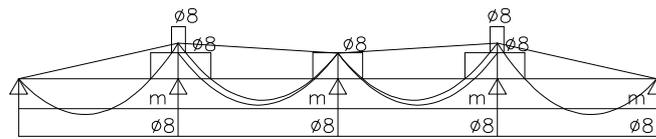
Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

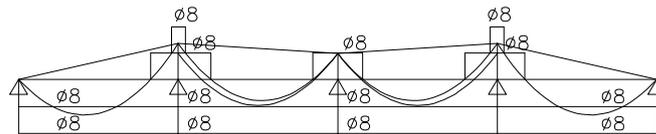
Inferior Vano 2: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$



MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO RÓTULAS PLÁSTICAS



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.13: Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas

Inferior Vano 3: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (30 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 199 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(110 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 114 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (30 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 199 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $512 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,02 \text{ kg}$

■ Total vigueta prefabricada armada = **15,67 kg**

Vigueta in situ

Inferior Vano 1: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (30 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 199 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(110 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 114 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (30 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 199 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $512 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,02 \text{ kg}$

■ Total vigueta *in situ* = **15,01 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **15,69 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **15,03 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **15,67 kg / 15,69 kg = 0,999**

Desviación= 1,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **15,01 kg / 15,03 kg = 0,999**

Desviación= 1,0 por mil

4.7.3. Modelo n^o3

Se realiza la verificación con un forjado de 4 tramos de luces iguales, con el valor más alto de los contemplados (6,50m) para verificar el comportamiento en el caso de luces altas.

Se considera una carga uniformemente repartida de valor $7,50 \text{ kN/m}^2$.

Se toma para el análisis, como es habitual, una banda de 1,0m. La carga lineal a considerar para el análisis es por tanto $7,50 \text{ kN/ml}$. (ver figura 4.14).

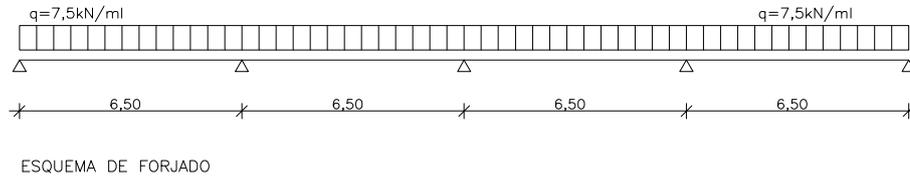


Figura 4.14: Esquema de forjado de verificación

El valor del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) es:

- luz = 6,50m : $M_{I,6,5} = 39,6 \text{ kNm/m}$

4.7.3.1. Cálculo elástico

Se realiza análisis elástico mediante el programa de Cálculo de estructuras Sap2000 (Computers and Structures Inc., 2013). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.15.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,79 = 1263 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,79 = 1263 \text{ cm}^3$$

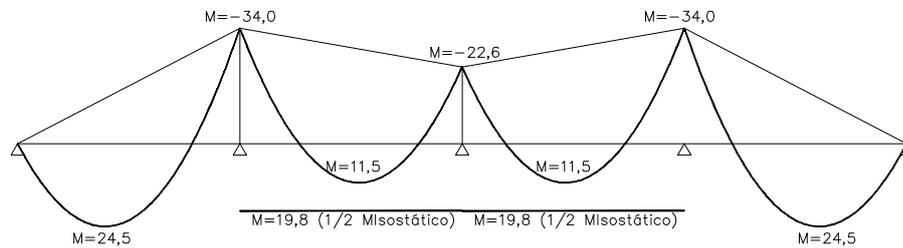
- Total armado inferior: $4768 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 37,43 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (313 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1251 \text{ cm}^3$$

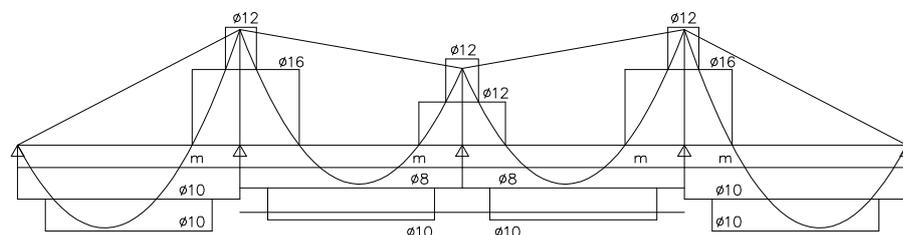
$$\text{Superior apoyo 3: } (253 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (95 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 723 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (313 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1251 \text{ cm}^3$$

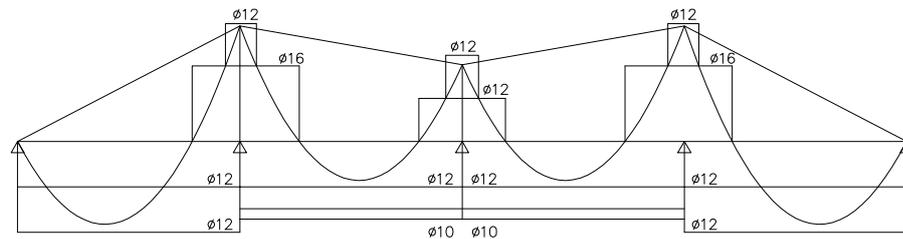
- Total armado superior: $3225 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 25,31 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **62,74 kg**



MOMENTOS FLECTORES. CALCULO ELASTICO



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 4.15: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico**Vigueta *in situ***

Inferior Vano 1: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $5434 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 42,66 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(313 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1251 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(253 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (95 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 723 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(313 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1251 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $3225 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 25,31 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **67,97 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **62,71 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **67,94 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **62,74 kg / 62,71 kg = 1,0004**

Desviación = 0,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **67,97 kg / 67,94 kg = 1,0004**

Desviación = 0,4 por mil

4.7.3.2. Cálculo elástico redistribuido 20%

Manualmente se redistribuyen los esfuerzos. Se disminuye el valor de los esfuerzos negativos sobre los apoyos un 20%. A continuación, y partiendo de dichos valores, se construye la gráfica de momentos flectores redistribuidos. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.16.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

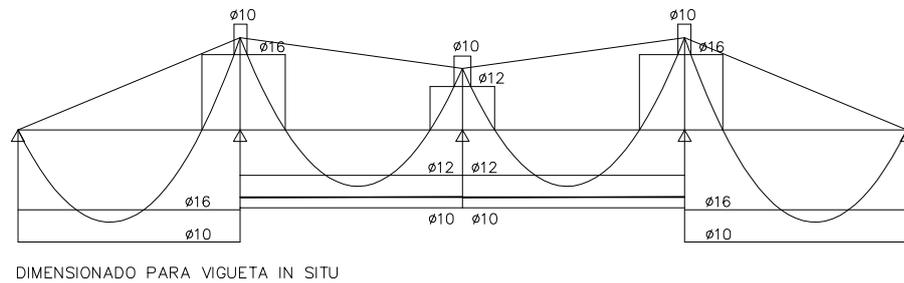
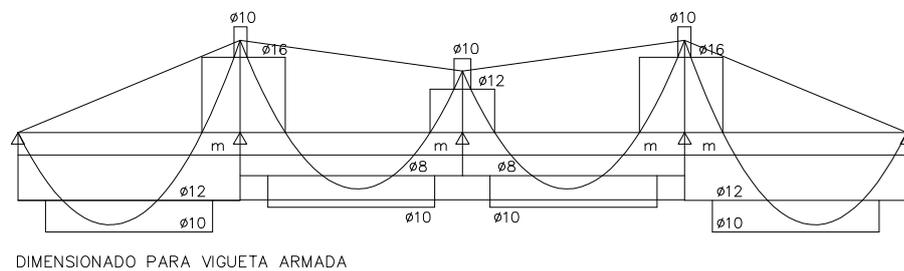
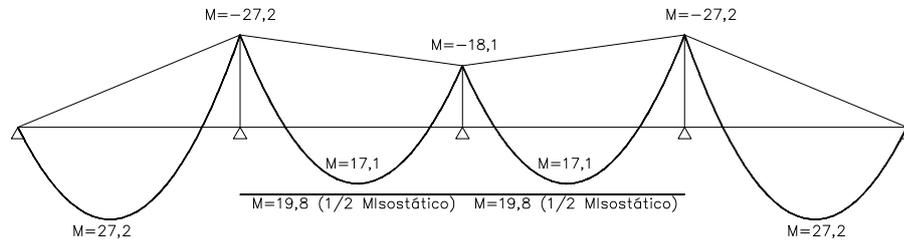


Figura 4.16: Gráfica de momentos y dimensionado. Método elástico redistribuido 20%

- Total armado inferior: $5210 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 40,90 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(242 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (37 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 974 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(188 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (49 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 520 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(242 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (37 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 974 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2468 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 19,37 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **60,27 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $6136 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 48,17 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(242 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (37 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 974 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(188 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (49 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 520 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(242 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (37 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 974 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $2468 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 19,37 \text{ kg}$

■ Total vigueta *in situ* = **67,54 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático**Vigueta prefabricada armada**

Total vigueta prefabricada armada = **60,20 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **67,47 kg**

Comparación de resultados**Vigueta prefabricada armada**

Cálculo manual / cálculo automático = **60,27 kg / 60,20 kg = 1,001**

Desviación = 1,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **67,54 kg / 67,47 kg = 1,001**

Desviación = 1,0 por mil

4.7.3.3. Cálculo plástico

De manera manual se procede a realizar el cálculo plástico. La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.17.

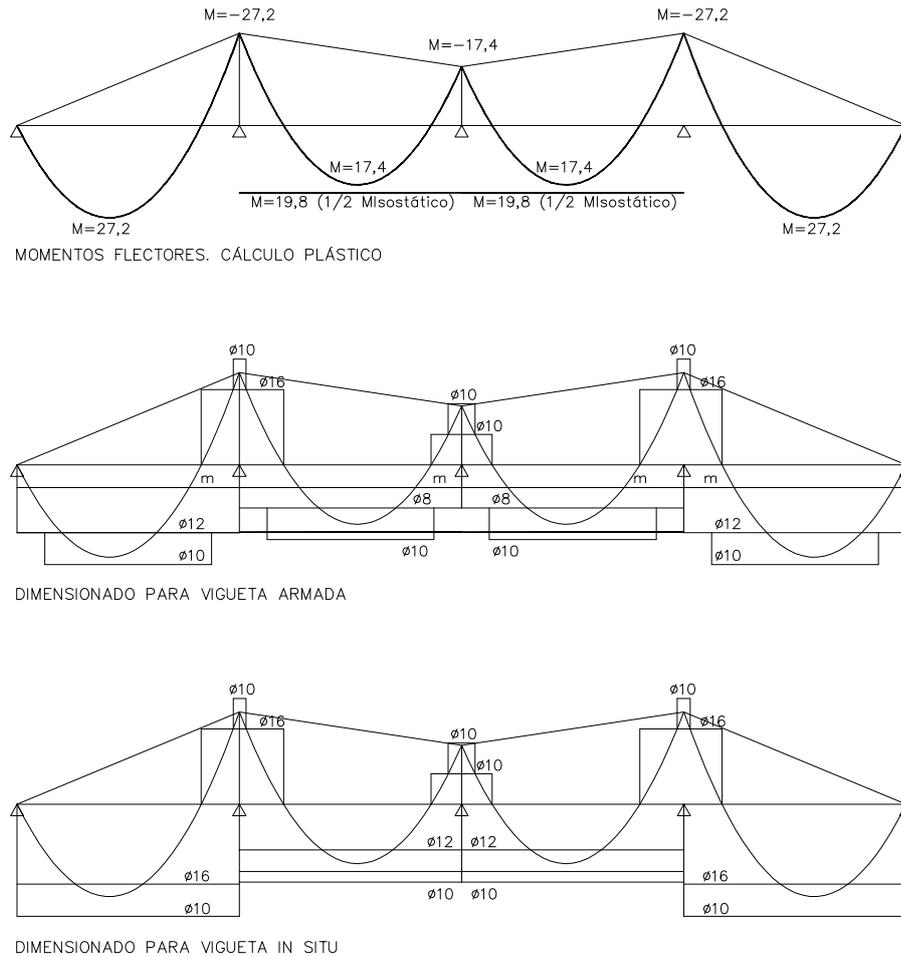


Figura 4.17: Gráfica de momentos y dimensionado. Método plástico

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$$

Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $5210 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 40,90 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(241 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 973 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(178 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 412 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(241 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 973 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $2358 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 18,50 \text{ kg}$

■ Total vigueta prefabricada armada = **59,40 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $6136 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 48,17 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(241 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 973 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(178 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (79 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 412 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(241 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 973 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $2358 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 18,50 \text{ kg}$

■ Total vigueta *in situ* = **66,67 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **59,36 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta prefabricada armada = **66,64 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **59,40 kg / 59,36 kg = 1,0007**

Desviación= 0,7 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **66,67 kg / 66,64 kg = 1,0005**

Desviación= 0,5 por mil

4.7.3.4. Cálculo mediante el Método de las Rótulas Plásticas

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el método de las Rótulas Plásticas (LaHuerta (1967)). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 4.18.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $5210 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 40,90 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(244 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 979 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(204 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (65 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 551 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(244 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 979 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $2508 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 19,69 \text{ kg}$

■ Total vigueta prefabricada armada = **60,59 kg**

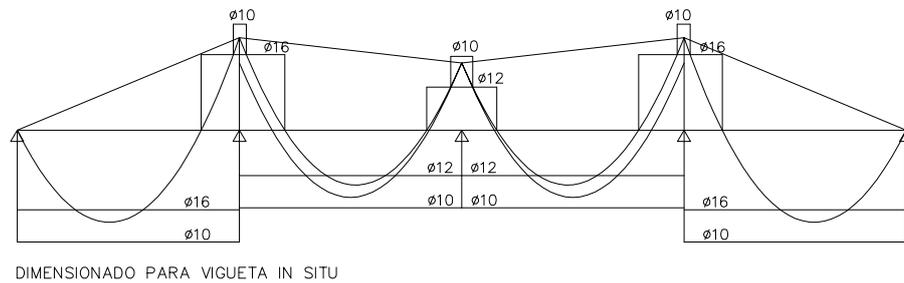
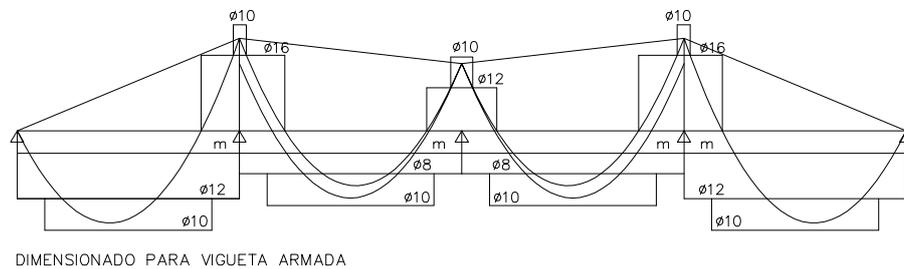
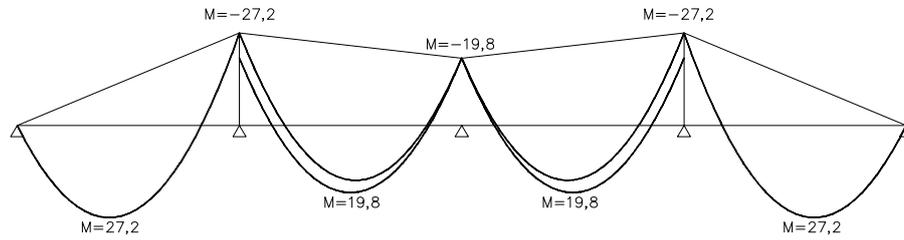


Figura 4.18: Gráfica de momentos y dimensionado. Rótulas plásticas

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $6136 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 48,17 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(244 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 979 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(204 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (65 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 551 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(244 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (38 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 979 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2508 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 19,69 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **67,86 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **60,52 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **67,79 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **60,59 kg / 60,52 kg = 1,001**

Desviación= 1,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **67,86 kg / 67,79 kg = 1,001**

Desviación= 1,0 por mil

Capítulo 5

Algoritmos propuestos

5.1. Algoritmo de análisis optimizado nº1

La metodología general de este procedimiento es ajustar el momento en los vanos extremos, al resistido por una cuantía de armadura inmediatamente inferior a la obtenida tras un primer cálculo por alguno de los métodos sin optimización. Lo que se pretende es *subir* la gráfica de momentos flectores, en los vanos inicial y final, hasta que la capacidad resistente necesaria coincida con una prefijada. De este modo, se evita el exceso de armadura en la cara inferior y se concentra el ajuste necesario a una combinación de armadura comercial en los apoyos, donde la longitud de barras es significativamente menor.

El algoritmo de optimización se aplica exclusivamente en los vanos extremos y con la condición de que no haya que realizar ninguna comprobación adicional de ductilidad, pudiéndose emplear en todos los casos de forjados sin limitaciones normativas.

Se parte de los resultados obtenidos por uno de los métodos programados:

- Cálculo elástico
- Cálculo elástico con redistribución limitada (20%)
- Cálculo plástico
- Cálculo método de las rótulas plásticas

Se aplicará el algoritmo de optimización para todos los métodos, escogiendo de manera automática el que menor cantidad de armadura total requiera.

Se imponen como condiciones de partida:

- El momento positivo en el vano no será inferior a la mitad del momento isostático. (Artículo nº21 de EHE-08)

- El momento negativo sobre un apoyo no será inferior, en valor absoluto, al momento positivo del vano. De esta manera se limita la redistribución a igualar, en valor absoluto, momentos positivos y momentos negativos.

El procedimiento operativo implementado es el siguiente:

1. Vanos extremos:

- Se calcula el momento positivo inicial mediante uno de los *métodos clásicos*. (Se realiza la optimización para todos los *métodos clásicos*, escogiendo el que menor armado requiera).
- Se obtiene el armado necesario para el *momento positivo inicial*
- Se sustituye el armado por la combinación de armado inmediatamente inferior y se obtiene el *momento resistido* por la misma.
- Se comprueba que, con la nueva combinación de armado:
 - El momento resistido es superior a la mitad del momento isostático del tramo.
 - El momento negativo que se obtiene es inferior, en valores absolutos, al momento elástico negativo en ese apoyo.
- Si se cumplen las dos condiciones anteriores, se fijan los valores de momento positivo y negativo de ese tramo

2. Vanos interiores:

- Se mantienen los valores obtenidos mediante el método origen de cálculo.

Este algoritmo de optimización es en realidad, un pequeño ajuste de la gráfica de momentos flectores. Al tomar como condicionante previo el que no haya que realizar comprobaciones de ductilidad, su capacidad de mejora es muy limitada.

5.2. Algoritmo de análisis optimizado nº2

La metodología de este procedimiento consiste en ajustar la gráfica de momentos flectores al valor de la capacidad resistente, a momento positivo, de una combinación determinada de armado. Tras realizar un primer cálculo y determinar la combinación de armadura necesaria, se ajusta la gráfica de momentos de manera que, en la medida de lo posible, el momento positivo coincida exactamente con el momento resistido por la sección de vano.

Tras realizar el ajuste de la gráfica, se determina el armado superior que resiste el momento flector obtenido sobre el apoyo. De esta manera, se concentra el armado sobrante, debido al ajuste a barras de diámetro comercial, en la cara superior del forjado, donde las longitudes de armadura son inferiores.

El procedimiento requiere una elevada capacidad de rotación en las secciones sobre los apoyos. Para evitar que los requerimientos de ductilidad sean excesivos, se limita la redistribución de manera que, el momento flector resultante sobre el apoyo no sea inferior, en valor absoluto, a la mitad del momento elástico en dicho apoyo. Esta limitación no garantiza que las secciones sobre apoyos tengan la capacidad de giro requerida, por lo que es imprescindible verificar la ductilidad.

El algoritmo parte de los resultados obtenidos por los *métodos clásicos* programados:

- Cálculo elástico
- Cálculo elástico con redistribución limitada (20%)
- Cálculo plástico
- Cálculo método de las rótulas plásticas

Se aplica el algoritmo de optimización para todos ellos, escogiendo, de manera automática, el resultado que menor cantidad de armadura total requiera.

Se consideran para las gráficas de momentos los siguientes límites:

- El momento positivo en el vano no será inferior a la mitad del momento isostático. (Artículo n°21 de EHE-08)
- El valor del momento negativo en un apoyo, en valores absolutos, no será inferior a la mitad del valor del momento elástico.

El procedimiento operativo implementado es el siguiente:

1. Se comienza con los valores, obtenidos por uno de los *métodos tradicionales*, de momento flector y armado.
2. Se busca el mayor momento positivo *no fijo* en todos los vanos del forjado considerado.
 - a) Si alguno de los dos momentos de apoyo no es fijo se procede a modificar los valores mediante el siguiente procedimiento:
 - Se obtiene el momento resistido en ese vano por la combinación de armadura dispuesta, que será igual o superior al obtenido en el cálculo.
 - Se iguala el momento flector de vano al momento resistido por la combinación de armado.
 - Por condiciones de equilibrio se obtienen los momentos flectores sobre los dos apoyos. Pueden darse dos situaciones:
 - 1) Si ninguno de los dos momentos sobre los apoyos está fijado previamente, por la aplicación de la optimización a un vano adyacente, se recalculan buscando el equilibrio y se marcan ambos como fijos. En este caso, se ajustan los valores de los dos apoyos desplazando la gráfica verticalmente.

- 2) Si uno de los dos es fijo, se obtiene por equilibrio el valor del momento sobre el apoyo que no lo es y se marca como *fijo*.
 - Se verifica que, con la distribución de momentos flectores obtenida, no se supera el límite de redistribución fijado por la condición de que los valores de momento flector no sean inferiores, en valor absoluto, a la mitad del momento elástico en cada apoyo.
 - b) Si los dos momentos de apoyo están marcados como fijos y no lo está el del vano, se procede a calcular y fijar el momento en vano.
3. Se vuelve al punto 2 hasta que no quedan valores por fijar
 4. Tras concluir el proceso especificado en los dos puntos anteriores, se han determinado los valores de los momentos flectores y el dimensionado del armado inferior. Se calcula el armado superior, partiendo de los valores de momentos sobre los apoyos, y el proceso ha concluido.

5.3. Algoritmo de análisis optimizado nº3

Este algoritmo pretende adaptar las gráficas de momentos flectores a la capacidad resistente de la armadura superior, *subiendo* las gráficas en lugar de *bajarlas*. Independientemente de los resultados que se obtengan para las tipologías analizadas, es una propuesta que podría ser aplicable a forjados donde se fija, por condiciones constructivas, el armado superior. Esto ocurre fundamentalmente cuando se dispone un mallazo superior de reparto computable a efectos resistentes²³.

El algoritmo iguala todos los momentos negativos al valor de resistencia de la combinación de armado obtenida. A partir de estos valores calcula los momentos en el vano y su correspondiente armado inferior.

El procedimiento operativo implementado es el siguiente:

1. Se igualan los momentos sobre los apoyos a la capacidad resistente del armado calculado por uno de los *métodos tradicionales*.
2. A partir de los momentos sobre los apoyos, se calculan los momentos en los vanos y se obtiene la armadura, comprobando que el momento positivo en el vano sea al menos, la mitad del momento isostático (Artículo nº21 de EHE-08).

Se realiza el cálculo con el algoritmo de optimización partiendo de resultados obtenidos por los cuatro métodos clásicos.

- Cálculo elástico
- Cálculo elástico con redistribución limitada (20 %)

²³ El diámetro mínimo de la armadura de reparto será 5mm si esta se tiene en cuenta a efectos de comprobación de los Estados Límite Últimos. Artículo 59.2.2 EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008)

- Cálculo plástico
- Cálculo método de las rótulas plásticas

De las optimizaciones realizadas para cada uno de los métodos, se escoge la que menor armado total obtiene.

5.4. Verificación del software de análisis

Para proceder a la verificación del software de análisis se realiza un análisis *manual*, con métodos gráficos, mediante la aplicación informática *Autocad*, siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.7 en la página 134.

5.4.1. Modelo 1

Características idénticas al modelo n^o1 empleado para la verificación de los métodos clásicos: forjado de 5 tramos de luces 5,5m; 4,0m; 6,0m; 5,5m y 4,0m. Carga lineal de valor 7,50kn/ml. (ver figura 5.1).

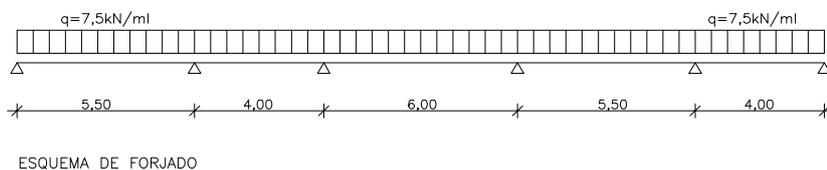


Figura 5.1: Esquema de forjado de verificación

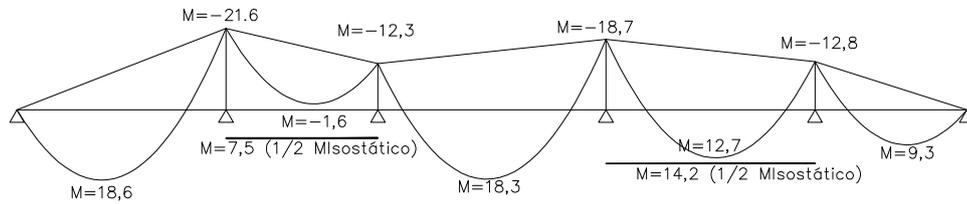
Los valores del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) para cada vano son:

- luz = 5,50m : $M_{I,5,5} = 28,4kNm/m$
- luz = 4,00m : $M_{I,4,0} = 15,0kNm/m$
- luz = 6,00m : $M_{I,6,0} = 33,8kNm/m$
- luz = 5,50m : $M_{I,5,5} = 28,4kNm/m$
- luz = 4,00m : $M_{I,4,0} = 15,0kNm/m$

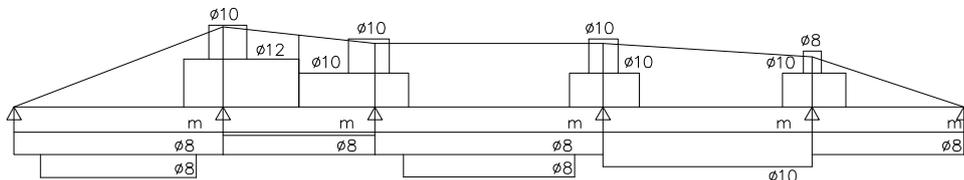
5.4.1.1. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o1

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización n^o1 (ver sección 5.1). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de

armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.2.

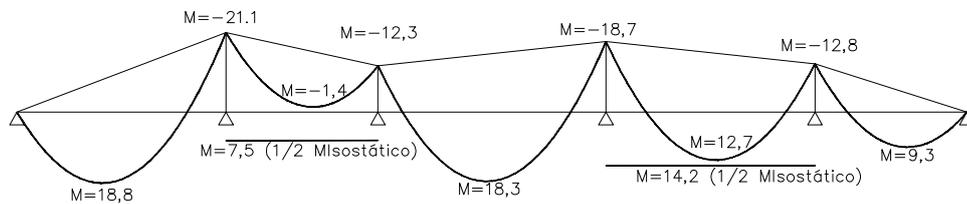


VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°1

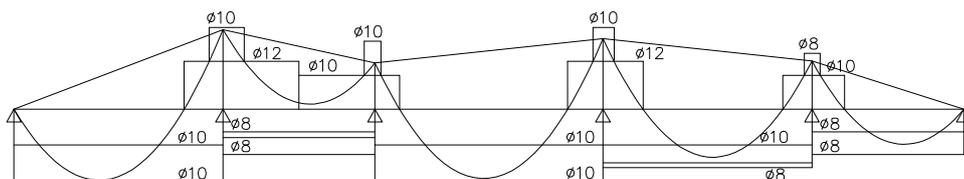


DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA

m=ARMADURA DE MONTAJE 2 ϕ 6



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°1



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.2: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°1

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 412 \times 0,50 = 789 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424,0 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 743 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3241 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 25,44 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (303 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (100 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 657 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (288 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (107 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 497 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (184 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (77 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 415 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 5: } (167 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (47 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 319 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $1888 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,81 \text{ kg}$

- Total vigueta prefabricada armada = **40,25 kg**

Vigueta *in situ*

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (0,79 + 0,79) = 869 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3327 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,12 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (295 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (92 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 641 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (265 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (44 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 429 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (199 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (56 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 477 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 5: } (162 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (42 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 312 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $1859 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 14,60 \text{ kg}$

- Total vigueta *in situ* = **40,71 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático**Vigueta prefabricada armada**

Total vigueta prefabricada armada = **40,14 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **40,76 kg**

Comparación de resultados**Vigueta prefabricada armada**

Cálculo manual / cálculo automático = **40,24 kg / 40,14 kg = 1,0025**

Desviación= 2,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **40,71 kg / 40,79 kg = 0,9980**

Desviación= 2,0 por mil

5.4.1.2. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o2

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmos de optimización n^o2 (ver sección 5.2) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ* se detalla en la figura 5.3.

Medición de acero en cálculo manual**Vigueta prefabricada armada**

Inferior Vano 1: $550x(2x0,28+0,79) + 412x0,50=949 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400x(2x0,28+0,50)=424,0 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600x(2x0,28+0,50)+450x0,50=861 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550x(2x0,28+0,79)=743 \text{ cm}^3$

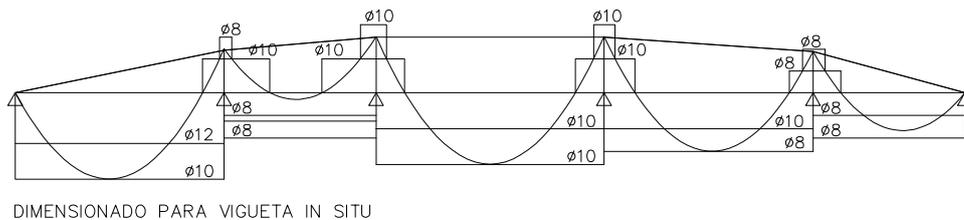
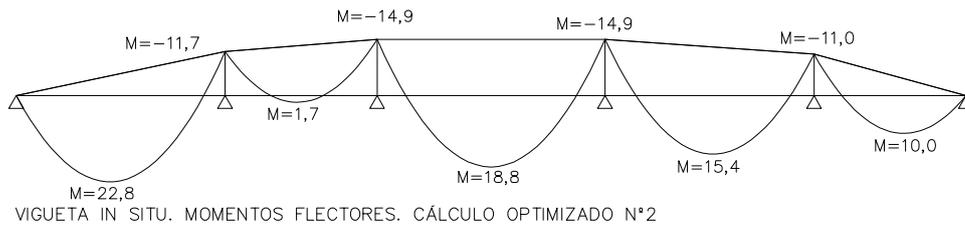
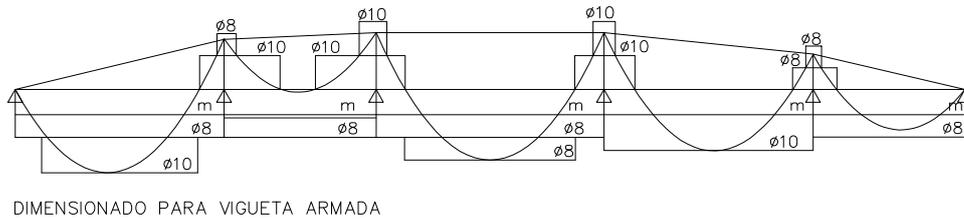
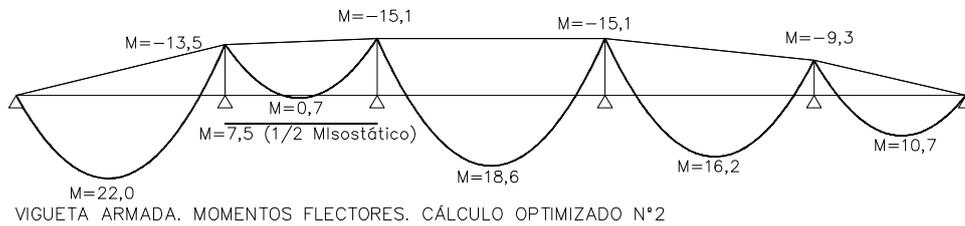


Figura 5.3: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°2

Inferior Vano 5: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $3400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,69 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(212 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (51 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 356 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(236 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (73 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 356 \text{ cm}^3$

$$\times 0,79 \text{ cm}^2 = 453 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (158 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (58 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 379 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 5: } (116 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (41 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 197 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $1385 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,87 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **37,56 kg**

Vigueta *in situ*

$$\text{Inferior Vano 1: } 550 \times (1,13 + 0,79) = 1056 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 5: } 400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $3514 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 27,59 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (177 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 319 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (218 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (69 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 435 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (157 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (57 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 378 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 5: } (136 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (59 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 216 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $1348 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,58 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **38,16 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Total vigueta prefabricada armada} = \mathbf{37,64 \text{ kg}}$$

Vigueta *in situ*

$$\text{Total vigueta *in situ*} = \mathbf{38,20 \text{ kg}}$$

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **37,56 kg / 37,64 kg = 0,9979**

Desviación= 2,1 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **38,16 kg / 38,20 kg = 0,9990**

Desviación= 1,0 por mil

5.4.1.3. Cálculo mediante algoritmo de optimización n°3

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización n°3 (ver sección 5.3) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.4.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 412 \times 0,50 = 789 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424,0 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (2 \times 0,28 + 0,50) + 450 \times 0,50 = 861 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (2 \times 0,28 + 0,79) = 743 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 5: $400 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 424 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $3241 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 25,44 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(305 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (105 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 663 \text{ cm}^3$

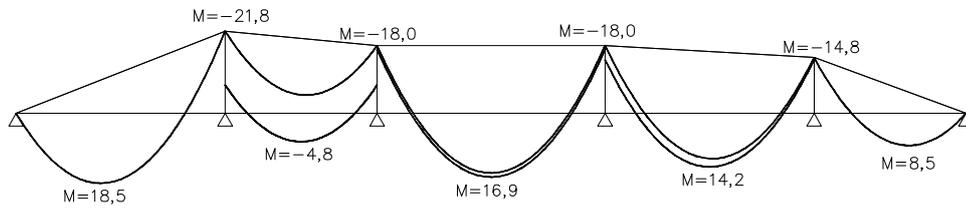
Superior apoyo 3: $(290 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (120 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 509 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(198 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (88 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 435 \text{ cm}^3$

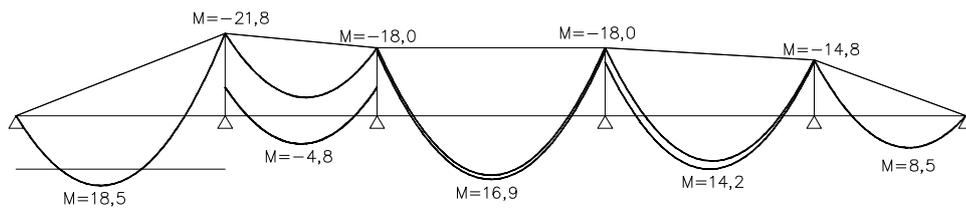
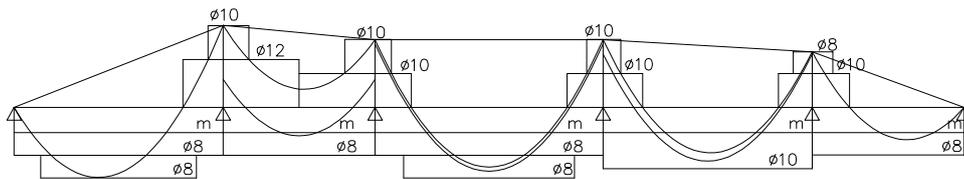
Superior apoyo 5: $(186 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (104 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 362 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $1968 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 15,45 \text{ kg}$

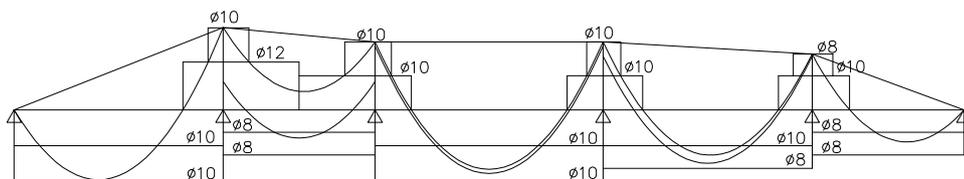
■ Total vigueta prefabricada armada = **40,89 kg**



VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°3



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°3



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.4: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°2**Vigueta in situ**

Inferior Vano 1: $550 \times (0,79 + 0,79) = 869 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $600 \times (0,79 + 0,79) = 948 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $550 \times (0,79 + 0,50) = 710 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 5: $400 \times (0,50 + 0,50) = 400 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $3327 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 26,11 \text{ kg}$
- Superior apoyo 2: $(305 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (105 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 663 \text{ cm}^3$
- Superior apoyo 3: $(290 \text{ cm} + 1 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (120 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 509 \text{ cm}^3$
- Superior apoyo 4: $(198 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (88 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 435 \text{ cm}^3$
- Superior apoyo 5: $(186 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (104 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 362 \text{ cm}^3$
- Total armado superior: $1968 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 15,45 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **41,56 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **40,83 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **41,51 kg**

Comparación de resultados

Vigueta armada

Cálculo manual / cálculo automático = **40,89 kg / 40,83 kg = 1,0015**

Desviación = 1,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **41,56 kg / 41,51 kg = 1,0012**

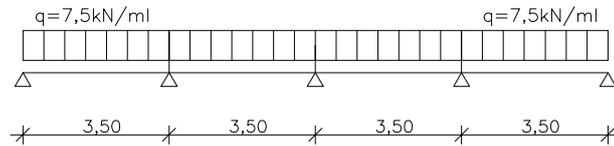
Desviación = 1,2 por mil

5.4.2. Modelo n^o2

Características idénticas al modelo n^o2 empleado para la verificación de los métodos clásicos: forjado de 4 tramos de luces iguales de 3,5m. Carga lineal de valor 7,50kN/ml. (ver figura 5.5).

El valor del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) es:

- luz = 3,50m : $M_{I,3,5} = 11,5 \text{ kNm/m}$



ESQUEMA DE FORJADO

Figura 5.5: Esquema de forjado de verificación

5.4.2.1. Cálculo mediante algoritmo de optimización nº1

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización nº1 (ver sección 5.1). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.6.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

$$\text{Inferior Vano 1: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 3: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 4: } 350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$$

- Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

$$\text{Superior apoyo 2: } (132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 3: } (100 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 109 \text{ cm}^3$$

$$\text{Superior apoyo 4: } (132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$$

- Total armado superior: $509 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$

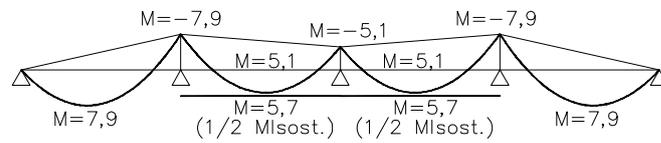
- Total vigueta prefabricada armada = **15,65 kg**

Vigueta *in situ*

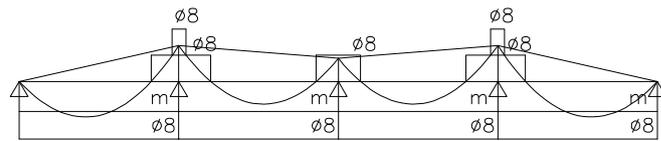
$$\text{Inferior Vano 1: } 350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$$

$$\text{Inferior Vano 2: } 350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$$

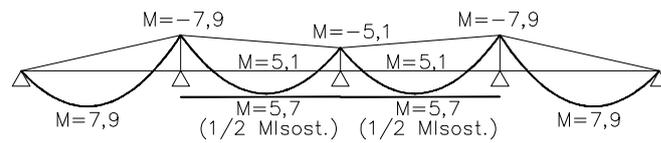
$$\text{Inferior Vano 3: } 350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$$



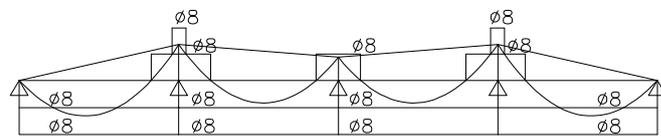
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°1



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°1



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.6: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°1

Inferior Vano 4: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(100 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 109 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $509 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **14,99 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **15,68 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **15,02 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **15,65 kg / 15,68 kg = 0,9981**

Desviación= 1,9 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **14,99 kg / 15,02 kg = 0,9980**

Desviación= 2,0 por mil

5.4.2.2. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o2

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmos de optimización n^o2 (ver sección 5.2) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.7.

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

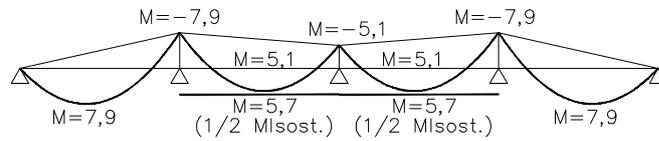
Inferior Vano 3: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

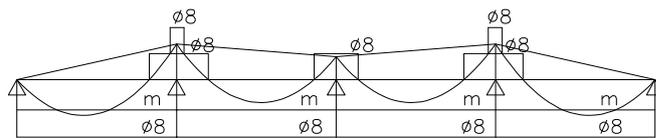
■ Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

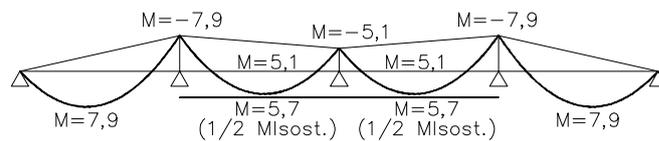
Superior apoyo 3: $(100 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 109 \text{ cm}^3$



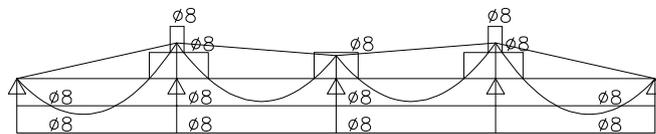
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°2



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°2



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.7: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°2

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $509 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **15,65 kg**

Vigueta in situ

Inferior Vano 1: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(100 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 109 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(132 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (32 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 200 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $509 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 4,00 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **14,99 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **15,68 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **15,02 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **15,65 kg / 15,68 kg = 0,9981**

Desviación= 1,9 por mil

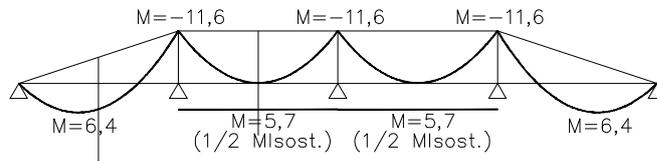
Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **14,99 kg / 15,02 kg = 0,9980**

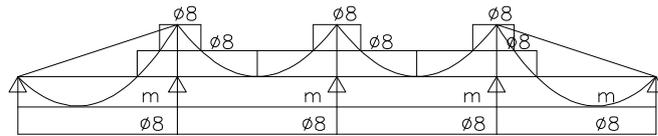
Desviación= 2,0 por mil

5.4.2.3. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o3

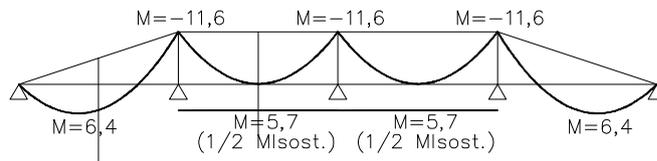
De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmos de optimización n^o3 (ver sección 5.3) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ* se detalla en la figura 5.8.



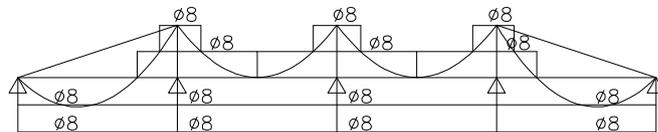
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°3



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPT. N°3



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.8: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización nº2

Medición de acero en cálculo manual

Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (2 \times 0,28 + 0,50) = 371 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $1484 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 11,65 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(263 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 280 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(253 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 316 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(263 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 280 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $876 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 6,87 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **18,52 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $350 \times (0,50 + 0,50) = 350 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $1400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 10,99 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(263 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 280 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(253 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 316 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(263 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 + (91 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 280 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $876 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 6,87 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **17,86 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **18,52 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **17,86 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **18,52 kg / 18,52 kg = 1,0000**

Desviación = 0,0 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **17,86 kg / 17,86 kg = 1,0000**

Desviación= 0,0 por mil

5.4.3. Modelo n^o3

Características idénticas al modelo n^o3 empleado para la verificación de los métodos clásicos: forjado de 4 tramos de luces iguales de 6,5m. Carga lineal de valor 7,50kN/ml. (ver figura 5.9).

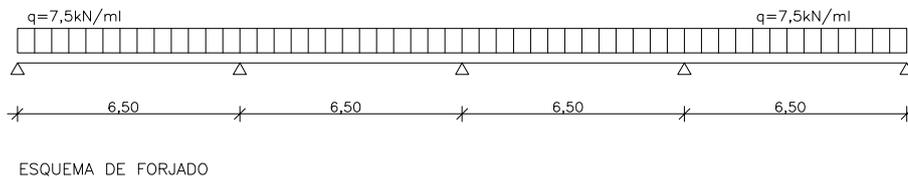


Figura 5.9: Esquema de forjado de verificación

El valor del momento isostático ($M_I = q \cdot l^2 / 8$) es:

- luz = 6,50m : $M_{I,6,5} = 39,6 \text{ kNm/m}$

5.4.3.1. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o1

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización n^o1 (ver sección 5.1). La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.10.

Medición de acero en cálculo manual**Vigueta prefabricada armada**

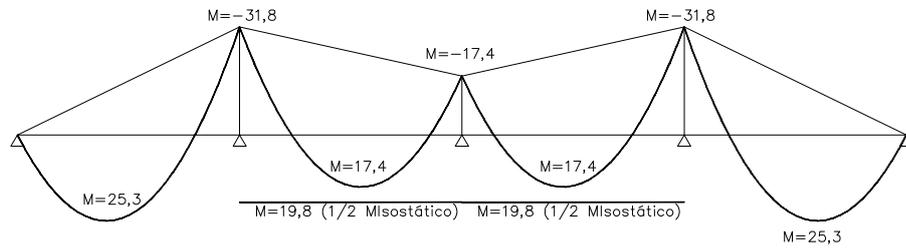
Inferior Vano 1: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,79 = 1263 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

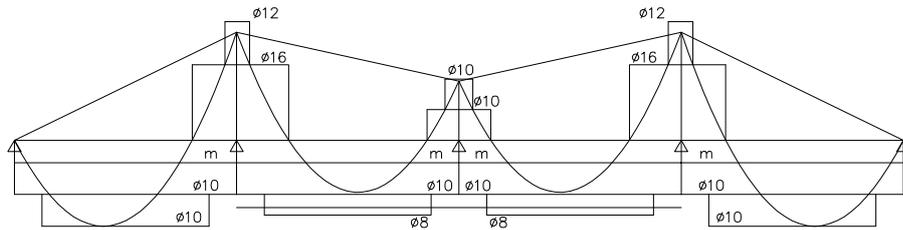
Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,79 = 1263 \text{ cm}^3$

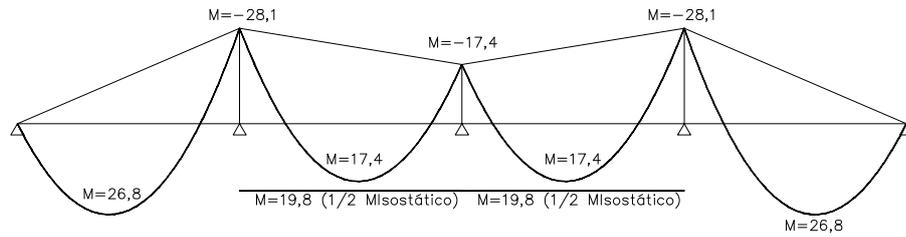
- Total armado inferior: $4768 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 37,43 \text{ kg}$



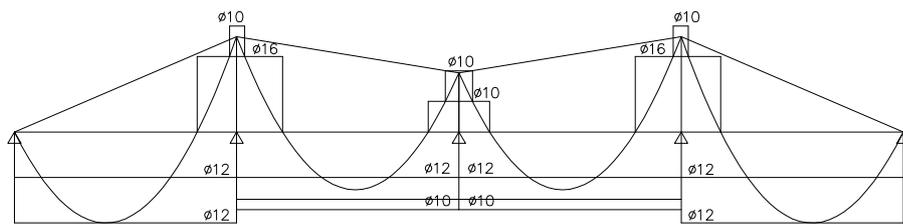
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°1



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°1



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.10: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°1

Superior apoyo 2: $(282 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (73 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1168 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(187 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (81 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 420 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(282 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (73 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 1168 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2756 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 21,64 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **59,06 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $5434 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 42,66 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(250 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (42 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 994 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(180 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (78 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 412 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(250 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (42 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 994 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2400 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 18,84 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **61,50 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **59,09 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **61,49 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **59,06 kg / 59,09 kg = 0,9995**

Desviación = 0,5 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **61,50 kg / 61,49 kg = 1,0002**

Desviación= 0,2 por mil

5.4.3.2. Cálculo mediante algoritmo de optimización n^o2

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización n^o2 (ver sección 5.2) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.11.

Medición de acero en cálculo manual**Vigueta prefabricada armada**

Inferior Vano 1: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

■ Total armado inferior: $5210 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 40,90 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(193 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (75 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 633 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(129 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (39 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 285 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(193 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (75 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 633 \text{ cm}^3$

■ Total armado superior: $1550 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 12,17 \text{ kg}$

■ Total vigueta prefabricada armada = **53,07 kg**

Vigueta *in situ*

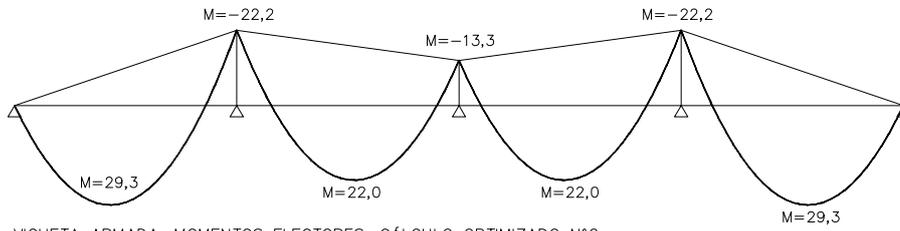
Inferior Vano 1: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

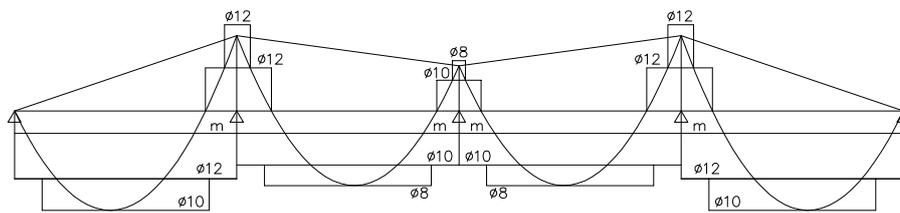
Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (2,01 + 0,79) = 1820 \text{ cm}^3$

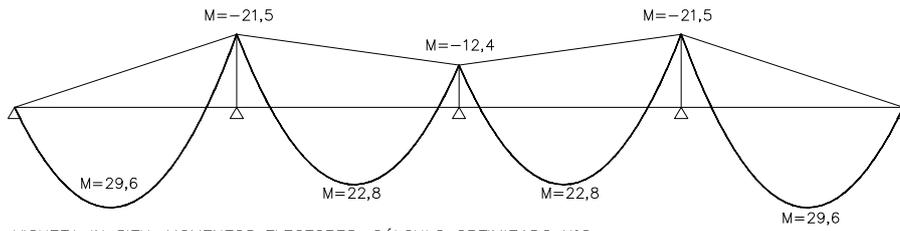
■ Total armado inferior: $6136 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 48,17 \text{ kg}$



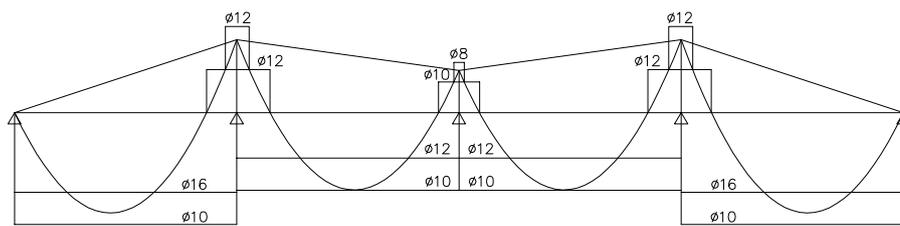
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°2



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°2



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.11: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°2

Superior apoyo 2: $(194 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (76 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 635 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(129 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (40 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 29 \text{ cm}) \times 0,50 \text{ cm}^2 = 285 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(194 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 + (76 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 43 \text{ cm}) \times 1,13 \text{ cm}^2 = 635 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $1555 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 12,21 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **60,38 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **53,05 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **60,40 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **53,07 kg / 53,05 kg = 1,0004**

Desviación= 0,4 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **60,38 kg / 60,40 kg = 0,9997**

Desviación= 0,3 por mil

5.4.3.3. Cálculo mediante algoritmo de optimización nº3

De manera manual se procede a realizar el cálculo mediante el algoritmo de optimización nº3 (ver sección 5.3) . La gráfica de momentos flectores obtenida y el dimensionado de armado, tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*, se detalla en la figura 5.12.

Medición de acero en cálculo manual

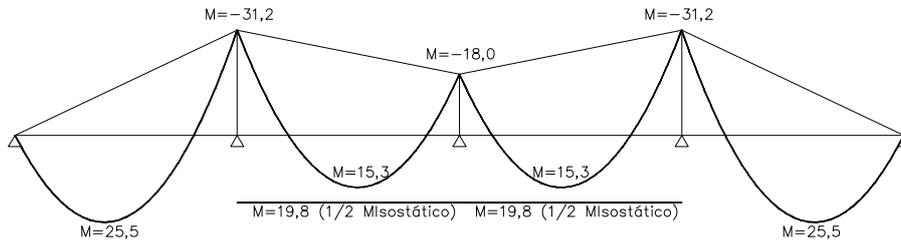
Vigueta prefabricada armada

Inferior Vano 1: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$

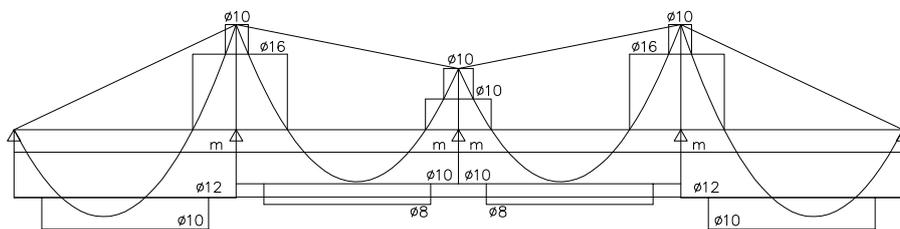
Inferior Vano 2: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (2 \times 0,28 + 0,79) + 488 \times 0,50 = 1121 \text{ cm}^3$

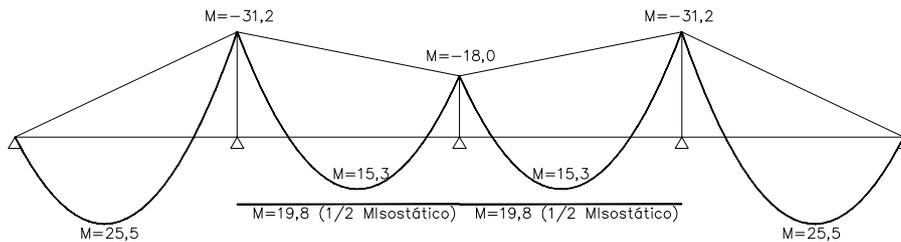
Inferior Vano 4: $650 \times (2 \times 0,28 + 1,13) + 488 \times 0,79 = 1484 \text{ cm}^3$



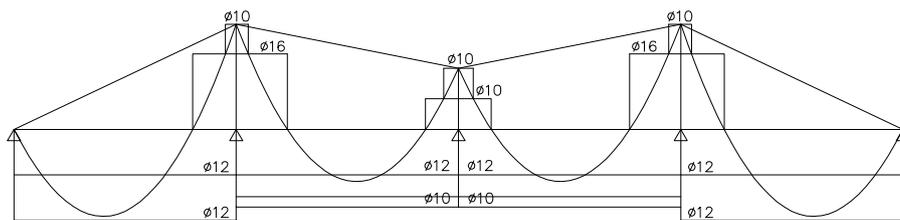
VIGUETA ARMADA. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°3



DIMENSIONADO PARA VIGUETA ARMADA



VIGUETA IN SITU. MOMENTOS FLECTORES. CÁLCULO OPTIMIZADO N°3



DIMENSIONADO PARA VIGUETA IN SITU

Figura 5.12: Gráfica de momentos y dimensionado. Algoritmo de optimización n°2

- Total armado inferior: $5210 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 40,90 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(277 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (67 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 1068 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(192 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (87 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 429 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(277 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (67 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 1068 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2564 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 20,13 \text{ kg}$
- Total vigueta prefabricada armada = **61,03 kg**

Vigueta *in situ*

Inferior Vano 1: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 2: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 3: $650 \times (1,13 + 0,79) = 1248 \text{ cm}^3$

Inferior Vano 4: $650 \times (1,13 + 1,13) = 1469 \text{ cm}^3$

- Total armado inferior: $5434 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 42,66 \text{ kg}$

Superior apoyo 2: $(277 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (67 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 1068 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 3: $(192 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 + (87 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 429 \text{ cm}^3$

Superior apoyo 4: $(277 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 58 \text{ cm}) \times 2,01 \text{ cm}^2 + (67 \text{ cm} + 2 \times 30 \text{ cm} + 2 \times 36 \text{ cm}) \times 0,79 \text{ cm}^2 = 1068 \text{ cm}^3$

- Total armado superior: $2564 \text{ cm}^3 \Rightarrow \times 7.850 \text{ E-6 kg/cm}^3 = 20,13 \text{ kg}$
- Total vigueta *in situ* = **62,79 kg**

Medición de acero en aplicación de cálculo automático

Vigueta prefabricada armada

Total vigueta prefabricada armada = **61,05 kg**

Vigueta *in situ*

Total vigueta *in situ* = **62,81 kg**

Comparación de resultados

Vigueta prefabricada armada

Cálculo manual / cálculo automático = **61,03 kg / 61,05 kg = 0,9997**

Desviación = 0,3 por mil

Vigueta *in situ*

Cálculo manual / cálculo automático = **62,79 kg / 62,81 kg = 0,9997**

Desviación= 0,3 por mil

Resultados y discusión

6.1. Análisis de redistribución limitada

Como se ha especificado en la sección 4.2 del presente documento, se realiza un análisis previo para determinar cuál es la redistribución óptima dentro del intervalo que permite la norma EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008) en su *Artículo nº 21*.

En primer lugar se comprueba que para las secciones habituales de forjados de edificación, la redistribución posible obtenida mediante la fórmula es siempre superior a los límites superiores establecidos, en el 20% para aceros de ductilidad normal (tipo S) y en el 30% para aceros de alta ductilidad (tipo SD).

En el análisis realizado para los casos de estudio se observa (ver figuras 6.1 y 6.2) que el factor de cumplimiento²⁴ es siempre inferior a la unidad, lo que indica que se puede llegar a los valores del 20% para acero tipo S o al 30% para acero tipo SD en todos los casos.

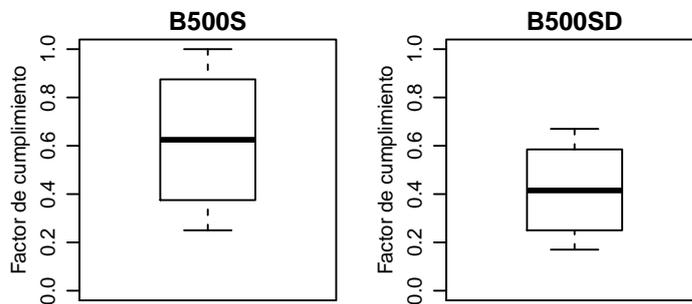


Figura 6.1: Redistribución limitada (5%; 10%; 15% y 20%). Factores de cumplimiento.

²⁴ factor de cumplimiento = (ductilidad aplicada/ductilidad máxima)

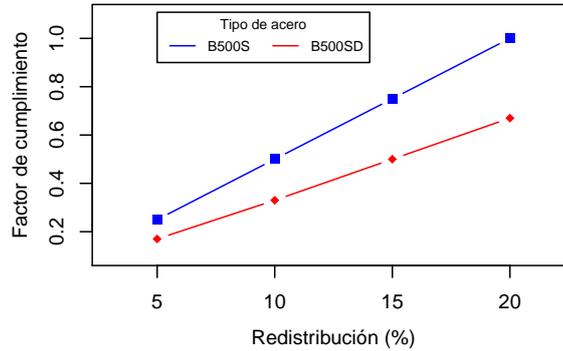


Figura 6.2: Redistribución limitada (5%; 10%; 15% y 20%). Factores de cumplimiento.

Una vez que se ha delimitado el límite superior, se realiza la estimación del consumo de acero medio²⁵ para diferentes redistribuciones. En primer lugar, se consideran las redistribuciones de 5%; 10%; 15% y 20%. En los gráficos 6.3 y 6.4 y en las tablas 6.1 y 6.2 se resumen los resultados de dicho análisis tanto para vigueta prefabricada armada como para vigueta *in situ*. Como puede comprobarse, la cantidad de acero necesario desciende a medida que aumenta el grado de redistribución, tanto para el caso de viguetas parcialmente prefabricadas como para el caso de viguetas *in situ*.

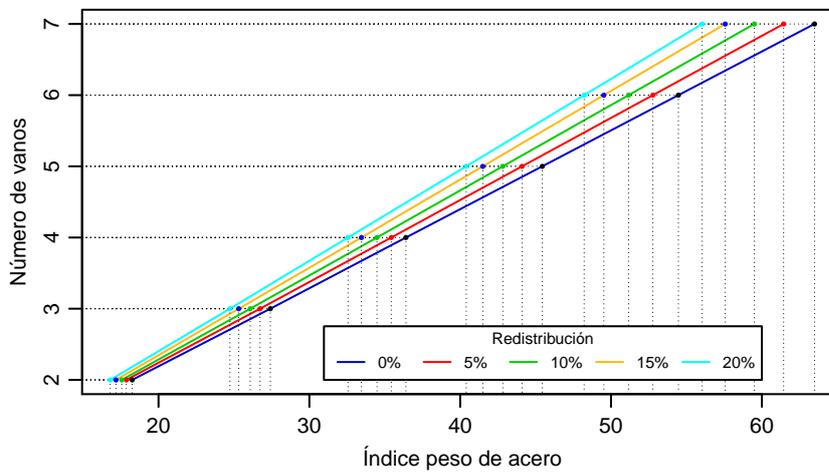


Figura 6.3: Vigueta armada. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20% Relación Redistribución-Acero consumido

²⁵Variable que determina, en este documento, el grado de optimización alcanzada.

	2 Vanos	3 Vanos	4 Vanos	5 Vanos	6 Vanos	7 Vanos
0%	12,25	27,41	36,40	45,44	54,47	63,49
5	17,87	26,73	35,43	44,10	52,77	61,44
10%	17,56	26,08	34,48	42,82	51,16	59,50
15%	17,18	25,32	33,45	41,97	49,52	57,57
20	16,80	24,74	32,56	40,40	48,22	56,04

Tabla 6.1: Vigüeta armada. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20%. Valores de Acero consumido (kg)

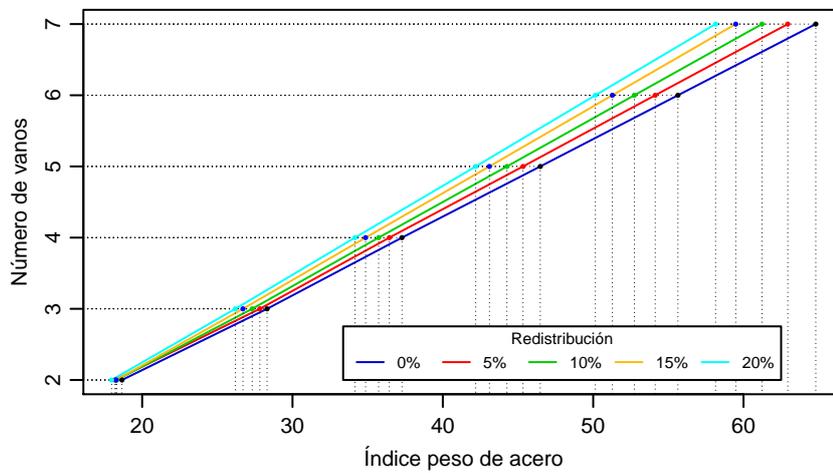


Figura 6.4: Vigüeta in situ. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20%. Relación Redistribución-Acero consumido

	2 Vanos	3 Vanos	4 Vanos	5 Vanos	6 Vanos	7 Vanos
0%	18,66	28,31	37,28	46,48	55,64	64,81
5	18,20	27,83	36,44	45,34	54,12	62,94
10	18,30	27,32	35,73	44,26	52,74	61,23
15%	18,27	26,71	34,86	43,10	51,28	59,48
20%	17,96	26,20	34,15	42,19	50,15	58,14

Tabla 6.2: Vigüeta in situ. Redistribuciones 0%; 5%; 10%; 15% y 20% Valores de Acero consumido

Con objeto de ampliar el conocimiento sobre la influencia de los distintos valores de redistribución sobre el consumo de acero, se realiza un análisis con los valores enteros de redistribución comprendidos en el tramo entre el 15 % y el 20 % de distribución, esto es, 16 %; 17 %; 18 %; 19 % y 20 %. Los resultados se recogen en los gráficos 6.5; 6.6; 6.7; 6.8 y en las tablas 6.3 y 6.4. Vuelve a ponerse de manifiesto que el valor de redistribución óptimo es el máximo permitido. En la casuística contemplada en este trabajo de investigación, el 20 %.

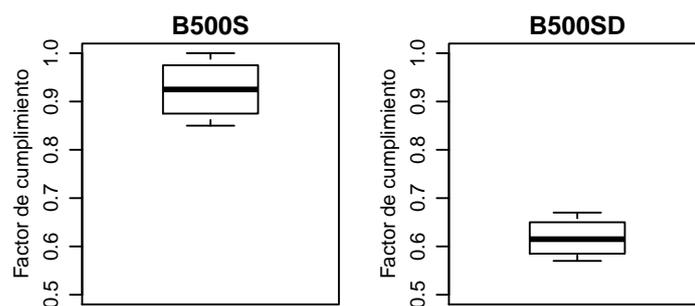


Figura 6.5: Redistribución limitada. (16 %; 17 %; 18 %; 19 % y 20 %). Factores de cumplimiento.

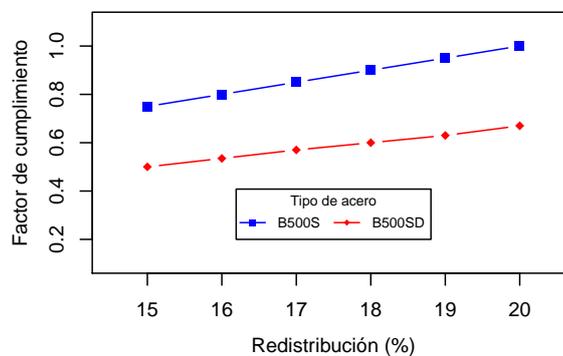


Figura 6.6: Redistribución limitada. (16 %; 17 %; 18 %; 19 % y 20 %). Factores de cumplimiento.

	2 Vanos	3 Vanos	4 Vanos	5 Vanos	6 Vanos	7 Vanos
16 %	17,11	25,22	33,25	41,26	49,23	57,22
17	17,04	25,07	33,06	41,03	48,96	56,90
18	16,99	24,98	32,89	40,82	48,70	56,60
19	16,83	24,83	32,72	40,60	48,45	56,31
20 %	16,80	24,74	32,56	40,40	48,22	56,04

Tabla 6.3: Vigueta armada. Redistribuciones 16 %; 17 %; 18 %; 19 % y 20 %. Valores de Acero consumido (kg)

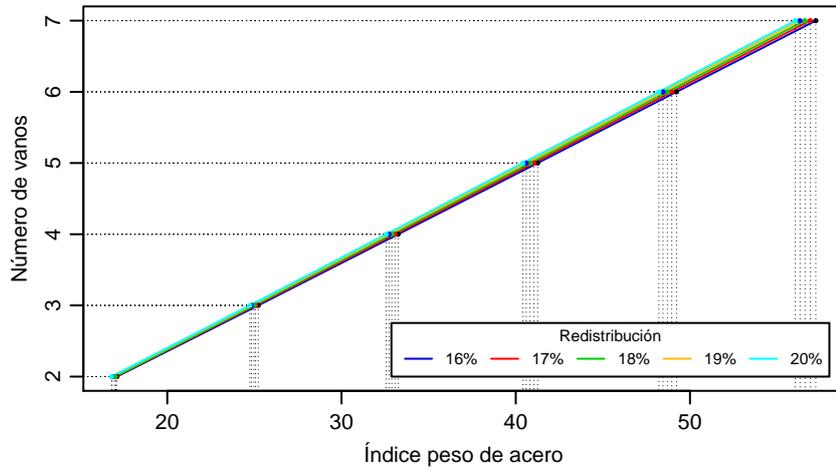


Figura 6.7: *Vigueta armada. Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20%. Relación Redistribución-Acero consumido*

	2 Vanos	3 Vanos	4 Vanos	5 Vanos	6 Vanos	7 Vanos
16%	18,08	26,62	34,70	42,90	51,02	59,17
17%	18,01	26,50	34,55	42,73	50,80	58,91
18%	17,96	26,42	34,42	42,56	50,59	58,65
19%	17,91	26,29	34,29	42,37	50,37	58,39
20%	17,96	26,20	34,15	42,19	50,15	58,14

Tabla 6.4: *Vigueta in situ. Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20% Valores de Acero consumido (kg)*

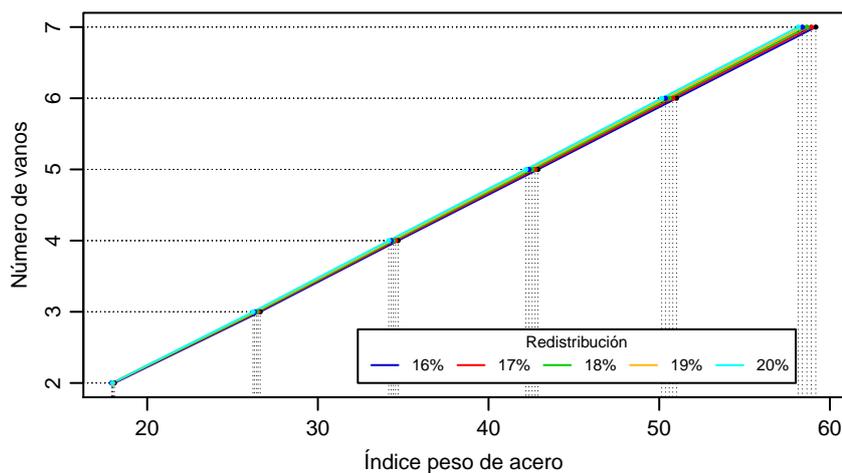


Figura 6.8: *Vigueta in situ. Redistribuciones 16%; 17%; 18%; 19% y 20%. Relación Redistribución-Acero consumido*

6.2. Ductilidad. Métodos clásicos

Tal y como se especificó en el capítulo 4, se han analizado un total de 335.916 casos de forjados, desde dos a siete vanos, con seis valores de luz entre apoyos distintas, empleando tres métodos diferentes para el cálculo de las longitudes plásticas equivalentes (ver sección 3.8.3 en la página 116). Esto equivale a un total de 5.604.669 apoyos evaluados por tres métodos clásicos de cálculo de esfuerzos (*plástico*, *elástico con redistribución limitada y rótulas plásticas*) y por tres métodos de comprobación de capacidad de rotación: *método de Mattock* (Mattock, 1967); *método de Paulay Priestley* (Paulay and Priestley, 1992) y *método del Eurocódigo 2* (CEN European Committee for Standardization, 2004).

El armado superior coincide para forjados con vigueta prefabricada armada y con vigueta *in situ*, por lo que al producirse la rótula plástica en zona de momento negativo, la capacidad de rotación es la misma en ambos casos.

6.2.1. Ductilidad requerida. Factores de cumplimiento

En cada uno de los casos analizados se ha obtenido la rotación necesaria en la articulación plástica para cada método de cálculo, y la capacidad de rotación de la sección. La redistribución considerada en cada método de cálculo será viable si la capacidad de rotación es superior a la rotación necesaria.

Para comparar ambos valores se emplea el *Factor de cumplimiento*.

$$\text{Factor de cumplimiento} = \frac{\text{Rotación necesaria}}{\text{Capacidad de rotación de la sección}}$$

El paño de forjado se encontrará en situación segura si *Factor de cumplimiento* $\leq 1,0$

La obtención de la rotación necesaria en las secciones depende de las rigideces de los elementos (EI). En el caso del hormigón armado, las piezas presentan inercias diferentes en cada una de las secciones dependiendo del estado de fisuración, por lo que es muy complicado realizar estimaciones fiables de la rigidez real. El límite inferior sería la consideración de la inercia fisurada para obtener la rigidez, valor excesivamente conservador. Suele estimarse la *inercia efectiva*, para secciones en T , en un valor aproximado de $0,35I_{bruta}$ (Namuche and del Pozo, 2007). Se opta, en este trabajo de investigación, por adoptar un valor ponderado para la *inercia efectiva* $I_e = 0,70I_f + 0,30I_b$, siendo I_f la *inercia fisurada* e I_b la *inercia de la sección rectangular homogeneizada* en zona de momento negativo. Se obtienen, con esta ponderación, valores sensiblemente más conservadores que los que se obtendrían considerando el valor de $0,35I_{bruta}$, obteniendo I_{bruta} en la sección de vano.

Con los tres métodos empleados para estimar la longitud plástica equivalente se obtienen resultados similares. El método propuesto por *Mattock* y el propuesto por el *Eurocódigo 2* arrojan valores ligeramente más conservadores que el método propuestos por *Paulay-Priestley*, como puede observarse en las tablas 6.5; 6.6; 6.7 y en el gráfico 6.9. Como es

lógico, cuando se emplean métodos de cálculo para los que no es necesario, según normativa, verificar la ductilidad de las secciones, todos los casos comprobados cumplen holgadamente.

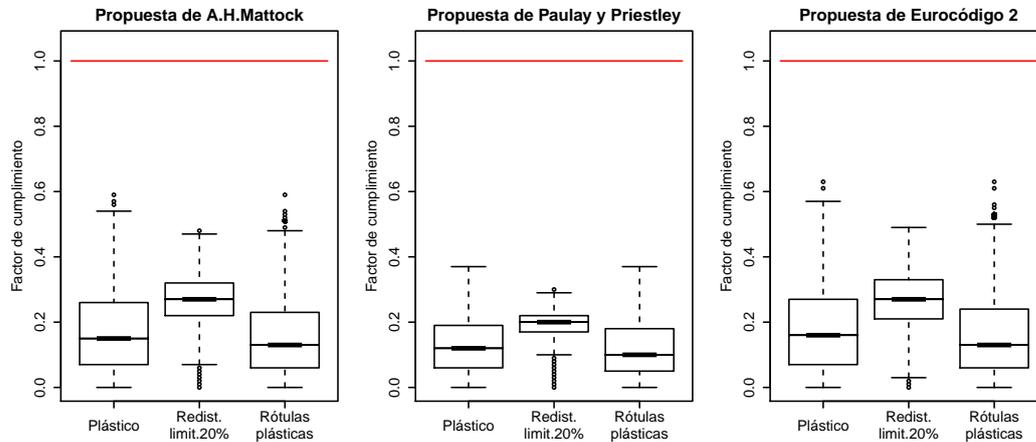


Figura 6.9: Métodos clásicos. Factores de cumplimiento

6.2.1.1. Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de *A-H. Mattock*

En los cálculos realizados empleando esta propuesta, ningún caso sobrepasa el límite del *Factor de cumplimiento* = 1,0. El método que requiere, de media, mayor capacidad de giro de las secciones críticas es el *método elástico redistribuido 20%*, presentando los otros dos métodos una media ligeramente inferior, pero con valores extremos mayores.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.5 y en la figura 6.9.

	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Cálculo Plástico	0	0,07	0,15	0,26	0,59
Redistribución limitada 20%	0	0,22	0,27	0,32	0,48
Rótulas plásticas	0	0,06	0,13	0,24	0,59

Tabla 6.5: Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión *A.H. Mattock*

6.2.1.2. Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de *Paulay y Priestley*

Al igual que ocurre con la propuesta de *Mattock*, en los cálculos realizados empleando la propuesta de *Paulay y Priestley*, ningún caso sobrepasa el límite del *Factor de cumplimiento* = 1,0. La distribución de valores también es muy similar a la propuesta anterior, con una media superior para el *método elástico redistribuido 20%* y unos valores extremos mayores para el *cálculo plástico* y para el *método de las rótulas plásticas*.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.6 y en la figura 6.9.

	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Cálculo Plástico	0	0,06	0,12	0,19	0,37
Redistribución limitada 20%	0	0,17	0,20	0,22	0,30
Rótulas plásticas	0	0,05	0,10	0,18	0,37

Tabla 6.6: *Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Paulay y Priestley*

6.2.1.3. Cálculo de longitudes plásticas mediante expresión del Eurocódigo 2

Igualmente, en los cálculos realizados empleando esta propuesta simplificada, incluida en normativa actual, ningún caso sobrepasa el límite del *Factor de cumplimiento* = 1,0. La distribución de los valores, similar a los dos métodos anteriores, puede observarse en la tabla 6.7 y en la figura 6.9.

	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Cálculo Plástico	0	0,07	0,16	0,28	0,63
Redistribución limitada 20%	0	0,21	0,27	0,33	0,49
Rótulas plásticas	0	0,06	0,14	0,25	0,63

Tabla 6.7: *Métodos clásicos. Valores de factor de cumplimiento. Expresión del Eurocódigo 2*

Como complemento a los gráficos de factores de cumplimiento para cada uno de los métodos, en la figura 6.10 se muestra la distribución de densidades del factor de cumplimiento, donde se evidencia, de un modo más claro, los valores más altos del factor de cumplimiento en el caso de esfuerzos obtenidos mediante el *cálculo elástico redistribuido*.

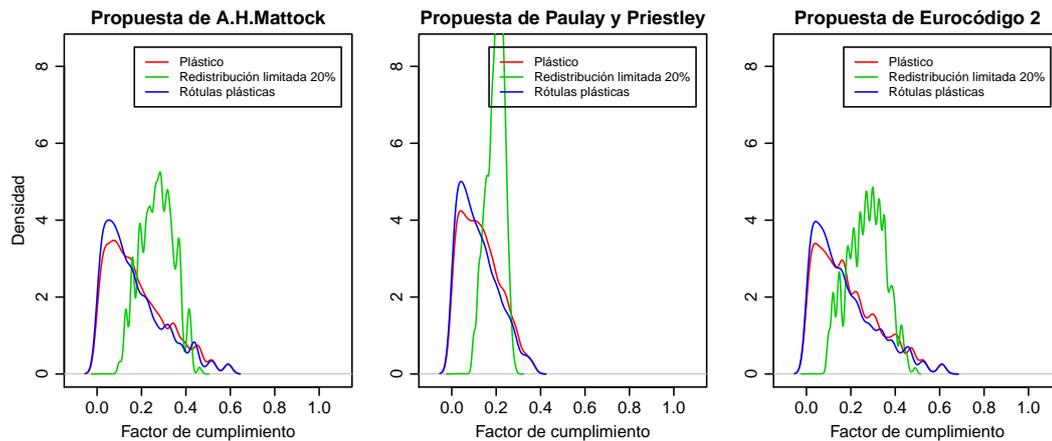


Figura 6.10: *Métodos clásicos. Distribución de densidades*

6.2.2. Ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de los tramos de forjado

La graduación de la disparidad de luces se realiza mediante la *desviación estándar* de las mismas (ver sección 4.1 en la página 122), estableciéndose los intervalos correspondientes a los *cuartiles*. De esta manera se considera *disparidad de luces baja* a valores de la desviación estándar comprendidos entre el mínimo y el primer cuartil, *disparidad de luces media-baja* a valores entre el primer y segundo cuartil, *disparidad de luces media-alta* a valores entre el segundo y tercer cuartil y *disparidad de luces alta* a valores entre el tercer cuartil y el máximo.

Se recogen en la tabla 6.8 y la figura 6.11 los valores correspondientes al cálculo mediante el *método plástico* ya que es el único método para el cual podría ser necesario realizar comprobación de ductilidad.

	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	1,71	0,16	0,13	0,16	2,66	0,24	0,18	0,24	3,75	0,34	0,23	0,33	8,11	0,59	0,36	0,63
Media-baja	1,07	0,11	0,09	0,12	2,06	0,20	0,15	0,20	3,33	0,29	0,21	0,30	7,42	0,59	0,36	0,61
Media-alta	0,69	0,07	0,06	0,07	1,60	0,15	0,12	0,16	2,95	0,26	0,16	0,27	7,42	0,59	0,36	0,61
Alta	0,59	0,06	0,04	0,05	1,32	0,12	0,10	0,12	2,60	0,23	0,16	0,23	7,42	0,59	0,36	0,61

Rotac. necesarias ($\times 10^{-3}$ rad) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2

Tabla 6.8: Cálculo plástico. Valores factorizados de la ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de forjado.

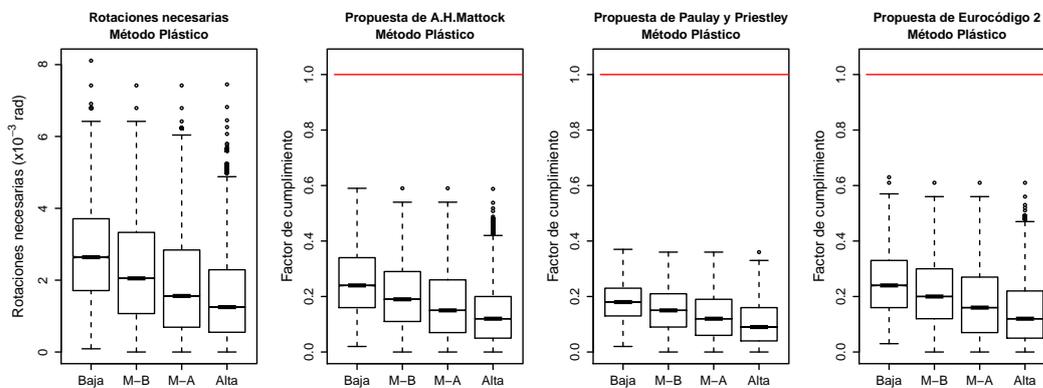


Figura 6.11: Cálculo plástico. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado

Puede observarse que, a medida que aumenta la disparidad de luces del forjado, disminuye la necesidad de rotaciones en las secciones.

Para analizar este comportamiento es necesario referirse a los motivos por los que es obligado que las secciones giren cuando los momentos son diferentes a los obtenidos por el método elástico (ver sección 3.7 en la página 102).

El giro en un apoyo es la suma de los giros producido por los momentos isostáticos de

los vanos que confluyen en el apoyo y los giros que tienden a contrarrestar dicha rotación. Estos últimos están producidos principalmente por el momento de continuidad en el apoyo y, en menor medida, por los giros producidos por los momentos de continuidad en apoyo anterior y posterior.

El signo del giro debido a los momentos isostáticos tiene signo contrario al de los momentos de continuidad. En el caso de una viga isostática los apoyos permiten el giro libre sin ninguna oposición, siendo los momentos de continuidad provocados por los vanos contiguos los que reducen dicho giro, hasta anularlo en el caso de los resultados obtenidos mediante *cálculo elástico*. Si el momento en el apoyo es diferente del momento elástico, el giro no será nulo y será necesario que la sección tenga la ductilidad suficiente para permitir dicho giro.

Habitualmente cuando la disparidad de luces es grande, la proporción entre el giro producido por los momentos isostáticos y el producido por el momento de continuidad se reduce, disminuyendo el giro total de la sección. El giro en los apoyos debido al momento isostático depende del cubo de la luz, por lo que si en un apoyo confluyen una luz grande y una luz pequeña el giro, suma de ambos, será bastante inferior que el caso del apoyo en el que confluyen dos vanos largos. Sin embargo, el momento sobre el apoyo, que tiende a equilibrar dicho giro, depende fundamentalmente del valor del vano largo, por lo que el efecto de equilibrio de giros es similar en ambos. Esto provoca que, en el caso de mayor desproporción de luces, el giro requerido tienda a ser menor.

6.2.3. Ductilidad requerida en función de la media de luces de los tramos de forjado

Se establecen las graduaciones (ver sección 4.1 en la página 122): *luces bajas* (media de 3,5m a 4,25 m), *luces media-bajas* (media de 4,25m a 5,00 m), *luces media-altas* (media de 5,00m a 5,75 m) y *luces altas* (media de 5,75m a 6,5 m).

Se recogen en la tabla 6.9 y la figura 6.12 los valores correspondientes al cálculo mediante el método plástico ya que es el único método para el cual podría ser necesario realizar comprobación de ductilidad.

	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	0,78	0,07	0,06	0,07	1,23	0,11	0,09	0,10	1,85	0,16	0,14	0,16	6,42	0,52	0,33	0,53
Media-baja	0,75	0,07	0,05	0,06	1,55	0,13	0,11	0,13	2,65	0,22	0,16	0,22	7,42	0,59	0,36	0,61
Media-alta	1,00	0,08	0,06	0,08	2,40	0,19	0,14	0,20	3,96	0,32	0,22	0,33	7,42	0,59	0,36	0,61
Alta	2,35	0,18	0,13	0,19	4,03	0,32	0,22	0,33	5,69	0,44	0,28	0,46	8,11	0,59	0,37	0,63
Rotac. necesarias	($\times 10^{-3}$ rad) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2															

Tabla 6.9: Cálculo plástico. Valores factorizados de ductilidad en función de las luces del tramo de forjado

Se observa en esta división que, a medida que aumenta el valor de la media de las luces de los tramos de forjado, aumenta la necesidad de giro en los apoyos, sin que aumente la capacidad de rotación de las secciones. Esto provoca que el factor de cumplimiento aumente de manera similar a la necesidad de rotación. El aumento no tiene una variación lineal, sino

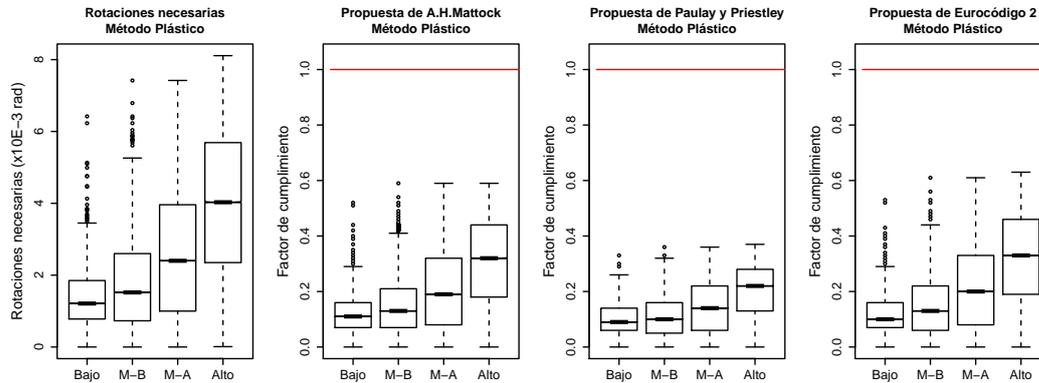


Figura 6.12: Cálculo plástico. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado

que, a medida que aumenta la media de luces, aumenta en mayor medida las rotaciones necesarias y por tanto, los factores de cumplimiento por todos los métodos de cálculo de longitudes plásticas empleados.

6.2.4. Discusión de resultados de ductilidad en métodos clásicos de cálculo

Del análisis de los resultados obtenidos, independientemente del método empleado para determinar la longitud de la articulación plástica, se deduce que, cuando se emplean los *métodos clásicos* de cálculo, las secciones están sobradamente capacitadas para desarrollar las rotaciones plásticas necesarias.

Puede por tanto concluirse que es posible emplear estos métodos de cálculo sin realizar comprobaciones adicionales de ductilidad, teniendo la garantía de que cumplen sobradamente. En realidad, la comprobación del cumplimiento de la ductilidad de las secciones sólo sería necesario realizarla, según la normativa vigente EHE-08 (Ministerio de Fomento, 2008), en el caso de *cálculo plástico* en general. Admitiendo el *cálculo plástico* infinitas posibilidades de distribución de esfuerzos, la modalidad empleada es la recogida en los comentarios del Artículo 21 de EHE, por lo que, con estas limitaciones concretas, puede entenderse que tampoco sería imprescindible realizar la comprobación de ductilidad.

EHE. Artículo 21. Comentarios

....En la redistribución de esfuerzos de forjados unidireccionales es posible considerar como leyes envolventes de momentos flectores las que resulten de igualar, en valor absoluto, los momentos en los apoyos y en el vano. Este procedimiento, avalado por la experiencia, no requiere el planteamiento de alternancias de la sobrecarga....

....Todos los vanos deberán resistir, como mínimo, un momento positivo igual a la mitad de su momento isostático....

Respecto a las ductilidades requeridas en función de la disparidad y la media de las luces de los tramos, a medida que aumenta la disparidad, disminuye la necesidad de rotación y a medida que aumenta la media de luces, aumenta la necesidad de giro.

6.3. Ductilidad. Métodos de optimización

Con los mismos criterios que los empleados para los métodos clásicos, se analizan la ductilidad para los *métodos de optimización* propuestos y objeto de estudio. El número de casos analizados es el mismo que para los *métodos clásicos*.

En este caso, los métodos de cálculo de esfuerzos son los denominados *optimizado n°1*; *optimizado n°2* y *optimizado n°3*.

6.3.1. Ductilidad requerida. Factores de cumplimiento

Al igual que para los tres métodos clásicos analizados, en cada uno de los casos de las optimizaciones propuestas se obtiene la rotación necesaria en la articulación plástica para cada método de cálculo así como la capacidad de giro de la sección. La redistribución considerada en cada método de cálculo podrá producirse si la capacidad de giro es superior a la rotación necesaria.

El paño de forjado se encontrará en situación segura si *Factor de cumplimiento* $\leq 1,0$ (ver sección 6.2.1 en la página 200).

Con los tres métodos empleados para estimar la longitud plástica equivalente se obtienen resultados similares. El método propuesto por *Mattock* y el propuesto por el *Eurocódigo 2* arrojan valores ligeramente más conservadores que el método propuestos por *Paulay-Priestley*, como puede observarse en las tablas 6.10; 6.11; 6.12; 6.13; 6.14; 6.15 y en los gráficos 6.13 y 6.14.

6.3.1.1. Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de *A-H. Mattock*

En los cálculos realizados empleando esta propuesta, se observa que hay un porcentaje de casos que supera el límite de *Factor de cumplimiento* = 1,0.

Vigueta armada

Cuando los esfuerzos se obtienen mediante el *método optimizado n°1*, no hay ningún apoyo cuyo factor de cumplimiento sea superior a 1,0.

En el caso de esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado n°2*, el número de apoyos con factor de cumplimiento superior a 1,0 es de 1,136, lo que representa un 0,02%

del total de apoyos analizados. De esos valores, 619 resultados superan el valor 1,1. Este valor representa un 0,01 % del total de los apoyos analizados.

Cuando los esfuerzos se obtienen a partir del *método optimizado n°3* tampoco se presenta ningún caso cuyo factor de cumplimiento sea superior a 1,0.

El número de casos con valores de cumplimiento superior a 1,0 es despreciable, localizándose en aquellos apoyos interiores en los que las luces, a ambos lados del mismo, son superiores a 6,0m. La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.10 y en la figura 6.13.

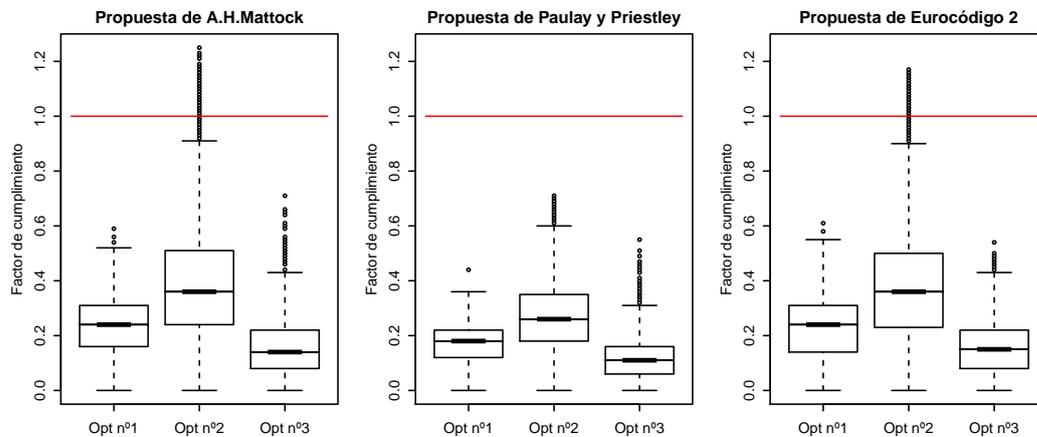


Figura 6.13: Vigüeta armada. Métodos optimizados. Factores de cumplimiento

Vigüeta Armada					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado n°1	0	0,16	0,24	0,31	0,59
Método optimizado n°2	0	0,24	0,36	0,51	1,25
Método optimizado n°3	0	0,08	0,14	0,22	0,71

Tabla 6.10: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión A.H.Mattock

Vigüeta *in situ*

Cuando los esfuerzos se obtienen mediante el *método optimizado n°1*, no hay ningún apoyo cuyo factor de cumplimiento sea superior a 1,0.

En el caso de esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado n°2*, el número de apoyos con factor de cumplimiento superior a 1,0 es de 63.764, lo que representa un 1,14 % del total de apoyos analizados. De esos valores, 9.552 resultados superan el valor 1,1. Este valor representa un 0,17 % del total de los apoyos analizados

Cuando los esfuerzos se obtienen a partir del *método optimizado nº3* tampoco se presenta ningún caso cuyo factor de cumplimiento sea superior a 1,0.

Lógicamente, en este caso también se localizan los valores superiores a 1,0 en aquellos apoyos interiores en los que las luces, a ambos lados del mismo, son superiores a 6,0m. La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.11 y en la figura 6.14.

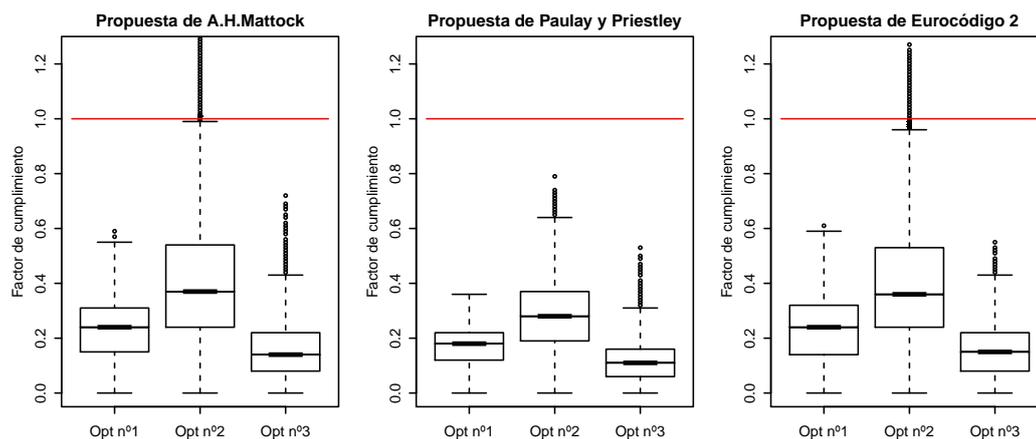


Figura 6.14: *Vigueta in situ*. Métodos optimizados. Factores de cumplimiento

Vigueta <i>in situ</i>					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado nº1	0	0,15	0,24	0,31	0,59
Método optimizado nº2	0	0,24	0,37	0,55	1,34
Método optimizado nº3	0	0,08	0,14	0,22	0,72

Tabla 6.11: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión A.H. Mattock

6.3.1.2. Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de *Paulay y Priestley*

Vigueta armada

Cuando se emplea este método para calcular las longitudes plásticas no se supera para ningún método optimizado el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.12 y en la figura 6.13.

Vigueta Armada					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado nº1	0	0,12	0,18	0,22	0,44
Método optimizado nº2	0	0,18	0,26	0,35	0,71
Método optimizado nº3	0	0,07	0,11	0,16	0,55

Tabla 6.12: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Paulay y Priestley

Vigueta *in situ*

Al igual que ocurre con el caso de vigueta prefabricada armada, cuando se emplea este método para calcular las longitudes plásticas no se supera para ningún método optimizado el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.13 y en la figura 6.14.

Vigueta <i>in situ</i>					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado nº1	0	0,12	0,18	0,22	0,36
Método optimizado nº2	0	0,19	0,28	0,37	0,79
Método optimizado nº3	0	0,08	0,11	0,16	0,53

Tabla 6.13: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Paulay y Priestley

6.3.1.3. Cálculo de longitudes plásticas mediante expresión del *Eurocódigo 2*

Vigueta armada

En el caso de los esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado nº1*, no hay ningún caso en el que se supere el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

Cuando los esfuerzos se obtienen mediante el *método optimizado nº2*, el número de apoyos con factor de cumplimiento superior a 1,0 es de 776, lo que representa un 0,01% del total de apoyos analizados. De ellos, 30 resultados superan el valor 1,1.

El número de casos con valores de cumplimiento superior a 1,0 es despreciable y se localizan, como ocurre con todas las formulaciones, en apoyos interiores con luces, a ambos lados del mismo, superiores a 6,0m.

En el caso de los esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado nº3*, no hay ningún caso en el que se supere el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.14 y en la figura 6.13.

Vigueta Armada					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado nº1	0	0,14	0,24	0,31	0,61
Método optimizado nº2	0	0,23	0,36	0,50	1,17
Método optimizado nº3	0	0,08	0,15	0,22	0,54

Tabla 6.14: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Eurocódigo 2

Vigueta *in situ*

En el caso de los esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado nº1*, no hay ningún caso en el que se supere el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

Cuando los esfuerzos se obtienen mediante el *método optimizado nº2*, el número de apoyos con factor de cumplimiento superior a 1,0 es de 30.851, lo que representa un 0,55% del total de apoyos analizados. De ellos, 7.550 resultados supera el valor 1,1. Este valor representa un 0,13% del total de los apoyos analizados. Al igual que en la tipología de vigueta armada, estos valores se localizan en apoyos interiores con luces, a ambos lados del mismo, superiores a 6,0m.

En el caso de los esfuerzos obtenidos mediante el *método optimizado nº3*, no hay ningún caso en el que se supere el valor límite de factor de cumplimiento =1,0.

La distribución de los valores puede observarse en la tabla 6.15 y en la figura 6.14.

Vigueta <i>in situ</i>					
	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
Método optimizado nº1	0	0,14	0,24	0,32	0,61
Método optimizado nº2	0	0,24	0,37	0,40	1,27
Método optimizado nº3	0	0,08	0,15	0,22	0,55

Tabla 6.15: Métodos optimizados. Valores de factor de cumplimiento. Expresión Eurocódigo 2

Como complemento a los gráficos de factores de cumplimiento para cada uno de los métodos, en la figuras 6.15 y 6.16 se muestra la distribución de densidades del mismo. En dichas figuras es posible observar con mayor claridad las diferencias entre los tres métodos propuestos, con valores de factor de cumplimiento más bajos para el *método optimizado nº1*, así como una menor dispersión en los *métodos optimizados nº1 y nº3*.

6.3.2. Ductilidad requerida en función de la disparidad de luces de los tramos de forjado

Se considera la misma graduación de disparidad de luces que la empleada para los *métodos clásicos*, realizada mediante la *desviación estándar* de las mismas (ver sección 4.1),

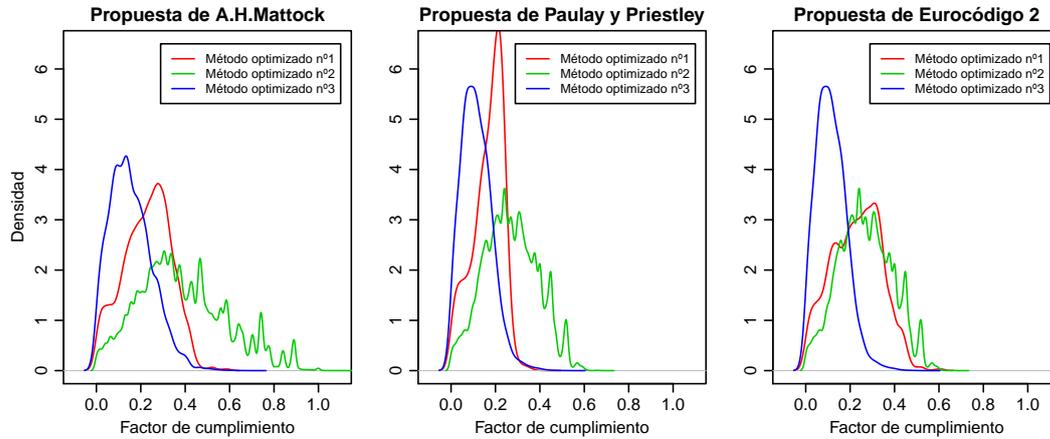


Figura 6.15: Vigueta armada. Métodos optimizados. Distribución de densidades

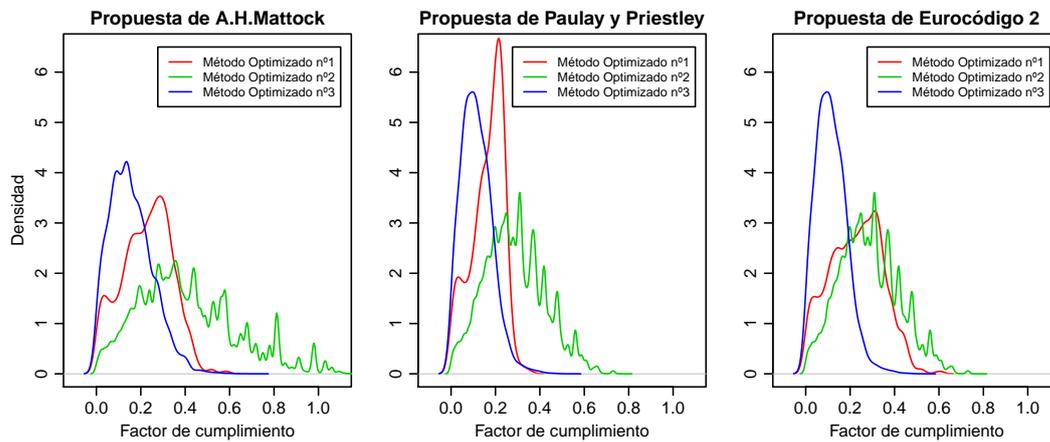


Figura 6.16: Vigueta in situ. Métodos optimizados. Distribución de densidades

estableciéndose los intervalos correspondientes a los *cuartiles*. De esta manera, se considera *disparidad de luces baja* a valores de la desviación estándar comprendidos entre el mínimo y el primer cuartil, *disparidad de luces media-baja* a valores entre el primer y segundo cuartil, *disparidad de luces media-alta* a valores entre el segundo y tercer cuartil y *disparidad de luces alta* a valores entre el tercer cuartil y el máximo.

Se recogen en la tabla 6.16 y la figuras 6.17 y 6.18 los valores correspondientes al cálculo mediante el *método de optimización nº2* ya que es el método con un mayor requerimiento de rotaciones en los apoyos, y por tanto de ductilidad.

Al igual que ocurre en el análisis realizado por método clásicos, y por los mismos motivos (ver apartado 6.2.2 en la página 203), a medida que aumenta la disparidad de luces disminuye la necesidad de giro de la secciones y por tanto su factor de cumplimiento.

Vigueta Armada																
	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	2,43	0,22	0,18	0,21	5,09	0,44	0,32	0,43	6,98	0,60	0,40	0,59	13,18	1,25	0,71	1,17
Media-baja	3,06	0,27	0,21	0,26	4,64	0,40	0,29	0,40	6,10	0,53	0,37	0,52	13,29	1,19	0,68	1,13
Media-alta	2,77	0,25	0,19	0,24	4,25	0,36	0,27	0,36	5,86	0,51	0,35	0,50	13,66	1,23	0,70	1,16
Alta	2,35	0,22	0,16	0,20	3,84	0,31	0,24	0,32	5,80	0,49	0,34	0,49	13,37	1,19	0,68	1,13
Rotac. necesarias ($\times 10^{-3} rad$) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2																
Vigueta in situ																
	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	3,01	0,27	0,21	0,26	4,76	0,42	0,31	0,40	7,09	0,61	0,42	0,59	14,95	1,34	0,79	1,27
Media-baja	2,94	0,26	0,20	0,25	4,52	0,40	0,29	0,38	6,42	0,57	0,38	0,55	14,94	1,29	0,73	1,25
Media-alta	2,83	0,24	0,19	0,24	4,36	0,37	0,28	0,37	6,36	0,54	0,37	0,53	14,91	1,29	0,73	1,24
Alta	2,65	0,24	0,18	0,23	4,20	0,36	0,26	0,36	6,30	0,54	0,37	0,53	14,88	1,30	0,73	1,24
Rotac. necesarias ($\times 10^{-3} rad$) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2																

Tabla 6.16: Método optimizado n°2. Valores factorizados de ductilidad en función de la disparidad de luces de forjado.

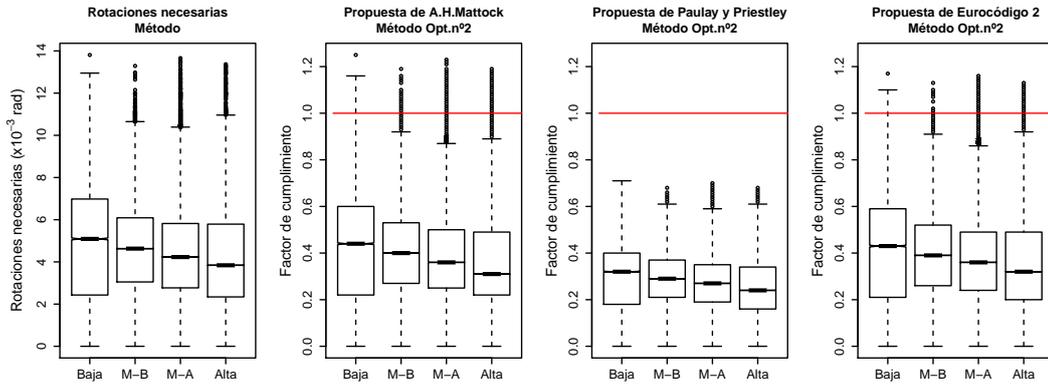


Figura 6.17: Vigueta armada. Método optimizado n°2. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado

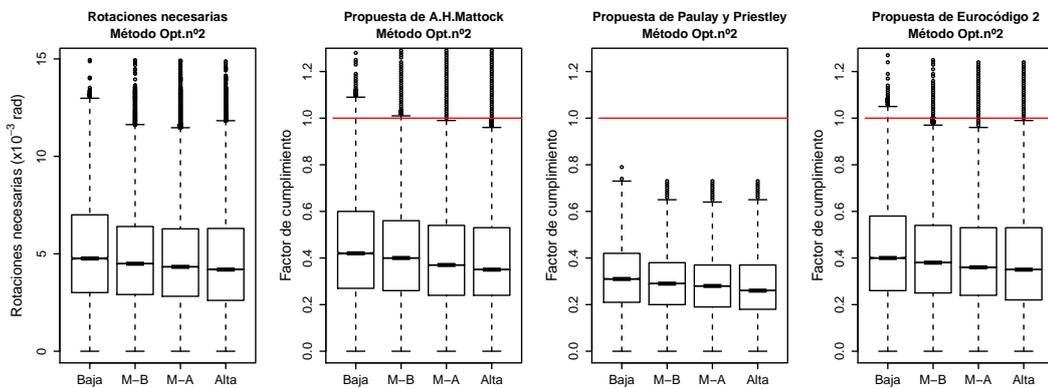


Figura 6.18: Vigueta in situ. Método optimizado n°2. Factores de ductilidad en función de la disparidad de luces del tramo de forjado

6.3.3. Ductilidad requerida en función de la media de luces de los tramos de forjado

Se establecen la mismas graduación que en el caso de los *métodos clásicos* (ver sección 4.1 en la página 122): *luces bajas* (media de 3,5m a 4,25 m) , *luces media-bajas* (media de 4,25m a 5,00 m), *luces media-altas* (media de 5,00m a 5,75 m) y *luces altas* (media de 5,75m a 6,5 m)

Al igual que en la división por disparidad de luces, se presentan en la tabla 6.17 y la figuras 6.19 y 6.20 los valores correspondientes al cálculo mediante el *método de optimización n°2*, por el motivo ya expuesto de que es el método con un mayor requerimiento de rotaciones en los apoyos, y por tanto de ductilidad.

También para esta división de casos el comportamiento es similar al obtenido mediante *métodos clásicos* (ver apartado 6.2.3 en la página 204), aumentado la necesidad de giro de manera no lineal, al aumentar la media de las luces de los tramos del forjado.

Vigueta Armada																
	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	1,40	0,13	0,12	0,12	1,98	0,18	0,15	0,17	3,49	0,31	0,24	0,30	8,72	0,77	0,52	0,74
Media-baja	2,26	0,21	0,16	0,19	3,72	0,31	0,24	0,31	5,12	0,44	0,32	0,43	12,95	1,16	0,66	1,10
Media-alta	3,44	0,29	0,21	0,29	5,04	0,43	0,30	0,42	6,87	0,58	0,39	0,58	13,66	1,23	0,70	1,16
Alta	5,37	0,43	0,30	0,44	7,25	0,61	0,40	0,60	8,92	0,75	0,45	0,74	13,81	1,25	0,71	1,17
Rotac. necesarias ($\times 10^{-3} \text{rad}$) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2																
Vigueta <i>in situ</i>																
	Cuartil 1				Mediana				Cuartil 3				Máximo			
Baja	1,39	0,13	0,11	0,12	2,21	0,20	0,16	0,19	3,45	0,31	0,25	0,29	10,37	0,91	0,59	0,88
Media-baja	2,23	0,20	0,16	0,19	3,73	0,32	0,24	0,32	5,20	0,45	0,32	0,44	14,88	1,28	0,73	1,24
Media-alta	3,72	0,32	0,23	0,31	5,31	0,45	0,32	0,44	7,23	0,63	0,42	0,61	14,89	1,29	0,73	1,24
Alta	5,50	0,46	0,31	0,46	7,80	0,66	0,42	0,65	9,67	0,82	0,52	0,81	14,95	1,34	0,79	1,27
Rotac. necesarias ($\times 10^{-3} \text{rad}$) ; propuesta de A..H.Mattock; Propuesta de Paulay y Priestley; Eurocódigo 2																

Tabla 6.17: Método optimizado n°2. Valores factorizados de ductilidad en función de las luces del tramo de forjado

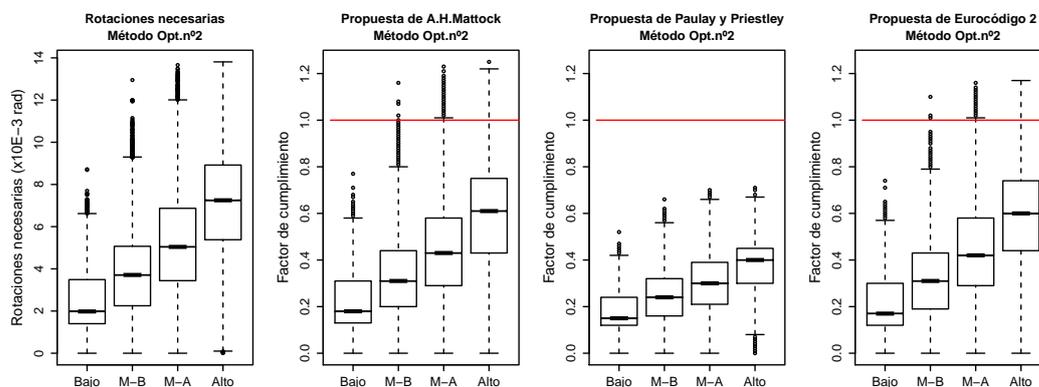


Figura 6.19: Vigueta armada. Método optimizado n°2. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado

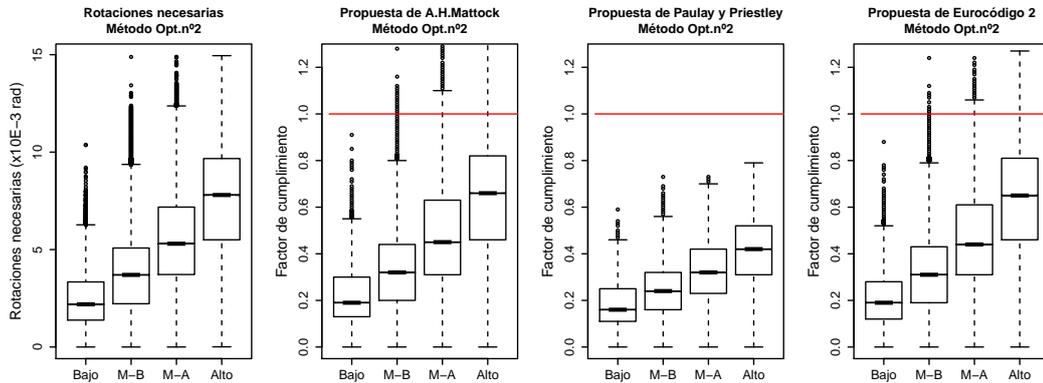


Figura 6.20: Vigueta *in situ*. Método optimizado $n^{\circ}2$. Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado

6.3.4. Discusión de resultados de ductilidad en métodos de optimización propuestos

Del análisis de los resultados obtenidos, se deduce que, cuando se emplean los métodos optimizados propuestos, al exigir mayores redistribuciones de los momentos flectores, los factores de cumplimiento de ductilidad de las secciones aumentan significativamente. A pesar de este aumento se verifica que, independientemente del método empleado para calcular la longitud de las rotaciones plásticas, las secciones presentan ductilidad suficiente para permitir los giros requeridos en el cálculo.

Cuando se emplea el método de *Mattock*, hay un porcentaje muy pequeño de secciones, tanto para vigueta armada como para vigueta *in situ*, que supera el valor límite de factor de cumplimiento. Lo mismo ocurre empleando el *método simplificado del Eurocódigo 2* y, en ambas propuestas, se localiza este número ínfimo de casos en apoyos interiores con luces, a ambos lados del mismo, superiores a $6,0m$.

Cuando el método empleado es el propuesto por *Paulay-Priestley* en ningún caso se supera el valor límite $1,0$ de factor de cumplimiento. El máximo valor obtenido es de $0,71$ para vigueta prefabricada armada y $0,79$ para vigueta *in situ*.

Al igual que ocurre con los *métodos clásicos* de cálculo, a medida que aumenta la disparidad, disminuye la necesidad de rotación y a medida que aumenta la media de luces, aumenta la necesidad de giro.

6.4. Vigueta armada. Análisis comparativo.

Se realiza en primer lugar un análisis comparativo, para todos los casos estudiados, con el objeto de deducir cual es el mejor método en términos de consumo de acero, sin ninguna consideración respecto a la posible irregularidad o tamaño medio de las luces del paño analizado.

A continuación, se lleva a cabo el mismo análisis que se ha realizado para el conjunto de casos, introduciendo una variable que tiene en cuenta la disparidad de las luces del forjado (ver sección 4.1 en la página 122). Este análisis permitirá conocer cómo influye la irregularidad geométrica de la planta de forjado en el acero necesario y, por tanto, en el coste económico de la solución.

Por último, el análisis se realiza considerando el valor cuantitativo de las luces (ver sección 4.1 en la página 122) con objeto de poder determinar, de cara al consumo de acero en el forjado, el rango de luces en el que la solución es más económica. No hay que olvidar, para evaluar correctamente los resultados de este análisis que, forjados con luces más cortas implica un mayor número de vigas y pilares, lo que encarece la solución global.

Para las tres modalidades estudiadas se presentan los resultados divididos por número de vanos y para el conjunto de todos los casos analizados.

Con el fin de proporcionar información acerca del posible error cometido en la estimación de la media, además de su estimación puntual, se determina el posible rango de valores (intervalo de confianza) en el que, con una determinada probabilidad (nivel de confianza), se encuentra el verdadero valor del mencionado parámetro. En la presente tesis, se emplea un nivel de confianza del 95 % en el cálculo de los intervalos de confianza.

6.4.1. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo

Considerando peso total:

En las figuras 6.21; 6.22 y 6.23 se representa el peso total de armado obtenido para las diversas series analizadas desde 2 a 7 vanos. Se incluye en los gráficos el intervalo de confianza, que se reduce a medida que se aumenta el número de vanos al disponer de un número mayor de casos de análisis. Puede observarse como todas ellas presentan el mismo patrón siendo el *modelo de optimización n^o2* el que presenta sistemáticamente un valor inferior de kilogramos de acero.

Como es lógico, en todos los casos el método menos eficaz es el *cálculo elástico sin redistribución* debido a la obligatoriedad normativa de disponer una cuantía geométrica mínima (ver sección 3.5.3 en la página 96) en la cara inferior del forjado. Esta cuantía supone, sobre todo en vanos cortos, que se produzca un sobredimensionado respecto a criterios estrictamente resistentes. Aumentando el valor de la redistribución, se minorra la infrautilización de dicha armadura y se disminuye la necesidad de armado superior, lo que reduce la cuantía total de acero que es necesario disponer.

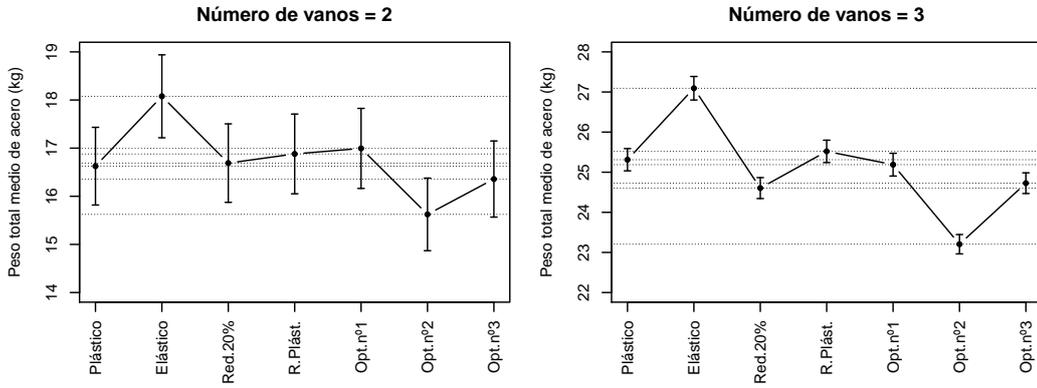


Figura 6.21: Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

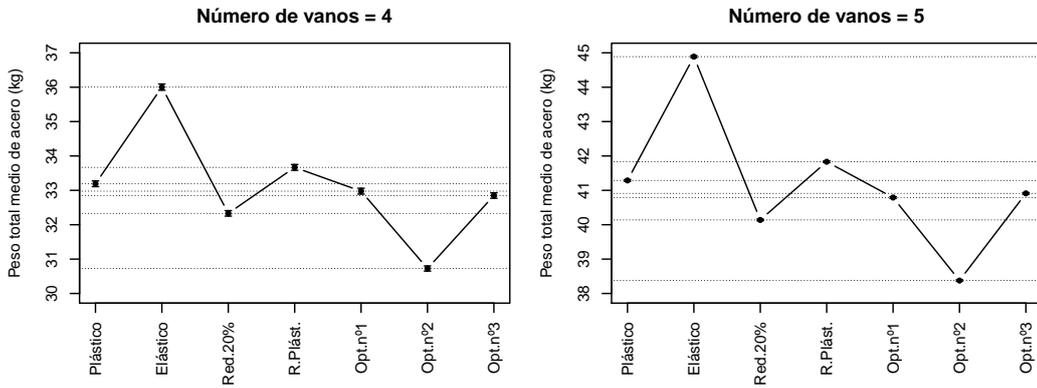


Figura 6.22: Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

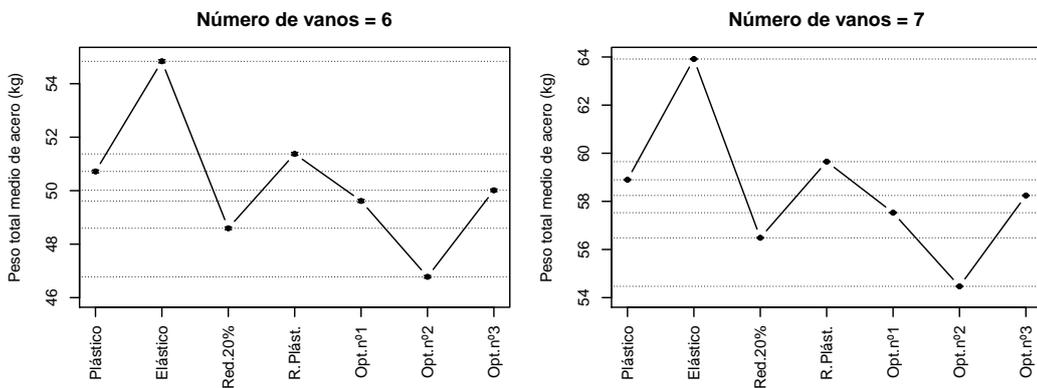


Figura 6.23: Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

Se observa que, de los métodos habituales de cálculo, el más eficiente es el *método elástico con redistribución limitada*, y de los métodos de optimización propuestos, el que menor cuantía de armadura requiere es el *método de optimización n°2*. La reducción en kilogramos de acero del *método Optimizado n°2* respecto al *método elástico con redistribución limitada* al 20 % se refleja en la figura 6.24.

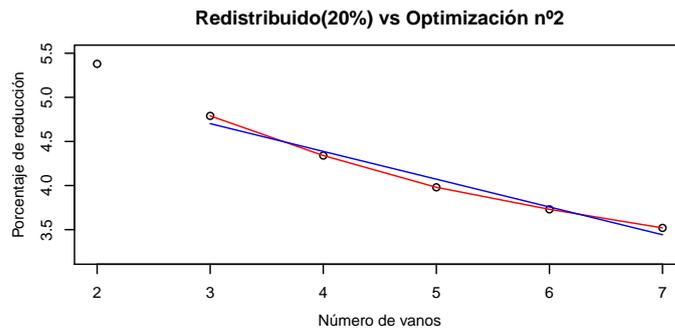


Figura 6.24: Vigueta armada. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20 % (kg)

Se deduce del gráfico 6.24 que, a medida que aumenta el número de vanos, y por tanto la longitud total del forjado, se reduce el porcentaje de mejora del *método de optimización propuesto* respecto al *método elástico con redistribución*. Esto es debido a que en los vanos extremos la posibilidad de ajuste es mayor que en los vanos interiores, por lo que, a medida que aumenta el número de vanos, la influencia del ajuste en vanos exteriores respecto a vanos interiores se reduce, reduciéndose la cuantía global de la optimización. En el caso de dos vanos, al no haber vanos intermedios y disponer de muy pocos casos de análisis, el resultado no mantiene la tendencia lineal que presenta para el resto de casos.

Considerando peso por metro cuadrado²⁶:

Si en lugar de comparar el peso total, que será lógicamente mayor cuanto mayor sea el número de vanos, se compara la cantidad de acero consumida por metro cuadrado en todos los casos, se obtiene un valor homogéneo, aunque influenciado por el efecto de los vanos extremos. En estos vanos extremos, al no tener continuidad, los esfuerzos son mayores y necesitan por tanto una cantidad mayor de armadura. Este efecto tiene influencia máxima en el caso de dos vanos, ya que los dos son extremos, e influencia menor a medida que se incrementa el número de los mismos, debido a que el porcentaje de vanos interiores respecto a los dos vanos extremos aumenta.

Se representan los valores de peso por metro cuadrado obtenidos, con sus correspondientes intervalos de confianza, para las series analizadas, desde 2 a 7 vanos, en las figuras 6.25; 6.26 y 6.27. Los resultados numéricos se facilitan en la tabla 6.18.

²⁶Teniendo en cuenta que los análisis se realizan para una franja de ancho 1 m, el valor por metro lineal representa el valor por metro cuadrado, unidad que se empleará en adelante, al ser más intuitiva en un elemento con carácter eminentemente superficial como son los forjados unidireccionales

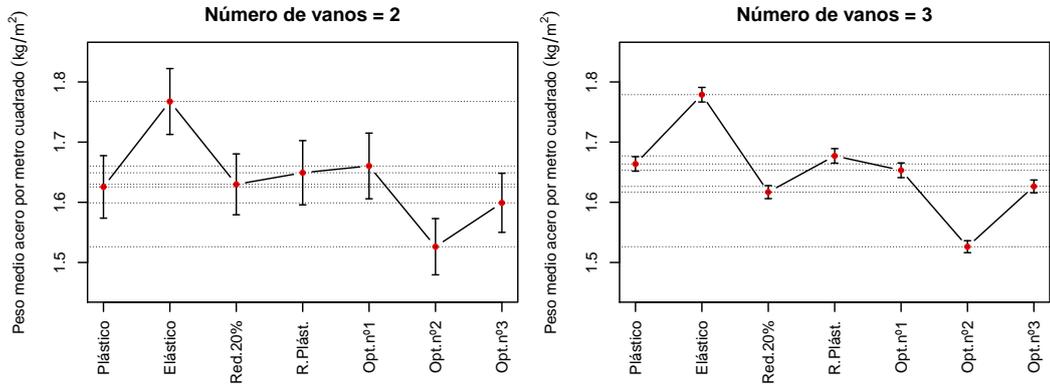


Figura 6.25: Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m²) según método de cálculo

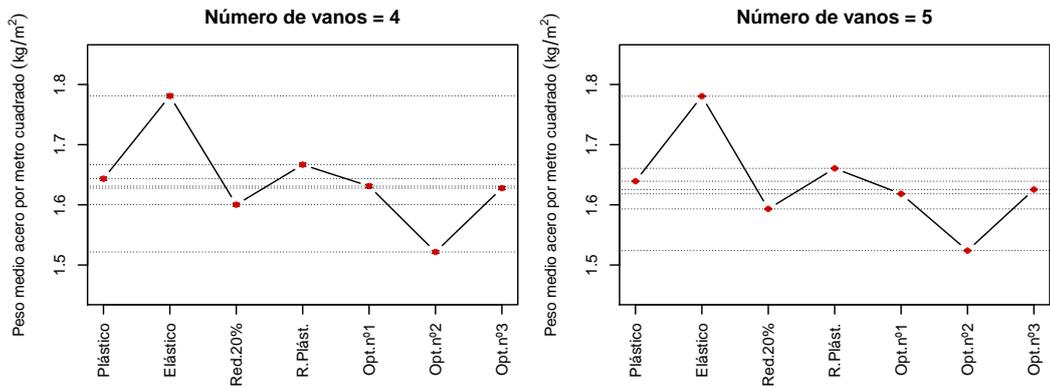


Figura 6.26: Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero(kg/m²) según método de cálculo

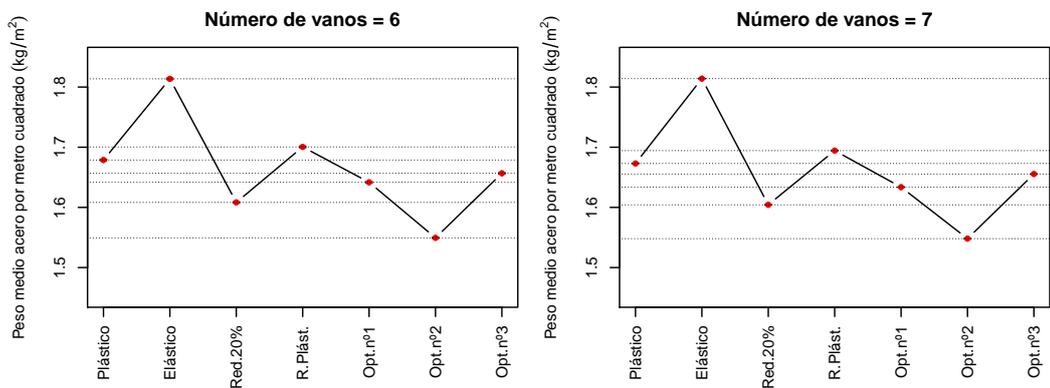


Figura 6.27: Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m²) según método de cálculo

	Plástico	Elástico	Redis 20%	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	1,698	1,794	1,655	1,730	1,697	1,552	1,635
3 vanos	1,726	1,810	1,636	1,741	1,694	1,559	1,658
4 vanos	1,696	1,812	1,622	1,721	1,668	1,553	1,662
5 vanos	1,687	1,813	1,615	1,709	1,653	1,551	1,657
6 vanos	1,679	1,814	1,608	1,701	1,642	1,549	1,657
7 vanos	1,673	1,814	1,604	1,694	1,634	1,548	1,655

Tabla 6.18: Vigueta armada. Peso medio de acero por número de vanos (kg/m^2) según método de cálculo

En el caso de dos vanos, la variación entre el método de uso habitual que menos cantidad de acero necesita, el *cálculo elástico con redistribución del 20 %*, y el método propuesto más eficaz, el *cálculo optimizado n°2*, es de un $-5,37\%$ de consumo a favor de este último.

En el caso de tres vanos la variación es de $-4,71\%$ y en el caso de cuatro vanos la variación es de $-4,25\%$ en el peso, siempre a favor del *método optimizado n°2*.

En el caso de cinco vanos la variación es de $-3,96\%$, en el caso de seis vanos la variación es de $-3,67\%$ y en el caso de siete vanos la variación es de $-3,49\%$ en el peso, también a favor del *método optimizado n°2*.

En la figura 6.28 se representa el peso medio de acero por metro cuadrado para cada uno de los métodos empleados considerando el total de los casos objeto de análisis. Los valores obtenidos globales obtenidos se muestran en la tabla 6.19.

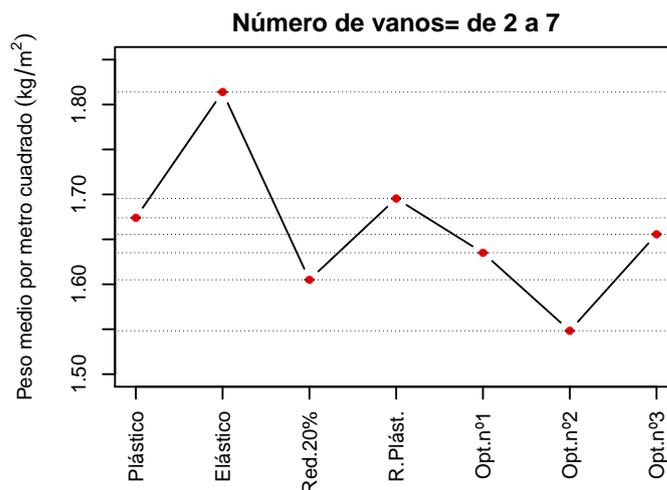


Figura 6.28: Vigueta armada. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
kg/m^2	1,674	1,814	1,605	1,695	1,635	1,548	1,656

Tabla 6.19: Vigeta armada. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

La reducción en kilogramos de acero del método *Optimizado 2* respecto al método *elástico con redistribución limitada al 20 %* se refleja en la figura 6.29.

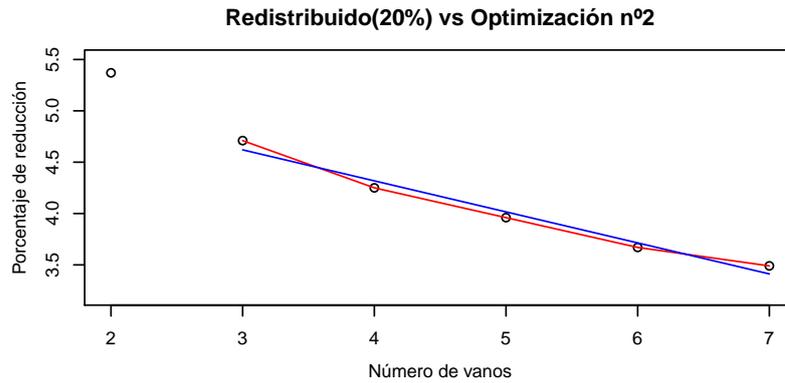


Figura 6.29: Vigeta armada. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20 % (kg/m^2)

Lógicamente, la distribución es igual que la del gráfico que considera el peso total, de manera que, a medida que aumenta el número de vanos, y por tanto la longitud total del forjado, se reduce el porcentaje de mejora del método propuesto respecto al método elástico con redistribución.

Ordenando de menor a mayor eficacia los métodos de cálculo y considerando el total de casos analizados (ver figura 6.28) se obtiene:

Método elástico → *Método rótulas plásticas* → *Método plástico* → *Optimizado n°1* →
Optimizado n°3 → *Elástico redistribución 20 %* → *Optimizado n°2*

En la tabla resumen 6.20 puede observarse la variación para cada número de casos de manera individualizada respecto al valor medio, al valor superior y al valor inferior.

	kg/m^2	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	Valor	1,698	1,794	1,640	1,730	1,697	1,552	1,635
	Valor medio	1,678	6,91 %	-2,26 %	3,10 %	1,13 %	-7,51 %	-2,56 %
	Valor inferior	1,552	9,41 %	15,59 %	11,47 %	9,34 %	0,00 %	5,35 %
	Valor superior	1,794	-5,35 %	0,00 %	-3,57 %	-5,41 %	-13,49 %	-8,86 %
3 vanos	Valor	1,726	1,810	1,636	1,741	1,694	1,559	1,658
	Valor medio	1,689	2,18 %	-3,15 %	3,07 %	0,29 %	-7,70 %	-1,84 %
	Valor inferior	1,559	10,71 %	16,10 %	11,67 %	8,66 %	0,00 %	6,35 %
	Valor superior	1,810	-4,64 %	0,00 %	-3,81 %	-6,41 %	-13,87 %	-8,40 %
4 vanos	Valor	1,696	1,812	1,622	1,721	1,668	1,553	1,662
	Valor medio	1,676	1,18 %	-3,24 %	2,67 %	-0,49 %	-7,35 %	-0,85 %
	Valor inferior	1,553	9,21 %	16,68 %	10,82 %	7,41 %	0,00 %	7,02 %
	Valor superior	1,812	-6,40 %	0,00 %	-5,02 %	-7,95 %	-14,29 %	-8,28 %
5 vanos	Valor	1,687	1,813	1,615	1,709	1,653	1,551	1,658
	Valor medio	1,669	1,05 %	-3,26 %	2,37 %	-0,98 %	-7,09 %	-0,68 %
	Valor inferior	1,551	8,77 %	16,89 %	10,19 %	6,58 %	0,00 %	6,90 %
	Valor superior	1,813	-6,95 %	0,00 %	-5,74 %	-8,83 %	-14,45 %	-8,55 %
6 vanos	Valor	1,679	1,814	1,608	1,701	1,642	1,549	1,657
	Valor medio	1,664	0,88 %	-3,38 %	2,21 %	-1,34 %	-6,93 %	-0,44 %
	Valor inferior	1,549	8,39 %	17,11 %	9,81 %	6,00 %	0,00 %	6,97 %
	Valor superior	1,814	-7,44 %	0,00 %	-6,23 %	-9,48 %	-14,61 %	-8,65 %
7 vanos	Valor	1,673	1,814	1,604	1,694	1,634	1,548	1,655
	Valor medio	1,660	0,77 %	-3,39 %	2,03 %	-1,58 %	-6,76 %	-0,32 %
	Valor inferior	1,548	8,07 %	17,18 %	9,43 %	5,56 %	0,00 %	6,91 %
	Valor superior	1,814	-7,77 %	0,00 %	-6,62 %	-9,92 %	-14,66 %	-8,77 %

Tabla 6.20: Vigueta armada. Porcentajes de variación de peso por metro lineal de acero según método de cálculo

6.4.2. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces

A continuación se lleva a cabo el mismo análisis, que se ha realizado para el conjunto de casos, introduciendo una variable que tiene en cuenta la posible disparidad de las luces del forjado (ver sección 4.1 en la página 122). Se establecen cuatro intervalos basados en la desviación estándar de la luces. Se considera *disparidad de luces baja* a valores de la desviación estándar comprendidos entre el mínimo y el primer cuartil, *disparidad de luces media-baja* a valores entre el primer y segundo cuartil, *disparidad de luces media-alta* a valores entre el segundo y tercer cuartil y *disparidad de luces alta* a valores entre el tercer cuartil y el máximo. Este análisis permitirá conocer cómo influye la irregularidad geométrica de la planta de forjado en el acero necesario, y por tanto, en el coste económico de la solución.

Se presentan en las figuras 6.30; 6.31 y 6.32 los valores de peso medio por metro cuadrado, para cada método de cálculo y para cada grado de disparidad, por cada número de vanos analizados (de 2 a 7).

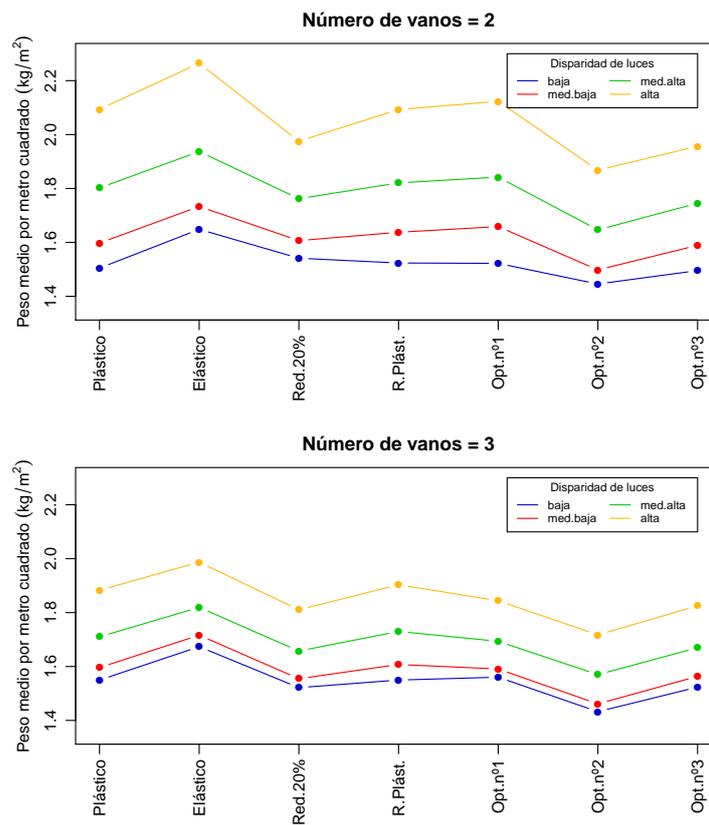


Figura 6.30: Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero(kg/m²) según disparidad de luces

De las figuras se deduce que todos los métodos de cálculo tienen un comportamiento similar respecto a los diversos grados de disparidad, siendo las rectas que unen los puntos

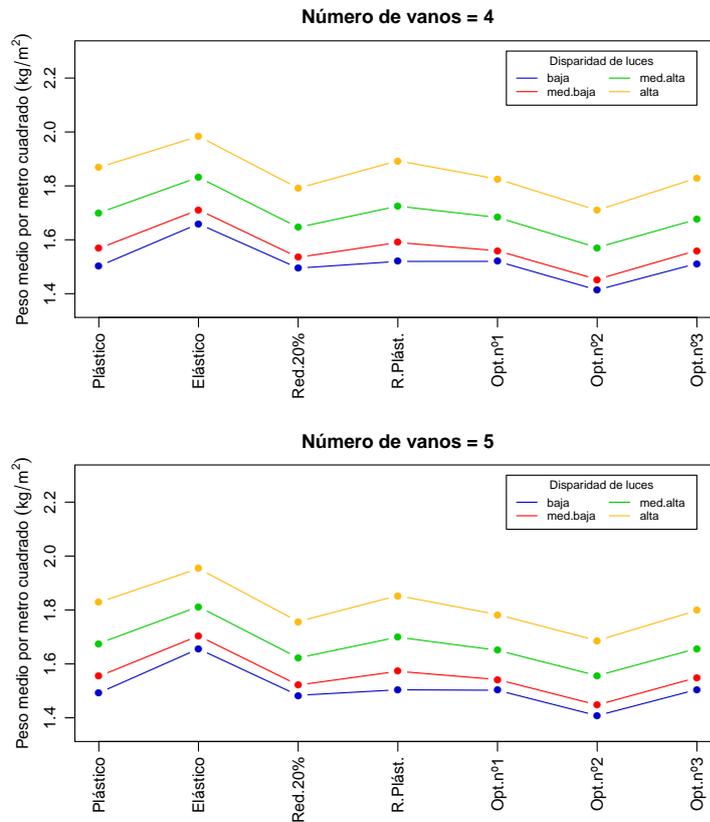


Figura 6.31: Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

de las gráficas prácticamente paralelas, excepto en el caso de dos vanos donde, como ya se ha comentado anteriormente, al no tener vanos intermedios y disponer de un valor más reducido de casos de estudio, las variaciones son más acentuadas.

En la figura 6.33 puede observarse la relación entre el peso medio de acero por metro cuadrado y el grado de disparidad para el global de casos.

Se observa en primer lugar, un incremento de acero debido a la irregularidad de las luces del forjado para todos los métodos de cálculo. Cuanto mayor es la irregularidad, mayor será el coste del mismo, y presentará además un peor comportamiento de cara a deformación, por lo que la regularidad de luces es un factor de diseño determinante de cara a optimizar económicamente los forjados unidireccionales.

En segundo lugar se observa que, el aumento de coste con la irregularidad no tiene un patrón lineal, sino que a medida que aumenta la irregularidad de luces, el consumo de acero lo hace en mayor medida, como puede observarse en la figura 6.34, que refuerza las conclusiones expuestas con anterioridad sobre la regularidad en el diseño y su repercusión económica.

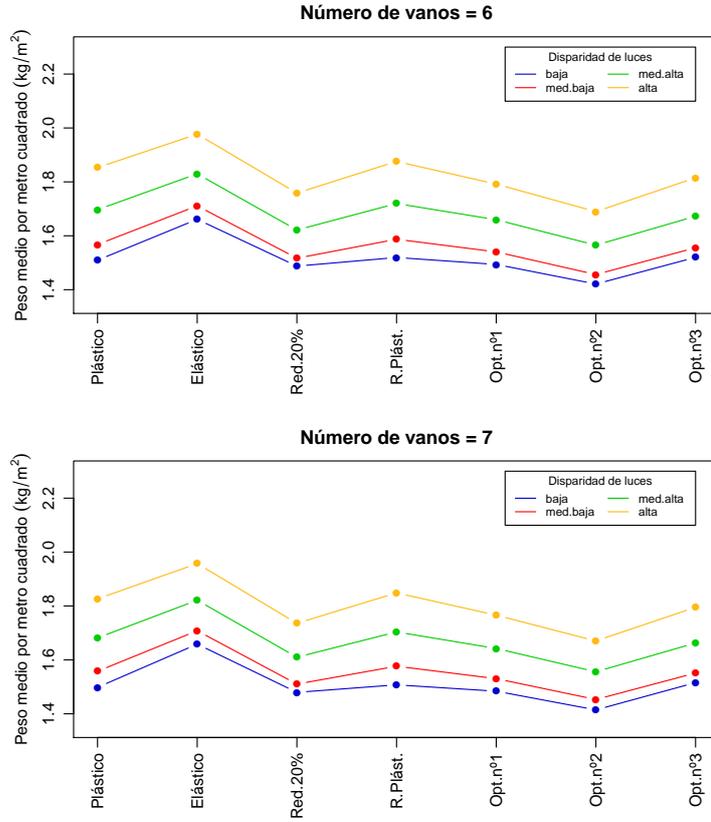


Figura 6.32: Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

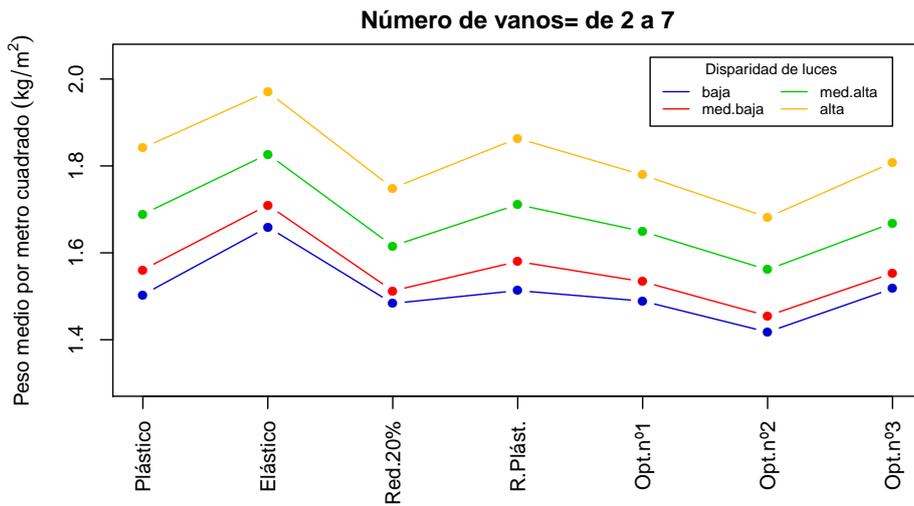


Figura 6.33: Vigueta armada. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

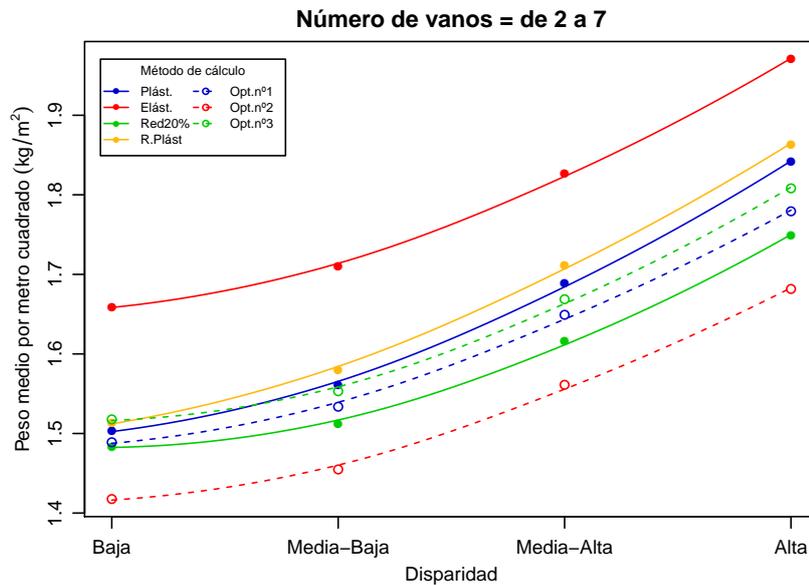


Figura 6.34: Vigueta armada. Incremento de consumo de acero (kg/m^2) en relación al grado de disparidad

En la tabla 6.21 se incluyen de manera numérica los valores medios de consumo de acero en función de la disparidad y el incremento porcentual de consumo de acero respecto al valor correspondiente a disparidad baja. Los valores de incremento, entre un índice bajo y un índice alto de disparidad, alcanzan valores desde un 18,2% para el *método elástico redistribuido* hasta un 25,2% para el *método de las rótulas plásticas*. Los métodos que mejor amortiguan el efecto de la disparidad son los métodos con los que se obtiene una menor cuantía de armadura: *método optimizado nº2* y *método elástico redistribuido 20%*. Son por tanto estos dos métodos los más eficaces, sin grandes diferencias, para cualquier distribución de luces de forjado. Los valores de acero por metro cuadrado detallados para cada número de vanos y para grado de disparidad se muestran en la tabla 6.22.

	Plástico	Elástico	Redis 20%	R.Plásticas
baja	1,50	1,66	1,48	1,51
media-baja	1,56 +4,0%	1,71 +3,0%	1,51 +2,0%	1,58 +4,6%
media-alta	1,69 +12,7%	1,83 +10,2%	1,62 +9,5%	1,71 +13,2%
alta	1,84 +22,7%	1,97 +18,7%	1,75 +18,2%	1,89 +25,2%

	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
baja	1,49	1,42	1,52
media-baja	1,53 +2,7%	1,45 +2,1%	1,55 +2,0%
media-alta	1,65 +10,7%	1,56 +9,9%	1,67 +9,9%
alta	1,78 +19,5%	1,68 +18,3%	1,81 +19,1%

Tabla 6.21: Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) en función de grado de disparidad

	Disparidad	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	baja	1,537	1,663	1,553	1,568	1,512	1,457	1,512
	media-baja	1,653	1,714	1,645	1,698	1,652	1,500	1,622
	media-alta	1,878	1,953	1,727	1,908	1,895	1,660	1,736
	alta	2,158	2,294	1,936	2,157	2,221	1,901	1,961
3 vanos	baja	1,596	1,670	1,539	1,596	1,597	1,459	1,550
	media-baja	1,636	1,728	1,557	1,649	1,615	1,473	1,575
	media-alta	1,752	1,838	1,653	1,776	1,718	1,584	1,675
	alta	1,933	2,006	1,818	1,952	1,866	1,746	1,850
4 vanos	baja	1,535	1,660	1,515	1,551	1,522	1,439	1,536
	media-baja	1,597	1,718	1,537	1,621	1,572	1,465	1,570
	media-alta	1,733	1,846	1,647	1,760	1,709	1,585	1,692
	alta	1,894	1,999	1,794	1,918	1,844	1,717	1,843
5 vanos	baja	1,521	1,661	1,497	1,531	1,508	1,428	1,524
	media-baja	1,576	1,710	1,523	1,595	1,552	1,456	1,555
	media-alta	1,702	1,825	1,623	1,725	1,669	1,565	1,670
	alta	1,859	1,975	1,763	1,882	1,802	1,693	1,816
6 vanos	baja	1,509	1,661	1,487	1,519	1,493	1,421	1,520
	media-baja	1,568	1,711	1,517	1,587	1,540	1,456	1,556
	media-alta	1,697	1,828	1,621	1,720	1,660	1,565	1,672
	alta	1,853	1,977	1,758	1,876	1,792	1,689	1,815
7 vanos	baja	1,498	1,658	1,480	1,507	1,484	1,415	1,516
	media-baja	1,558	1,708	1,510	1,577	1,530	1,453	1,551
	media-alta	1,682	1,821	1,610	1,704	1,642	1,556	1,663
	alta	1,826	1,957	1,736	1,849	1,766	1,670	1,795

Tabla 6.22: Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m²) función del n° de vanos y del grado de disparidad

6.4.3. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado

Se analiza en este apartado la influencia del tamaño medio de las luces de los vanos que componen el tramo de forjado. Se establecen cuatro intervalos (ver sección 4.1 en la página 122): *luces bajas* (media de 3,5 m a 4,25 m); *luces media-bajas* (media de 4,25 m a 5,00 m); *luces media-altas* (media de 5,00 m a 5,75 m) y *luces altas* (media de 5,75 m a 6,5 m).

Este análisis permite conocer cómo influye el tamaño medio de las luces y evaluar la posible infrutilización de la armadura, dispuesta como cuantía geométrica mínima (ver sección 3.5.3 en la página 96), en los vanos más cortos.

Se representan en las figuras 6.35; 6.36 y 6.37 los valores de peso medio por metro cuadrado y sus intervalos de confianza, para cada método de cálculo y para cada tamaño medio de luces, por cada número de vanos analizado (de 2 a 7).

En estas figuras se observa un comportamiento lineal del aumento de cantidad de acero por metro cuadrado respecto a la media de las luces, similar para cualquier número de vanos. Se deduce de ello que, para luces usuales en edificación, consume menos acero por metro cuadrado el forjado con una media de luces menor, no teniendo ninguna influencia en la cantidad de acero, para las divisiones consideradas, la necesidad de disponer una cuantía geométrica mínima en la cara inferior del forjado. Esta última apreciación se matizará más adelante para el caso de luces muy pequeñas (inferiores a 4,00 m). Se aprecia también, que los diferentes métodos de cálculo se comportan de manera prácticamente idéntica, sin que ninguno de ellos presente un mejor comportamiento en relación con la variación de luz media de los vanos.

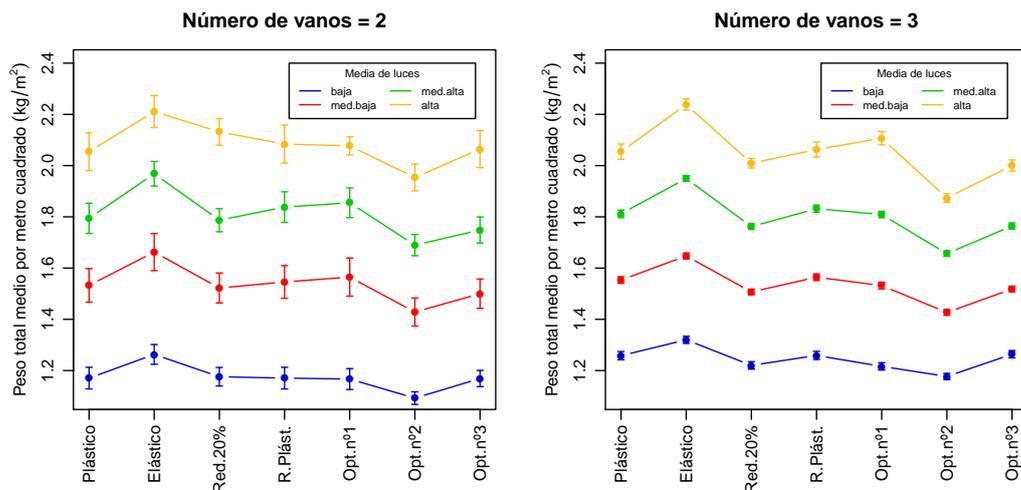


Figura 6.35: Vigueta armada. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según tamaño medio de luces

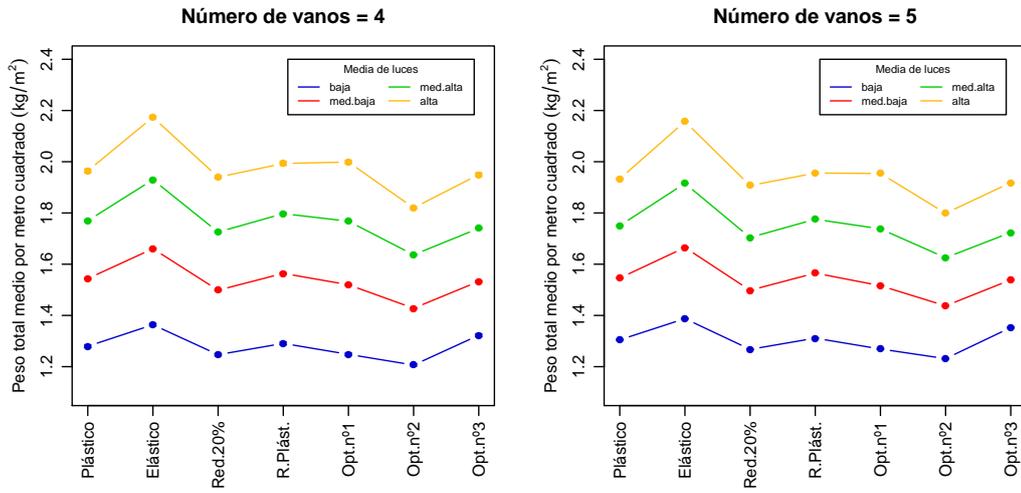


Figura 6.36: Vigueta armada. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m²) según tamaño medio de luces

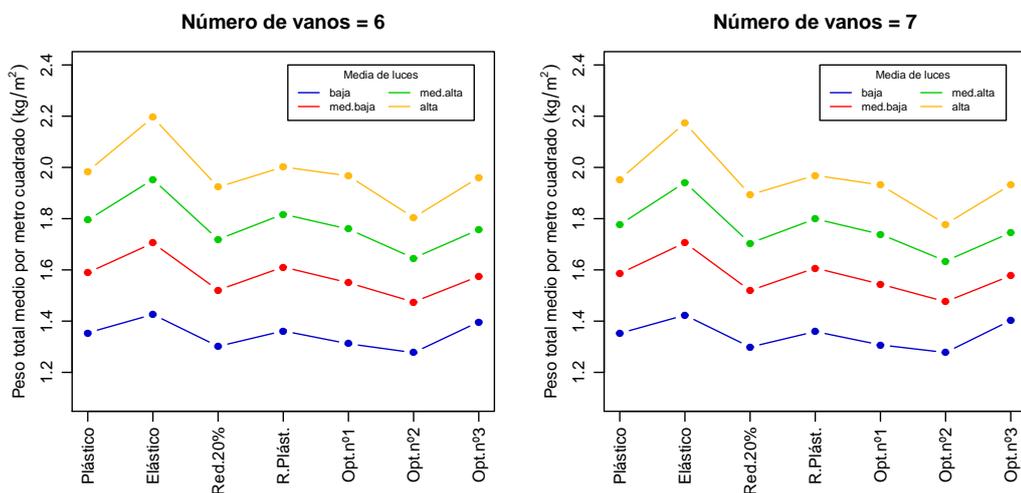


Figura 6.37: Vigueta armada. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m²) según tamaño medio de luces

En la figura 6.38 y la tabla 6.23 se representan los resultados considerando la totalidad de casos analizados para los diferentes números de vanos. Los valores de acero por metro cuadrado detallados para cada número de vanos y para cada grado de media de luces se muestran en la tabla 6.24.

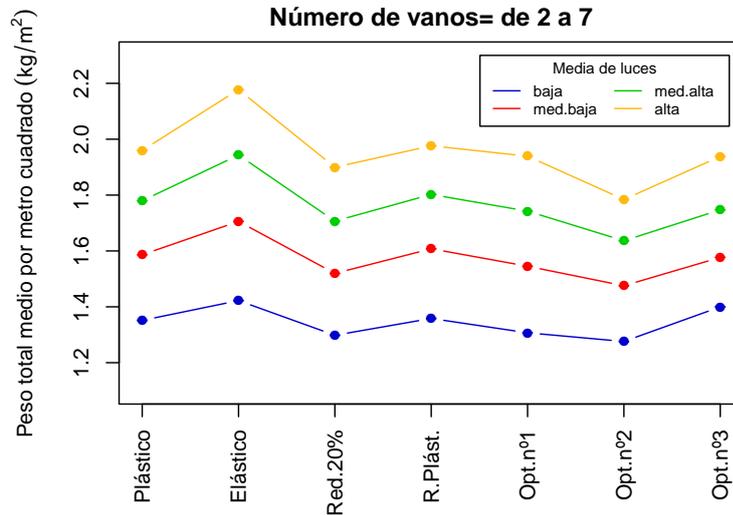


Figura 6.38: Vigueta armada. Peso medio de acero (kg/m^2) según tamaño medio de luces

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas
baja	1,35	1,42	1,30	1,36
media-baja	1,59 +17,8 %	1,71 +20,4 %	1,52 +16,9 %	1,61 +18,4 %
media-alta	1,78 +31,9 %	1,94 +36,6 %	1,71 +31,5 %	1,80 +32,4 %
alta	1,96 +45,2 %	2,18 +53,5 %	1,90 +46,2 %	1,98 +45,6 %

	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
baja	1,31	1,28	1,40
media-baja	1,55 +18,3 %	1,48 +15,6 %	1,58 +12,9 %
media-alta	1,74 +32,8 %	1,64 +28,1 %	1,75 +25,0 %
alta	1,94 +48,1 %	1,78 +39,1 %	1,94 +38,6 %

Tabla 6.23: Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m^2) en función de la media de luces

Con objeto de estimar la influencia que puede tener la cuantía mínima para valores bajos de luces, se subdivide el tramo de luces bajas en cuatro intervalos. Considerando que el rango del tramo es $4,25 - 3,5 = 0,75 m$, se establecen cuatro intervalos con incremento de valor: $rango/4 = 0,1875 m$, obteniéndose la siguiente graduación: *bajas-1* (media de $3,50m$ a $3,69m$); *bajas-2* (media de $3,69m$ a $3,88m$); *bajas-3* (media de $3,88m$ a $4,07m$) y *bajas-4* (media de $4,07m$ a $4,25m$). Los resultados obtenidos se representan en la figura 6.39.

Media de luces		Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	baja	1,200	1,276	1,203	1,200	1,195	1,121	1,634
	media-baja	1,651	1,758	1,580	1,674	1,650	1,489	1,563
	media-alta	1,903	1,999	1,832	1,955	1,924	1,740	1,825
	alta	2,154	2,256	2,191	1,215	2,110	1,989	2,160
3 vanos	baja	1,262	1,304	1,220	1,263	1,223	1,188	1,262
	media-baja	1,606	1,683	1,522	1,623	1,575	1,460	1,545
	media-alta	1,897	1,991	1,793	1,917	1,855	1,700	1,806
	alta	2,140	2,264	2,029	2,152	2,150	1,897	2,052
4 vanos	baja	1,315	1,383	1,273	1,328	1,284	1,242	1,347
	media-baja	1,598	1,700	1,526	1,623	1,566	1,468	1,568
	media-alta	1,845	1,980	1,760	1,873	1,820	1,678	1,791
	alta	2,060	2,227	1,991	2,087	2,052	1,865	2,023
5 vanos	baja	1,324	1,391	1,277	1,330	1,285	1,252	1,366
	media-baja	1,588	1,696	1,518	1,610	1,551	1,468	1,566
	media-alta	1,813	1,960	1,733	1,837	1,781	1,656	1,766
	alta	2,004	2,194	1,937	2,023	1,990	1,820	1,969
6 vanos	baja	1,354	1,426	1,301	1,362	1,311	1,277	1,397
	media-baja	1,589	1,705	1,521	1,611	1,550	1,475	1,575
	media-alta	1,794	1,953	1,719	1,818	1,759	1,646	1,757
	alta	1,985	2,195	1,923	2,002	1,967	1,804	1,961
7 vanos	baja	1,352	1,423	1,299	1,359	1,307	1,277	1,403
	media-baja	1,586	1,706	1,519	1,607	1,544	1,476	1,577
	media-alta	1,777	1,942	1,704	1,799	1,739	1,635	1,745
	alta	1,953	2,173	1,893	1,969	1,931	1,779	1,932

Tabla 6.24: Vigueta armada. Consumo de acero (kg/m²) función del n^o de vanos y de la media de luces de los tramos

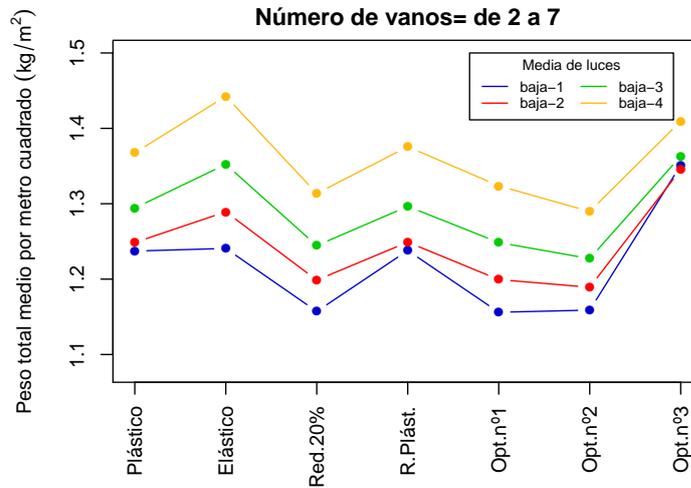


Figura 6.39: Vigueta armada. Intervalo inferior de luces. Peso medio de acero (kg/m^2)

Cuando se analizan las luces menores se observa que la variación de consumos de acero, no es lineal con respecto a la media de luces, tal y como se muestra en la figura 6.40, incrementándose dicha variación a medida que se aumenta la media de luces. Esto indica que, para luces inferiores a 4,00m aproximadamente, las diferencias en consumo de acero tienden a disminuir, estabilizándose aproximadamente para luces menores de 3,50 m. Por ello, no resulta rentable diseñar forjados unidireccionales con luces inferiores a 3,5 m, ya que la armadura geométrica mínima, que no puede reducirse, cubre holgadamente las solicitaciones a las que está sometido el forjado y consecuentemente, se infrutiliza penalizando el coste de la solución.

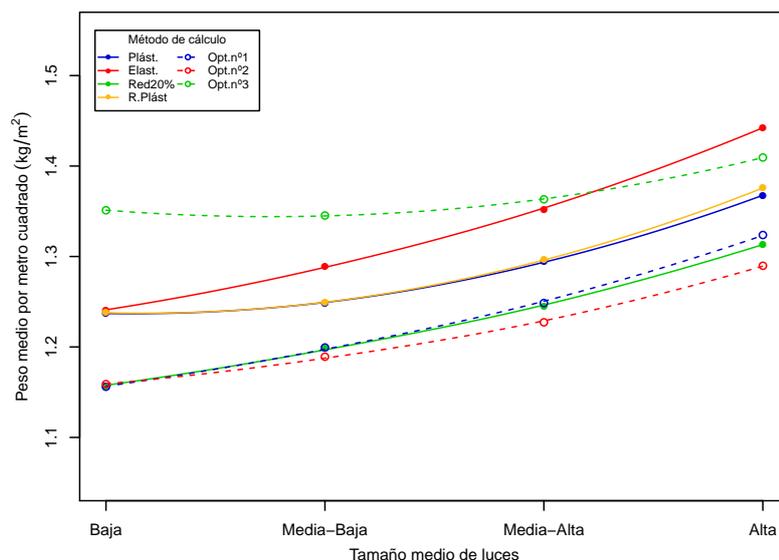


Figura 6.40: Vigueta armada. Luces bajas. Incremento de consumo de acero (kg/m^2) en relación al tamaño medio de luces

6.5. Vigüeta *in situ*. Análisis comparativo²⁷.

Se procede de igual manera que para el caso de la vigüeta prefabricada armada.

Se realiza en primer lugar un análisis comparativo para todos los casos estudiados, con el objeto de deducir cual es el mejor método en términos de consumo de acero, sin ninguna consideración respecto a la posible irregularidad o tamaño medio de las luces del paño analizado.

A continuación se lleva a cabo el mismo análisis que se ha realizado para el conjunto de casos, introduciendo una variable que tiene en cuenta la disparidad de las luces del forjado (ver sección 4.1 en la página 122). Este análisis permitirá conocer cómo influye la irregularidad geométrica de la planta de forjado en el acero necesario y por tanto en el coste económico de la solución.

Por último, el análisis se realiza considerando el valor cuantitativo de las luces (ver sección 4.1 en la página 122) con objeto de poder determinar, de cara al consumo de acero en el forjado, el rango de luces en el que la solución es más económica. No hay que olvidar, para evaluar correctamente los resultados de este análisis que, forjados con luces más cortas implica un mayor número de vigas y pilares, lo que encarece la solución global.

Para las tres modalidades estudiadas se presentan los resultados divididos por número de vanos y para el conjunto de todos los casos analizados.

Con el fin de proporcionar información acerca del posible error cometido en la estimación de la media, además de su estimación puntual, se determina el posible rango de valores (intervalo de confianza) en el que, con una determinada probabilidad (nivel de confianza), se encuentra el verdadero valor del mencionado parámetro. En la presente tesis, se emplea un nivel de confianza del 95 % en el cálculo de los intervalos de confianza.

6.5.1. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo

Considerando peso total:

En las figuras 6.41; 6.42 y 6.43 se representa el peso total de armado obtenido para las diversas series analizadas desde 2 a 7 vanos.

Se incluye en los gráficos el intervalo de confianza, que se reduce a medida que se aumenta el número de vanos al disponer de un número mayor de casos de análisis. Puede observarse como todas ellas, al igual que ocurre con el caso de vigüeta prefabricada armada, presentan el mismo patrón, siendo el *modelo de optimización propuesto nº2* el que presenta sistemáticamente un valor inferior de kilogramos de acero.

²⁷ Prácticamente todas las conclusiones obtenidas y las observaciones realizadas para el caso de vigüeta prefabricada armada, son válidas para el caso de vigüeta *in situ*. Con objeto de permitir una lectura independiente de las conclusiones de ambas tipologías, se repiten, de manera casi literal, aquellos párrafos que se consideran necesarios.

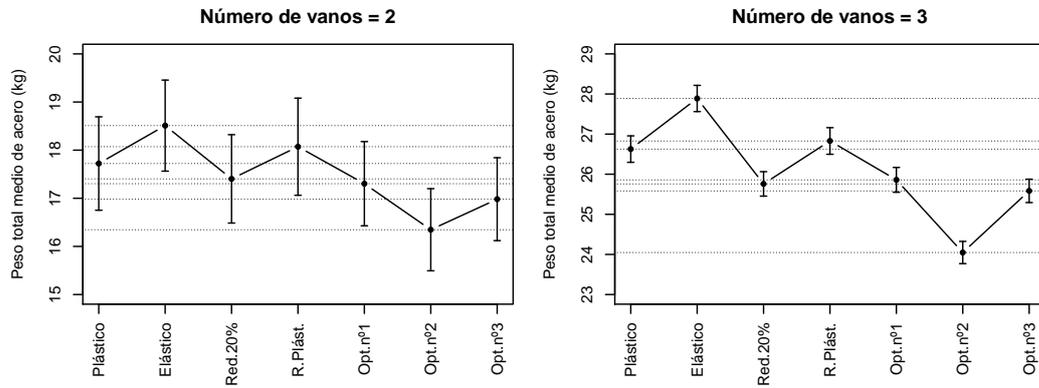


Figura 6.41: Vigueta *in situ*. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

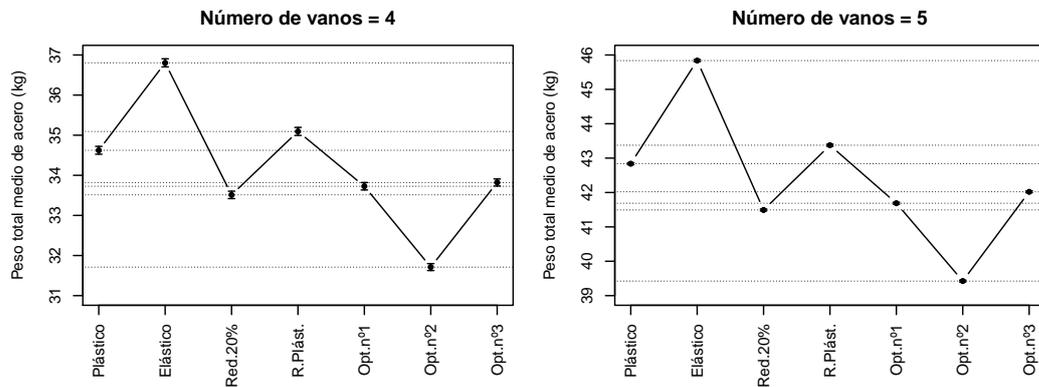


Figura 6.42: Vigueta *in situ*. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

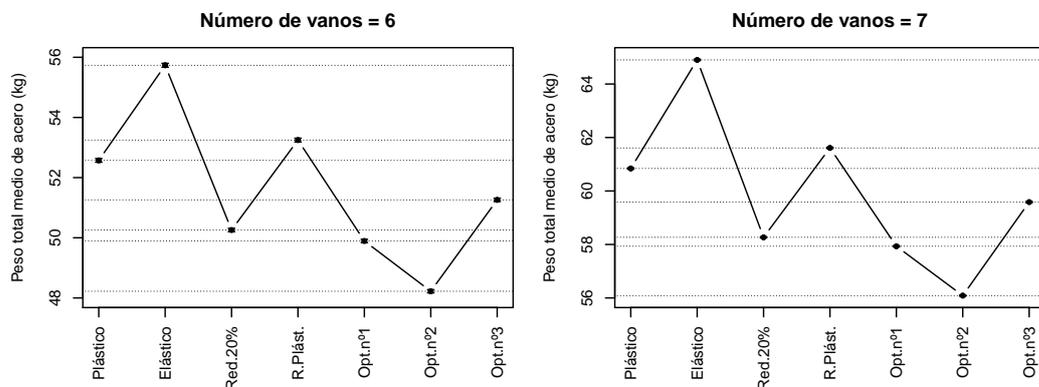


Figura 6.43: Vigueta *in situ*. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero total (kg) según método de cálculo

En este caso, también el método menos eficaz es el *cálculo elástico sin redistribución*, debido a la obligatoriedad normativa de disponer una cuantía geométrica mínima en la cara inferior de los nervios del forjado. Para esta solución constructiva, dentro de los diversos elementos que considera EHE, rige la correspondiente a *vigas* (ver sección 3.5.3 en la página 96). Esta cuantía supone, al igual que en el caso de vigueta prefabricada armada, y sobre todo en vanos cortos, que se produzca un sobredimensionado respecto a criterios estrictamente resistentes. Aumentando el valor de la redistribución, se minora la infrautilización de dicha armadura y se disminuye la necesidad de armado superior, lo que reduce la cuantía total de acero que es necesario disponer.

Se observa que, de los métodos habituales de cálculo, el más eficiente es el *método elástico con redistribución limitada*, y de los métodos de optimización propuestos el que menor cuantía de armadura requiere es el *método de optimización nº2*. La reducción en kilogramos de acero del *método Optimizado nº2* respecto al *método elástico con redistribución limitada del 20 %* se refleja en la figura 6.44.

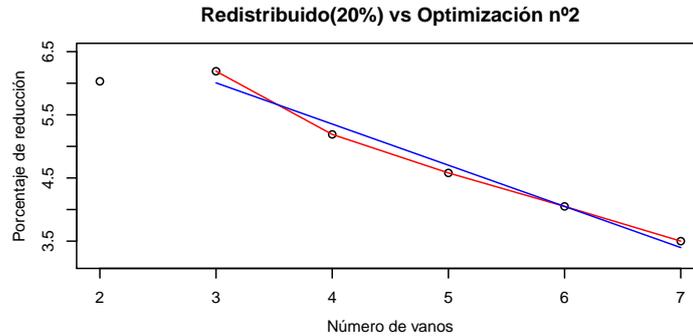


Figura 6.44: Vigueta in situ. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (kg)

Se deduce del gráfico 6.44 que, a medida que aumenta el número de vanos, y por tanto la longitud total del forjado, se reduce el porcentaje de mejora del *método de optimización propuesto* respecto al *método elástico con redistribución*. Esto es debido a que en los vanos extremos la posibilidad de ajuste es mayor que en los vanos interiores, por lo que, a medida que aumenta el número de vanos, la influencia del ajuste en vanos exteriores respecto a vanos interiores se reduce, reduciéndose la cuantía global de la optimización. En el caso de dos vanos, al no haber vanos intermedios y disponer de muy pocos casos de análisis, el resultado no mantiene la tendencia lineal que presenta para el resto de casos.

Considerando peso por metro cuadrado²⁸:

Realizando la comparación por metro cuadrado para obtener un valor homogéneo, y exactamente igual que ocurre en el caso de vigueta prefabricada armada, en los vanos extremos, al no tener continuidad, los esfuerzos son mayores y necesitan por tanto una cantidad mayor de armadura. Este efecto tiene influencia máxima en el caso de dos vanos, ya que los dos son extremos, e influencia menor a medida que se incrementa el número de los mismos, debido a que el porcentaje de vanos interiores respecto a los dos vanos extremos aumenta.

Se representan los valores de peso por metro cuadrado obtenidos, con sus correspondientes intervalos de confianza, para las series analizadas desde 2 a 7 vanos, en las figuras 6.45; 6.46 y 6.47. Los resultados numéricos se facilitan en la tabla 6.25.

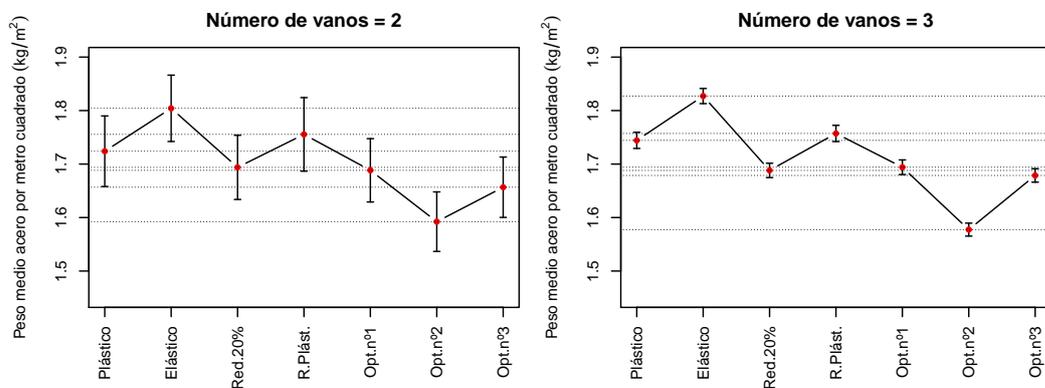


Figura 6.45: Vigueta *in situ*. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

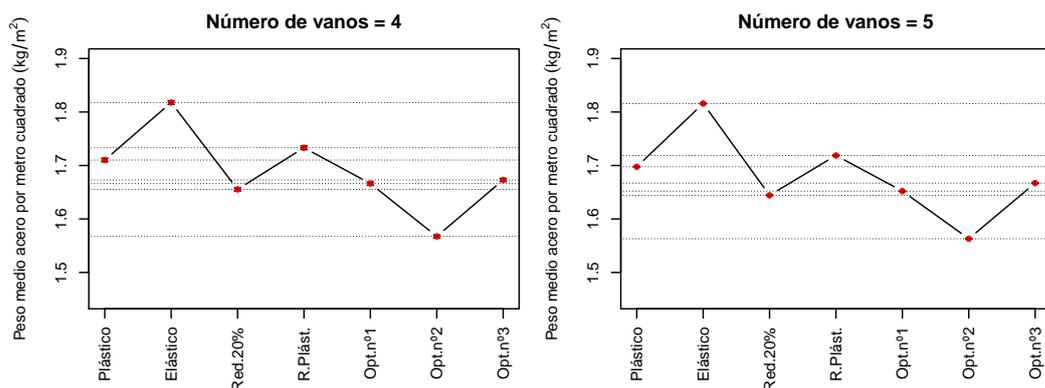


Figura 6.46: Vigueta *in situ*. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

²⁸Teniendo en cuenta que los análisis se realizan para una franja de ancho 1 m, el valor por metro lineal representa el valor por metro cuadrado, unidad que se empleará en adelante al ser más intuitiva en un elemento con carácter eminentemente superficial como son los forjados unidireccionales

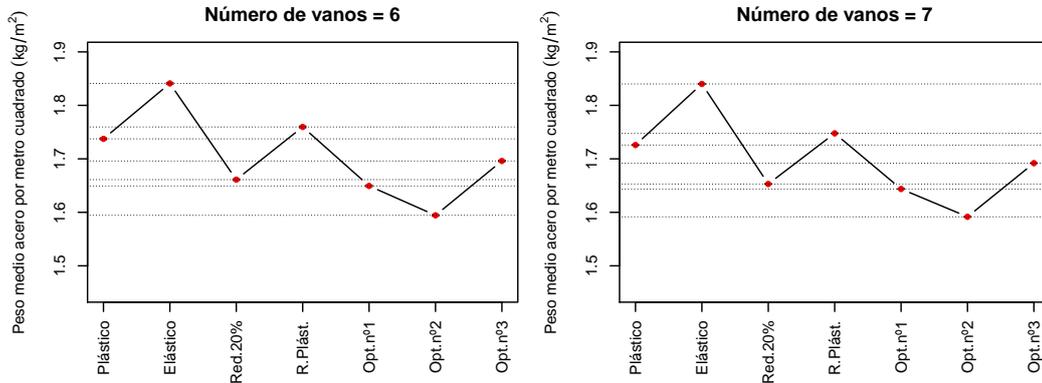


Figura 6.47: Vigüeta *in situ*. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	1,818	1,820	1,750	1,866	1,674	1,646	1,691
3 vanos	1,824	1,857	1,717	1,840	1,700	1,602	1,721
4 vanos	1,775	1,843	1,688	1,800	1,668	1,602	1,710
5 vanos	1,754	1,843	1,674	1,776	1,659	1,598	1,702
6 vanos	1,737	1,841	1,661	1,760	1,649	1,594	1,696
7 vanos	1,726	1,840	1,653	1,748	1,644	1,591	1,692

Tabla 6.25: Vigüeta armada. Peso medio de acero por número de vanos (kg/m^2) según método de cálculo

En el caso de dos vanos, la variación entre el método de uso habitual que menos cantidad de acero necesita, el *cálculo elástico con redistribución del 20 %*, y el método propuesto más eficaz, el *cálculo optimizado nº2*, es de un $-6,05\%$ de consumo a favor de este último.

En el caso de tres vanos la variación es de $-6,05\%$ y en el caso de cuatro vanos la variación es de $-5,21\%$ en el peso, siempre a favor del *método optimizado nº2*.

En el caso de cinco vanos la variación es de $-4,58\%$, en el caso de seis vanos la variación es de $-4,03\%$ y en el caso de siete vanos la variación es de $-3,49\%$ en el peso, también a favor del *método optimizado nº2*.

En la figura 6.48 se representa el peso medio de acero por metro cuadrado para cada uno de los métodos empleados considerando el total de los casos objeto de análisis. Los valores obtenidos globales obtenidos se muestran en la tabla 6.26.

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
kg/m^2	1,728	1,840	1,654	1,750	1,645	1,592	1,693

Tabla 6.26: Vigüeta *in situ*. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

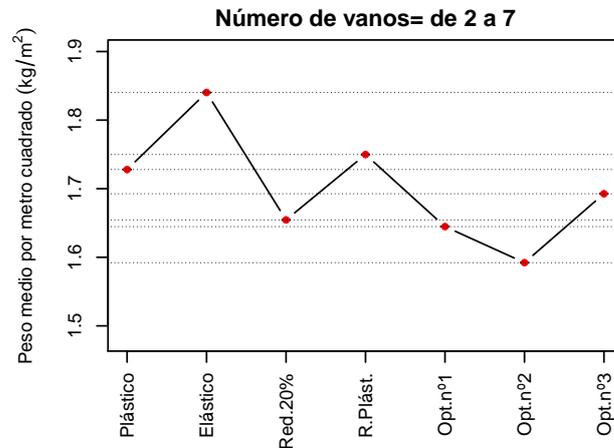


Figura 6.48: Vigueta *in situ*. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

La reducción en kilogramos de acero del método Optimizado nº2 respecto al método elástico con redistribución limitada del 20 % se refleja en la figura 6.49.

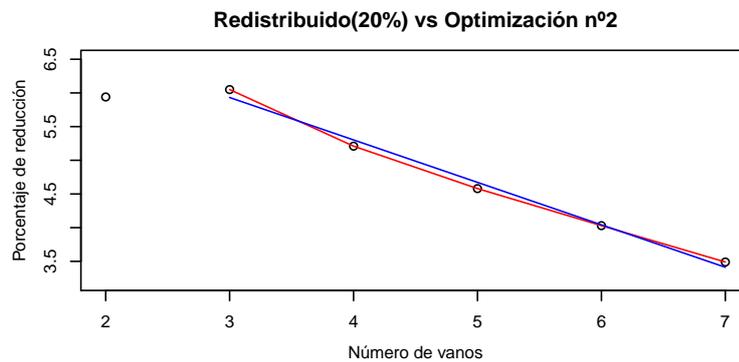


Figura 6.49: Vigueta *in situ*. Reducción de método optimizado 2 respecto a análisis elástico con redistribución 20% (kg/m^2)

Lógicamente, la distribución es igual que la del gráfico que considera el peso total, de manera que, a medida que aumenta el número de vanos, y por tanto la longitud total del forjado, se reduce el porcentaje de mejora del método propuesto respecto al método elástico con redistribución.

Ordenando de menor a mayor eficacia los métodos de cálculo y considerando el total de casos analizados (ver figura 6.48) se obtiene:

Método elástico → Método rótulas plásticas → Método plástico → Optimizado n°1 → Optimizado n°3 → Elástico redistribución 20% → Optimizado n°2

Como puede observarse el comportamiento respecto a la eficacia de los métodos es idéntico para vigueta prefabricada armada y vigueta *in situ*.

En la tabla resumen 6.27 puede observarse la variación para cada número de casos de manera individualizada respecto al valor medio, al valor superior y al valor inferior.

	kg/ml	Plástico	Elastico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	Valor	1,817	1,820	1,752	1,866	1,674	1,646	1,691
	Valor medio	3,69%	3,86%	-0,02%	6,49%	-4,47%	-6,07%	-3,50%
	Valor inferior	10,39%	10,57%	6,44%	13,37%	1,70%	0,00%	2,73%
	Valor superior	-2,63%	-2,47%	-6,11%	0,00%	-10,29%	-11,79%	-9,38%
3 vanos	Valor	1,824	1,857	1,705	1,840	1,670	1,602	1,721
	Valor medio	4,49%	6,38%	-2,31%	5,41%	-4,33%	-8,23%	-1,41%
	Valor inferior	13,86%	15,92%	6,44%	14,86%	4,24%	0,00%	7,43%
	Valor superior	-1,78%	0,00%	-8,17%	-0,92%	-10,07%	-13,73%	-7,32%
4 vanos	Valor	1,775	1,843	1,690	1,800	1,668	1,602	1,710
	Valor medio	2,79%	6,73%	-2,13%	4,24%	-3,41%	-7,23%	-0,98%
	Valor inferior	10,80%	15,04%	5,49%	12,36%	4,12%	0,00%	6,74%
	Valor superior	-3,69%	0,00%	-8,30%	-2,33%	-9,50%	-13,08%	-7,22%
5 vanos	Valor	1,754	1,843	1,675	1,776	1,659	1,598	1,702
	Valor medio	2,26%	7,45%	-2,36%	3,54%	-3,28%	-6,84%	-0,77%
	Valor inferior	9,76%	15,33%	4,80%	11,14%	3,82%	0,00%	6,51%
	Valor superior	-4,83%	0,00%	-9,13%	-3,64%	-9,98%	-13,29%	-7,65%
6 vanos	Valor	1,737	1,841	1,661	1,760	1,649	1,594	1,696
	Valor medio	1,85%	7,95%	-2,61%	3,20%	-3,31%	-6,53%	-0,55%
	Valor inferior	8,97%	15,50%	4,20%	10,41%	3,45%	0,00%	6,40%
	Valor superior	-5,65%	0,00%	-9,78%	-4,40%	-10,43%	-13,42%	-7,88%
7 vanos	Valor	1,726	1,840	1,650	1,748	1,644	1,592	1,692
	Valor medio	1,60%	8,31%	-2,90%	2,90%	-3,22%	-6,29%	-0,40%
	Valor inferior	8,42%	15,58%	3,61%	9,80%	3,27%	0,00%	6,28%
	Valor superior	-6,20%	0,00%	-10,35%	-5,00%	-10,65%	-13,48%	-8,04%

Tabla 6.27: Vigueta *in situ*. Porcentajes de variación de peso por metro lineal de acero según método de cálculo

6.5.2. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces

Continuando con el proceso seguido para el caso de vigueta prefabricada armada, se lleva a cabo el mismo análisis que se ha realizado para el conjunto de casos, introduciendo como variable la posible disparidad de las luces del forjado (ver sección 4.1 en la página 122). Se establecen cuatro intervalos basados en la desviación estándar de las luces. Se considera *disparidad de luces baja* a valores de la desviación estándar comprendidos entre el mínimo y el primer cuartil, *disparidad de luces media-baja* a valores entre el primer y segundo cuartil, *disparidad de luces media-alta* a valores entre el segundo y tercer cuartil y *disparidad de luces alta* a valores entre el tercer cuartil y el máximo. Este análisis permitirá conocer cómo influye la irregularidad geométrica de la planta de forjado en el acero necesario y por tanto en el coste económico de la solución.

Se presentan en las figuras 6.50; 6.51 y 6.52 los valores de peso medio por metro cuadrado para cada método de cálculo y para cada grado de disparidad.

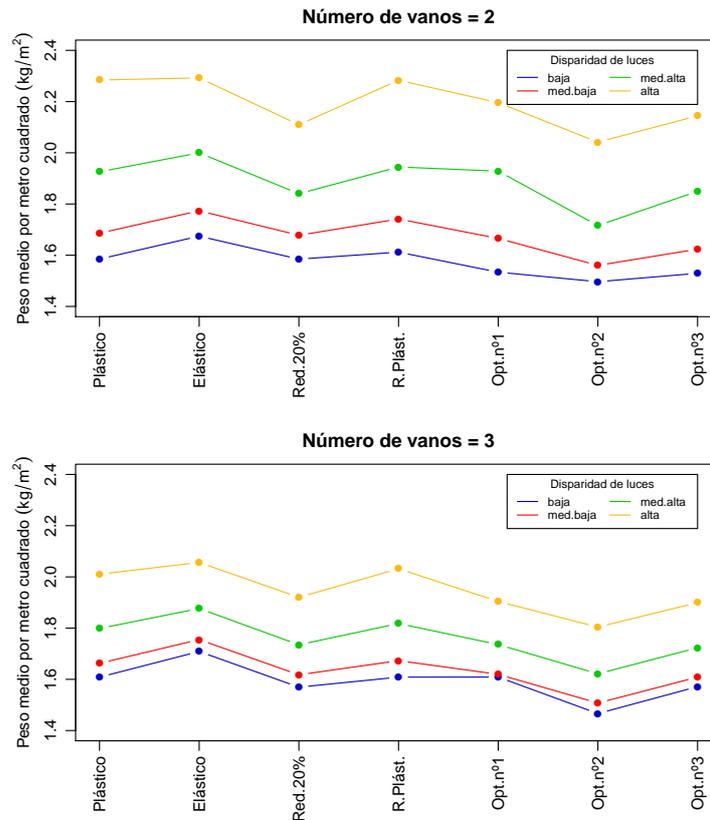


Figura 6.50: Vigueta in situ. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

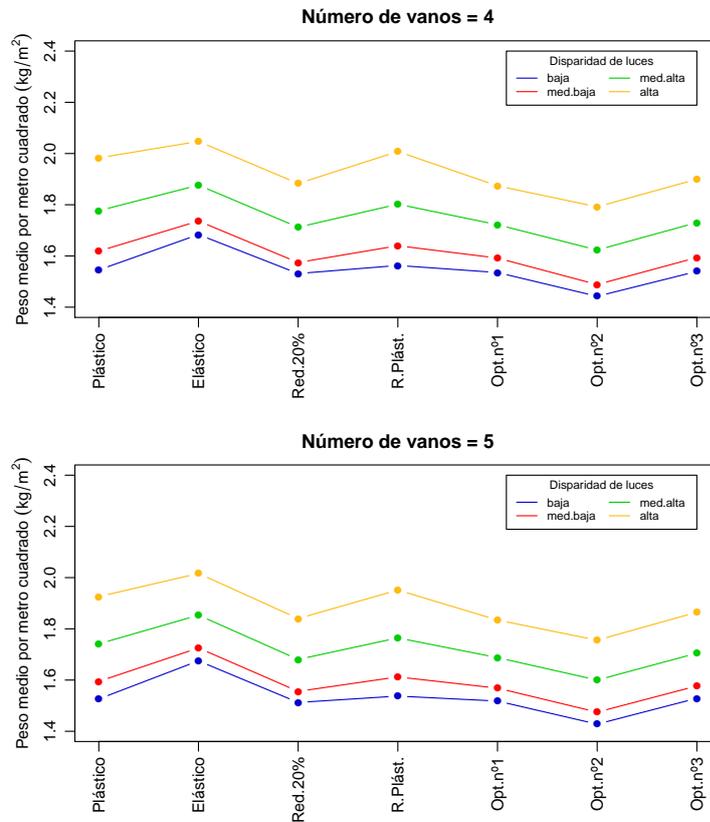


Figura 6.51: Vigueta *in situ*. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

De las figuras se deduce que, al igual que ocurre con la solución de vigueta prefabricada armada, todos los métodos de cálculo tienen un comportamiento similar respecto a los diversos grados de disparidad, siendo las rectas que unen los puntos de las gráficas prácticamente paralelas excepto en el caso de dos vanos donde, al no tener vanos intermedios y disponer de un valor más reducido de casos de estudio, las variaciones son más acentuadas.

En la figura 6.53 puede observarse la relación entre el peso medio de acero por metro lineal y el grado de disparidad para el global de casos.

Se observa también, para esta tipología, el incremento de acero debido a la irregularidad de las luces del forjado para todos los métodos de cálculo y la no linealidad de dicho incremento (ver figura 6.54), concluyéndose igualmente en este caso, que la irregularidad penaliza de manera no lineal el coste de los forjados unidireccionales ejecutados *in situ*, incremento que se acentúa cuanto mayor es la irregularidad.

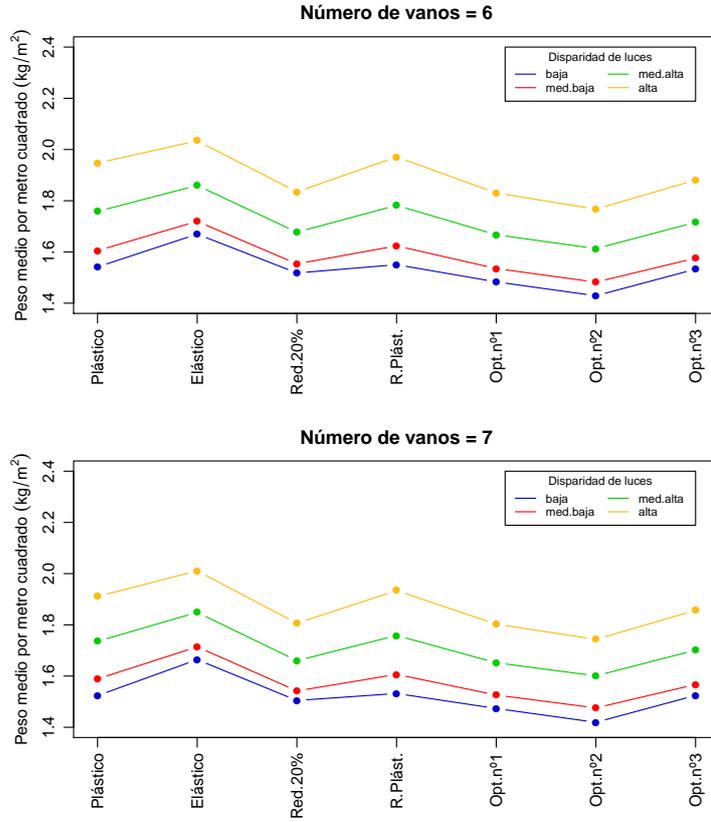


Figura 6.52: Vigueta in situ. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

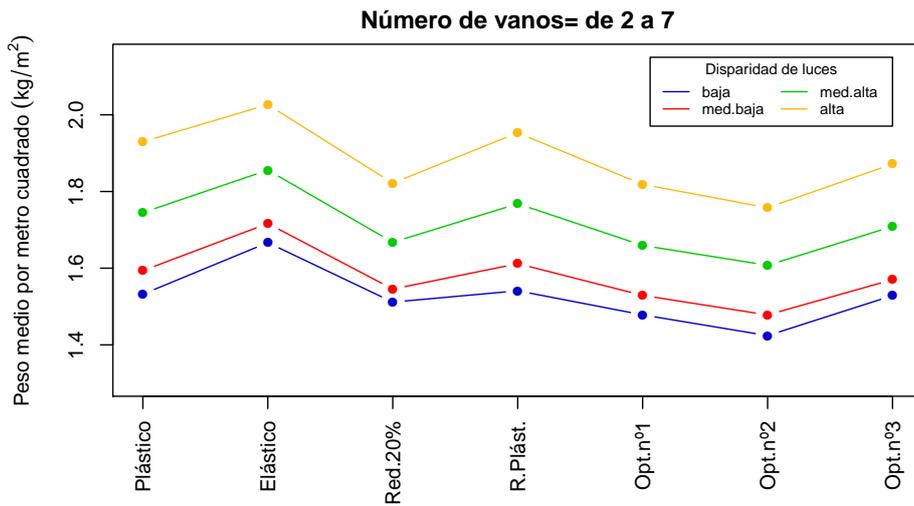


Figura 6.53: Vigueta in situ. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

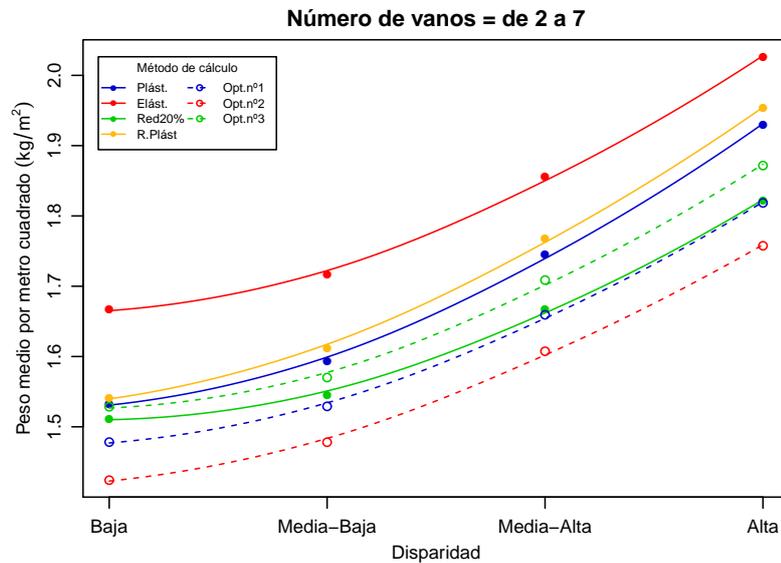


Figura 6.54: Vigueta *in situ*. Incremento de consumo de acero en relación al grado de disparidad

En la tabla 6.28 pueden observarse de manera numérica los valores medios de consumo de acero en función de la disparidad y el incremento porcentual de consumo de acero respecto al valor correspondiente a disparidad baja. Los valores de incremento, entre un índice bajo y un índice alto de disparidad, alcanzan valores desde un 20,4 % para el *método optimizado nº2* hasta un 26,7 % para el *método de las rótulas plásticas*. Los métodos que mejor amortiguan el efecto de la disparidad son los métodos con los que se obtiene una menor cuantía de armadura: *método optimizado nº2* y *método elástico redistribuido 20 %*. Son por tanto estos dos métodos, al igual que ocurre en el caso de vigueta prefabricada armada, los más eficaces para cualquier distribución de luces de forjado ejecutado *in situ*. Los valores de acero por metro cuadrado detallados para cada número de vanos y para grado de disparidad se muestran en la tabla 6.29.

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas
baja	1,53	1,67	1,51	1,54
media-baja	1,59 +4,0 %	1,72 +3,0 %	1,55 +2,2 %	1,61 +4,6 %
media-alta	1,74 +13,9 %	1,86 +11,3 %	1,67 +10,3 %	1,77 +14,7 %
alta	1,93 +25,9 %	2,03 +21,6 %	1,82 +20,5 %	1,95 +26,7 %

	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
baja	1,48	1,42	1,53
media-baja	1,53 +3,4 %	1,48 +3,8 %	1,57 +2,7 %
media-alta	1,66 +12,2 %	1,61 +12,9 %	1,71 +11,8 %
alta	1,82 +23,0 %	1,76 +23,4 %	1,87 +22,5 %

Tabla 6.28: Vigueta *in situ*. Consumo de acero (kg/m^2) en función de grado de disparidad

	Disparidad	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	baja	1,635	1,695	1,584	1,684	1,518	1,528	1,532
	media-baja	1,761	1,749	1,756	1,830	1,621	1,595	1,642
	media-alta	2,020	1,998	1,869	2,050	1,850	1,746	1,871
	alta	2,365	2,265	2,143	2,364	2,148	2,067	2,162
3 vanos	baja	1,671	1,696	1,609	1,671	1,568	1,480	1,604
	media-baja	1,718	1,763	1,629	1,731	1,606	1,508	1,629
	media-alta	1,850	1,892	1,729	1,875	1,724	1,621	1,741
	alta	2,072	2,078	1,926	2,094	1,917	1,822	1,933
4 vanos	baja	1,588	1,680	1,561	1,604	1,509	1,461	1,555
	media-baja	1,658	1,734	1,589	1,681	1,563	1,499	1,603
	media-alta	1,816	1,880	1,720	1,844	1,705	1,636	1,749
	alta	2,013	2,059	1,883	2,039	1,873	1,801	1,917
5 vanos	baja	1,561	1,674	1,536	1,571	1,496	1,439	1,542
	media-baja	1,622	1,721	1,566	1,641	1,544	1,484	1,581
	media-alta	1,769	1,857	1,685	1,794	1,672	1,612	1,717
	alta	1,961	2,033	1,846	1,986	1,838	1,772	1,885
6 vanos	baja	1,541	1,670	1,518	1,550	1,483	1,429	1,533
	media-baja	1,605	1,720	1,553	1,624	1,535	1,482	1,576
	media-alta	1,758	1,860	1,677	1,782	1,667	1,613	1,716
	alta	1,947	2,034	1,835	1,971	1,830	1,767	1,881
7 vanos	baja	1,523	1,664	1,505	1,532	1,473	1,419	1,524
	media-baja	1,589	1,714	1,542	1,607	1,526	1,476	1,567
	media-alta	1,736	1,849	1,660	1,758	1,652	1,601	1,701
	alta	1,911	2,011	1,806	1,934	1,803	1,743	1,857

Tabla 6.29: Vigüeta in situ. Consumo de acero (kg/m²) función del n^o de vanos y del grado de disparidad

6.5.3. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado

Se analiza en este apartado, para el caso de la vigueta *in situ*, la influencia del tamaño medio de las luces de los vanos que componen el tramo de forjado. Se establecen cuatro intervalos (ver sección 4.1 en la página 122): *luces bajas* (media de 3,5 m a 4,25 m); *luces media-bajas* (media de 4,25 m a 5,00 m); *luces media-altas* (media de 5,00 m a 5,75 m) y *luces altas* (media de 5,75 m a 6,5 m).

Este análisis permite conocer cómo influye el tamaño medio de las luces y evaluar la posible infrautilización de la armadura, dispuesta como cuantía geométrica mínima (ver sección 3.5.3 en la página 96), en los vanos más cortos.

Se representan en las figuras 6.55; 6.56 y 6.57 los valores de peso medio por metro cuadrado y sus intervalos de confianza, para cada método de cálculo y para cada tamaño medio de luces.

Las conclusiones son idénticas a las obtenidas para el caso de vigueta prefabricada armada, observándose en los gráficos un comportamiento lineal del aumento de cantidad de acero por metro cuadrado respecto a la media de las luces, similar para cualquier número de vanos. De este análisis se deduce que, para valores de luces superiores aproximadamente a 4,00 m, el incremento de coste es lineal al incremento de luces. La conclusión se matiza para valores de luces inferiores a 4,0 m, donde tiene clara influencia la obligatoriedad de disponer una cuantía mínima de armado proporcional a la geometría de la sección.

Todos los métodos de cálculo se comportan de manera prácticamente idéntica, sin que ninguno de ellos presente un mejor comportamiento en relación con la variación de luz media de los vanos.

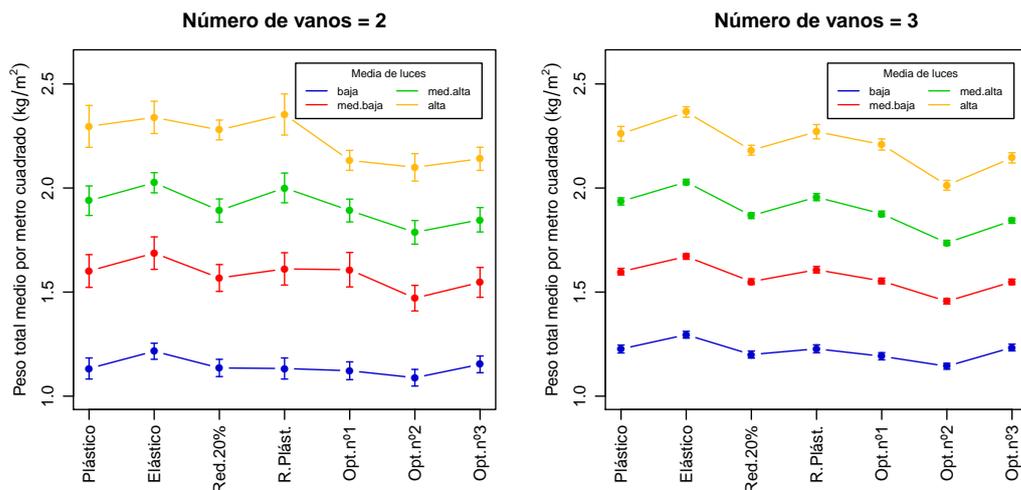


Figura 6.55: Vigueta *in situ*. 2 y 3 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según tamaño medio de luces

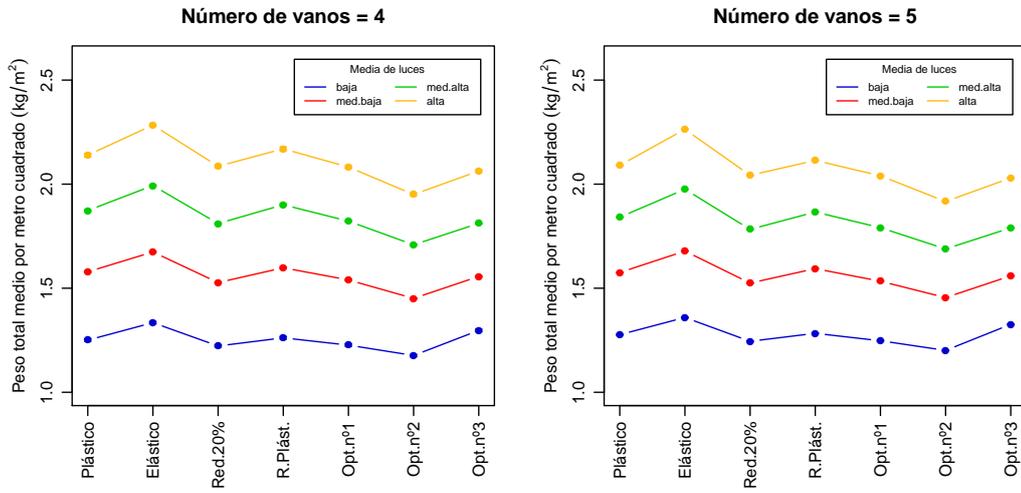


Figura 6.56: Vigüeta in situ. 4 y 5 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según tamaño medio de luces

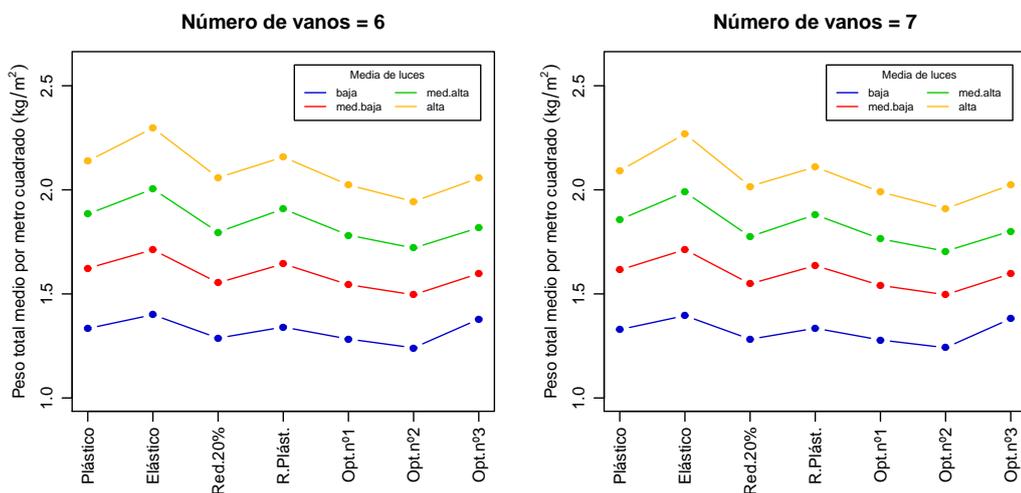


Figura 6.57: Vigüeta in situ. 6 y 7 Vanos. Peso medio de acero (kg/m^2) según tamaño medio de luces

En la figura 6.58 y la tabla 6.30 se representan los resultados considerando la totalidad de casos analizados para los diferentes números de vanos. Los valores de acero por metro cuadrado detallados, para cada número de vanos y para cada grado de media de luces, se muestran en la tabla 6.31.

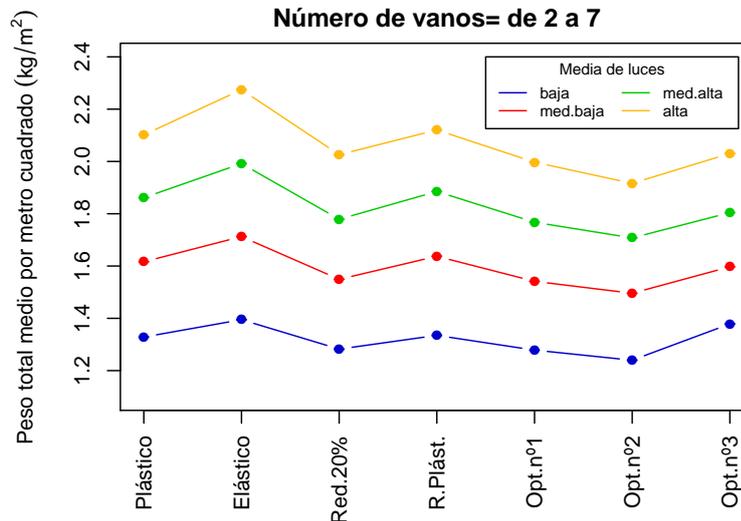


Figura 6.58: Vigueta *in situ*. Peso medio de acero (kg/ml) según tamaño medio de luces

	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas
baja	1,33	1,39	1,28	1,33
media-baja	1,62 +21,8 %	1,71 +23,0 %	1,55 +21,1 %	1,64 +23,3 %
media-alta	1,86 +39,8 %	1,99 +43,2 %	1,78 +39,1 %	1,89 +42,1 %
alta	2,10 +57,9 %	2,27 +63,3 %	2,03 +58,6 %	2,12 +59,4 %

	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
baja	1,28	1,24	1,38
media-baja	1,54 +20,3 %	1,50 +21,0 %	1,60 +15,9 %
media-alta	1,77 +38,3 %	1,71 +37,9 %	1,80 +30,4 %
alta	2,00 +56,3 %	1,91 +54,0 %	2,03 +47,1 %

Tabla 6.30: Vigueta *in situ*. Consumo de acero (kg/m²) en función de la media de luces

Con objeto de estimar la influencia que puede tener la cuantía mínima para valores bajos de luces, se subdivide el tramo de luces bajas en cuatro intervalos. Considerando que el rango del tramo es $4,25 - 3,5 = 0,75m$, se establecen cuatro intervalos con incremento de valor: $rango/4 = 0,1875m$, obteniéndose la siguiente graduación: *bajas-1* (media de 3,5 a 3,69m); *bajas-2* (media de 3,69 a 3,88m); *bajas-3* (media de 3,88 a 4,07m) y *bajas-4* (media de 4,07 a 4,25m). Los resultados obtenidos se representan en la figura 6.59.

Media de luces	Plástico	Elástico	Redis 20 %	R.Plásticas	Optimiz 1	Optimiz 2	Optimiz 3
2 vanos	baja	1,179	1,229	1,176	1,179	1,155	1,128
	media-baja	1,756	1,760	1,680	1,779	1,619	1,569
	media-alta	2,065	2,063	1,987	2,161	1,886	1,872
	alta	2,449	2,378	2,325	2,531	2,171	2,172
3 vanos	baja	1,236	1,287	1,189	1,236	1,182	1,130
	media-baja	1,669	1,669	1,579	1,684	1,564	1,482
	media-alta	2,040	2,076	1,902	2,064	1,891	1,771
	alta	2,364	2,385	2,230	2,378	2,169	2,038
4 vanos	baja	1,296	1,359	1,259	1,308	1,253	1,201
	media-baja	1,648	1,707	1,570	1,671	1,554	1,493
	media-alta	1,964	2,039	1,858	1,994	1,834	1,760
	alta	2,251	2,341	2,152	2,282	2,094	2,014
5 vanos	baja	1,301	1,364	1,260	1,306	1,254	1,208
	media-baja	1,627	1,703	1,554	1,648	1,543	1,489
	media-alta	1,912	2,014	1,819	1,938	1,802	1,733
	alta	2,167	2,297	2,080	2,190	2,036	1,957
6 vanos	baja	1,334	1,400	1,288	1,341	1,283	1,241
	media-baja	1,623	1,712	1,553	1,644	1,544	1,496
	media-alta	1,883	2,004	1,797	1,908	1,783	1,720
	alta	2,138	2,297	2,059	2,158	2,023	1,944
7 vanos	baja	1,329	1,395	1,282	1,335	1,279	1,241
	media-baja	1,615	1,713	1,548	1,636	1,541	1,496
	media-alta	1,857	1,989	1,775	1,880	1,764	1,705
	alta	2,092	2,269	2,017	2,110	1,990	1,909
							2,024

Tabla 6.31: Vigüeta in situ. Consumo de acero (kg/m^2) función del n° de vanos y de la media de luces de los tramos

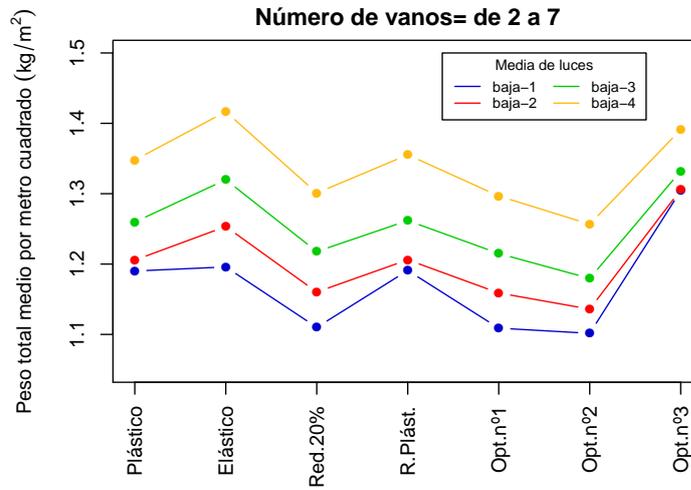


Figura 6.59: Vigueta *in situ*. Intervalo inferior de luces. Peso medio de acero (kg/m^2)

En el caso de la vigueta ejecutada *in situ*, al igual que ocurre para vigueta armada, cuando se analizan las luces menores se observa que la variación de consumos de acero no es lineal con respecto a la media de luces, tal y como se muestra en la figura 6.60, incrementándose dicha variación a medida que se aumenta la media de luces. También en este caso, para luces inferiores a $4,00m$ aproximadamente, las diferencias en consumo de acero tienden a disminuir, estabilizándose aproximadamente para luces menores de $3,50m$.

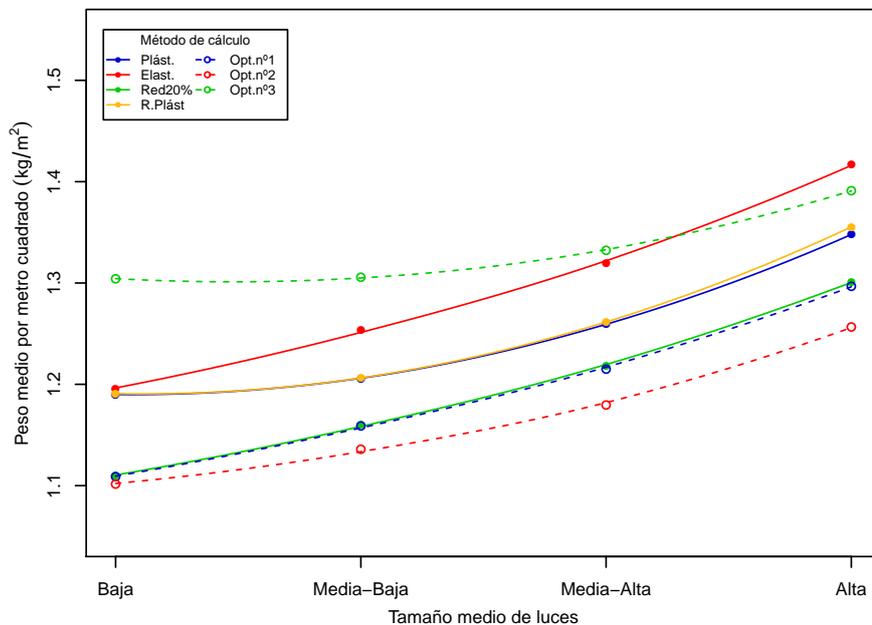


Figura 6.60: Vigueta armada. Luces bajas. Incremento de consumo de acero (kg/m^2) en relación al tamaño medio de luces

Puede concluirse que, tanto para el caso de vigueta armada como para vigueta prefabricada, no resulta rentable diseñar forjados unidireccionales con luces inferiores a $3,5m$, debido principalmente a la obligatoriedad de disponer una cuantía de armadura geométrica mínima, que cubre holgadamente las solicitaciones a las que está sometido el forjado y consecuentemente, se infrutiliza penalizando el coste de la solución.

6.6. Comparativa vigueta prefabricada armada y vigueta *in situ*

6.6.1. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo

En general, el forjado ejecutado con vigueta prefabricada armada requiere una cantidad de acero menor que el ejecutado *in situ* (ver figura 6.61). Esta diferencia se minorra cuando se usa el *método de cálculo optimizado nº1* debido al mejor comportamiento que presenta este algoritmo para forjado ejecutado *in situ*. Con este método, cuando el número de vanos es bajo, consecuencia del sistema de optimización empleado, la diferencia es mínima debido a la influencia de los vanos extremos. A medida que aumenta el número de vanos la diferencia de consumo de acero entre ambos sistemas constructivos aumenta (ver figura 6.62).

La causa del menor consumo de acero es la mejor adecuación de la armadura inferior en el caso de vigueta prefabricada armada, ya que se dispone una pequeña armadura de montaje (habitualmente 2r6), a continuación una barra en toda la longitud y por último, si es necesario, una barra de longitud el 75 de la luz de la vigueta. En el caso de vigueta *in situ* se disponen únicamente dos barras, cubriendo ambas la longitud total del vano.

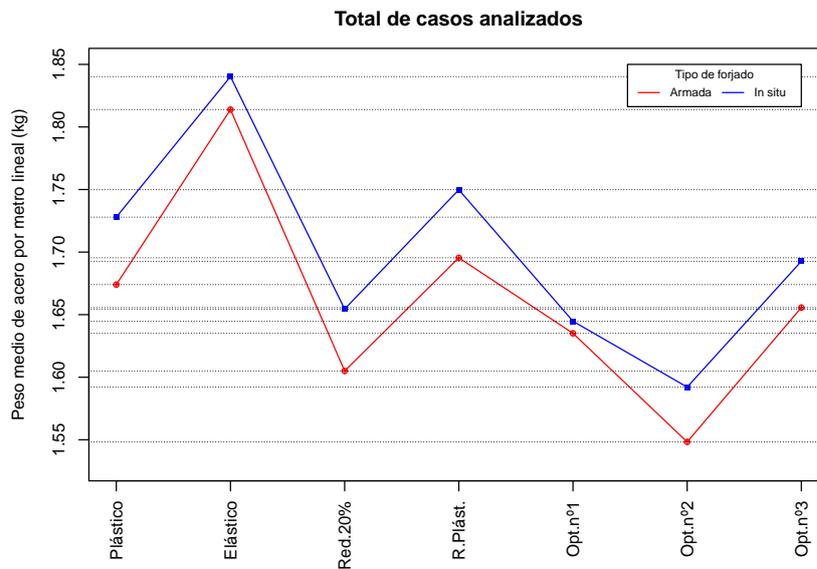


Figura 6.61: Armada vs *in situ*. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

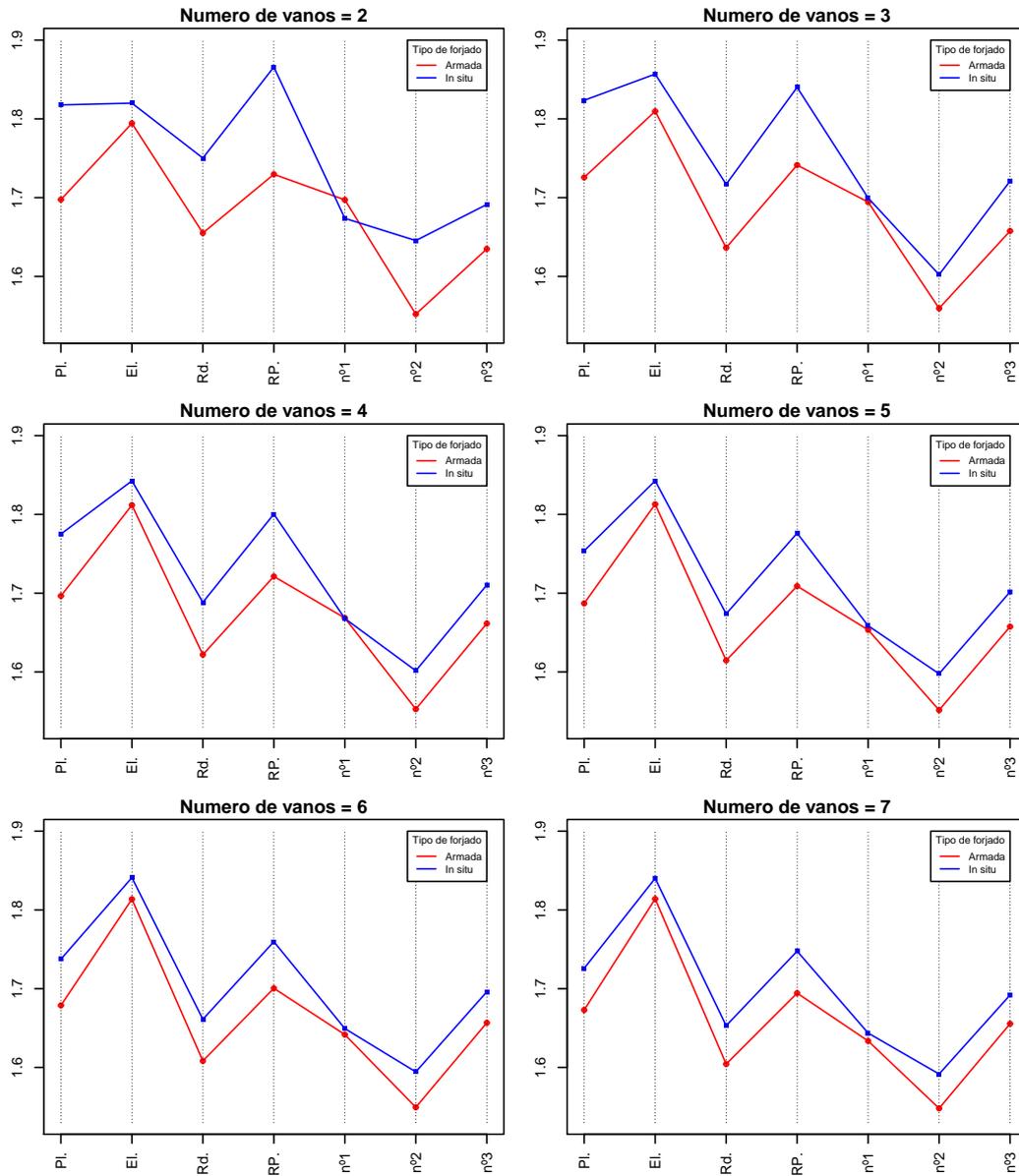


Figura 6.62: Armada vs *in situ*. Peso medio de acero (kg/m^2) según método de cálculo

Es complicado realizar una comparativa entre ambos sistemas constructivos desde un punto de vista económico, ya que cada sistema tiene sus particularidades constructivas que modifican el coste global de la solución. En el caso de la vigueta prefabricada armada, a pesar de que consume menos acero, requiere que la vigueta se fabrique en instalación industrial y se traslade, ya fabricada, a la obra donde se colocará. Por otro lado, la vigueta ejecutada *in situ* requiere la disposición de encofrado continuo, lo que encarece la situación, si bien es cierto que, por motivos de seguridad en obra, se tiende a la obligatoriedad de encofrar toda la planta, independientemente del sistema constructivo que se emplee. Además, se ha

producido una mejora considerable en los sistemas de encofrado continuo, que permite a las empresas con un cierto volumen de obra amortizar los sistemas rápidamente. Estos dos motivos han provocado que el forjado unidireccional ejecutado completamente *in situ* haya ido desplazando progresivamente al ejecutado con vigueta prefabricada para obras de cierta entidad. En obras pequeñas, ejecutadas con pocos medios materiales, aún es predominante el empleo de sistemas prefabricados.

En la sección 6.7 en la página 254 se desglosan los precios de ambos sistemas según una base de datos de precios (Colegio Oficial de Aparejadores, 2014).

6.6.2. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y disparidad de luces

En la figura 6.63 se comparan los consumos de acero en función de la disparidad de luces, observándose que la diferencia de valores se acentúa, de manera no lineal, a medida que aumenta la disparidad de las luces de los vanos (figura 6.64). Esto indica que el sistema de vigueta prefabricada se adapta ligeramente mejor que el sistema de forjado ejecutado *in situ* a luces dispares, sin que sean estas diferencias de comportamiento especialmente significativas.

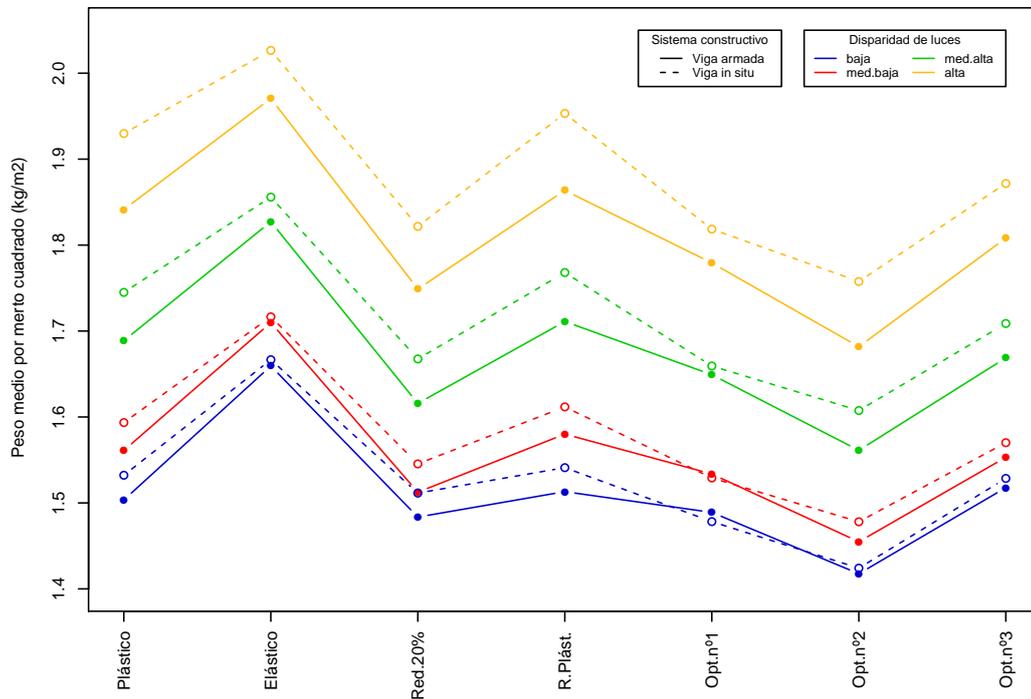


Figura 6.63: Armada vs *in situ*. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

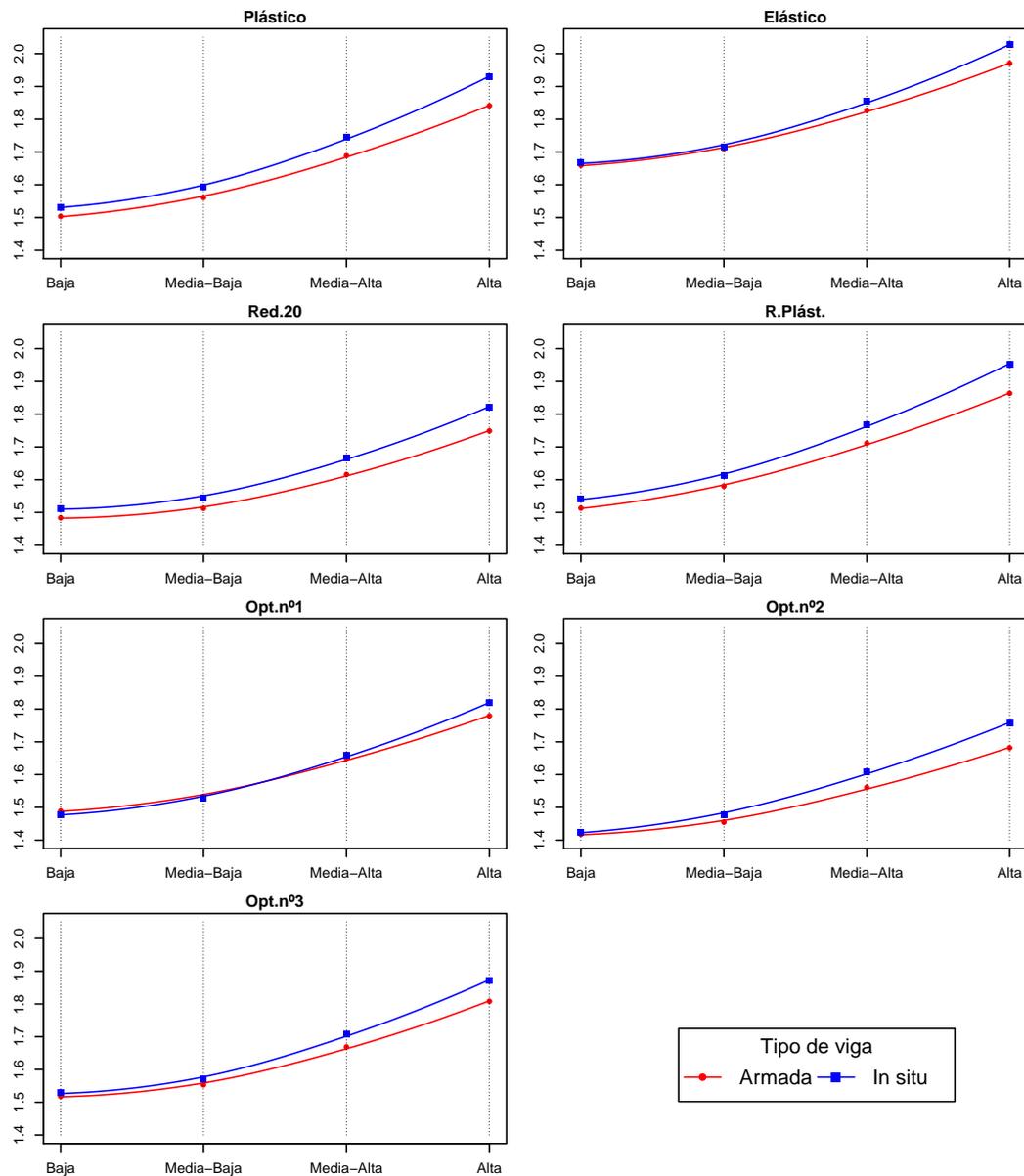


Figura 6.64: Armada vs *in situ*. Incremento de consumo de acero en relación al grado de disparidad

6.6.3. Consumo de acero comparado por métodos de cálculo y media de luces de los tramos de forjado

En la figura 6.65 se muestran los requerimientos de armadura por metro cuadrado en función de la media de las luces de los tramos de forjado, apreciándose, como ocurre cuando el factor de comparación es la disparidad, que a medida que aumenta el tamaño medio de las luces, aumenta de manera no lineal la diferencia entre los dos sistemas constructivos compa-

rados. Por tanto, la vigueta prefabricada armada se adapta mejor también al incremento de las luces de los tramos y, al igual que en el caso de la comparación por disparidad de luces, sin diferencias de comportamiento significativas en ninguno de los dos casos.

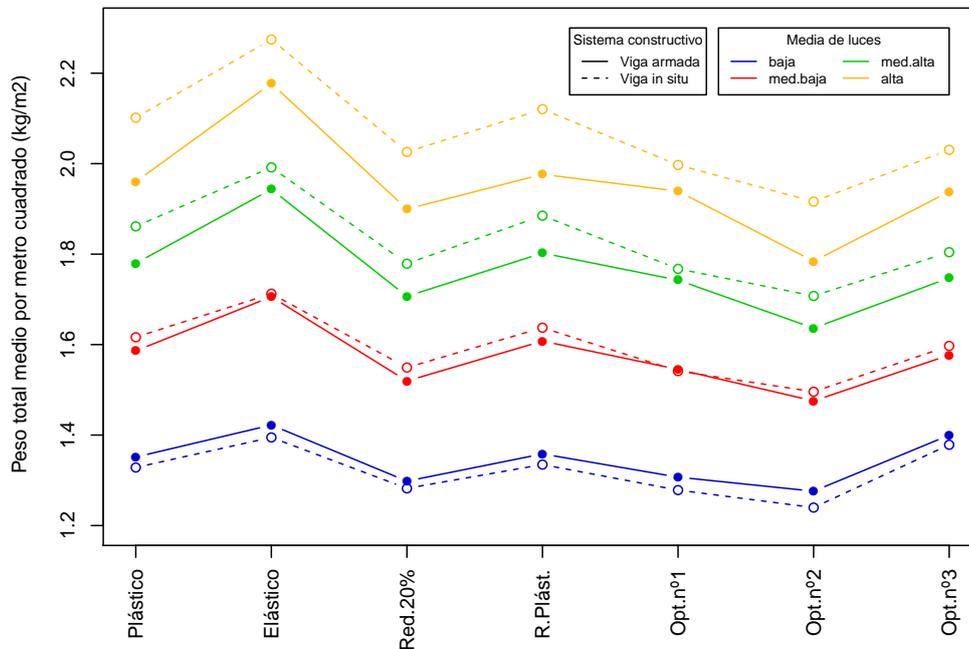


Figura 6.65: Armada vs in situ. Peso medio de acero (kg/m^2) según disparidad de luces

6.7. Consideraciones económicas

Tal y como se expone en el apartado 6.6.1 en la página 250 de este documento, no tiene mucho sentido comparar la cantidad de acero necesario para cada una de las dos soluciones constructivas estudiadas, desde el punto económico, ya que hay otros condicionantes de fabricación y montaje que modifican sustancialmente el coste final.

Con objeto de disponer de un orden de magnitud de la diferencia de precio que hay entre los dos tipos de forjado unidireccional, en una base de datos de precios del año 2014 (Colegio Oficial de Aparejadores, 2014) los costes especificados para cada uno de los dos sistemas son:

m2 Forjado de vigueta armada semirresistente. 25+5 B70

Forjado 25+5cm., formado por viguetas armadas semirresistentes de hormigón, separadas 70cm. entre ejes, bovedilla cerámica 60x25x25cm. y capa de compresión de 5cm. de HA-25/P/20/I, elaborado en central, c/armadura, terminado. Según normas NTE, EHE-08 y CTE-SE-AE.

52,22€/m2

m2 Forjado in situ horizontal. 25+5 B-70

Forjado unidireccional in-situ de canto 25+5cm., formado por nervios in situ de ancho 12cm. de hormigón separados 72cm. entre ejes, bovedilla cerámica 60x20x25 cm. y capa de compresión de 5cm. de HA-25/P/20/I elaborado en central, c/armadura, terminado. Según normas NTE, EHE-08 y CTE-SE-AE.

48,59€/m2

Puede observarse que, a pesar de necesitar más acero, el precio del forjado *in situ* es inferior al del ejecutado con vigueta prefabricada armada, por lo que en el caso de ser necesario un encofrado continuo, se inclina la balanza a favor del forjado ejecutado *in situ*. Como ventajas del forjado unidireccional con vigueta prefabricada armada, se destaca su mayor rapidez de montaje y una mayor facilidad para realizar el control de ejecución en obra.

A título exclusivamente orientativo, se considera un caso real de un edificio de 28 viviendas calculado en Madrid, ver figura 6.66 en la página 257, con: forjado sanitario; forjados de planta baja; planta primera; planta segunda; planta bajocubierta y planta de cubierta. La superficie total de forjados es de 5.250 m^2 , con una media de luces aproximada de $5,85\text{ m}$ (*alta*) y tres crujiás en la mayor parte de la distribución en planta.

El precio de acero corrugado *B500S* por kilogramo, elaborado y colocado, oscila en torno a $1,60\text{ €/kg}$.

Los cálculos de las estimaciones económicas se muestran en las tablas 6.32 y 6.33.

Método de cálculo	kg/m^2	m^2	€/kg	Total €
Cálculo plástico	2,140	5.250	1,60	17.976
Cálculo elástico redistribuido	2,029	5.250	1,60	17.044
Cálculo optimizado n ^o 2	1,897	5.250	1,60	15.935

Ahorro económico estimado			
optimizado n ^o 2 vs elástico redistribuido		1.109 €	-6,50 %
optimizado n ^o 2 vs plástico		2.041 €	-11,35 %

Tabla 6.32: *Vigueta armada. Cálculo aproximado de gasto en acero*

Como puede comprobarse en dichas tablas, se producirían ahorros de entre 1.100 € y 2.040 € para el caso de vigueta prefabricada armada y de, entre 1.600 € y 2.740 € , para el caso de vigueta ejecutada *in situ*, empleando el *método optimizado n^o2* propuesto, en lugar del *método elástico redistribuido* y el *método plástico*, respectivamente.

Esto supone unos ahorros porcentuales, para vigueta armada, del $6,50\%$ si se emplea el *método optimizado n^o2* en lugar del *método elástico redistribuido* y del $11,35\%$ si se emplea el *método optimizado n^o2* en lugar del *método plástico*. Para vigueta *in situ*, los

Método de cálculo	kg/m^2	m^2	€/kg	Total €
Cálculo plástico	2,364	5.250	1,60	19.858
Cálculo elástico redistribuido	2,230	5.250	1,60	18.732
Cálculo optimizado n ^o 2	2,038	5.250	1,60	17.119

Ahorro económico estimado		
optimizado n ^o 2 vs elástico redistribuido	1.612 €	-8,61 %
optimizado n ^o 2 vs plástico	2.739 €	-13,79 %

Tabla 6.33: *Vigueta in situ. Cálculo aproximado de gasto en acero*

ahorros porcentuales son del 8,61 % si se emplea el *método optimizado n^o2* en lugar del *método elástico redistribuido* y del 13,79 % si se emplea el *método optimizado n^o2* en lugar del *método plástico*.

Como añadido a las consideraciones económicas expuestas, se considera importante mencionar la trascendencia que tiene, sobre la ejecución y el control, la racionalidad de los patrones de armado. Es frecuente observar en obra planos donde no existen unas pautas claras para colocar las armaduras, habiendo previsto para cada vigueta unos diámetros y longitudes de armado diferente. Esta situación se agrava aún más en el caso de los forjados reticulares, donde con sistemas de cálculo automático, basados en el cálculo lineal, se obtienen planos de armadura absolutamente caóticos.

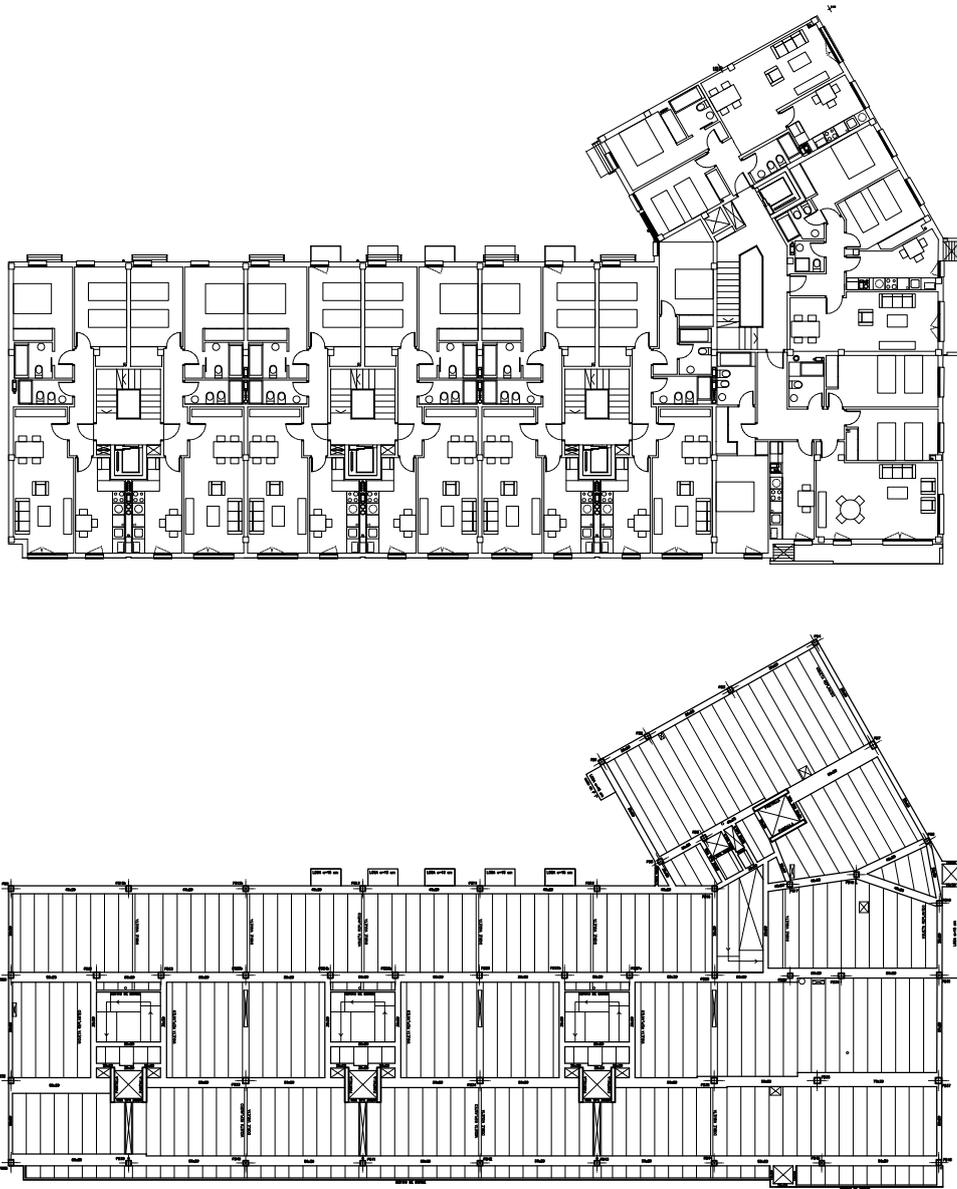


Figura 6.66: Ejemplo de estructura real

Capítulo 7

Conclusiones y desarrollos futuros

Conclusiones

Aprovechando las posibilidades del cálculo automático y de las herramientas de manejo masivo de datos para procesar grandes volúmenes de información, se ha desarrollado en esta tesis un estudio sobre una extensa muestra de casos de forjados unidireccionales de hormigón armado (*960.792 casos*), pretendiendo cubrir una gran parte de la casuística que presenta esta tipología predominante en la edificación actual en España. El objetivo es determinar la manera de minimizar el gasto en acero de refuerzo, variable que determina en gran medida el coste de la solución adoptada, mediante la elección del método de cálculo automático. Es necesario tener en cuenta que, cualquier optimización basada en el ajuste de la gráfica de momentos flectores realizada por cálculo automático, puede ser igualada o mejorada “*a mano*” por un calculista con experiencia, a cambio de un importante consumo de tiempo. Es importante también, ser conscientes de que el margen de maniobra en la optimización, sin modificaciones geométricas, del armado de forjados unidireccionales o de cualquier elemento lineal sometido principalmente a flexión, es pequeño.

El estudio abarca dos tipologías: los forjados unidireccionales ejecutados con vigueta prefabricada armada y los ejecutados completamente *in situ*. Ambas tipologías se analizan por los cuatro métodos de cálculo más extendidos: *cálculo elástico*, *cálculo elástico con redistribución limitada*, *cálculo plástico* y cálculo mediante el *método de las rótulas plásticas*. Dichos métodos se han agrupado bajo el nombre genérico de *métodos clásicos*.

Se proponen además tres métodos de optimización basados en la capacidad de readaptación plástica de las secciones y la posibilidad de ajustar las gráficas de esfuerzos a las armaduras dispuestas, con la intención de reducir el coste de los forjados respecto a los calculados por los denominados *métodos clásicos*.

Para poder realizar modificaciones de las gráficas de momentos flectores obtenidas mediante *cálculo elástico*, procedimiento base de todos los métodos de cálculo, es necesario

garantizar que las secciones disponen de la suficiente ductilidad para permitir los giros requeridos por los ajustes realizados. Se demuestra en las secciones 6.2 y 6.3 de este documento que, para las tipologías estudiadas, todas las secciones presentan la capacidad de rotación suficiente para poder emplear cualquiera de los métodos de cálculo utilizados en este estudio.

Independientemente del método de cálculo utilizado, y como podría suponerse de manera intuitiva, a mayor disparidad de luces de forjado mayor consumo de acero. Es por tanto fundamental, en fase de diseño, procurar la máxima regularidad de luces, siendo este un factor determinante de cara a optimizar económicamente los forjados unidireccionales. Se verifica también, como es lógico, que a mayor longitud media de luces, mayor necesidad de acero. Este comportamiento presenta un límite inferior situado aproximadamente entre 3,5m y 4,0m, de manera que proyectar forjados con luces inferiores a 3,5m no es rentable, debido a la infrautilización de la cuantía mínima de armadura. El límite superior se fija aproximadamente en 6,50m, ya que con luces superiores la solución de forjado unidireccional pierde competitividad respecto a soluciones como el forjado bidireccional o la placa alveolar.

Si el cálculo del forjado va a realizarse mediante alguno de los *métodos clásicos*, el más aconsejable en todas las situaciones es el *cálculo elástico con redistribución limitada*, escogiendo el mayor valor posible de redistribución que permite la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08): 20% para aceros de ductilidad normal y 30% para aceros de alta ductilidad. Con este método se obtienen aproximadamente unas reducciones del 11,5% para vigueta prefabricada armada y del 10,1% para vigueta *in situ* respecto al *método elástico* y de un 4,1% para vigueta prefabricada armada y del 4,3% para vigueta *in situ* respecto al *método plástico*.

El ajuste de la capacidad resistente necesaria en las secciones, a un número entero de barras de acero, de diámetro comercialmente predefinido, tiene como consecuencia directa que no es posible utilizar el total de la resistencia de las armaduras si los momentos flectores se determinan previamente al dimensionado del acero. En cualquier caso nunca será posible conseguir que, tanto armado inferior como superior, trabajen al límite de su resistencia, por lo que la estrategia de mejora debe consistir en ajustar la gráfica de momentos flectores a la capacidad resistente de una de las armaduras, inferior o superior, y determinar con la nueva gráfica de momentos desplazada, la armadura que resta.

De las tres estrategias propuestas en la presente tesis, la única que mejora los *métodos clásicos*, para las tipologías analizadas, es la denominada *método de optimización n°2*, que se basa en el aprovechamiento completo de la armadura inferior, para lo que es necesario requerimientos elevados de ductilidad en las secciones sobre los apoyos. Se demuestra en este trabajo, mediante el análisis de todos los apoyos correspondientes al conjunto de los casos analizados, que la ductilidad requerida está completamente satisfecha por la capacidad de rotación de las secciones.

Mediante el *método de optimización propuesto n°2* pueden obtenerse unos ahorros adicionales medios del 3,6% para vigueta prefabricada armada y del 3,8% para vigueta *in situ* con respecto al *método elástico con redistribución limitada*. Con respecto al *método plástico*, los ahorros adicionales de material son del 7,5% para vigueta prefabricada armada y del 7,9% para vigueta *in situ*.

Para las situaciones más comunes en edificación, entre 2 y 4 vanos de forjados de luces *media altas*, el ahorro que se obtiene mediante el *método de optimización propuesto n°2* respecto al *método elástico con redistribución limitada* es aproximadamente de un 5,2% para vigueta armada y de un 6,9% para vigueta *in situ*. Los valores de ahorro mediante el *método de optimización propuesto n°2* respecto al *método plástico* alcanzan el 10,4% para vigueta armada y del 13,2% para vigueta *in situ*²⁹. Los valores de ahorro serían ligeramente superiores para una media de luces *alta*.

Si bien porcentualmente la capacidad de optimización no es especialmente elevada, la enorme influencia, por su superficie, que tiene el forjado en el coste de una estructura, en comparación con el resto de elementos estructurales, implica que cualquier reducción en el coste suponga un considerable ahorro económico.

Desarrollos futuros

Se presentan varias líneas posibles de continuidad de este trabajo de investigación.

En primer lugar, y siguiendo con la tipología de forjado unidireccional, es interesante el estudio de la adecuación de los métodos de cálculo y las posibilidades de optimización cuando se arma la cara superior del forjado con mallazos electrosoldados que permiten ser computados a efectos resistentes (*Artículo 59.2.2 EHE-08* (Ministerio de Fomento, 2008)). En este caso la estrategia a estudiar debiera partir de ajustar las gráficas de momentos a la capacidad resistente de los mallazos, modificando el armado inferior.

Otra tipología de forjado unidireccional donde es posible realizar este tipo de ajustes es el forjado de chapa colaborante, donde modificar la capacidad resistente a momento positivo, determinada por el espesor de la chapa dispuesta, está relativamente limitado. Los estudios debieran determinar la posibilidad de elegir un mismo tipo de chapa para todo el forjado e ir ajustando la armadura superior a las necesidades resistentes.

En segundo lugar, es viable aplicar el método de optimización a las vigas, esperando resultados similares a los obtenidos para forjados unidireccionales. En este estudio sería necesario analizar la influencia que tiene la rigidez de su enlace a los pilares, diferencia importante respecto a los forjados unidireccionales.

Por último, y acorde con el incremento de su uso, sería factible extender este tipo de análisis y optimización, basado en la modificación de las gráficas de momentos flectores, a los forjados bidireccionales. El grado de hiperestaticidad de esta tipología constructiva conlleva que las posibilidades de manipulación de gráficas de momentos flectores sea muy superior a la de los elementos lineales. Su complejidad también es muy superior, lo que ha tenido como consecuencia que no haya propuestas consistentes de análisis plástico para este tipo de estructuras, que se calculan generalmente mediante el método elástico, aplicando algún tipo de redistribución, lo que provoca habitualmente sobredimensionados relativamente elevados

²⁹Valores calculados para 3 vanos con media de luces media-alta. (Ver capítulo 6 en la página 195)

y disposiciones de armados sin patrones claros que dificultan enormemente su ejecución y control.

Bibliografía

- Adeli, H. and H. Park: 1995, 'Optimization of space structures by neural dynamics'. *Neural Networks* (8), 769–781.
- Adeli, H. and K. C. Sarma: 2006, *Cost Optimization of Structures: Fuzzy Logic, Genetic Algorithms, and Parallel Computing*. John Wiley & Sons, Inc.
- Aenor: 2006, 'UNE-EN 10080:2006. Acero para el armado del hormigón. Acero soldable para armaduras de hormigón armado. Generalidades'.
- Ahmadkhanlou, F. and H. Adeli: 2005, 'Optimum cost design of reinforced concrete slabs using neural dynamics model'. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* **18**, 65–72.
- Al-Assaf, A. and H. S. Saffarini: 2004, 'Optimization of slabs using object oriented programming'. *Computers & Structures* (82), 741–752.
- American Concrete Institute: 2008, 'Building code requirements for structural concrete and commentary. ACI 318-08.'
- American Institute of Steel Construction (AISC): 2010, 'Load and Resistance Factor Design (LRFD) method'.
- Baker, A.: 1956, 'Ultimate Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames'. *Concrete Publications Ltd*.
- British Standards Institution: 1997, 'BS 8110. Structural use of concrete, part 1, code of practice for design and construction'. In 2010 BS 8110 was superseded by EN 1992 (Eurocode 2) although parts of the standard have been retained in the National Annex of the Eurocode.
- Brown, R. H.: 1975, 'Minimum Cost Selection of One-Way Slab Thickness'. *Journal of the Structural Division American Society of Civil Engineers* **101**(12), 2585–2590.
- Calavera, J.: 2002, *Cálculo, construcción, patología y rehabilitación de forjados de edificación*. Instituto Técnico de Materiales y Construcciones.

- Calavera, J.: 2008, *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón 2ª ed. 2 Tomos*. Instituto Técnico de Materiales y Construcciones.
- Calavera, J.: 2009, *Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado. 2ª ed.* Instituto Técnico de Materiales y Construcciones., 2ª ed edition.
- Camp, C. V. and F. Huq: 2013, 'CO2 and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm'. *Engineering Structures* (48), 363–372.
- CEN European Committee for Standardization: 2004, 'Instruction BS EN 1992 Eurocode 2. Design of concrete structures. Part 1. General Rules and Rules for Buildings'.
- Colegio Oficial de Aparejadores, A. T. e. I. d. I. E. d. G.: 2014, *Precio de la construcción. Centro 2014*. Colegio Oficial de Aparejadores, Arquitectos Técnicos e Ingenieros de la Edificación de Guadalajara.
- Computers and Structures Inc.: 2013, 'Sap 2000 v15. Structural Analysis Program'.
- Confederación Nacional de la Construcción: 2013, 'Informe anual del sector de la construcción 2013'. Technical report, Confederación Nacional de la Construcción.
- Corley, W.: 1996, 'Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams'. *Journal of Structural División, ASCE*.
- Corres Peiretti, H., A. Pérez Caldentey, J. Martínez Martínez, and J. López Agüi: 2012, *Prontuario Informático del Hormigón Estructural 3.1*. IECA.
- de Miguel, J. L.: 1998, *Estructuras Dos. Forjados*. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura.
- de Miguel, J. L.: 2009, *Análisis y cálculo*. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- Fedghouche, F. and B. Tiliouine: 2012, 'Minimum cost design of reinforced concrete T-beams at ultimate loads using Eurocode2'. *Engineering Structures* **42**, 43–50.
- Fernandez-Ceniceros, J., R. Fernandez-Martinez, E. Fraile-Garcia, and F. M. de Pison: 2013, 'Decision support model for one-way floor slab design: A sustainable approach'. *Automation in Construction* (35), 460–470.
- Fraile, E.: 2012, 'Análisis multicriterio de forjados unidireccionales'. Ph.D. thesis, Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de La Rioja.
- Gupta, M. M.: 1975, 'Design Aids for Singly-Reinforced Beams and One-Way Slabs'. *Journal Proceedings American Concrete Institute* **72**(12), 723–736.
- Kaveh, A. and A. Behnam: 2012, 'Cost optimization of a composite floor system, one-way waffle slab, and concrete slab formwork using a charged system search algorithm.'. *Scientia Iranica* **19**, 410–416.
- LaHuerta, J.: 1967, *Cálculo de los forjados por el método de las rótulas plásticas*. Colegio Oficial de Arquitectos Vasco-Navarro.

- Leps, M. and M. Sejnoha: 2003, 'New approach to optimization of reinforced concrete beams'. *Computers & Structures* **81**, 1957–1966.
- Lucas, W. K., W. M. K. Roddis, and M. Erikson: 2004, 'One-Way Reinforced Concrete Flexural Elements: Economic Characterization and Selection Guidelines Developed Using Adaptive Simulated Annealing'. *Structures American Society of Civil Engineers* pp. 1–17.
- Mattock, A.: 1967, 'Discusión of Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams, por W.G. Corley'. *Journal of Structural División, ASCE*.
- Merta, I. and S. Kravanja: 2010, 'Cost Optimum Design of Reinforced Concrete Simply Supported One-Way Slabs'. *Earth and Space American Society of Civil Engineers* pp. 2670–2678.
- Ministerio de Fomento: Ministerio de Fomento. 2003, 'EFHE. Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigón estructural realizados con elementos prefabricados'.
- Ministerio de Fomento: Ministerio de Fomento. R.D. 1039/1991 - 1991, 'EH-91. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado'.
- Ministerio de Fomento: Ministerio de Fomento. R.D. 2661/98 - 1998, 'EHE-98. Instrucción de Hormigón Estructural'.
- Ministerio de Fomento: Ministerio de Fomento. R.D.1247/08 - 2008, 'EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural'.
- Ministerio de la Vivienda: Ministerio de la Vivienda. R.D. 314/06 - 2006a, 'CTE. Código Técnico de la Edificación'.
- Ministerio de la Vivienda: Ministerio de la Vivienda. R.D. 314/06 - 2006b, 'CTE. Código Técnico de la Edificación. Seguridad Estructural: Bases de Cálculo y Acciones en la Edificación'.
- Namuche, M. B. and J. del Pozo: 2007, 'Rigidez efectiva de los elementos de concreto armado'. *Universidad Nacional de Ingeniería. Perú*.
- Norman, D. G.: 1964, 'Economic Aspects in the Design of Some Reinforced Concrete Structural Members'. *Journal Proceedings American Concrete Institute* **61**(4), 419–440.
- Ortiz Berrocal, L.: 1985, *Elasticidad*. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales.
- Park, R. and T. Paulay: 1994, *Estructuras de concreto reforzado*. Noriega Editores. México.
- Paulay, T. and M. Priestley: 1992, *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. John Wiley & Sons, Inc.
- Paya, I., V. Yepes, F. Gonzalez-Vidosa, and A. Hospitaler: 2008, 'Multiobjective optimization of concrete building frames by simulated annealing'. *Comput-Aided Civil Infrastruct Eng* (23), 596–610.

- Paya, I., V. Yepes, A. Hospitaler, and F. González-Vidoso: 2009, 'CO₂-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing'. *Engineering Structures* (31), 1501–1508.
- Quintas, V.: 2010, 'Sobre los teoremas de rotura, sus corolarios y su aplicación al cálculo de los arcos de fábrica'. *Informes de la Construcción* **62**, 518, 57–64.
- Rajeev, S. and C. Krisnamoorthy: 1998, 'Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames'. *Comput-Aid Civ Infrastruct Eng* (13), 63–74.
- Rice, P. F.: 1973, 'Practical Approach to Two-Way Slab Design'. *Journal of the Structural Division American Society of Civil Engineers* **99**(1), 131–143.
- Sahab, M., A. Ashour, and V. Toropov: 2005a, 'A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete flat slab buildings'. *Computers & Structures* (83), 551–559.
- Sahab, M., A. Ashour, and V. Toropov: 2005b, 'Cost optimization of reinforced concrete flat slab buildings'. *Engineering Structures* (27), 313–322.
- Sawyer, H.: 1964, 'Design of Concrete Frames for Two Failure States'. *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI*.
- Tesoro, F. R.: 2003, *Los forjados reticulares: diseño, análisis, construcción y patología*. Cype Ingenieros.
- Timoshenko, S. and D. Young: 1965, *Teoría de las Estructuras*. URMO s.a. de ediciones.
- Traum, E.: 1963, 'Economical Design of Reinforced Concrete Slabs Using Ultimate Strength Theory'. *Journal Proceedings American Concrete Institute* **60**(6), 763–774.
- Yeo, D. and F. A. Potra: 2015, 'Sustainable Design of Reinforced Concrete Structures through CO₂ Emission Optimization'. *Journal of Structural Engineering American Society of Civil Engineers* **141**(3).