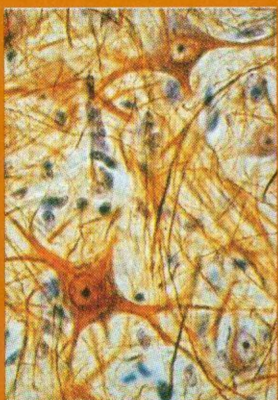
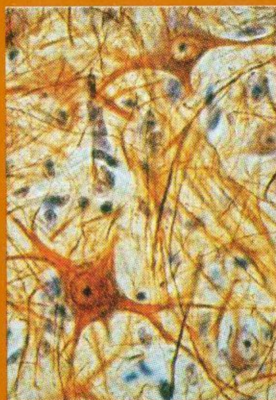
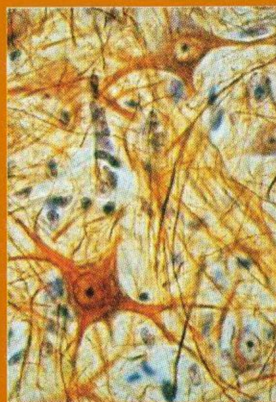
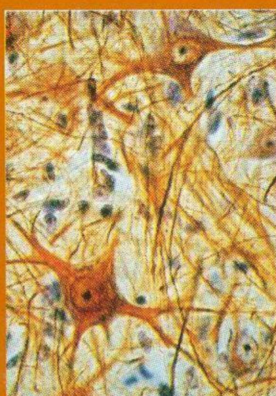
Gustavo Morales
Luz Arelis Pino de Morales

Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la Salud


Caracas, 2009

Gustavo Morales
Luz Arelis Pino de Morales

Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la Salud

Universidad Católica Andrés Bello
Caracas, 2009

QA278.8
M6

Morales, Gustavo

Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la salud. / Gustavo Morales , Luz Arelis Pino de Morales. – Caracas: Universidad Católica Andrés Bello, 2009.
102 p., 23 cm.
ISBN: 978-980-244-578-3

Incluye bibliografía

1. ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA. 2. ESTADÍSTICA MÉDICA. I. Pino de Morales, Luz Arelis II. Título

Gustavo Morales y Luz Arelis Pino de Morales
Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la salud

Universidad Católica Andrés Bello
Montalbán, Caracas (1020)
Apartado 20.332

Diseño y producción: Publicaciones UCAB
Diagramación: Mery León
Corrección de pruebas: Ana Teresa Rodríguez
Diseño de portada: Reyna Contreras
Impresión: Editorial Texto, C.A.

Primera edición, 2009
ISBN: 978-980-244-578-3
Hecho el Depósito de Ley
Depósito legal: lf4592009610650

PUBLICACIONES
U · C · A · B

ÍNDICE

DEDICATORIA

Al movimiento estudiantil venezolano que con sus manifestaciones pacíficas e ideales libertarios y de justicia social han despertado los más nobles sentimientos de un pueblo, que nuevamente vuelve a tener esperanzas, porque los hoy jóvenes estudiantes, con sus acciones no dejan lugar a dudas de que el futuro de nuestro país es promisorio y que los sembradores de odio quedarán como parte de una página oscura de nuestra historia.

UNA REFLEXIÓN NECESARIA EN TIEMPOS DIFÍCILES

El fascismo es un movimiento político caracterizado fundamentalmente por el odio, el resentimiento y la xenofobia, constituidos como elementos movilizadores de una actividad excesivamente violenta. El fascismo no considera individualidades sino masas colectivas, cuya acción ha de estar signada imperativamente por la irracionalidad. El fascismo se opone a la apertura de criterios ideológicos, favoreciendo la reafirmación de las raíces y tradiciones. En consecuencia, se considera cualquier rasgo de racionalidad, diversidad ideológica o modernización, como elemento peligroso y temido al que hay que atacar.

Vemos entonces la exacerbación del odio, el resentimiento y la violencia como elementos unificadores de un grupo social. La fidelidad extrema como requisito y, en consecuencia, la oposición a toda posibilidad de desacuerdo, tiene lugar en el fascismo gracias a la explotación y exacerbación del miedo ante cualquier síntoma o manifestación de diferencia.

Luz Ainai Morales Pino
Estudiante del 5 año de la Escuela de Letras
de La Universidad Católica Andrés Bello.

PREFACIO

En los problemas experimentales se estudian las posibles relaciones (asociaciones, comparaciones) entre variables aleatorias y variables controladas que son, por consiguiente, de gran utilidad cuando son empleadas concienzudamente para establecer relaciones causales entre las mismas; mientras que en los problemas de observación, tan frecuentes en las ciencias de la salud por muy obvias razones, frecuentemente todas las variables son aleatorias y cualquier relación de causalidad requiere de sólidos fundamentos biológicos que permitan establecer juicios de causa-efecto. Este tipo de problema, tal como lo enunciamos anteriormente, es común en las ciencias de la salud y los métodos estadísticos no paramétricos constituyen una excelente vía para el buen uso y aprovechamiento de esta categoría de información evitando que la misma quede restringida a simples y fríos registros.

Los Autores

PRÓLOGO

Han transcurrido veinte años desde la impresión de *Parasitología Cuantitativa* de Gustavo Adolfo Morales y Luz Arelis Pino de Morales, quienes entonces tuvieron la gentileza de solicitarme un prólogo, convertible hoy en un prolegómeno para presentar su otra reciente producción sobre Estadística no paramétrica aplicada a las Ciencias de la Salud. Han sido sus veinte años de terquedad cartesiana que nos evocan "*Discours de la methode de bien conduir sa raison et chercher la vérité dans las sciences*", con *intuitus*, *enumeratio* y *deductio*. Veinte años que no han transcurrido en balde. Si ayer la angustia fue por las cosas, hoy la preocupación se inspira en la gente.

La gente no es materia que responda a las relaciones binomiales de causalidad, concebida por Isaac Newton.

La política, la salud, la libertad y la democracia no residen en valores para distribución por probabilidades. Las nociones y ejemplos disecados en esta nueva entrega de Morales y Pino no admiten confirmaciones experimentales; la experimentación sobre salud o sobre libertad, puede conducir a resultados caóticos o catastróficos.

La nueva búsqueda de estos autores indaga certezas mediante métodos no convencionales que nos obligan a mayor esfuerzo intuitivo; de aquí el valor prospectivo de esta nueva obra que tendremos que leer con muy especial interés. Seguros estamos, hoy más que ayer, que esta estadística no paramétrica obligará a una mayor reflexión para la selección de los métodos de valoración. Es aportación para el análisis del futuro a partir de situaciones multifactoriales y, por qué no, caóticas.

José V. Scorza
Biólogo, PhD, Profesor Titular
Premio Nacional de Ciencia, 1982

CAPÍTULO I
MÉTODOS ESTADÍSTICOS NO PARAMÉTRICOS

La estadística puede definirse como un método de razonamiento para describir e interpretar información, cuya característica fundamental es la variabilidad de los datos.

En la estadística inferencial, sea ésta paramétrica o no paramétrica, realizamos pruebas de hipótesis; lo cual nos ayuda a decidir con un riesgo de error preestablecido, la no aceptación de la hipótesis nula.

Las pruebas estadísticas paramétricas son aquéllas que formulan hipótesis sobre la distribución de probabilidades y los parámetros de las poblaciones y que requieren por consiguiente, como requisitos básicos para su aplicación de la normalidad de la distribución de los datos y de la homogeneidad de las varianzas, mientras que las pruebas no paramétricas no requieren de este tipo de suposiciones, razón por la cual son también conocidas como de libre distribución. El termino no paramétrica fue propuesto por Wolfowitz en 1942, para indicar que la población bajo estudio no puede ser especificada por un número finito de parámetros y aunque "libre distribución" constituye una descripción mas ajustada, el termino no paramétrico por ser el mas comúnmente usado tiene el valor de uso.

Estas pruebas, a pesar de que son consideradas generalmente como menos potentes que sus equivalentes paramétricas (cuando los datos reúnen los requisitos), presentan varias ventajas, entre las cuales se encuentran las siguientes:

VENTAJAS DE LOS MÉTODOS ESTADÍSTICOS NO PARAMÉTRICOS

1. Son menos exigentes que las pruebas paramétricas al no requerir del supuesto de distribución normal de los datos y son más eficientes cuando en la muestra hay datos atípicos o aberrantes.

2. En general, las probabilidades obtenidas de la mayoría de las pruebas no paramétricas son probabilidades exactas, excepto cuando se usan aproximaciones para grandes muestras.
3. Si los tamaños de las muestras son pequeños ($n < 6$), las pruebas no paramétricas son la única alternativa razonable a menos que se conozca la distribución exacta de la población. La eficiencia de los métodos no paramétricos es alta cuando se trabaja con muestras pequeñas.
4. Constituyen una herramienta analítica de gran utilidad en aquellos casos en los que es difícil establecer una escala de valores cuantitativos para los datos, por ejemplo cuando estos se encuentran en un orden de clasificación como "mejor" o "peor", "mayor o menor que", "desagradable", "muy desagradable", "aceptable, entre otros, es decir, para el análisis de datos medidos en escala "nominal" y "ordinal", como ocurre con datos inherentes a rangos o a información numérica con fuerza de rangos.
5. En algunos casos, aunque la población de la cual se extrajo la muestra esté normalmente distribuida su eficiencia es levemente menor a la de la alternativa paramétrica correspondiente.

DESVENTAJAS DE LOS MÉTODOS ESTADÍSTICOS NO PARAMÉTRICOS

1. Cuando las muestras son muy grandes y se cumplen los supuestos (ley del teorema central del limite), la eficiencia de las pruebas paramétricas es superior.
2. Tienden a perder información, sobre todo cuando los datos numéricos son expresados en forma cualitativa, ya que al no tomar en consideración la magnitud de los datos esto se traduce en un desperdicio de información.
3. El análisis de varianza no paramétrico, sea este para muestras pareadas o independientes, no permite la evaluación de las interacciones, lo cual es ampliamente utilizado en los métodos paramétricos.
4. La diversidad de pruebas de rangos múltiples para la separación de medias a posteriori es mayor (Duncan, Student-Newman-Keuls (SNK), Tukey, Bonferoni, Scheffé, MDS) en las pruebas paramétricas que en las no paramétricas, ya que estas ultimas recurren básicamente a la Mínima Diferencia Significativa.

NIVELES DE MEDIDA O ESCALAS DE MEDICIÓN DE LAS VARIABLES

Medir consiste en asignar números o atributos a individuos de acuerdo con reglas establecidas a priori. Las variables pueden ser discretas o continuas. Las variables continuas son aquéllas que pueden tomar cualquier valor en un intervalo real, por ejemplo cualquier valor entre 0 y 100 y puede tomar un número infinito de diferentes valores, así como valores entre cualesquiera dos valores. Una variable discreta es aquélla que sólo puede tomar un número finito de valores, por ejemplo 0, 10, 20, 100, 1.000....

NOMINAL

Se realiza una medida nominal cuando el rasgo estudiado en los individuos es cualitativo y el uso de números es únicamente para darle un nombre a la categoría que los agrupa; en este caso números distintos lo único que significa es que las categorías son diferentes entre sí, por ejemplo en un ensayo asignamos el número 0 a los individuos menores de un año y el número 1 a los individuos mayores de 1 año de edad o viceversa. También podemos utilizarlos en lugar de la raza, así tendríamos, por ejemplo: Pardo Suiza (1); Holstein (2), Gyr (3) y el hecho de cambiar la asignación de los números, es decir que Gyr sea 1, Holstein 3 y Pardo Suiza 1, es totalmente factible, ya que el uso de los mismos es meramente nominal.

ORDINAL

En este caso el valor numérico es utilizado para indicar orden, tal como: mayor que..., menor que..., igual que; por ejemplo, cuando se ordenan los alumnos de un curso en base a sus calificaciones. La asignación de los números, aunque arbitraria, exige que se conserve la relación de orden.

INTERVALO

La escala de intervalo involucra una unidad de medida y contiene un punto convencional de referencia, que es el cero, siendo por consiguiente una escala realmente cuantitativa y su ejemplo clásico lo constituye la escala de un termómetro. Esta escala permite interpretar la diferencia entre dos medidas, como por ejemplo el incremento de la temperatura en individuos inoculados experimentalmente con un agente patógeno, quienes antes de la inoculación tenían una temperatura corporal de 36°C. y 3 a los 5 días post inoculación su temperatura es de 39°C, decimos que la misma se incremento en 3°C.

PROPORCIÓN

Esta escala, además de la información acerca de las relaciones de orden y de distancia, aporta información sobre la razón o proporción entre dos observaciones y pueden asignarse al rasgo estudiado, números que, además de poseer las características de la medida de intervalo, tengan una escala de cero absoluto, como por ejemplo el tiempo transcurrido entre la inoculación de un agente patógeno y la aparición de los síntomas en los individuos inoculados. Esta escala tiene una unidad de medida en el punto de referencia cero, pero este no es convencional ya que es una medida natural, como el peso, la altura etc.

POTENCIA-EFICIENCIA DE UNA PRUEBA ESTADÍSTICA

La confiabilidad en el uso de una prueba estadística no paramétrica con respecto a la alternativa paramétrica se establece a través del concepto de potencia-eficiencia de una prueba, que se refiere al aumento porcentual del tamaño de muestra que se necesita para obtener los mismos resultados con una prueba **b,** considerada no tan poderosa con respecto a otra prueba identificada como **a,** reconocida como la mas potente cuando se cumplen los supuestos teóricos para poder efectuar la misma. La potencia-eficiencia puede calcularse con la fórmula siguiente: P - E = (Na / Nb) 100, en la cual N, se refiere al tamaño de muestra requerido con la prueba **a** (Na) y la prueba b (Nb). Es decir la eficiencia de una prueba **b** relativa a otra prueba **a**, para una hipótesis alternativa simple, se define como la razón de tamaños muestrales Na / Nb, tales que con ellos, ambas pruebas tienen la misma potencia contra la hipótesis alternativa, para un mismo nivel de significancia especificado previamente; esto significa que si la potencia-eficiencia de una prueba **b** es del 80% con respecto a la prueba **a,** significa que se requieren 10 casos en la prueba **b** por cada 8 casos por la prueba **a.**

CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE UNA PRUEBA ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA

Con respecto a datos cuantitativos, las pruebas no paramétricas generalmente se utilizan cuando el tamaño de los grupos es pequeño (n<30), debido a que para muestras grandes las distribuciones de las medias se consideran siempre como normales y por consiguiente pueden aplicarse las pruebas paramétricas, sin embargo no existe ningún impedimento en utilizar pruebas no paramétricas con muestras con n > 30, sobre todo ahora que disponemos de paquetes estadísticos comerciales que incluyen estas pruebas y nos evitan los sencillos aunque tediosos cálculos aritméticos que requiere la mayoría de las pruebas no paramétricas.

En caso de disponer de un conjunto de datos cuantitativos o en escala ordinal si deseamos saber si los mismos se ajustan a un modelo de distribución teórica, recurrimos a la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

Para evaluar el posible ajuste entre las frecuencias teóricas establecidas y las frecuencias observadas sobre una misma población se usa la prueba de bondad de ajuste de ji-cuadrado.

Si deseamos establecer la aleatoriedad de una muestra, tanto con datos cualitativos como cuantitativos u ordinales, la única prueba existente es la de las rachas y no existe ninguna alternativa paramétrica que permita establecer la aleatoriedad de una serie de eventos.

Al realizar comparaciones, debemos definir previamente si se trata de dos grupos pareados y si la información es de tipo cuantitativa o cualitativa. Las pruebas más comunes en estos casos son:

Prueba	**Tipo de Información**
McNemar	Cualitativa
Signos	Cuantitativa o Cualitativa
Wilcoxon	Cuantitativa

En el caso de dos grupos independientes, las pruebas a emplear son:

Prueba	**Tipo de Información**
Ji-cuadrado	Cualitativa
Wald Wolfowitz	Cuantitativa
Mediana	Cuantitativa
U de Mann y Whitney	Cuantitativa

En caso de realizar las comparaciones entre 3 o más grupos con los mismos sujetos (pareadas), la prueba de Friedman es la recomendada.

Con 3 o más grupos independientes se utilizan, de acuerdo al tipo de datos a analizar, las siguientes pruebas:

Prueba de Ji-cuadrado con tablas de contingencia de NxK (cualitativa)

Análisis de varianza de una clasificación por rangos de Kruska1-Wallis (cuantitativa) En caso de desear evaluar la existencia de una posible correlación:

Coeficiente de Correlación de Rangos de Spearman (cuantitativa)

GUÍA PARA LA UTILIZACIÓN DE LOS MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS

Pruebas para una muestra

PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV DE UNA MUESTRA PRUEBA DE RACHAS PARA UNA MUESTRA

PRUEBA DE JI-CUADRADO DE BONDAD DE AJUSTE

PRUEBA DE RACHAS PARA UNA MUESTRA BASADA EN LA MEDIANA

Pruebas para dos muestras independientes

PRUEBA DE LAS RACHAS DE WALD WOLFOWITZ

PRUEBA DE LA MEDIANA

PRUEBA DE JI-CUADRADO CON TABLAS DE CONTINGENCIA DE 2 X 2.

PRUEBA U DE MANN Y WHITNEY

Pruebas para varias muestras independientes

ANÁLISIS DE VARIANZA DE UNA CLASIFICACIÓN POR RANGOS DE KRUSKAL- WALLIS.

PRUEBA DE JI - CUADRADO CON TABLAS DE CONTINGENCIA DE N x K

Pruebas para dos muestras relacionadas

PRUEBA DE MCNEMAR PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS CAMBIOS PRUEBA DE LOS SIGNOS

PRUEBA DE RANGOS SEÑALADOS Y PARES IGUALADOS DE WILCOXON

Prueba para varias muestras relacionadas

ANÁLISIS DE VARIANZA DE UNA CLASIFICACIÓN POR RANGOS DE FRIEDMAN

Prueba de asociación para raneos ordenados

PRUEBA DE CORRELACIÓN DE SPEARMAN DE RANGOS ORDENADOS

Paquete estadístico InfoStat®

El software estadístico InfoStat® es una herramienta muy potente para el diseño experimental, el análisis exploratorio de los datos, así como para el análisis descriptivo, inferencial (univariado, bivariado, empleando tanto métodos paramétricos como de libre distribución) y para realizar análisis multivariados. En cuanto a la capacidad para graficar, se considera que tanto los gráficos como las herramientas para su edición son excelentes y potentes. Además, el manejo de la data es sencillo.

Es indudablemente una extraordinaria herramienta que debe ser bien conocida por todos nuestros investigadores.

Prueba de Rachas para Aleatoriedad

$$\boxed{Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}}$$

$$\mu_R = \frac{2 n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2 n_1 n_2 (2 n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}}$$

Si $n_1 > 20$ ó $n_2 > 20$, la distribución de muestreo r se aproxima a la distribución normal y la estadística "R" puede convertirse a la estadística de prueba Z.

Capítulo II
EL CASO DE UNA MUESTRA

Prueba de Kolmogorov Smirnov de una muestra

Permite probar si el conjunto de datos se ajusta a un modelo de distribución teórico, es decir, se determina si las observaciones de una muestra provienen de una población con distribución especificada. Las observaciones deben medirse, al menos en escala ordinal. Una de sus aplicaciones es verificar la hipótesis de normalidad de una variable cuantitativa continua en una población a partir de una muestra.

La distribución teórica debe ser completamente especificada (los parámetros deben ser conocidos), por lo cual el usuario debe ingresar el valor de cada parámetro que caracteriza a la distribución, en los campos dispuestos para tal fin.

Se puede probar si la distribución empírica se ajusta a alguna de las siguientes: Normal (media, varianza), T-Student (v), F-Snedecor (u, v), Chi-cuadrado (v), Gama (r, lambda), Beta (a, b), Weibull (a, b), Exponencial (lambda), Gumbel (a, b). La prueba es sensible a cualquier tipo de discrepancia entre las distribuciones. (Dispersión, posición, asimetría, etc.)

InfoStat produce valores p exactos para pruebas bilaterales, obtenidos desde la distribución del estadístico K. (Hollander y Wolfe, 1999)

Obtención de la Prueba

Elija: Estadísticas

Inferencia basada en una muestra

Bondad de ajuste (Kolmogorov)

En el Selector de variables indique la/s variable/s y la partición deseada. Presione Aceptar.

En la ventana de la prueba elija la distribución teórica e ingrese los parámetros en los campos correspondientes. Presione Aceptar.

La ventana Resultados mostrará la información solicitada.

Ejemplo: se desea probar si la distribución del generador de momentos aleatorios de una calculadora es uniforme en [0,1], usando la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Para ello se generaron 10 números aleatorios (N. A) que fueron (Castillo y Ojeda, 1994):

N. A
0,29
0,51
0,58
0,84
0,23
0,88
0,96
0,75
0,59
0,08

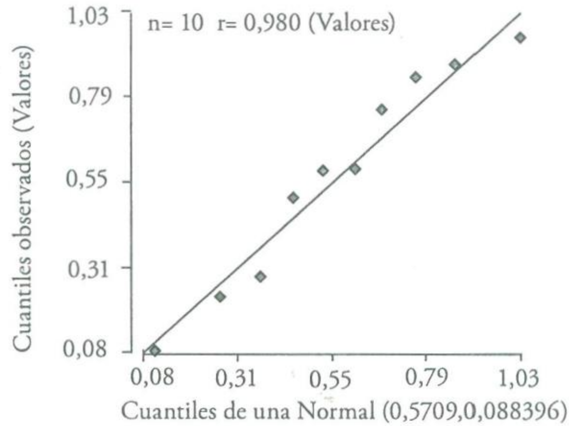
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Variable	n	Media	D.E.	Var(n)	Mediana
Valores	10	0,57	0,30	0,08	0,59

PRUEBA DE KOLMOGOROV PARA BONDAD DE AJUSTE

Variable	Ajuste	media	varianza	n	Estadístico D	p-valor
Valores	Normal(0,57,0,1)	0,57	0,09	10	0,12	0,9980

Resultado: se acepta la Ho (p>0,05), por lo tanto puede concluirse que en la muestra no hay suficiente evidencia para afirmar que la distribución en estudio no es uniforme en [0,1]. Lo cual podemos confirmar gráficamente a través del **Q-Q plots**.



Prueba estadística alternativa

La prueba alternativa es la de ji-cuadrado, con cálculos manuales muy sencillos, pero es menos poderosa que la de Kolmogorov-Smirnov .

PRUEBA DE RACHAS PARA UNA MUESTRA

Se define como racha a la sucesión de símbolos idénticos que pueden estar o no separados por otros símbolos. La prueba de rachas está basada en el número de rachas de una muestra y es de utilidad para determinar la aleatoriedad de la misma. Una muestra es aleatoria si cada elemento de la población tiene igual oportunidad de ser incluido en la muestra, esta suposición es fundamental para todas las pruebas estadísticas, pero su cumplimiento es difícil en situaciones en las que tenemos poco o ningún control sobre la selección de los datos o cuando dependemos de registros, en estos casos es posible investigar la aleatoriedad de la muestra en base al orden en que se obtuvieron las observaciones individuales y no contempla ningún tipo de supuesto acerca de la distribución de los parámetros poblacionales. Esta prueba esta basada en el orden de los eventos y proporciona información que no está indicada por la frecuencia de los eventos, aspecto éste de gran importancia en pruebas como la ji-cuadrada. La formulación de hipótesis (dos colas,) con esta prueba, es la siguiente:

Ho= La secuencia es aleatoria.

H_1= La secuencia no es aleatoria.

Potencia eficiencia: este concepto no se puede aplicar a la prueba de las rachas porque no existen pruebas paramétricas para la aleatoriedad de la serie de eventos de una muestra. El presente ejemplo se realizará con variables cualitativas en el cual los números tienen carácter nominal. (varón = 1; hembra= 2)

Ejemplo: En un hospital se evaluó la secuencia de nacimientos de niños y niñas en horas nocturnas con el fin de establecer si dicha secuencia era aleatoria, a tal efecto se formularon las siguientes hipótesis:

Ho= La secuencia de nacimientos en relación al sexo de los bebés es aleatoria.

H_1= La secuencia de nacimientos en relación al sexo de los bebés no es aleatoria.

Secuencia de nacimientos

Varón	1
Hembra	2
Varón	1
Varón	1
Varón	1
Hembra	2
Hembra	2
Varón	1
Hembra	2
Varón	1
Varón	1
Varón	1
Varón	1
Hembra	2
Hembra	2

continúa...

...continuación

Hembra	2
Hembra	2
Varón	1
Varón	1
Hembra	2
Hembra	2
Hembra	2
Hembra	2
Hembra	2
Varón	1
Varón	1
Hembra	2
Varón	1
Varón	1
Varón	1

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en una muestra • Prueba de Rachas

En el selector de Variables indique la variable y partición deseada y luego presione Aceptar.

En la ventana de la prueba, elija la hipótesis a probar activando alguna de las siguientes opciones: la secuencia dada es aleatoria, tiene tendencia respecto de la mediana (activada por defecto) o tiene tendencia respecto de...... Si elige la última opción debe ingresar el valor de referencia.

En Mostrar la siguiente información active las casillas correspondientes a la información que desea incluir en los resultados. Presione Aceptar.

PRUEBA DE RACHAS

Variable	Mediana	(n_1+n_2)	n_1	n_2	rachas	E(R)	p(2 colas)
VarlHem2	1.00	30	16	14	13	15.93	0.1804

Z = 1,10

Resultado: La serie de datos estudiados están distribuidos al azar, es decir, se acepta la Ho (P> 0,05)

Cálculo manual

Se establece el número de rachas de acuerdo a la secuencia observada

V: Varones (nl =16); H: Hembras (n 2 = 14)

V	H	VVV	HH	V	H	VVVV	HHHH	VV	HHHHH	VV	H	VVV
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Número de Rachas Observadas: 13

Se calcula la media de las rachas: μ_r : $(2\, n_1\, n_2 / n_1 + n_2) +1$

$$\mu r = \frac{2(n_1 \times n_2)}{n_1+n_2} +1 = \frac{2(14 \times 16)}{14 + 16} + 1 = 15,93$$

y la Desviación Estándar de acuerdo a la fórmula siguiente:

$$\sigma_{r:}\sqrt{2(n_1n_2)2n_1n_2\text{-}n_1\text{-}n_2)\ /(n_1+n_2)^3\ (n_1+n_2\text{-}1)}$$

$$\delta r = \sqrt{2(n_1n_2)(2n_1n_2\text{-}n_1\text{-}n_2)/(n_1n_2)^2(n_1+n_2\text{-}1)} = 2{,}68$$

Finalmente, y con estos cálculos previos, se procede a la realización de la Prueba de Z, de acuerdo a la formula siguiente: $Z = rc - \mu r / \sigma r$

$Z = (13 - 15{,}93 / 2{,}68) = -1{,}09$

$1{,}09 < 1{,}96$ Se acepta la Ho

Resultado: La serie de datos estudiados están distribuidos al azar, es decir se acepta la Ho ($P > 0{,}05$)

Uso de las tablas A y B

En las tablas anexas se suministran los valores críticos de r para diferentes valores de n_1 y n_2. Para la prueba de las rachas de una muestra, cualquier valor de r que sea igual o menor que el que aparece en la tabla A o igual o mayor que el que aparece en la tabla B es significativo en el nivel 0,05.

En nuestro caso y usando la tabla A, tenemos:

Para $n_1 = 16$ y $n_2 = 14$, el número de rachas tabuladas es 10 y el de rachas calculadas es 13, como $13 > 10$, se acepta la Ho.

Si usamos la tabla B, el número de rachas tabuladas es 22 y como $13 < 22$, se acepta la Ho.

PRUEBA DE RACHAS PARA UNA MUESTRA BASADA EN LA MEDIANA

Esta prueba responde al mismo procedimiento, pero con la diferencia de que al disponer de información cuantitativa los datos se ordenan de menor a mayor y se establece el valor correspondiente a la mediana, pero para el establecimiento del número de rachas se conserva el orden original de los datos y luego, para el análisis aquellos números que son iguales a la mediana, se omiten. Para su ejecución se sigue la misma secuencia de pasos y se acepta la opción por defecto presentada en la caja de dialogo en vista de que ésta considera a la mediana para la dicotomización de los datos (Por encima y por debajo de la mediana), y estructurar la secuencia de rachas, identificando a los valores superiores a la mediana con la letra A y a los menores con la letra B.

Ejemplo:

Con el fin de evaluar la eficacia de un antihelmíntico, se escogió en una escuela rural a un grupo de niños y a cada uno de ellos se le realizó una coproscopía cuantitativa para establecer la carga parasitaria de cada uno de ellos, expresada en huevos por gramo de heces de *Ascaris lumbricoides*. Se dijo que dichos niños habían sido escogidos al azar ya que ellos serían su propio grupo control en el ensayo. Los resultados de los análisis coproscópicos son presentados a continuación:

Hpg de Ascaris lumbricoides

550	...continuación
570	580
520	600
460	450
500	530
480	540
450	480
440	460
500	510
520	490
550	440
410	430
420	560
continúa...	

Ho= La selección se hizo al azar

H1= La selección no se hizo al azar

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en una muestra • Prueba de Rachas

En el selector de Variables indique la variable y partición deseada y luego presione Aceptar.

En la ventana de la prueba elija la hipótesis a probar: la secuencia dada es aleatoria, tiene tendencia respecto de la mediana (activada por defecto). En Mostrar la siguiente información active las casillas correspondientes a la información que desea incluir en los resultados. Presione Aceptar.

PRUEBA DE RACHAS

Variable	Mediana	(n_1+n_2)	n_1	n_2	rachas	E(R)	p(2 colas)
HpgAscaris	500.00	25	11	14	10	13.32	0.1224

Resultado: Se acepta la Ho de que la selección fue realizada al azar ya que el valor de P= 0,12 > 0,05

Cálculo manual

Se emplean las mismas formulas que en el caso anterior, pero para el establecimiento de las rachas, se realiza la determinación de la mediana y de acuerdo al orden original de presentación de los datos, se clasifican como por debajo y por encima de la mediana, omitiéndose para la conformación de la secuencia de rachas aquellos datos cuyo valor es cero.

Mediana: 500

Valores > Mediana = A

Valores < Mediana = B

Valores = Mediana = 0 (omitidos), no interrumpen la secuencia de una racha.

Datos

550 570 520 460 500 480 450 440 500 540 550 410 420 580 600 450 530 540 480 460 510 490 440 430 560

A A A	B 0 B B B 0	A A	B B	A A	B	A A	B B	A	B B B	A
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

n_1 = 11 (A)

n_2 = 12 (B)

$\mu_r = (2\, n_1 n_2 / n_1 + n_2) + 1$ $\mu r = (2 \times 11 \times 12 / 11 + 12) + 1 =$ **12, 48**

$\sigma_{r=} \sqrt{2\,(n_1 n_2)\,(2n_1 n_2 - n_1 - n_2) \div (n_1+n_2)^2\,(n_1+n_2-1)} = 2{,}37$

σr = Desviación estándar

$\sqrt{}$ = Raíz Cuadrada

$Z = (\, r - \mu_r\,) \div \sigma_r$

$Z = (11 - 12{,}48) \div 2{,}37 = 0{,}62$

Resultado: Como el valor de Z calculado es igual a 0,62 < 1,96, se acepta la Ho, de que la selección de los individuos fue realizada al azar. Debemos hacer notar que en los cálculos manuales, el número de rachas observadas es de 11, mientras que con el programa es de 10, además el valor de n_2 es de 12 en los cálculos manuales y de 14 el suministrado por el programa, ya que este último incorpora el número de datos correspondientes a la mediana. Al utilizar la tabla A de valores críticos con n_1 =11 y n_2 = 12, tenemos que el numero de rachas tabuladas es de 7 < 11, se acepta la Ho; en caso de utilizar la tabla B, vemos que el número de rachas tabuladas es 18 >11, legando a la misma conclusión. *Esto es debido a que en la prueba de las rachas de una muestra, cualquier valor de r_c que sea igual o menor que el que aparece en la tabla "A" o igual o mayor que el que aparece en la tabla "B", es significativo a un nivel α = 0,05.* Si utilizamos la información de salida del programa InfoStat, con n_1 = 11 y n_2 = 14 y r_c = 10, tenemos para la Tabla A un valor de r_t = 8 y para la tabla B, r_t = 19, entonces como 10 > 8 (Tabla A) y para la Tabla B 10 < 19, se acepta la Ho

r_c = rachas calculadas r_t =rachas tabuladas

TABLA "A" DE VALORES CRÍTICOS DE "R" EN LA PRUEBA DE RACHAS

		n_2																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2											2	2		2	2	2	2	2	
	3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
	4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
	6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
	7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
	8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
	9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
	10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
n_1	11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
	12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
	13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
	14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
	15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
	16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
	17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
	18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
	19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
	20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

TABLA "B" DE VALORES CRÍTICOS DE "R" EN LA PRUEBA DE RACHAS

		n_2																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2																			
	3																			
	4				9	9														
	5			9	10	10	11	11												
	6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
	7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
	8				11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
	9					13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18
	10					13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
n_1	11					13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
	12					13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
	13						15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
	14						15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
	15						15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
	16							17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
	17							17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
	18							17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
	19							17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
	20							17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

Prueba de bondad de Ajuste x^2, se puede hacer con Minitab

Categorias (Televisoras)	Observados	Proporciones

Capítulo III
PRUEBA DE JI-CUADRADO (X^2)

La prueba de Ji-cuadrado es utilizada como prueba de comparación de una repartición observada a una teórica, es decir se utiliza para verificar si una muestra proviene de una población teórica dada, cuando se estudia un carácter cualitativo con K categorías. También se usa como prueba de comparación de varias reparticiones observadas y sirve para verificar si un conjunto de K muestras proceden de una misma población, cuando se estudia un carácter cualitativo con K categorías. Como prueba de independencia entre dos caracteres cualitativos, ya que nos permite estudiar la asociación entre dos caracteres cualitativos con K y L categorías respectivamente.

Las tablas de contingencia, son tablas de clasificación cruzada, elaboradas según diversos criterios de clasificación. Las filas y las columnas de la tabla representan los niveles de las variables usadas como criterios de clasificación. El estadístico para la prueba de hipótesis de independencia o de igualdad de proporciones según corresponda es Chi-cuadrado o Ji-cuadrado y en el caso de tablas de 2x2, InfoStat®, automáticamente calcula la probabilidad exacta de Irwin-Fisher.

Uso como prueba de Ji-cuadrado (X^2) bondad de ajuste

Consiste en hacer comparaciones entre las frecuencias experimentales observadas y las frecuencias teóricas establecidas. A fin de facilitar la comprensión, consideremos el caso en el que los datos obtenidos mediante muestreos, han sido clasificados en categorías, para las cuales las frecuencias esperadas para algunas poblaciones relacionadas se conocen y se desea probar si la muestra puede ser considerada como sacada de esa población.

Ejemplo: Una compañía desea saber cuales son las preferencias de los programas de televisión de opinión y entrevistas trasmitidos a las 6 a.m., por los habitantes de una importante ciudad venezolana, obteniendo los siguientes porcentajes de televidentes por planta:

Programas	Porcentajes
Radio Caracas Televisión	35
Globovisión	25
Venevisión	20
Venezolana de Televisión	20

Luego y debido a que una de las plantas televisoras manifiesta no creer en esos resultados, se procede a realizar una nueva encuesta y se realiza la selección estrictamente al azar de 400 personas a ser entrevistadas, obteniéndose los siguientes resultados:

Programas	Frecuencias observadas
Radio Caracas Televisión	125
Globovisión	110
Venevisión	90
Venezolana de Televisión	75

De acuerdo a los porcentajes suministrados inicialmente por la encuestadora, los resultados deberían ser los siguientes:

Programas	Frecuencias teóricas
Radio Caracas Televisión	(400)(0,35) = 140
Globo visión	(400)(0,25) = 100
Venevisión	(400)(0,20) = 80
Venezolana de Televisión	(400)(0,20) = 80

El grado de disparidad entre la distribución de frecuencias teóricas esperadas y la distribución de frecuencias observadas, se establece a través de la fó1rmula siguiente:

$$X^2 = (E - O)^2/E$$

Programas	Frecuencias observadas	Frecuencias teóricas
RadioCaracas Televisión	125	140
Globo visión	110	100
Venevisión	90	80
Venezolana de Televisión	75	80

Programas	$(E - O)^2$	$(E - O)^2 / E$
Radio Caracas Televisión	225	1,6071
Globovisión	100	1,000
Venevisión	100	1,250
Venezolana de Televisión	25	0,3125

$X^2 = 4{,}1696$

$X^2 = 1{,}6071+1+1{,}25+0{,}3125 = 4{,}1696$

Resumen de las operaciones realizadas con una calculadora

Observadas	**Teóricas**	**E-O**	**$(E-O)^2$**	**$(E-O)^2/E$**	**X^2**
125	140	15	225	1,60714	4,1696
110	100	-10	100	1,00000	
90	80	-10	100	1,25000	
75	80	5	25	0,31250	

Resultado: para 3 grados de libertad (v = n-1 ; 4-1 = 3), la tabla de X^2, da un valor de 7,8 (P< 0,05), por consiguiente, al ser el valor calculado inferior al tabulado, concluimos que la hipótesis contrastada, o sea, que la distribución porcentual de las preferencias por las plantas televisoras, a las 6 de la mañana, es perfectamente admisible y que por lo tanto, los porcentajes de preferencias suministrados por la encuestadora en su sondeo inicial son validos. En caso de haber obtenido un valor de X^2 calculado superior al tabulado, se pudiera concluir o que la muestra no era representativa de la población o que la misma no fue tomada al azar.

Ejemplo 2. Después de numerosos años de estudios clínicos, se constató que en los enfermos de cáncer broncopulmonar primitivo, una vez diagnosticado y sin tratamiento, la sobrevivencia de los pacientes se distribuye de la forma siguiente :

El registro de los tiempos de sobrevivencia de 60 pacientes sometidos a un tratamiento "T" que asocia una poliquimioterapia seguida de una radioterapia, permitió obtener la siguiente información :

Sobrevivencia en meses	Número de enfermos	Frecuencia
< 6 meses	6	0,1
> 6 - 12 meses	24	0,4
> 12 - 24 meses	12	0,2
> 24 meses	18	0,3

En base a estos resultados se puede considerar a un nivel del 5% que el tratamiento "T" es eficaz.

De acuerdo a los porcentajes de sobrevivencia suministrados derivados de las observaciones clínicas, los resultados deberían ser los siguientes:

Sobrevivencia en meses	Frecuencias esperadas
< 6 meses	27
> 6 - 12 meses	21
> 12 - 24 meses	9
> 24 meses	3

El grado de disparidad entre la distribución de frecuencias teóricas esperadas y la distribución de frecuencias observadas, se establece a través de la formula siguiente:

$$X^2 = (E - O)^2/E$$

Sobrevivencia en meses	Frecuencias observadas	Frecuencias esperadas
< 6 meses	6	27
> 6 - 12 meses	24	21
> 12 - 24 meses	12	9
> 24 meses	18	3

Como el último efectivo de las frecuencias esperadas es inferior a 5, se procede al reagrupamiento de las clases desde los 12 hasta > de 24 meses y obtenemos el siguiente cuadro:

Sobrevivencia en meses	Frecuencias observadas	Frecuencias esperadas
< 6 meses	6	27
> 6 - 12 meses	24	21
> 12 hasta > 24 meses	30	12

Cálculos: $X^2 = (6 - 27)^2/27 + (24 - 21)^2/21 + (30-12)^2/12 = 43{,}76$

El valor de X^2 suministrado por la tabla a un nivel $\alpha = 0{,}05$ para 2 grados de libertad es 5,99.

Resultado: como $43{,}76 > 5{,}99$, se rechaza la Ho, es decir que a un riesgo $\alpha = 0{,}05$ se acepta que el tratamiento es eficaz.

LA PRUEBA DE JI-CUADRADO (χ^2) COMO PRUEBA DE ASOCIACIÓN

Esta prueba es frecuentemente empleada como prueba de asociación, lo cual estadísticamente implica una comparación.

Tablas de Contingencia de 2x2

Ejemplo:

Se desea establecer la posible relación (asociación) existente entre la presencia del antígeno leucocitario B_8 y el riesgo de adquirir diabetes juvenil.

Antigeno B_8	Diabetes	Frecuencias
Presente	Presente	27
Ausente	Presente	23
Presente	Ausente	14
Ausente	Ausente	86

Ho: No existe asociación entre la presencia del antígeno

leucocitario B_8 y la diabetes juvenil.

H_1: Si existe asociación.

Elija estadísticas

Datos categorizados

Tablas de Contingencia > Criterios de clasificación > Antígeno B_8

Diabetes

Frecuencias > Frecuencia observada

Selección de filas y columnas > Antígeno B_8(columnas) y Diabetes (Filas) > Aceptar

Tablas de contingencia

Frecuencias: Frecuencia

Frecuencias absolutas

En columnas: Antígeno B_8

Diabetes	Ausente	Presente	Total
Ausente	86	14	100
Presente	23	27	50
Total	109	41	150

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	26,85	1	<0,0001
Chi Cuadrado MV-G2	25,98	1	<0,0001
Irwin-Fisher bilateal..	0,40		<0,0001
Coef.Conting.Cramer	0,30		
Coef.Conting.Pearson	0,39		
Coeficiente Phi	0,42		

Cocientes de chance (*odds ratio*) y riesgos relativos

Estadístico	Estim	LI 95%	LS 95%
Odds Ratio 1/2	7,21	3,30	15,77
Odds Ratio 2/1	0,14	0,06	0,30

Resultado: Como el valor calculado de $X^2 = 26,85 > 3,84$, se rechaza la Ho de la independencia de la Diabetes y la presencia del antígeno leucocitario B_8.

PRUEBA DE JI-CUADRADO CON TABLAS DE CONTINGENCIA DE N X K

Ejemplo:

Se desea evaluar si los tipos de tumores cerebrales tienen una localización específica en el cerebro de los individuos afectados. Para tal fin se estudiaron las historias médicas de 141 pacientes. Los tumores fueron clasificados como benignos, malignos y otros tumores. Las localizaciones fueron: lóbulos frontales (LF), Llóbulos temporales (LT) y otras áreas cerebrales (OAC). Los resultados de las historias clínicas fueron los siguientes:

Localización	Benigno	Maligno	Otros tumores
LF	23	9	6
LT	21	4	3
OAC	34	24	5

Ho: Los tipos de tumores cerebrales tienen una localización preferencial en el cerebro

H1: Los tipos de tumores cerebrales no tienen una localización preferencial en el cerebro

Disposición de los datos en la hoja de cálculo para la realización del análisis estadístico

Localización	Tipo tumor	Frecuencia
LF	Benigno	23,00
LT	Benigno	21,00
OAC	Benigno	34,00
LF	Maligno	9,00
LT	Maligno	4,00
OAC	Maligno	24,00
LF	Otros	6,00
LT	Otros	3,00
OAC	Otros	17,00

Elija Estadísticas

Datos Categorizados

Tablas de Contingencia > Criterios de Clasificación > Localización

Tipos Tumores

Frecuencias > Frecuencia observada

Selección de filas y columnas > Localización (columnas) y Tipos Tumores (Filas) > Aceptar

Tablas de contingencia

Frecuencias: Frecuencia

Frecuencias absolutas

En columnas: Localización

Tipos Tumores	LF	LT	OAC	Total
Benigno	23	21	34	78
Maligno	9	4	24	37
Otros	6	3	17	26
Total	38	28	75	141

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	7,84	4	0,0975
Chi Cuadrado MV-G2	8,10	4	0,0881
Coef.Conting.Cramer	0,14		
Coef.Conting.Pearson	0,23		

Resultado: Como el valor de X2 calculado < X2 tabulado (7,84 < 9,48) para 4 grados de libertad y a un nivel de probabilidad de 0,05, se acepta la Ho y se descarta la asociación entre el tipo de tumor cerebral y la localización del mismo.

Otro Ejemplo (Tabla N x K)

La siguiente tabla corresponde a la clasificación de los empleados de una empresa, según la sucursal a la que pertenecen y su opinión sobre las oportunidades de ascenso en sus cargos. Los datos pertenecen al archivo categorizados y fueron tomados de la base de datos de InfoStat®.

Tabla de contingencia clásica

	Oportunidades de ascenso		
Sucursal	Baja	Moderada	Alta
A	205	174	138
B	199	184	118
C	152	167	227

Forma de ingresar los datos para el análisis de Ji-Cuadrado (N x K)

Sucursal	OpAscenso	Frec
A	Baja	205,00
A	Mod	174,00
A	Alta	138,00
B	Baja	199,00
B	Mod	184,00
B	Alta	118,00
C	Baja	152,00
C	Mod	167,00
C	Alta	227,00

Elija Estadísticas

Datos Categorizados

Tablas de Contingencia

En el Selector de variables, indique las variables de clasificación y si lo desea, una partición. Si una columna posee las frecuencias observadas, inclúyala en el cuadro Frecuencias. Presione Aceptar.

En la ventana de diálogo en la Etiqueta Selección de filas y columnas a la derecha hay una lista que muestra las variables que se declararon como clasificatorias; seleccione la que representa a las columnas y lo mismo para las filas. En la Etiqueta Opciones, elija la información que desea que contengan las celdas de la tabla (frecuencias absolutas, frecuencias relativas por fila, etc.) activando las casillas correspondientes. También deberá indicar el cálculo del estadístico.

Elija Estadísticas

Datos Categorizados

Tablas de Contingencia > Criterios de Clasificación > Sucursales y OpAscenso

Frecuencias > Frecuencia observada

Selección de filas y columnas > Sucursales (Filas) y OpAscenso (Columnas) > ACEPTAR

Tablas de contingencia

Frecuencias: Frec

Frecuencias absolutas

En columnas: OpAscenso

Sucursal	Alta	Baja	Mod	Total
A	138	205	174	517
B	118	199	184	501
C	227	152	167	546
Total	483	556	525	1564

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	48,84	4	<0,0001
Chi Cuadrado MV-G2	48,33	4	<0,0001
Coef. Conting. Cramer	0,10		
Coef. Conting. Pearson	0,17		

Resultado: Se rechaza la Ho de la expectativa de igualdad de oportunidades de ascenso entre las tres sucursales. (p< 0,0001)

Cálculo manual

Luego de estructurar la tabla de contingencia, bien sea de 2x2 o de NxK, se procede a la obtención de los valores esperados correspondientes a cada uno de los valores observados, los cuales se calculan de la manera siguiente:

Total de la columna x total de la fila

Gran Total

Cada uno de los valores esperados se coloca en la tabla de contingencia al lado del valor observado correspondiente.

Para el calculo de χ^2 se utiliza la fórmula siguiente:

$$\chi^2 = \sum (O - E)^2 \div E$$

En la cual

O: Valores observados.

E: Valores esperados.

En el caso de que en alguna de las casillas tengamos valores esperados inferiores a 5, si se trata de una tabla de NxK, lo mejor seria proceder a reagrupar las casillas y en una tabla de 2x2, se aplicaría la corrección de Yates, con lo cual la formula anterior queda de la manera siguiente:

$$\chi^2 = \sum [(O - E) - 0,5]^2 \div E$$

El número de grados de libertad será igual al número de filas menos 1, multiplicado por el número de columnas menos 1.

TABLA C . VALORES CRÍTICOS DE JI-CUADRADO

G. L.	α 0,05	α 0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,21
3	7,815	11,345
4	9,488	13,277
5	11,07	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,09
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	19,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191
20	31,41	37,566
21	32,67	38,932
22	33,924	40,289

continúa...

...continuación

G. L.	α 0,05	α 0,01
23	35,172	41,638
24	36,415	42,98
25	37,652	44,314
26	38,885	45,642
27	40,113	46,693
28	41,337	48,278
29	42,557	49,588
30	43,773	50,892
35	49,802	57,342
40	55,758	63,691
45	61,656	69,957
50	67,505	76,154
55	73,311	82,292
60	79,082	88,38
65	84,821	94,422
70	90,531	100,43
75	96,217	106,39
80	101,88	112,33
85	107,52	118,24
90	113,15	124,12
95	118,75	129,97
100	124,34	135,81

Capítulo IV
EL CASO DE DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES

Prueba de las rachas de Wald Wolfowitz.
(Prueba de las rachas para dos muestras independientes)

La prueba de las rachas de Wald Wolfowitz, es útil cuando deseamos probar una hipótesis de nulidad que supone dos muestras independientes recogidas de la misma población, frente a una hipótesis alterna que supone una diferencia total entre ellas. Con muestras suficientemente grandes esta prueba puede rechazar la Ho, si las dos poblaciones difieren de alguna manera: en tendencia central, variabilidad etc. Otras pruebas están dirigidas a clases particulares de diferencias entre dos grupos, la prueba de Wald Wolfowitz descubre cualquier clase de diferencia. El fundamento para la realización de esta prueba consiste en colocar los puntajes de $N_1 + N_2$, en una serie ordenada y se determina el número de rachas. La determinación de la significación del valor observado de r (número de rachas) depende del tamaño de N_1 y N_2.

Ejemplo: Con la finalidad de evaluar las posibles diferencias entre los niveles de albúmina sérica en personas hospitalizadas y no hospitalizadas, se realizó la medición de la misma en dos grupos de individuos, unos hospitalizados y otros no hospitalizados, obteniéndose los siguientes resultados:

Albúmina

2.40	0.00
3.50	0.00
3.10	0.00
4.00	0.00
4.20	0.00
3.40	0.00
4.50	0.00
5.00	0.00
2.90	0.00
3.00	0.00
3.20	0.00
3.50	0.00
3.80	0.00
3.90	0.00
4.00	0.00

continúa...

...continuación
Albúmina

3.50	0.00
3.60	0.00
1.50	1.00
2.00	1.00
3.30	1.00
1.70	1.00
2.00	1.00
4.10	1.00
2.80	1.00
4.10	1.00
1.30	1.00
1.50	1.00
1.80	1.00
2.00	1.00
1.50	1.00

Columna 1: Albúmina Sérica

Columna 2: 0= No Hospitalizado 1= Hospitalizado

Estadísticas descriptivas de la variable Albúmina sérica en relación a la condición de sano u hospitalizado

Condición	Variable	n	Media	D.E.	Mín	Máx	Mediana
0,00	Albúmina	17	3,62	0,63	2,40	5,00	3,50
1,00	Albúmina	13	2,28	0,98	1,30	4,10	2,00

Obtención de la Prueba

Elija en la Barra de Herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en dos muestras • Wald-Wolfowitz

En el selector de variables indique las variables a analizar en Variables, el Criterio de Clasificación y las Particiones deseadas. En la ventana de la prueba haga clic en los casilleros cuya información desea obtener. Presione Aceptar.

Clasifica	Variable	Grupo1	Grupo2	(n1+n2)	n1	n2	Rachas	E(R)	Est. Z	p(2 colas)
Condición	Albúmina	0.00	1.00	30	17	13	8	15.73	2.93	0.0027

Resultado: Se observó la existencia de diferencias altamente significativas entre los valores de albúmina sérica entre individuos hospitalizados y no hospitalizados.

Cálculo manual

Se ordenan de menor a mayor los valores de la Albúmina Sérica y se le coloca el correspondiente número de código. (0= no hospitalizado; 1= hospitalizado), luego se le coloca a cada valor el símbolo correspondiente a la condición de sano o de hospitalizado y de esta manera se conforman las respectivas rachas

Albúmina Serica	Condición	Símbolo	Racha
1,3	H	0	1
1,5	H	0	1
1,5	H	0	1
1,5	H	0	1
1,7	H	0	1
1,8	H	0	1
2,0	H	0	1
2,0	H	0	1
2,0	H	0	1
2,4	S	1	2
2,8	H	0	3
2,9	S	1	4
3,0	S	1	4
3,1	S	1	4
3,2	S	1	4
3,3	H	0	5
3,4	S	1	6
3,5	S	1	6
3,5	S	1	6
3,5	S	1	6
3,6	S	1	6
3,8	S	1	6
3,9	S	1	6
4,0	S	1	6
4,0	S	1	6
4,1	H	0	7
4,1	H	0	7
4,2	S	1	8
4,5	S	1	8
5,0	S	1	8

Secuencia de casos.

Se ordenan los valores de albúmina sérica de menor a mayor

<u>1 1 1 1 1 1 1 1 1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0 0 0 0 1</u>	<u>0 0 0 0 0 0 0 0 0</u>	<u>1 1</u>	<u>0 0 0</u>
1	2	3	4	5	6 7	8

Número de rachas observadas: 8

$Z = (r_c - \mu_r) / \delta r$

r_c: número de rachas observadas r_c: = 8

μ_r: media

μ_r: $(2n_1n_2 / n_1 + n_2) + 1$

μ_r: $2\ (17 \times 13 / 17 + 13) + 1 = 15{,}73$

δr: desviación estándar

$\delta r : \sqrt{2\ (n_1n_2)\ (2n_1n_2 - n_1 - n_2 \div (n_1+n_2)^2\ (n_1 + n_2 - 1)}$

$\delta r = \sqrt{2(n_1n_2)(2n_1n_2-n_1-n_2) \div (n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)} = 1{,}93$

$\delta r : \sqrt{2\ (221)\ (442 - 221) \div (900)\ (29)} = \sqrt{3{,}74}$; $\delta r : 1{,}93$

$Z = [(8 - 15{,}73)] \div 1{,}94 = 4{,}005$ ($P < 0{,}001$)

Resultado: Se observó la existencia de diferencias altamente significativas entre los valores de albúmina sérica entre individuos hospitalizados y no hospitalizados.

Uso de la tabla de valores críticos

Usando la tabla de valores críticos de r en la prueba de las rachas de Wald-Wolfowitz. tenemos:

El número de rachas observadas es de 8, mientras que el número de rachas tabuladas para n1= 17 y n2= 13 ($P < 0{,}05$), es de 10, como $r_c < r_t$, se rechaza la Ho a un nivel $\alpha = 5\%$ y se acepta la H_1 de la existencia de diferencias en la concentración de albúmina en el suero sanguíneo de sujetos sanos y hospitalizados. Esto es debido a que en la prueba de las rachas de dos muestras de Wald Wolfowitz, cualquier valor de r calculado que sea menor o igual al que aparece en la Tabla "A" de valores críticos de "r" en la prueba de rachas es significativo en el nivel $\alpha = 0{,}05$.

PRUEBA DE LA MEDIANA (2 GRUPOS INDEPENDIENTES)

La prueba de la mediana es un procedimiento estadístico no paramétrico para probar si dos grupos independientes difieren en sus tendencias centrales, en este caso con respecto a la mediana. La hipótesis nula supone que provienen de poblaciones con la misma mediana y la hipótesis alterna puede ser que la mediana de una población es diferente a la de la otra. Esta prueba requiere que los puntajes de los dos grupos estén por lo menos, en una escala ordinal de medición. Las pruebas paramétricas alternativas son la prueba t de student o la de z (dependiendo de los tamaños de las muestras y/o si se desconocen las variancias de las poblaciones) para dos muestras independientes. Las dos muestras pueden ser de tamaño diferente, pero el nivel de medición debe ser al menos ordinal.

Leche	Proteína
Mi Vaquita	3.20
Mi Vaquita	3.01
Mi Vaquita	3.10
Mi Vaquita	3.31
Mi Vaquita	2.90
Mi Vaquita	3.40
Mi Vaquita	3.20
Mi Vaquita	3.10
Mi Vaquita	3.01

continúa...

...continuación

Leche	Proteína
Mi Vaquita	2.83
Mi Vaquita	2.90
La Cubana	3.48
La Cubana	3.00
La Cubana	2.84
La Cubana	2.92
La Cubana	3.00
La Cubana	3.03
La Cubana	3.02
La Cubana	3.04

Obtención de la Prueba:

Elija en la Barra de Herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en dos muestras • Prueba de la mediana

En el Selector de variables indique las variables a analizar en Variables, el o los Criterios de clasificación y las Particiones deseadas. En la ventana de la prueba haga clic en los casilleros cuya información desea obtener. Completada la información presione Aceptar.

Prueba de la mediana para dos grupos independientes

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA DEL CONTENIDO DE PROTEÍNA

Marcas	Variable	n	Media	Mediana
La Cubana	Proteina	8	3,04	3,01
Mi Vaquita	Proteina	11	3,09	3,10

Clasific	Variable	Grupo 1	Grupo 2	n(1)	n(2)	Mediana(1)	Mediana(2)	p(2 colas)
Marcas	Proteína	La Cubana	Mi Vaquita	8	11	3.01	3.10	0.6499

Resultado: puesto que 0,05 < 3,84, el valor critico de X^2 con = 0,5 y 1 grado de libertad, no puede rechazarse la Ho con base en estos datos y se concluye que las dos marcas de leche no difieren en la mediana del contenido de proteína

Cálculo manual

Se ordenan los datos de menor a mayor sin considerar a que grupo pertenecen, pero sin perder su identidad. Se establece la mediana del conjunto combinado de observaciones, luego se clasifican las observaciones de cada grupo dicotomizandolas en mayores o menores que la mediana general, omitiéndose aquellos valores iguales a la mediana. Se elabora una tabla de 2x2 y se sustituyen dichos valores en la siguiente fórmula:

$X^2 = TG\ \{[(axd) - (bxc)]^2 \div (a+c)(b+d)(a+b)(c+d)\}$

Para el análisis de los datos se puede recurrir tanto a la prueba de ji-cuadrado como a la de Fisher, ambas suministradas en este paquete estadístico.

Leche	Proteína	Mediana General (3,02)
Mi vaquita	3.20	Mayor
Mi vaquita	3.01	Menor
Mi vaquita	3.10	Mayor
Mi vaquita	3.31	Mayor
Mi vaquita	2.90	Menor
Mi vaquita	3.40	Mayor
Mi vaquita	3.20	Mayor

continúa...

...continuación

Leche	Proteína	Mediana General (3,02)
Mi vaquita	3.10	Mayor
Mi vaquita	3.01	Menor
Mi vaquita	2.83	Menor
Mi vaquita	2.90	Menor
La cubana	3.48	Mayor
La cubana	3.00	Menor
La cubana	2.84	Menor
La cubana	2.92	Menor
La cubana	3.00	Menor
La cubana	3.03	Mayor
La cubana	3.02	Igual
La cubana	3.04	Mayor

Por encima de la mediana

Mi vaquita= 6

La cubana= 3

Por debajo de la mediana

Mi vaquita= 5

La cubana= 4

Leches	**Por debajo**	**Por encima**	**Totales**
Mi vaquita	5(a)	6 (b)	11
La cubana	4(c)	3(d)	7
Totales	9	9	18

$$X^2 = TG \{ [(axd) - (bxc)]^2 \div (a+c)(b+d)(a+b)(c+d) \}$$

$$X^2 = 18 \{ [(5x3) - (6x4)]^2 \div (5+4)(6+3)(5+6)(4+3)\}$$

$$X^2 = 18\{ [(15-24)]^2 \div (9)(9)(11)(7)\}$$

$$X^2 = 18 \{[81] \div 6237\} = 0,05$$

Resultado: puesto que 0,05 < 3,84, el valor crítico de X^2 con $\alpha = 0,05$ y 1 grado de libertad (Tabla C), no puede rechazarse la Ho con base en estos datos y se concluye que las dos marcas de leche no difieren en la mediana del contenido de proteína.

PRUEBA U DE MANN Y WHITNEY (DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES)

Esta prueba es considerada una de las más poderosas entre las no paramétricas y constituye una alternativa útil frente a la prueba "t" de Student cuando la distribución de los datos no es normal (Domenech, 1981; Morales y Pino, 1977; 1995). Esta prueba permite comparar la tendencia central de las poblaciones origen de dos muestras independientes de tamaño respectivo n_1 y n_2. La prueba t de Student para dos muestras, es la alternativa paramétrica de la U de Mann-Whitney. Requiere de la transformación de los valores cuantitativos en ordinales. Para su ejecución con InfoStat se requieren los siguientes pasos:

Ejemplo:

Dos lotes de corderos fueron sometidos a dos raciones diferentes, una cuya fuente proteica principal era la harina de soya (n_1= 11) y la otra torta de girasol (n_2= 9). Se desea dilucidar si el origen de la fuente proteica afectó la ganancia de peso de los corderos. (Rodríguez, 2000)

Ho= Las ganancias de peso de los corderos son similares con ambas raciones.

H1= Las ganancias de peso de los corderos son diferentes con ambas raciones.

Pesos	Raciones	Códigos
218.00	1.00	Dieta A
224.00	1.00	Dieta A
235.00	1.00	Dieta A
241.00	1.00	Dieta A
222.00	1.00	Dieta A
241.00	1.00	Dieta A
237.00	1.00	Dieta A
229.00	1.00	Dieta A
234.00	1.00	Dieta A
241.00	1.00	Dieta A
236.00	1.00	Dieta A
194.00	2.00	Dieta B
201.00	2.00	Dieta B
216.00	2.00	Dieta B
218.00	2.00	Dieta B
199.00	2.00	Dieta B
185.00	2.00	Dieta B
210.00	2.00	Dieta B
216.00	2.00	Dieta B
204.00	2.00	Dieta B

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Inferencia en dos muestras • Wilcoxon (Mann-Whitney U).

En el selector de Variables indique las variables a analizar, el o los Criterios de clasificación y las Particiones deseadas, Presione Aceptar.

En la ventana de la prueba haga clic en los casilleros cuya información desea obtener. Completada la información presione Aceptar. En la ventana Resultados se visualizará la información solicitada.

PRUEBA DE U DE MANN Y WHITNEY PARA MUESTRAS INDEPENDIENTES

Clasificación	Variable	Grupo 1	Grupo 2	n(1)	n(2)	Media(1)	Media(2)	Mediana(1)
TRATAMIENTOS	PESOS	DIETA A	DIETA B	11	9	232.55	204.78	235.00

Mediana(2)	R-media(1)	R-media(2)	W	p(2 colas)
204.00	**14.95**	**5.06**	**45.50**	**0.0002**

Resultado: El valor de $P<0,05$ nos indica la no aceptación de la Ho, lo que se refleja perfectamente en la tabla de resultados, en la cual se observa que la ganancia de peso en los corderos cuya ración contenía harina de soya fue superior.

Pasos para el Cálculo Manual

Se ordenan de menor a mayor el conjunto de los n_1+n_2 observaciones y se hallan las sumas R_1 y R_2 de los números de orden correspondientes a cada una de las muestras. Estas sumas deben satisfacer la propiedad.

$R_1 + R_2 =(n_1+n_2)(n_1+n_2+1) / 2$

A partir de estas sumas se obtienen los índices:

$U_1 = n_1n_2 + n_1(n_1+_1) / 2 - R_1$

$U_2 = n_1n_2 + n_2(n_2+1) / 2 - R_2$

Estos valores de U (índices) deben satisfacer la propiedad $U_1 + U_2 = n_1n_2$

La prueba se efectúa con cualquiera de dichos índices, aunque es muy común que se utilice el de mayor valor. La significación se evalúa mediante la tabla de la ley normal aplicando la fórmula siguiente:

$Z = (U- n_1n_2 / 2) /\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2)+1 / 12}$

Si el valor de Z resulta igual o inferior a 1,96 se acepta la Ho

Cálculo Manual

Se aplicó una prueba de matemática a niños de sexto grado de educación básica (10 del plantel "Arturo Uslar Pietri" y 11 del plantel "Arnoldo Gabaldón"), escogidos al azar. Los porcentajes de respuestas correctas de los niños de ambos planteles son los siguientes:

Plantel Arturo Uslar Pietri

70; 68; 73; 81; 66; 56; 62; 75; 83; 48 (n_1=10)

Plantel Arnoldo Gabaldón

72 ; 67 ; 74 ; 65 ; 63 ; 77 ; 71 ; 60 ; 76 ; 61 ; 64 (n_2=11)

Ho: no existen diferencias entre los porcentajes de respuestas correctas entre los niños de ambos colegios.

H1: si existen diferencias entre los porcentajes de respuestas correctas entre los niños de ambos colegios.

Porcentajes	Colegio
70	1,00
68	1,00
73	1,00
81	1,00
66	1,00
56	1,00
62	1,00
75	1,00
83	1,00
48	1,00
72	2,00
67	2,00
74	2,00
65	2,00
63	2,00
77	2,00
71	2,00
60	2,00
76	2,00
61	2,00
64	2,00

Colegio 1: Arturo Úslar Pietri

Colegio 2: Arnoldo Gabaldón

Colegio A.U.P	Rangos	Colegio A. G.	Rangos
70	12	72	14
68	11	67	10
73	15	74	16
81	20	65	8
66	9	63	6
56	2	77	19
62	5	71	13
75	17	60	3
83	21	76	18
48	1	61	4
		64	7
	$\sum = 113\ (R_1)$		$\sum = 118\ (R_2)$

Estas sumatorias deben satisfacer la propiedad

$R_1 + R_2 = (n_1+n_2)(n_1+n_2+1) / 2$

$R_1 + R_2 = 113 + 118 = 231$

$(n_1+n_2)(n_1+n_2+1) / 2 = (10 + 11)(10 + 11 + 1) / 2$

$(n_1+n_2)(n_1+n_2+1) / 2 = 231$

$= 231$

Luego se procede a calcular los valores de U_1 y U_2

$U_1 : n_1 n_2 + n_1 (n_1 + 1) / 2 - R_1$

$U_1 : (10)(11) + 10 (10 + 1) / 2 - R_1$

$U_1 :$ (110) + (55) ñ 113

$U_1 : 52$ (U min)

$U_2 : n_1 n_2 + n_2 (n_2 + 1) / 2 - R_2$

$U_2 : (110) + (66) - 118$

$U_2 : 58$ (U max)

Estos valores de U (índices) deben satisfacer la propiedad $U_1 + U_2 = n_1 n_2$

$52 + 58 = (10)(11)$

$110 = 110$

USO DE LA TABLA DE VALORES CRÍTICOS (UMÁX)

La prueba se efectúa con el mayor de los valores de U obtenidos U = máx (U_1, U_2), para entrar a la tabla se considera a n_1 al menor de los dos grupos y si el valor de Umáx es superior al valor de U tabulado, se considera que la diferencia entre las dos distribuciones es estadísticamente significativa al nivel α pre establecido. En el presente ejemplo el valor de Umáx = 58 y tenemos $n_1 = 10$ y $n_2 =$ 11.

Resultado

Al consultar la tabla vemos que para n_1: 10 y n_2: 11, el valor de U, para una probabilidad de 0,05, es de 84 > 58, por consiguiente aceptamos la Ho, de un rendimiento similar entre ambos colegios.

USO DE LA TABLA DE VALORES CRÍTICOS (UMÍN)

En caso de utilizar el menor de los valores de U (Umín) a un nivel α pre establecido, se procede de la manera siguiente : se considera al menor de los dos grupos como n_1, luego se establece la diferencia $n_2 - n_1$ y con esta información se entra a la tabla y se considera que la diferencia es significativa si el valor de Umín es inferior al valor de U suministrado por la tabla, por ejemplo para $n_1 = 5$ y $n_2 =$ 6 ; tenemos $n_2 - n_1 = 1$, la diferencia es significativa para un riesgo $\alpha < 5\%$ a partir de $U < 3$ y $U < 1$ para un riesgo $\alpha < 1\%$ (Tablas D.1 y D.2)

Cálculos sin recurrir a la tabla de valores críticos

En vista de que tenemos más de 10 datos por grupo, podemos admitir que la distribución muestral se aproxima a la distribución normal y por consiguiente podemos determinar si el valor de U se desvía significativamente de Uo.

Uo= valor esperado de U.

U= valor de U más pequeño.

Su: desviación estándar de U.

La fórmula utilizada es la siguiente:

$Z = (U- n_1n_2 / 2) /\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+1 / 12}$

Cálculos

$U:(n_1)(n_2) / 2 = (11)(10)/ 2 = 55$

Uo: puede ser cualquiera de los dos U (valores índices) calculados anteriormente

Uo= 52 o Uo = 58

$Su : \sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+1 / 12}$

$Su : \sqrt{(110)(22) / 12 = 14, 20}$

$Z = U - Uo \div Su$

$Z =58 - 55 \div 14,20 = 0,21\ (0,21 < 1,96)$

En caso de utilizar Umín = 52

$Z : 55 - 52 \div 14,20 = 0,21<1,96$

Resultado: se acepta la Ho y se concluye que los resultados entre los niños de ambos colegios fueron similares.

Resultados obtenidos con InfoStat

Colegios	n	media	mediana	R - media	w	P (2 colas)
AG	11	68,18	67	10,73	113	0,83
AUP	10 68,20	69	11,30			

AG: Colegio Arnoldo Gabaldón

AUP: Colegio Arturo Úslar Pietri

W: Estadístico de prueba

P: Probabilidad

Resultado: al igual que con los cálculos manuales, se acepta la Ho y se concluye que los resultados entre los niños de ambos colegios fueron similares.

TABLA D. SIGNIFICACIÓN DEL ÍNDICE UMÁX DE MANN Y WHITNEY

		α	
n_1	n_2	0,05	0,01
2	8	16	
	9	18	
	10	20	
	11	21	
	12	23	
	13	25	
	14	27	
	15	29	
	16	31	
	17	32	
	18	34	
	19	36	38
	20	38	40
	21	39	42
	22	41	44
	23	43	46
	24	45	48
	25	47	50
	26	49	52
	27	50	53
	28	52	55

n_1	n_2	0,05	0,01
3	5	15	
	6	17	
	7	20	
	8	22	
	9	25	27
	10	27	30
	11	30	33
	12	32	35
	13	35	38
	14	37	41
	15	40	43
	16	42	46
	17	45	49
	18	47	52
	19	50	54
	20	52	57
	21	55	60
	22	57	62
	23	60	65
	24	62	68
	25	65	70
	26	67	73
	27	10	76

continúa...

...continuación

n_1	n_2	0,05	0,01
4	4	16	
	5	19	
	6	22	24
	7	25	28
	8	28	31
	9	31	35
	10	35	38
	11	38	42
	12	41	45
	13	44	48
	14	47	52
	15	50	55
	16	53	59
	17	57	62
	18	60	66
	19	63	69
	20	66	72
	21	69	76
	22	72	79
	23	75	83
	24	78	86
	25	82	90
	26	85	93

n_1	n_2	0,05	0,01
5	5	23	25
	6	27	29
	7	30	33
	8	34	38
	9	38	42
	10	42	46
	11	46	50
	12	49	54
	13	53	58
	14	57	63
	15	61	67
	16	64	71
	17	68	75
	18	72	79
	19	76	83
	20	80	87
	21	83	91
	22	87	96
	23	91	100
	24	95	104
	25	98	108

continúa...

...continuación

n_1	n_2	0,05	0,01
6	6	31	34
	7	36	39
	8	40	44
	9	44	49
	10	49	54
	11	53	59
	12	58	63
	13	62	68
	14	67	79
	15	71	78
	16	75	83
	17	80	87
	18	84	92
	19	89	97
	20	93	102
	21	97	107
	22	102	111
	23	106	116
	24	110	121

n_1	n_2	0,05	0,01
7	7	41	45
	8	46	50
	9	51	56
	10	56	61
	11	61	67
	12	66	72
	13	71	78
	14	76	83
	15	81	89
	16	86	94
	17	91	100
	18	96	105
	19	101	111
	20	106	116
	21	111	122
	22	116	127
	23	121	132

n_1	n_2	0,05	0,01
8	8	51	57
	9	57	63
	10	63	69
	11	69	75
	12	74	81
	13	80	87
	14	85	94
	15	91	100
	16	97	106
	17	102	112
	18	108	118
	19	114	124
	20	119	130
	21	125	136
	22	130	142

n_1	n_2	0,05	0,01
9	9	64	70
	10	70	77
	11	76	83
	12	82	90
	13	89	97
	14	95	104
	15	101	110
	16	107	117
	17	114	124
	18	120	131
	19	126	138
	20	132	144
	21	139	151

continúa...

...continuación

n_1	n_2	0,05	0,01
	10	77	84
	11	84	91
	12	90	99
	13	97	106
	14	104	114
10	15	111	121
	16	118	129
	17	125	136
	18	132	143
	19	138	151
	20	145	158

n_1	n_2	0,05	0,01
	11	91	100
	12	99	108
	13	106	116
	14	114	124
11	15	121	132
	16	128	140
	17	136	148
	18	143	156
	19	151	164

n_1	n_2	0,05	0,01
	12	107	116
	13	115	125
	14	123	134
12	15	131	143
	16	139	151
	17	147	160
	18	155	169

n_1	n_2	0,05	0,01
	13	123	135
	14	132	144
13	15	141	153
	16	149	162
	17	158	172

n_1	n_2	0,05	0,01
	14	141	154
14	15	151	164

n_1	n_2	0,05	0,01
15	15	161	174

TABLA D.1 .SIGNIFICACIÓN DEL ÍNDICE UMÍN DE MANN Y WHITNEY PARA $\alpha < 5\%$

n_2-n_1	n_1																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
0				0	2	5	8	13	17	23	30	37	45	55	64	75	87	99	113	127
1				1	3	6	10	15	20	26	33	41	50	59	70	81	93	106	119	
2			0	2	5	8	12	17	23	29	37	45	54	64	75	86	99	112		
3			1	3	6	10	14	19	26	33	40	49	59	69	80	92	105			
4			1	4	7	11	16	22	28	36	44	53	63	74	85	98				
5			2	4	8	13	18	24	31	39	47	57	67	78	90					
6		0	2	5	9	14	20	26	34	42	51	61	72	83						
7		0	3	6	11	16	22	29	37	45	55	65	76							
8		0	3	7	12	17	24	31	39	48	58	69								
9		0	4	8	13	19	26	34	42	52	62									
10		1	4	9	14	21	28	36	45	55										
11		1	5	10	15	22	30	38	48											
12		1	5	11	17	24	32	41	50											
13		1	6	11	18	25	34	43												
14		1	6	12	19	27	36	45												
15		2	7	13	20	29	38													
16		2	7	14	22	30	40													
17		2	8	15	23	32														
18		2	8	16	24	33														
19		3	9	17	25															
20		3	9	17	27															
21		3	10	18																
22		3	10	19																
23		3	11																	
24		4	11																	
25		4																		
26		4																		

TABLA D.2 .SIGNIFICACIÓN DEL ÍNDICE UMIN DE MANN Y WHITNEY PARA $\alpha < 1\%$

n2 - n1	n1																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
0					0	2	4	7	11	16	21	27	34	42	51	60	70	81	93	105
1					1	3	6	9	13	18	24	31	38	46	55	65	75	87	99	
2				0	1	4	7	11	16	21	27	34	42	50	60	70	81	92		
3				0	2	5	9	13	18	24	30	37	45	54	64	74	86			
4				1	3	6	10	15	20	26	33	41	49	58	69	79				
5				1	4	7	12	17	22	29	36	44	53	63	73					
6			0	2	5	9	13	18	24	31	39	47	57	67						
7			0	2	6	10	15	20	27	34	42	51	60							
8			0	3	7	11	16	22	29	37	45	54								
9			1	3	7	12	18	24	31	39	48									
10			1	4	8	13	19	26	33	42										
11			1	5	9	15	21	28	36											
12			2	5	10	16	22	30	38											
13			2	6	11	17	24	32												
14			2	6	12	18	25	34												
15			2	7	13	19	27													
16			3	8	14	21	29													
17		0	3	8	14	22														
18		0	3	9	15	23														
19		0	4	9	16															
20		0	4	10	17															
21		0	4	10																
22		0	5	11																
23		0	5																	
24		0	5																	
25		1																		
26		1																		

Capítulo V
EL CASO DE VARIAS MUESTRAS INDEPENDIENTES

Análisis de varianza de una clasificación por rangos de Kruskal-Wallis

La prueba de Kruskal-Wallis es una alternativa estadística al análisis de varianza de una vía. Esta prueba constituye una extensión de la prueba U de Mann y Whitney y su diferencia con dicha prueba es que la prueba de Kruskal-Wallis permite la comparación simultánea de 3 o más grupos independientes. Esta prueba estudia la hipótesis nula de que las K muestras proceden de la misma población. El tamaño de los grupos a comparar no debe ser inferior a cinco y la variable en estudio debe ser continua o medida en escala ordinal. La prueba paramétrica alternativa es el análisis de variancia con un solo criterio de clasificación. El archivo de datos debe tener, además de las variables respuesta, al menos una columna correspondiente al criterio de clasificación que separa a los datos en tres o más muestras.

En la ventana de la prueba la Solapa General contiene las opciones cuyas casillas se deberán activar para obtener la información correspondiente.

La sub-ventana Comparaciones muestra las casillas para seleccionar las comparaciones a realizar: La casilla al pie de la ventana permite elegir el nivel de significación para las comparaciones o contrastes.

Para establecer el Nivel de significación active la casilla correspondiente al nivel deseado (0,01; 0,05 o 0,10).

La ventana de Resultados mostrará la información solicitada.

Ejemplo:

Con el fin de evaluar la patogenicidad de 4 cepas bacterianas se realizó la inoculación a 4 lotes de 10 ratones homocigotos seleccionados y distribuidos en cada uno de los grupos al azar. Se consideró como criterio, además, del estudio anatomopatológico de cada uno de ellos, y el tiempo de sobrevivencia post-inoculación, el cual se suministra en el cuadro siguiente:

TIEMPO DE SOBREVIVENCIA POST - INOCULACIÓN BACTERIANA

Cepa 1	Cepa 2	Cepa 3	Cepa 4
6	7	6	7
5	9	12	4
5	6	9	5
2	8	13	3
1	4	10	2
5	7	11	0
4	11	10	9
2	8	8	7
4	7	11	6
6	3	10	7

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Análisis de la varianza no paramétrico • Kruskal-Wallis

En el Selector de Variables indique las variables respuesta y los factores que se toman como tratamientos en Variables de clasificación. Presione ACEPTAR.

PRUEBA DE KRUSKAL WALLIS

Variable	CEPAS	N	Medias	D.E.	Medianas	gl	H	p
Sobrevive	1	10	4.00	1.76	4.50	3	21.35	0.0001
Sobrevive	2	10	7.00	2.31	7.00			
Sobrevive	3	10	10.00	2.00	10.00			
Sobrevive	4	10	5.00	2.75	5.50			

Trat.	Ranks			
1	10.55	A		
4	15.40	A	B	
2	22.85		B	
3	33.20			C

Letras distintas indican diferencias significativas ($p<=0.05$)

Resultado: No se puede aceptar la Ho nula de que la patogenicidad de las 4 cepas bacterianas es similar. La prueba de la mínima diferencia significativa nos indica que las 4 cepas ocasionan diferentes tiempos de sobrevivencia en los ratones inoculados, conformándose 4 grupos, el correspondiente a la cepa 1(A) con el menor tiempo de sobrevivencia, el grupo 4(AB), luego el grupo 2(B) y por ultimo el de mayor tiempo de sobrevivencia identificado con la letra C y correspondiente a la cepa 3.

Cálculo Manual

Se reemplazan cada una de las ìnî observaciones por su respectivo rango, lo cual implica el ordenamiento previo de los valores independientemente del grupo al cual pertenezcan.

Al valor más pequeño le corresponde el rango 1, al siguiente el rango 2 y así sucesivamente. Se construye una nueva tabla en la cual todos los valores observados son sustituidos por los rangos correspondientes.

Cuando ocurren ligas entre dos o más puntajes, se considera para cada una de las observaciones involucradas, el promedio de los rangos que hubieran tenido si no hubieran ocurrido las ligas. La corrección del efecto de las ligas resulta de un incremento del valor de ìHî, sin embargo en la mayoría de los casos, dicho efecto es insignificante.

Se calcula el valor Rj, que es la sumatoria de los rangos correspondientes a cada muestra.

Luego se sustituyen los valores de Rj y de n en la fórmula siguiente.

$$H = \left\{12 \div (n(n+1) \left[\sum_{J=1}^{k} R^2_j \div n_j\right] - 3(n+1)\right\}$$

Los grados de libertad se obtienen de la expresión siguiente g.l = K – 1

Cuando el valor de K es igual a 3 y el número de casos en cada una de las muestras es igual o menor de 5, no se puede utilizar la aproximación de la distribución de probabilidades de χ^2 a la distribución muestral y debemos recurrir a la tabla de probabilidades exactas .

Rangos del tiempo de sobrevivencia de 4 lotes de ratones inoculados experimentalmente con una cepa bacteriana diferente por cada lote.

Ratones	Cepa 1 (Rangos)	Cepa 2 (Rangos)	Cepa 3 (Rangos)	Cepa 4 (Rangos)
1	18	23,5	18	23,5
2	13,5	31	39	9,5
3	13,5	18	31	13,5
4	4	28	40	6,5
5	2	9,5	34	4
6	13,5	23,5	37	1
7	9,5	37	34	31
8	4	28	28	23,5
9	9,5	23,5	37	18
10	18	6,5	34	23,5
Rj	Σ = 105,5	Σ = 228,5	Σ = 332	Σ = 154,0

$H= \{12 \div 40(40+1)[(105)^2 \div 10 + (228)^2 \div 10 + (332)^2 \div 10 +(154)^2 \div 10]- 3(40+1)\}$

$H= 12 \div 1640 \; [1102,5 + 5198,4 + 11022,4 + 2371,6]$ ñ 123

$H= 0,007317 \; [20294,9] - 123$

$H= 25,49$

Asumimos que la distribución muestral se corresponde, aproximadamente con la de ji - cuadrado con K-1 grados de libertad. Por consiguiente se utiliza la tabla de valores críticos de ji^{2,} para evaluar la significación del valor calculado mediante la fórmula de "H". Si la probabilidad asociada con dicho valor, es igual o menor que el nivel de significación tabulado, se rechaza la Ho y se acepta la H_1.

Los grados de libertad se determinan con la siguiente expresión g.l = K-1, en este caso g.l = 4-1 = 3 y para un nivel $\alpha = 0,05$ el valor tabulado es 7,815

Resultado: como $7,815 < 25,49$ se rechaza la Ho nula de que la patogenicidad de las 4 cepas bacterianas es similar.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Cuando el valor del estadístico de prueba es significativo es indicativo de que al menos uno de los grupos es diferente de al menos otro de los grupos, pero este resultado llega hasta ahí sin indicar al investigador cuales grupos son diferentes y cuales no lo son entre si. La realización de las comparaciones múltiples es el procedimiento que nos permite establecer cuales pares de grupos son diferentes

Procedimiento

1) Se establece el número de comparaciones que se pueden realizar mediante la formula siguiente: $\# c = K(K-1)/2$
2) Se establecen las diferencias $[Ri - Rj]$ para todos los pares de grupos o condiciones.
3) El número obtenido en 1, se utiliza para establecer el valor de "Z" a un nivel de probabilidad α igual al utilizado en el análisis de varianza que arrojo la existencia de diferencias estadísticamente significativas.
4) La fórmula a utilizar para realizar las comparaciones múltiples entre tratamientos es la siguiente:

$$[\overline{Ri} - \overline{Rj}] \geq Z\alpha / 2(K-1) \sqrt{[N(N+1) \div 12]\,[(1 \div nc) + (1 \div nc)]}$$

Para establecer el número posible de comparaciones se recurre a la siguiente formula:

$\# C = K(k-1) \div 2$; como en nuestro caso tenemos 4 cepas de bacterias el numero de comparaciones posibles será: $\# C = 4(4-1) \div 2 = 6$;

Para $\#C = 6$ y $\alpha = 0{,}05$ el valor de Z es 2,638 (Tabla A)

Al sustituir en la fórmula tenemos:

$$2{,}638 \sqrt{[40(40+1) \div 12]\,[(1 \div 10) + (1 \div 10)]}$$

$$2{,}638 \sqrt{(136{,}66)(0{,}2)} = 2{,}638 \times 5{,}22 = 13{,}79$$

Se considera que existen diferencias estadísticamente significativas entre un par de grupos cuando su diferencia es superior que el valor crítico, que en nuestro caso es 13,79

Cepas	Rangos Prom
1	10.55
4	15.40
2	22.85
3	33.20

Diferencias entre los rangos promedios

1 - 2 = 10,55 - 22,85 = 12,3 < 13,79 (N.S)

1 - 3 = 10,55 - 33,20 = 22,65 > 13,79 (S)

1 - 4 = 10,55 - 15,40 = 4,85 < 13,79 (N.S)

2 - 3 = 22,85 - 33,20 = 10,35 < 13,79 (N.S)

2 - 4 = 22,85 - 15,40 = 7,45 < 13,79 (N.S)

3 - 4 = 33,20 - 15,40 = 17,8 > 13,79 (S)

Resultado: puesto que las diferencias entre las cepas bacterianas 1 y 3 ; 3 y 4, fueron mayores al valor critico 13,79, se puede concluir que la patogenicidad entre dichas cepas es diferente.

TABLA E. PROBABILIDADES EXACTAS DE H PARA LA PRUEBA DE KRUSKAL-WALLIS ($\alpha = 0{,}05$)

n_1	n_2	n_3	H
3	2	2	4,71
3	3	1	5,15
3	3	2	5,20
3	3	3	5,60
4	2	1	4,90
4	2	2	5,12
4	3	1	5,21
4	3	2	5,44
4	3	3	5,73
4	4	1	4,97
4	4	2	5,24
4	4	3	5,60
4	4	4	5,69
5	2	1	5,00
5	2	2	5,10
5	3	1	4,87
5	3	2	5,25
5	3	3	5,65
5	4	1	4,90
5	4	2	5,27
5	4	3	5,66
5	4	4	5,66
5	5	1	4,95
5	5	2	5,24
5	5	3	5,62
5	5	4	5,64
5	5	5	5,66

n = Tamaño de la muestra

H = Estadístico de prueba

TABLA F. VALORES CRÍTICOS DE Z PARA # C* COMPARACIONES MÚLTIPLES.

		α					
	Bidireccional	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
# c	Unidireccional	0,15	0,125	0,10	0,075	0,05	0,025
1		1.036	1.150	1.282	1.440	1.645	1.960
2		1.440	1.534	1.645	1.780	1.960	2.241
3		1.645	1.732	1.834	1.960	2.128	2.394
4		1.780	1.863	1.960	2.080	2.241	2.498
5		1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576
6		1.960	2.037	2.128	2.241	2.394	2.638
7		2.026	2.100	2.189	2.300	2.450	2.690
8		2.080	2.154	2.241	2.350	2.498	2.734
9		2.128	2.200	2.287	2.394	2.539	2.773
10		2.170	2.241	2.326	2.432	2.576	2.807
11		2.208	2.278	2.362	2.467	2.608	2.838
12		2.241	2.301	2.394	2.498	2.638	2.866
15		2.326	2.394	2.475	2.576	2.713	2.935
21		2.450	2.515	2.593	2.690	2.823	3.038
28		2.552	2.615	2.690	2.785	2.913	3.125

* # c es el número de comparaciones

Las entradas en la tabla para un # c dado y un nivel de significación α es el punto de la distribución normal estándar tal que la probabilidad del lado superior sea igual a ½ α / # c.

Capítulo VI
EL CASO DE DOS MUESTRAS RELACIONADAS

Prueba de McNemar para la significaciòn de los cambios

La comparación de dos proporciones observadas en grupos apareados (diseño experimental en el cual los mismos individuos son sometidos a dos tratamientos diferentes) se efectúa mediante la prueba de McNemar, que permite evaluar la significación de los cambios, como sería el caso evaluar si una técnica diagnostica es superior a otra, lo cual implica, que los sujetos del ensayo deben ser evaluados con los dos métodos diagnósticos. Al aplicar la fórmula se omiten de los cálculos aquellos individuos con resultados similares por ambas técnicas (++ y --), ya que no aportan información útil que permita la diferenciación.

La fórmula se calculó es la siguiente: $\chi^2 = (a - b)^2 \div (a + b)$

	Xenodiagnóstico (+)	Xenodiagnóstico (-)
Examen directo +	////////////////////////////////////	b
Examen directo -	a	//

Esta prueba exige que el total de a + b de efectivos con resultados opuestos sea igual o superior a 10. Cuando esta suma es inferior a 10 puede utilizarse la corrección de Yates, aunque lo más correcto es calcular el grado exacto de significación mediante el empleo de la tabla correspondiente. La prueba de McNemar utiliza datos medidos en escala nominal y no existe una alternativa paramétrica, ya que la técnica paramétrica mas recomendada para analizar datos provenientes de dos muestras relacionadas es la prueba t, la cual requiere además del supuesto de normalidad, que las mediciones se realicen al menos en escala de intervalo. A continuación presentaremos un ejemplo con *InfoStat* y luego el desarrollo de los sencillos cálculos manuales.

Ejemplo: Con el fin de comparar dos métodos de diagnóstico del mal de chagas o tripanosomiasis americana, un lote de individuos provenientes de una zona endémica, fueron sometidos al examen directo en fresco y al xenodiagnóstico, obteniéndose los siguientes resultados:

Examen directo positivo	Xenodiagnóstico positivo	20
Examen directo negativo	Xenodiagnóstico positivo	12
Examen directo negativo	Xenodiagnóstico negativo	27
Examen directo positivo	Xenodiagnóstico negativo	14

Obtención de una tabla de contingencia (Ingreso de los datos para el análisis).

Examen directo	Xenodiagnóstico	Frecuencias
Positivo	Positivo	20
Positivo	Negativo	14
Negativo	Positivo	12
Negativo	Negativo	27

Elija Estadísticas

Datos Categorizados

Tablas de Contingencia

En el Selector de variables, indique las variables de clasificación. La columna que posee las frecuencias observadas, se incluye en el cuadro Frecuencias. Presione Aceptar. En la ventana de diálogo en la Etiqueta *Selección de filas y columnas* a la derecha hay una lista que muestra las variables que se declararon como clasificatorias; seleccione la que representa a las columnas y lo mismo para las filas. En la Etiqueta *Opciones*, elija la información que desea que contengan las celdas de la tabla (frecuencias absolutas, frecuencias relativas por fila, etc.) y la prueba que desea realizar, en este caso seleccione *McNemar* activando la casilla correspondiente. Presione "Aceptar".

Tablas de contingencia

Frecuencias: Frecuencias

Estadístico	Valor	p
Mc Nemar	0,15	0,8450
Coef. Conting. Cramer	0,20	
Coef. Conting. Pearson	0,27	

Resultado: Se acepta Ho de que no existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas pruebas.

Cálculos manuales

Esta prueba está basada en la ley de ji-cuadrado y como se trata de una tabla de contingencia de 2 x 2, se compara el valor de χ^2, calculado con el valor crítico suministrado por la tabla de χ^2, para 1 grado de libertad a un nivel de significación preestablecido (0,05 ; 0,01 ; 0,001).

$$\chi^2 = (a - b)^2 \div (a + b)$$

$$\chi^2 = (12 - 14)^2 \div (12 + 14)$$

$$\chi^2 = 4 \div 16 = 0{,}15 < 3{,}84$$

Resultado: Se acepta Ho de que no existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas pruebas, ya que el valor calculado es inferior al tabulado, a un nivel $\alpha = 0{,}05$ (0,15 < 3,84).

Ejercicio con uso de la tabla

Cuando la suma de los efectivos a+b < 10, se debe recurrir al cálculo del grado exacto de significación para lo cual se debe emplear la tabla presentada en la siguiente página de acuerdo al procedimiento descrito a continuación :

Se designa por **a** al menor de los dos valores considerados para los cálculos, es decir **a< b**

Vamos a considerar el caso anterior de la comparación del examen directo con el Xenodiagnóstico utilizadas para el diagnóstico del mal de chagas o tripanosomosis americana, pero reduciremos a los casos con valores discordantes para cumplir con los requisitos del uso de la tabla.

Examen directo positivo Xenodiagnóstico negativo 6 (b)

Examen directo negativo Xenodiagnóstico positivo 4 (a)

a + b = 4+6 = 10; buscamos en la primera columna de la tabla el valor correspondiente a la Σ a + b, que en nuestro caso es 10, luego buscamos el número de casos de a (4) y el número de casos correspondiente a b (6), así tenemos que para a+b = 10, con a = 4 y b = 6, el grado de significación de P es 0,754 > 0,05 (N.S).

Conclusión: la diferencia entre la capacidad diagnóstica de ambas técnicas no es significativa.

Tabla G. Grado exacto de significación para la comparación de dos proporciones observadas en grupos apareados (Doménech, 1981)

a + b	a	b	Grado de Significación P	
			p. bilateral	p. unilateral
1	0	0	1	0,5
2	0	2	0,5	0,25
	1	1	1	1
3	0	3	0,25	0,125
	1	2	1	0,5
4	0	4	0,124	0,062
	1	3	0,624	0,312
	2	2	1	1
5	0	5	0,062	0,031
	1	4	0,376	0,188
	2	3	1	0,5
6	0	6	0,032	0,016
	1	5	0,218	0,109
	2	4	0,688	0,344
	3	3	1	1
7	0	7	0,016	0,008
	1	6	0,124	0,062
	2	5	0,454	0,227
	3	4	1	0,5
8	0	8	0,008	0,004
	1	7	0,07	0,035
	2	6	0,29	0,145
	3	5	0,726	0,363
	4	4	1	1
9	0	9	0,004	0,002
	1	8	0,04	0,02
	2	7	0,18	0,09
	3	6	0,508	0,254
	4	5	1	0,5
10	0	10	0,002	0,001
	1	9	0,022	0,011
	2	8	0,11	0,055
	3	7	0,344	0,172
	4	6	0,754	0,377
	5	5	1	1

PRUEBA DE LOS SIGNOS

La prueba del signo está basada en la dirección de la diferencia entre dos mediciones y se le conoce como prueba del signo debido a que la información contenida en una muestra puede transformarse a un conjunto de signos mas y menos en lugar de cantidades. Es útil cuando se trabaja con dos muestras relacionadas y se evalúa la hipótesis de que dos condiciones son diferentes y se desea conocer la significación de los cambios.

La prueba del signo cuenta el número de signos positivos y negativos entre las diferencias, omitiendo todas las diferencias con resultado cero. Se contrasta la hipótesis de que los N signos más (+) y menos (-) provienen de una población en la que los dos tipos de signos se presentan en las mismas proporciones, como pudiera esperarse si no hubiera verdadera diferencia entre las dos muestras apareadas. La prueba consiste en contrastar el número de signos positivos con el de signos negativos. En el caso de utilizar información cuantitativa los signos positivos corresponden a aquellos valores de la muestra que son mayores a una medida posicional y los negativos a los que resultan inferiores. Cuando hay cambios medibles en la escala ordinal, como al evaluar el efecto de un medicamento sobre la salud de los pacientes, en cuyo caso se utilizaría el signo + para todos aquellos casos en que se nota mejoría y el signo -, en aquellos casos en que se observa desmejoramiento. La prueba del signo es una alternativa no paramétrica de la prueba t de Student y de la prueba Z (datos pareados).

Ejemplo 1: Un grupo de 12 estudiantes fue sometido a una serie de exámenes previo al comienzo del periodo de vacaciones y al regreso de vacaciones, con el fin de evaluar el posible efecto de las vacaciones en el rendimiento escolar.

A	B
12	11
12	10
14	13
13	12
16	15
8	10
13	12
12	10
6	9
18	16
13	14
6	8

A: Nota previas a las vacaciones

B: Notas posteriores a las vacaciones

Ho : Las vacaciones no afectan el rendimiento escolar

H1 : Las vacaciones afectan el rendimiento escolar

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en dos muestras • Prueba del signo

En el Selector de variables indique las variables que representan a cada muestra en Variables y las Particiones deseadas. En la ventana de la prueba haga clic en los casilleros cuya información desea obtener. Completada la información presione Aceptar. La ventana Resultados mostrará la información solicitada.

Prueba del signo

Obs(1)	Obs(2)	N	N(+)	N(-)	media(dif)	p(2 colas)
PosVacacion	Prevacacion	12	4	8	-0,25	0,3877

Resultado: no existen diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento escolar entre ambos periodos, por consiguiente se acepta la Ho.

Ejemplo 2. Para determinar el efecto de un contraceptivo bucal sobre el aumento de peso, se pesaron ocho mujeres sanas antes de iniciar el tratamiento con el medicamento y una vez mas al concluir un periodo de tres meses, obteniéndose los siguientes pesos:

Inicio	3 meses
120,00	123,00
141,00	143,00
130,00	140,00
150,00	145,00
135,00	140,00
140,00	143,00
120,00	118,00
140,00	141,00
130,00	132,00

Prueba del signo

Obs(1)	Obs(2)	N	N(+)	N(-)	p(2 colas)
Peso final	Peso inicial	9	7	2	0,1797

Resultado: Se acepta la Ho, de que el consumo del contraceptivo no afecta la ganancia de peso en las mujeres que lo consumen.

Cálculos Manuales

Cuando el número de datos es mayor de 20 y el signo menos frecuente es mayor de 3, se obtiene una buena aproximación a la probabilidad real mediante la fórmula suministrada a continuación de la tabla de datos. Esa aproximación se considera excelente cuando se aplica la corrección por continuidad, similar a la de Yates usada en la prueba de ji-cuadrado, previa eliminación de las diferencias nulas, lo cual conlleva a que, en estos casos, el valor de N se reduce. A continuación presentaremos un ejercicio con los datos del ejemplo 1.

A	B	Signo
12	11	-
12	10	-
14	13	-
13	12	-
16	15	-
8	10	+
13	12	-
12	10	-
6	9	+
18	16	-
13	14	+
6	8	+

Número de pares que mostraron diferencias = 12

X = Símbolo menos frecuente: + = 4

Cuando x < ½ de N se utiliza en la formula x + 0,5

Cuando x >½ de N se utiliza en la formula x - 0,5

Como en este caso x = 4 < 6 (1/2 N), se le suma 0,5

$Z = (x + 0,5) - ½ N \div ½ \sqrt{N}$

$Z = (4 + 0,5) - 6 \div 1,73$

$Z = 4,05 - 6 \div 1,73 = 1,12 < 1,96$ (se acepta la Ho)

Resultado: para la interpretación del resultado a un nivel $\alpha = 0,05$, rechazamos la Ho si el valor de Z calculado es mayor de 1,96, por consiguiente, en este caso concluimos que no existen diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento escolar entre ambos períodos, por consiguiente se acepta la Ho. ($p<0,05$).

CON USO DE LA TABLA DE VALORES CRÍTICOS

Ejemplo 1 (Rendimiento escolar)

Número de pares que mostraron diferencias: 12

X = signo mas frecuente: (-) = 8

Como el valor correspondiente al signo más frecuente fue inferior al suministrado por la tabla (8 < 10 para 12 pares de diferencias), se acepta la Ho y concluimos que no hubo diferencias en el rendimiento escolar entre ambos periodos.

Ejemplo 2 (Contraceptivo oral y ganancia de peso)

Número de pares que mostraron diferencias: 9

X = signo más frecuente: (+) = 7

Como el valor correspondiente al signo más frecuente fue inferior al suministrado por la tabla (7 < 8 para 9 pares de diferencias), se acepta la Ho y concluimos que no hubo diferencias en el incremento de peso debido al consumo del anticonceptivo bucal.

TABLA H. DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

	Prueba Unilateral		Prueba Bilateral	
n	0,05	0,01	0,05	0,01
5	5	-	-	-
6	6	-	6	-
7	7	7	7	-
8	7	8	8	-
9	8	9	8	9
10	9	10	9	10
11	9	10	10	11
12	10	11	10	11
13	10	12	11	12
14	11	12	12	13
15	12	13	12	13
16	12	14	13	14
17	13	14	13	15
18	13	15	14	15
19	14	15	15	16
20	15	16	15	17
21	15	17	16	17
22	16	17	17	18
23	16	18	17	19
24	17	19	18	19
25	18	19	18	20
26	18	20	19	20
27	19	20	20	21
28	19	21	20	22
29	20	22	21	22
30	20	22	21	23

El valor de X (signo mas frecuente), debe ser igual o mayor que el valor tabulado para que sea significativo al nivel escogido. Los guiones indican que es imposible tomar una desición para n al nivel α dado (Prueba del Signo).

PRUEBA DEL RANGO CON SIGNO DE WILCOXON

La prueba de Wilcoxon es también conocida como prueba del rango con signo de Wilcoxon para dos grupos, dispuesto como observaciones apareadas. Esta prueba se inicia con el cálculo de las diferencias entre los N pares de observaciones, las cuales se ordenan sin considerar el signo. En caso de presentarse filas ligadas se les asigna el valor promedio. Luego, se le asignan a los rangos los signos originales de las diferencias. Se procede a sumar los rangos positivos y negativos por separado y la que sea menor en valor absoluto se compara con el valor crítico de la tabla respectiva, lo cual no es necesario en el presente caso, en vista de que el paquete suministra en los resultados el valor de probabilidad correspondiente. La prueba de Wilcoxon además de la información sobre la dirección de la diferencia entre los pares de observaciones, considera la magnitud de dicha diferencia. Esta prueba es bastante sencilla, pero es menos eficiente que las correspondientes pruebas **t** de Student y Z para una muestra (pruebas paramétricas alternativas). Para los cálculos manuales se debe considerar que si **n** es superior a 25, la significación se puede estudiar mediante la ley normal aplicando la prueba de Z correspondiente y que mostraremos a continuación de los resultados obtenidos con InfoStat.

Ejemplo: Con el fin de evaluar si las cantidades de cercarias de *S. mansoni* eran diferentes en relación con la hora de emisión, se realizó el conteo de cercarias emitidas a las 2 p.m. y a las 8 p.m. por un lote de 10 caracoles, obteniéndose las siguientes cantidades:

Emisión de cercarias de *Schistosoma mansoni* a las 2 PM y a las 8 PM

2PM	**8PM**
150	200
140	110
160	120
50	70
110	140

continúa...

...continuación

2PM	**8PM**
170	180
200	140
140	100
80	40
70	100

Ho: La cantidad de cercarias emitidas a las 2 p.m. y a las 8 p.m. es similar.

H1: La cantidad de cercarias emitidas a las 2 p.m. y a las 8 p.m. no es similar

Obtención de la Prueba:

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Inferencia basada en dos muestras • Wilcoxon

En el Selector de variables indique las variables que representan a cada muestra en Variables y las Particiones deseadas. En la ventana de la prueba haga clic en los casilleros cuya información desea obtener. Completada la información presione Aceptar. La ventana Resultados mostrará la información solicitada

PRUEBA DE WILCOXON (MUESTRAS PAREADAS)

Obs(1)	Obs(2)	N	Suma(R+)	media(dif)	Bt p(2 colas)
CERC 8AM	CERC 2PM	10	35.00	0.00	0.3280

Resultado: Se acepta la Ho de emisión de un número de cercarias similar en ambas horas del día.

Cálculos Manuales

Pares	8 A.M	2 P.M	Diferencia	Rangos
Primer	150	200	-50	-9
Segundo	140	110	30	4
Tercer	160	120	40	7
Cuarto	50	70	-20	-2
Quinto	110	140	-30	-4
Sexto	170	180	-10	-1
Séptimo	200	140	60	10
Octavo	140	100	40	7
Noveno	80	40	40	7
Décimo	70	100	-30	-4

Ordenación y Ranqueo

$$\frac{-10}{1} \quad \frac{-20}{2} \quad \frac{-30\ -30\ 30}{4} \quad \frac{40\ 40\ 40}{7} \quad \frac{-50}{9} \quad \frac{60}{10}$$

$$\sum T+ = 35$$

$$\sum T- = 20$$

$Z = (T - \mu t) \div \sigma t$ en donde $\mu t = (N \times (N+1) \div 4$

$\mu t = (10 \times 11) \div 4 = 27{,}5$

$\sigma t = \sqrt{N(N+1)(2N+1)/24}$ ..... $\sigma t = \sqrt{10(11)(20+1)/24} = 9{,}81$

$Z = (20 - 27{,}5) / 9{,}81 = 0{,}76 < 1{,}96$

Resultado: Se acepta el Ho de emisión de un número de cercarias similar en ambas horas del día.

Uso la tabla de valores críticos (Tmax)

Cuando n es igual o inferior a 25, la significación se puede evaluar comparando directamente el valor de T hallado con los de la tabla y si Tmax _> Tt (n,α), la diferencia entre las dos distribuciones es significativa . Para el ejemplo en consideración tenemos:

El valor de T máximo calculado es 35

Para 10 pares de datos el valor tabulado a un nivel $\alpha = 0{,}05$ es de 47; como $35 < 47$, se acepta la Ho de la no existencia de diferencias estadísticamente significativas entre los ritmos de emisión de cercarias a las 8 a.m. y las 2 p.m.

Ejemplo 2: Mediciones del colesterol sanguíneo en pacientes a los 2 y 4 días post ataque cardiaco.

Dos	Cuatro
210	214
142	116
280	200
272	276
160	146
220	182
226	238
242	288
186	190
266	236
206	244
318	258

continúa...

...continuación

Dos	Cuatro
294	240
282	294
234	220
224	200
276	220
282	186
360	352
310	202
280	218
278	248
288	278

PRUEBA DE WILCOXON (MUESTRAS APAREADAS)

Obs(1)	Obs(2)	N	Suma(R+)	Bt p(2 colas)
Dos días	Cuatro días	25	268,50	0,0020

Resultado: Se rechaza la Ho y se evidencia que hay diferencias estadísticamente significativas en los valores del colesterol entre ambos muestreos. Si utilizamos la tabla de valores críticos, encontramos que el valor T calculado es de 268,50 > 257, que es el valor de T para n = 25; $\alpha = 0{,}01$ (tabulado), por consiguiente rechazamos la Ho a un nivel de probabilidad del 1%, resultado compatible con el suministrado por InfoStat.

TABLA I. VALORES CRÍTICOS DE "T MAX" EN LA PRUEBA DE RANGOS SEÑALADOS Y PARES IGUALADOS DE WILCOXON

n	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0,05	-	21	26	33	40	47	56	65	74	84	95	107	119	131	144	158	173	187	203	219	236
0,01	-	-	-	36	44	52	61	71	82	93	105	117	130	144	158	173	189	205	222	239	257

n = Número de pares de datos

Capítulo VII
EL CASO DE VARIAS MUESTRAS RELACIONADAS

Análisis de la varianza de dos clasificaciones por rangos de Friedman

Esta prueba se utiliza con datos provenientes de muestras pareadas o igualadas, medidas por lo menos en una escala ordinal. La información puede obtenerse del mismo grupo de sujetos en cada una de las K condiciones o de sujetos igualados en las variables pertinentes. Esta prueba permite realizar un análisis de varianza no paramétrico a dos vías de clasificación y se corresponde con un diseño en bloques completos aleatorizados con dos criterios de clasificación y representa una alternativa no paramétrica del análisis de varianza de dos vías, sin requerir de la verificación del supuesto de normalidad.

Ejemplo: Un grupo de 9 pacientes fue sometido a tratamiento con 3 diferentes tipos de electro-estimulante y al final de cada sesión se le pedía que asignara un valor en una escala ascendente del 1 al 3, con cual se sentía mejor, obteniéndose los siguientes resultados:

A	B	C
2	3	1
2	3	1
2	3	1
1	3	2
3	2	1
1	2	3
2	3	1
1	3	2
1	3	2

A: Electro estimulante japonés

B: Electro estimulante americano

C: Electro estimulante francés

H_0: No existen diferencias terapéuticas entre los electro-estimulantes empleados

H_1: El efecto terapéutico de los electro-estimulantes no es similar.

Obtención de la Prueba:

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Análisis de la varianza no paramétrico • Friedman

En el Selector de variables en Variables que definen a los tratamientos, indique las variables que identifican a los tratamientos. Si lo desea, en Particiones indique una variable para establecer un criterio de partición. Presione Aceptar.

En la ventana de la prueba active la casilla Pruebas a posteriori si desea hacer comparaciones entre las medias. Elija el nivel de significación activando una casilla en el cuadro Nivel (alfa). Presione Aceptar.

PRUEBA DE FRIEDMAN

A	B	C	T2	p
1.67	2.78	1.56	6.73	0.0076

Mínima diferencia significativa entre suma de rangos: 7.031

Tratamientos	Suma(Ranks)	Media(Ranks)	n			
C	14.00	1.56	9	A		
A	15.00	1.67	9	A	B	
B	25.00	2.78	9			C

Letras distintas indican diferencias significativas ($p<=0.05$)

Cálculo manual

Terapista	Modelo A	Modelo B	Modelo C
1	2	3	1
2	2	3	1
3	2	3	1
4	1	3	2
5	3	2	1
6	1	2	3
7	2	3	1
8	1	3	2
9	1	3	2
Rj	15	25	14
$(Rj)^2$	225	625	196

$X^2_{r=}$ {[12 ÷ n k (k +1) Σ (Rj)^2 – 3 n (K + 1)]}

$X^2_{r=}$ {[12 ÷ 9 (3)(3+1)] (225)+(625)+(196) – 3 (9) (3+1)

$X^2_{r=}$ {[12 ÷ 108] (1046) – (108)

X^2_r =(0,111) (1046) – 108

X^2_r = 116,10 – 108 = 8,10

Resultado: para K = 3 y n = 9, la tabla de valores críticos de Friedman (χ^2_r) da un valor de 6, 2 < 8,10, por lo tanto se rechaza la Ho a un nivel de de significación del 5% de la prueba de Friedman) y se concluye que los tres modelos de estimulador eléctrico no tienen la misma preferencia de parte de los terapistas.

La ventaja del programa es que suministra el nivel de probabilidad y realiza simultáneamente mediante la prueba de la mínima diferencia significativa, la separación de las medianas.

COMPARACIONES MÚLTIPLES

Cuando el resultado indica el rechazo de la Ho, significa que al menos una de las condiciones o tratamientos difiere con respecto a las otras condiciones o tratamientos de forma estadísticamente significativa, sin embargo este resultado no especifica cual grupo es el diferente ni cuantos de los grupos difieren entre sí. Mediante la prueba de las comparaciones múltiples se establece entre cuáles pares de tratamientos existen dichas diferencias.

Procedimiento

1) Se establece el número de comparaciones que se pueden realizar mediante la formula siguiente: # c = K (K - 1) / 2
2) Se establecen las diferencias [Ri - Rj] para todos los pares de grupos o condiciones
3) El número obtenido en 1, se utiliza para establecer el valor de "Z" a un nivel de probabilidad α igual al utilizado en el análisis de varianza que arrojó la existencia de diferencias estadísticamente significativas.
4) En caso de utilizar la suma de los rangos, recurrimos a la siguiente fórmula:

$$[Ri - Rj] > Z\alpha \,/\, K(K-1)\sqrt{NK\,(K+1) \div 6}$$

Cálculos

Se compararon tres modelos de electro-estimulantes y en la evaluación participaron 9 terapistas, por consiguiente el número de comparaciones posibles es:

$\# C = K(k-1) \div 2$; $\# C = 3(3-1) \div 2 = 3$;

Para $\#C = 3$ y $\alpha = 0{,}05$ el valor de Z es 2,394 (Tabla A)

Al sustituir en la fórmula los valores correspondientes a Z; N y K, tenemos

$2{,}394\sqrt{(9)(3)(3+1) \div 6} = 10{,}15$

Se establecen las diferencias entre la suma de rangos correspondientes a cada par de condiciones o tratamientos

Tratamientos	Suma(Rangos)	Media(Rangos)	n
C	14.00	1.56	9
A	15.00	1.67	9
B	25.00	2.78	9

Cuando la diferencia entre dos condiciones o tratamientos es superior al valor de la diferencia crítica se concluye que la diferencia entre dichas condiciones o tratamientos es significativa.

Diferencias

A - B = 25 - 15 = 10 < 10,15 (N.S)

A - C = 15 - 14 = 1 < 10,15 (N.S)

C - B = 25 - 14 = 11> 10,15 (p<0,05)

Tratamientos	Suma(Ranks)	Media(Ranks)	n			
C	14.00	1.56	9	A		
A	15.00	1.67	9	A	B	
B	25.00	2.78	9			C

En caso de utilizar los valores promedios de los rangos se utiliza la fórmula siguiente:

$[\overline{Ri} - \overline{Rj}\,] > Z\alpha \,/\, K(\,K - 1)\sqrt{K\,(K{+}1) \div 6\,N}$

$2{,}39 \sqrt{3\,(3{+}1) \div 6\,(9)}$

$2{,}39 \sqrt{3\,(4) \div 6\,(9)}$

$2{,}39 \sqrt{12 \div 54} = 2{,}39 \times 0{,}47 = 1{,}13$

Diferencias

A – B = 1,67 – 2,78 = 1,11 < 1,13 (N.S)

A – C = 1,67 – 1,56 = 0,11 < 1,13 (N.S)

B - C = 2,78 - 1,56 = 1,22 > 1,13 (p < 0,05)

Resultado: como puede observarse se obtienen los mismos resultados con los rangos promedios y con la suma de rangos siempre y cuando se utilice la formula adecuada para cada caso.

TABLA J. PROBABILIDADES ASOCIADAS CON VALORES TAN GRANDES COMO LOS VALORES OBSERVADOS DE JI-CUADRADO EN EL ANÁLISIS DE VARIANZA DE DOS CLASIFICACIONES POR RANGOS DE FRIEDMAN.

K	n	X^2	P
3	3	5,9	0,028
3	4	6,4	0,042
3	5	6,5	0,039
3	6	6,3	0,052
3	7	6,0	0,050
3	8	6,3	0,047
3	9	6,2	0,048
4	2	6,0	0,042
4	3	7,4	0,033
4	4	7,8	0,036

TABLA K. VALORES CRÍTICOS DE Z PARA # C* COMPARACIONES MÚLTIPLES

		α					
	Bidireccional	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
# c	Unidireccional	0,15	0,125	0,10	0,075	0,05	0,025
1		1.036	1.150	1.282	1.440	1.645	1.960
2		1.440	1.534	1.645	1.780	1.960	2.241
3		1.645	1.732	1.834	1.960	2.128	2.394
4		1.780	1.863	1.960	2.080	2.241	2.498
5		1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576
6		1.960	2.037	2.128	2.241	2.394	2.638
7		2.026	2.100	2.189	2.300	2.450	2.690
8		2.080	2.154	2.241	2.350	2.498	2.734
9		2.128	2.200	2.287	2.394	2.539	2.773
10		2.170	2.241	2.326	2.432	2.576	2.807
11		2.208	2.278	2.362	2.467	2.608	2.838
12		2.241	2.301	2.394	2.498	2.638	2.866
15		2.326	2.394	2.475	2.576	2.713	2.935
21		2.450	2.515	2.593	2.690	2.823	3.038
28		2.552	2.615	2.690	2.785	2.913	3.125

* # c es el número de comparaciones.

Las entradas en la tabla para un # c dado y un nivel de significación α es el punto de la distribución normal estándar tal que la probabilidad del lado superior sea igual a ½ α / # c.

Capítulo VIII
CORRELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES ORDINALES

Coeficiente de correlación de rangos de Spearman

El coeficiente de correlación de rangos de Spearman, es una medida de asociación, que requiere que ambas variables sean medidas, por lo menos, en una escala ordinal, de tal manera, que dichas variables puedan colocarse en series ordenadas. Esta prueba de independencia entre dos variables es muy útil cuando existen muy pocos datos o éstos están medidos en escala ordinal y constituye la alternativa no paramétrica del coeficiente de correlación de Pearson.

Ejemplo 1: Con el fin de establecer si existía asociación entre el porcentaje de individuos acumuladores de parásitos (AP) con la prevalencia (P) de la infestación por *Ascaris lumbricoides*, se examinaron las poblaciones de 9 localidades y se determinó, para cada una de ellas, la prevalencia (porcentaje de positivos) y el porcentaje de individuos con cargas superiores a 10.000 hpg, obteniéndose los siguientes resultados:

P	A.P
17.3	1.6
28.5	1.6
35.3	1.7
45.4	2.2
58.7	7.0
64.9	9.4
72.9	20.9
82.6	23.3
93.7	32.7

Obtención de la Prueba:

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Análisis de correlación

En la ventana de diálogo, en la etiqueta Variables indique las variables que participarán en el análisis (Variables Y). Si desea establecer una partición, criterio by, en la etiqueta Particiones indique la/s variable/s. Presione Aceptar. Seleccione el coeficiente a obtener, activando la casilla correspondiente. Puede excluir del análisis los registros incompletos si activa la casilla Eliminar los registros incompletos. Presione Aceptar.

CORRELACION DE SPEARMAN: COEFICIENTES\PROBABILIDADES

	Prevalencia	%Alto HPG
PREVALENCIA	1.00	0.00
%ALTOHPG	1.00	1.00

Resultado: La correlación entre la prevalencia de la infección por *Ascaris lumbricoides* y el porcentaje de individuos con cargas >10.000 hpg es altamente significativa y positiva, lo que indica que un mayor porcentaje de individuos infectados esta asociado con un mayor porcentaje de individuos con elevados conteos de huevos de *ascaris lumbricoides* por gramo de heces.

Ejemplo 2: Al fin de establecer si existía asociación entre los puntajes de autoritarismo y los del esfuerzo por alcanzar una posición social, se administraron encuestas indagatorias a 12 estudiantes, cuyos resultados son suministrados a continuación:

Estudiante	Autoritarismo	B.P.S
1	82	42
2	98	46
3	87	39
4	40	37
5	116	65
6	113	88
7	111	86
8	83	56
9	85	62
10	126	92
11	106	54
12	117	81

Ho: No existe correlación entre el autoritarismo y la búsqueda de posición social.

H_1: Si existe correlación.

Obtención de la Prueba

Elija en la barra de herramientas: Estadísticas • Análisis de correlación

En la ventana de diálogo, en la etiqueta Variables indique las variables que participarán en el análisis (Variables Y). Si desea establecer una partición, criterio by, en la etiqueta Particiones indique la/s variable/s. Presione Aceptar. Seleccione el coeficiente a obtener, activando la casilla correspondiente. Puede excluir del análisis los registros incompletos si activa la casilla Eliminar los registros incompletos. Presione Aceptar

Coeficientes de correlación

Correlacion de Spearman: coeficientes\probabilidades

Autoritarismo	B.P.S	
Autoritarismo	1.00	0.01
B.P.S	0.82	1.00

Se observa que para estos 12 estudiantes la correlación entre autoritarismo y búsqueda de posición social es de 0,82 (P< 0,01)

Cálculos manuales

Los datos de base son una serie de parejas. (X, Y)

Se ordenan separadamente por orden creciente tanto los valores de X como los de Y.

Se sustituye cada valor de X y cada valor de Y por su rango correspondiente.

Se hacen coincidir en una lista ordenada los rangos de X con los correspondientes rangos de Y.

Se establecen las diferencias entre los rangos (X - Y = di) y se elevan al cuadrado dichas diferencias $(di)^2$, luego se realiza la sumatoria de dichos valores elevados al cuadrado ($\Sigma\ di^2$).

Los grados de libertad son iguales a N - 2, por ejemplo para 10 pares de datos, los g.l son 8.

En caso de observaciones ligadas se le asigna a cada una el promedio de los rangos que se le habría asignado de no haber ocurrido dichas ligas. El efecto de estas últimas es insignificante en el valor del coeficiente "r_s" ocasionado un ligero incremento en el valor de dicho coeficiente. Para el cálculo del coeficiente de correlación de rangos de Spearman, se utiliza la fórmula siguiente:

$r_s = 1 - (6 \Sigma di^2 \div N^3 - N)$

En la cual:

r_s = Coeficiente de correlación de rangos de Spearman

di = Xi - Yi

Xi, Yi = rangos correspondientes a los valores ordenados en orden creciente de las variables X y Y.

N = Tamaño de la muestra

Ejemplo: como ejemplo utilizaremos los datos referidos al porcentaje de individuos infestados por *ascaris lumbricoides* y el porcentaje de individuos con > 10.000 Huevos del parásito por gramo de heces.

P(X)	W.P(Y)	Rangos X	Rangos Y	di	$(di)^2$
17.3	1.6	1	1,5	-0,5	0,25
28.5	1.6	2	1,5	0,5	0,25
35.3	1.7	3	3,00	0,0	0,00
45.4	2.2	4	4,00	0,0	0,00
58.7	7.0	5	5,00	0,0	0,00
64.9	9.4	6	6,00	0,0	0,00
72.9	20.9	7	7,00	0,0	0,00
82.6	23.3	8	8,00	0,0	0,00
93.7	32.7	9	9,00	0,0	0,00

rs = 1 - (6 x 0,50) ÷ 729 - 9

rs = 1 - { (3) ÷ 720}

rs = 1 - {0,0041666}

rs = 0,996 con 7 grados de libertad, este valor es significativo a un nivel $\alpha = 0{,}01$

PRUEBA DE SIGNIFICACIÓN SIN USO DE LA TABLA DE VALORES CRÍTICOS

Para esta evaluación emplearemos la fórmula siguiente:

$t_c = r_s \sqrt{(n/1 - rs^2)}$

Interpretación

tc > 1,96 (p<0,05)

tc > 2,3 (p< 0,01)

tc > 3,3 (p <0,001)

$tc = 0{,}996 \sqrt{(9 \div 0{,}008)} = 33{,}40 > 3{,}3\ (p < 0{,}001)$

Resultado: Existe una correlación altamente significativa y positiva entre el porcentaje de individuos con cargas de hpg de *ascaris lumbricoides* igual o superiores a 10.000 y la prevalencia de la ascariasis en la comunidad.

Caso de la relación entre autoritarismo y búsqueda de posición social (Ejemplo 2)

$Tc = 0{,}82 \sqrt{12 \div (1- 0{,}82^2)} = 0{,}82 \sqrt{12 \div (0{,}3276)} = 4{,}9 > 3{,}3\ (p< 0{,}001)$

Resultado: Se rechaza la Ho a un nivel $\alpha = 0{,}001$ de la no existencia de correlación entre el autoritarismo y la búsqueda de posición social.

TABLA L. SIGNIFICACIÓN DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN DE SPEARMAN

G. L.	α 0,05	α 0,01
5	0,9	
6	0,829	0,943
7	0,745	0,893
8	0,691	0,857
9	0,683	0,817
10	0,636	0,782
11	0,609	0,755
12	0,58	0,727
13	0,555	0,698
14	0,534	0,675
15	0,518	0,654
16	0,5	0,632
17	0,485	0,615
18	0,472	0,598
19	0,458	0,583
20	0,445	0,568
21	0,435	0,555
22	0,424	0,543
23	0,415	0,531
24	0,406	0,52
25	0,398	0,51
26	0,389	0,5
27	0,382	0,491
28	0,375	0,483
29	0,369	0,474
30	0,362	0,467

BIBLIOGRAFÍA

Castro, C. (1990). "Pruebas no paramétricas más utilizadas en experimentación agrícola". Trabajo de ascenso para optar a la categoría de profesor titular. Universidad del Zulia Venezuela, 112 pp.

Castillo, A. y Ojeda, M. (1994). *Principios de Estadística no Paramétrica*. Edit. Universidad Veracruzana, México; 158 pp.

Daniel, W. (1980). *Bioestadística. Base para el análisis en Ciencias de la Salud*. Edit. Limusa, México; 485 pp.

Domènech, J. (1981). *Tablas de Estadísticas*. Edit. Herder, Barcelona, España; 65 pp.

Domènech, J. (1982). *Bioestadística. Métodos estadísticos para investigadores*. Edit. Herder, Barcelona, España; 648 pp.

Freund, J. (1983). *Estadística Elemental Moderna*. Edit. Pueblo y Educación. La Habana, Cuba; 466 pp.

González, M. (1990). *Diseños de Experimentos*. Consejo Editorial del C.D.C.H.T., Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela; 125 pp.

González, M. (1990). *Investigación e Inferencia*. Consejo Editorial del C.D.C.H.T., Universidad de los Andes, Mérida; 102 pp.

Greene, J. y D'Oliveira, M. (1984). *Pruebas Estadísticas para Sicología y Ciencias Sociales*. Edit. Norma, Bogota, Colombia; 171 pp

InfoStat (2004). *InfoStat versión 2004. Manual del Usuario*. Grupo InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba. Primera Edición, Edit. Brujas, Argentina; 314

Mathieu, J ; Monnez, J.M (1982). *PCEM Exercices . Probabilités Statistique*. Masson, París; 127 pp.

Maxwell, A. (1966). *Análisis estadísticos de datos cualitativos.* Edit. Unión tipográfica Editorial Hispano Americana, México ;212 pp.

Morales, G. y Pino, L. A. (1987). *Parasitología cuantitativa.* Fondo Edit. Acta Cient. Venezolana, Caracas, Venezuela; 1[illegible]2 pp.

Morales, G. y Pino, L. A. (1995). *Parasitometría.* Edit. Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela; 224 pp.

Siegel, S. (1982). *Estadística no paramétrica.* Edit. Trillas, México.; 344 pp.

Siegel, S. y Castellán, N. (1995). *Estadística no paramétrica.* Edit. Trillas, México; 437 pp.

Schwartz, D.(1981). *Mhétodes statistiques á l´usage des médecins et des biologistes.* Flammarion Médécine Scinces, Paris; 318 pp.

Wiedenhofer, S. (1993). *Pruebas no Paramétricas para las Ciencias Agropecuarias. Muestras pequeñas.* Edit. Talleres Gráficos del FONAIAP, Maracay, Venezuela; 132 pp.

Este libro se terminó de imprimir
en Caracas en abril del año 2009
en los talleres de Editorial Texto, C.A.

Estadística no paramétrica
aplicada a las
Ciencias de la salud

ISBN 978-980-244-578-3

9 789802 445783

PUBLICACIONES
U · C · A · B