Bernardo Jorge Rojas, Teodoro Huarhua Chipani,
Guido Vicente Huaman Miranda, Uber Quispe Valenzuela

Diseño y Análisis de Experimentos Agrícolas

HIGH RATE BOOKS
BY HIGH RATE CONSULTING

DISEÑO Y ANÁLISIS DE EXPERIMENTOS AGRÍCOLAS

DESIGN AND ANALYSIS OF AGRICULTURAL EXPERIMENTS

HIGH RATE BOOKS
BY HIGH RATE CONSULTING

DISEÑO Y ANÁLISIS DE EXPERIMENTOS AGRÍCOLAS

DESIGN AND ANALYSIS OF AGRICULTURAL EXPERIMENTS

USA, Marzo/March, 30. 2026

Cómo citar / How to cite: Rojas, B., Huarhua, T., Huaman, G., Quispe, U. (2026). *Diseño y análisis de Experimentos Agrícolas*. High Rate Consulting. https://doi.org/10.38202/experagric

Thema Classification: TVB, YPWE
Portada / Cover: Equipo de diseño de High Rate Consulting Co. Portada diseñada con apoyo parcial de inteligencia artificial y edición humana.
Diseño / Graphic design: Ginley Durán
Revisión de estilo / Style review: Carlos Scarabelli
ISNI High Rate Consulting: https://isni.org/isni/0000000492376119
e-ISBN: 978-1-969700-17-0

High Rate Consulting, Corp. Plano, TX. USA | Phone: +1 786 566 0795 | Email: wile@higrateco.com

ESTE LIBRO HA SIDO ARBITRADO POR PARES CIEGOS Y ES PRODUCTO DE INVESTIGACIÓN.
THIS BOOK HAS BEEN REVIEWED BY DOUBLE BLIND PEERS AND IS PRODUCT OF RESEARCH.

Bernardo Jorge Rojas
Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Perú
Correo electrónico: bernardo.rojas@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-3120-4818

Teodoro Huarhua Chipani
Universidad Andina del Cusco. Perú
Correo electrónico: huarhuachp@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-7352-1398

Guido Vicente Huaman Miranda
Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Perú
Correo electrónico: guido.huaman@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-9992-8065

Uber Quispe Valenzuela
Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Perú
Correo electrónico: uber.quispe@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-6021-3129

DEDICATORIAS

A la memoria de mi padre, Segundo Jorge Marcavillaca, ejemplo de fortaleza y perseverancia, cuya dedicación y sacrificio forjaron en mí el anhelo constante de superación.
A mi querida madre, Margarita, que, a pesar de los años y las adversidades, continúa luchando con amor y entrega por el bienestar y progreso de sus hijos y nietos.
A mi amada esposa, Julia, a mis hijos Yenny, Saúl, Mercedes, Yuly Margaret, Shary Fiorela y nietos: Arianna Qorianka, Astrid Estefanía, Alexander Sebastián, Samin Antoni, Luciana Briguitte, Benyamin Estefano, Alessio Genaro e Ivanna Valentina, fuente inagotable de inspiración y motivo permanente de mi esfuerzo y superación.

Bernardo Jorge Rojas

A mi amada madre, Julia, por su amor incondicional, fortaleza y ejemplo de vida, pilares que han guiado cada uno de mis pasos. A mi querida esposa, Clara, compañera incansable y apoyo constante en cada desafío, cuya comprensión y cariño iluminan mi camino. Y a mi adorada hija, Yulieth, motivo de mis más grandes sueños y fuente permanente de inspiración para seguir superándome cada día.

Teodoro Huarhua Chipani

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

PRESENTACIÓN

El avance científico y tecnológico en el ámbito agrícola exige, hoy más que nunca, la aplicación de metodologías rigurosas que permitan obtener resultados confiables y reproducibles. En este contexto, el diseño y análisis de experimentos se ha consolidado como una herramienta indispensable para la investigación, el desarrollo y la innovación en las ciencias agrarias. Su correcta aplicación posibilita mejorar la calidad de los productos, optimizar procesos, reducir costos y tomar decisiones sustentadas en la evidencia.

El presente libro, titulado "Diseño y análisis de experimentos agrícolas", es fruto de la experiencia adquirida en la docencia, la investigación y el trabajo profesional en el campo de la ingeniería agroindustrial. Tiene como propósito ofrecer una guía clara, estructurada y práctica que oriente al estudiante, docente e investigador en la comprensión, aplicación e interpretación de las principales técnicas estadísticas utilizadas en la experimentación agrícola.

La obra está organizada en tres capítulos, desarrollados de manera secuencial y didáctica. Cada capítulo combina conceptos teóricos, ejemplos prácticos y ejercicios aplicados, con el objetivo de fortalecer la comprensión y las competencias analíticas del lector. Esta integración busca que el conocimiento estadístico no se limite al cálculo, sino que se transforme en una herramienta efectiva para la toma de decisiones y la mejora continua en el ámbito de la ingeniería agroindustrial en experimentación agrícola.

Estimamos que este texto servirá como referente académico y material de apoyo en la formación de futuros profesionales e investigadores, contribuyendo al desarrollo de una agricultura moderna, eficiente y sustentable.

Los autores

RESUMEN

El libro "Diseño y análisis de experimentos agrícolas" constituye una guía teórico-práctica dirigida a estudiantes, docentes e investigadores del campo de la Ingeniería Agroindustrial y las Ciencias Agrarias, cuyo objetivo es proporcionar los fundamentos conceptuales, estadísticos y metodológicos necesarios para planificar, ejecutar y analizar experimentos agrícolas con rigor científico. La obra, estructurada en seis capítulos, aborda desde los principios generales de la experimentación agrícola hasta la aplicación de pruebas de hipótesis, análisis de correlación y regresión, y los principales tipos de diseños experimentales, con especial énfasis en el Diseño Completamente Randomizado (D.C.R.) o Aleatorizado (D.C.A.). A través de una metodología que combina teoría, ejemplos prácticos, ejercicios aplicados y casos reales, el texto permite al lector comprender e implementar adecuadamente el proceso experimental, interpretar resultados con precisión y tomar decisiones fundamentadas en evidencia. En conjunto, los contenidos fortalecen las competencias analíticas y metodológicas del lector, contribuyendo a la formación de profesionales capaces de impulsar una agricultura moderna, eficiente y sustentable.

Palabras clave:
Diseño experimental, experimentación agrícola, análisis estadístico y metodología científica.

ABSTRACT

The book "Design and analysis of agricultural experiments" is a theoretical and practical guide aimed at students, teachers, and researchers in the fields of Agroindustrial Engineering and Agricultural Sciences. Its main objective is to provide the conceptual, statistical, and methodological foundations necessary to plan, conduct, and analyze agricultural experiments with scientific rigor. Structured into six chapters, the book covers topics ranging from the general principles of agricultural experimentation to the application of hypothesis testing, correlation and regression analysis, and the main types of experimental designs, with special emphasis on the Completely Randomized Design (C.R.D.). Through a methodology that combines theory, practical examples, applied exercises, and real-world cases, the text enables readers to properly understand and implement the experimental process, accurately interpret results, and make evidence-based decisions. Overall, the contents strengthen the reader's analytical and methodological competencies, contributing to the education of professionals capable of promoting a modern, efficient, and sustainable agriculture.

Keywords:
Experimental design, agricultural experimentation, statistical analysis, and scientific methodology.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los problemas que aquejan a la humanidad traen a un primer plano los métodos estadísticos. El empleo de los modernos equipos, como calculadoras y computadoras, difundió rápidamente el análisis cuantitativo de los fenómenos biológicos, económicos y físicos, por lo que el estudio de los métodos estadísticos es una necesidad imprescindible para quienes realizan trabajos de investigación en cualquiera de las ramas de la ciencia.

En estos tiempos se encuentran disponibles muchos métodos que permiten avanzar rápidamente en los principios de la experimentación, en los que se debe tener en cuenta que esos procedimientos son solo un medio.

En casi todas las empresas y organizaciones ya no hay clientes cautivos, y en cualquier momento los clientes pueden encontrar una mejor alternativa. En este contexto, en la investigación y en los procesos de producción es necesario mejorar la calidad de los productos, reducir costos, reducir tiempos de ciclos de producción, diseñar, rediseñar o hacer cambios en los procesos, sustituir materiales, modificar métodos, diseñar productos y procesos, etc. Por lo que una de las metodologías clave para que todo lo indicado se haga eficazmente es el diseño estadístico de experimentos.

El papel que juega en estos tiempos el diseño de experimentos en la investigación y en los procesos productivos se fue consolidando a lo largo de la segunda mitad del siglo XX y, a partir de los años 80, recibe un impulso decisivo debido a la influencia del control de calidad en Japón, en donde se dieron cuenta de que más que detectar la mala calidad es mejor enfocar esfuerzos de prevención. En esta última década, el diseño de experimentos se está consolidando y hoy en día es una herramienta fundamental en las tareas de todo investigador o experimentador. Así lo reconocen los entendidos de los centros de formación profesional que tienen como tarea la formación de ingenieros, biólogos, químicos, agrónomos, etc. Por lo que han incorporado la experimentación o diseño de experimentos como parte de su formación básica.

En este pequeño compilado se describen los aspectos más importantes del diseño y análisis de experimentos, dando énfasis en los conceptos, así como cuándo aplicar cada tipo de diseño, cómo aplicarlo y cómo hacer el análisis e interpretación de los datos obtenidos mediante el experimento. Para alcanzar lo indicado, nos apoyamos en muchos ejemplos para resaltar la aplicación de la experimentación, así como el diseño y análisis de experimentos; de esta forma evidencio la gran utilidad que tienen como herramienta.

A la espera de que este libro sirva de apoyo y facilite el aprendizaje en la experimentación agrícola.

Los autores

Capítulo 1

GENERALIDADES

CAPÍTULO - 1

Generalidades Experimentación Agrícola

1.1. DEFINICIÓN

La experimentación agrícola es una disciplina aplicada que integra principios estadísticos, conocimientos agronómicos y procedimientos sistemáticos para estudiar, comparar y optimizar prácticas de manejo en sistemas agrícolas, pecuarios y agroindustriales. Su propósito es generar evidencia científica mediante ensayos controlados que permiten evaluar tratamientos, identificar factores que afectan la producción y proporcionar recomendaciones tecnológicas confiables. Esta disciplina considera la variabilidad inherente al ambiente agrícola, buscando reducirla o controlarla mediante diseños experimentales adecuados que aseguren precisión, validez y reproducibilidad de los resultados (Gómez & Gómez, 1984; Montgomery, 2017).

SOKAL. La experimentación agrícola, desde la perspectiva biométrica promovida por Sokal y Rohlf, se define como el uso riguroso de métodos estadísticos en la investigación biológica aplicada al agro, mediante los cuales los investigadores recogen, analizan e interpretan datos cuantitativos para estimar efectos de tratamientos, evaluar variaciones biológicas o ambientales. La estadística biológica "proporciona los principios y prácticas necesarios para que los biólogos puedan diseñar experimentos, analizar datos y extraer conclusiones fiables en presencia de la variabilidad inherente de los sistemas biológicos" (Sokal & Rohlf, 2012, p. 5).

ESTADÍSTICA. Barreto-Villanueva (2012) proporciona una definición ampliamente aceptada que subraya el alcance metodológico de la disciplina:

"La Estadística, en general, es la ciencia que trata de la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de tomar decisiones efectivas y pertinentes" (p. 9).

Esta ciencia se divide tradicionalmente en dos grandes ramas:

- **Estadística descriptiva:** se enfoca en los métodos para resumir, caracterizar y presentar un conjunto de datos (ejemplos: cálculo de medias, desviaciones estándar, elaboración de gráficos).
- **Estadística inferencial:** se enfoca en los métodos para hacer generalizaciones, estimaciones y proyecciones sobre una población a partir de los resultados obtenidos de una muestra.

Cualquier actividad del saber humano adquiere el carácter de estudio científico cuando en su estudio intervienen los números; por consiguiente, al decir estudio científico nos referimos a lo que se exhibe en la figura siguiente:

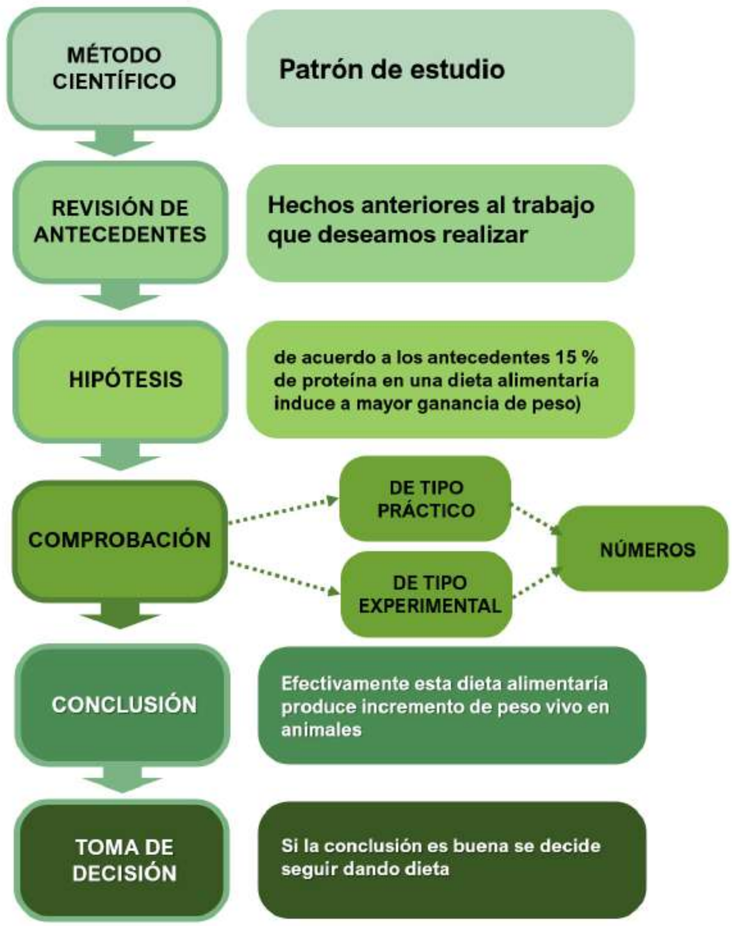


Figura 1. *Experimentación agrícola*

1.2. IMPORTANCIA DE LA EXPERIMENTACIÓN AGRÍCOLA

La relevancia de la experimentación agrícola radica en que en ella descansa el progreso de la agricultura mundial, ya que cualquier idea formulada en relación con la producción agropecuaria debe ser comprobada mediante la experimentación agrícola, para que pueda ser aceptada y divulgada, como por ejemplo:

1. La introducción y la generalización de variedades nuevas en determinadas regiones o países.
2. Establecimiento de métodos genéticos para la mejora de plantas.
3. Los métodos de combate y prevención de plagas y enfermedades, etcétera.

Los experimentos, cuando se ejecutan bajo diseños estadísticos adecuados (como los diseños de bloques o factoriales), son la única herramienta que permite establecer de manera confiable la causa y efecto entre los tratamientos (p. ej., dosis de fertilizante, nuevas variedades) y las variables de respuesta (p. ej., rendimiento, calidad del cultivo).

"El rigor científico de los experimentos en su planificación protocolaria es lo que los caracteriza dentro de la eficiencia y la objetividad... Un experimento preciso permite lograr eficiencia en los recursos que se destinan a la [investigación]" (Gavilánez Luna 2024, p. 3).

1.3. NECESIDAD DE LA EXPERIMENTACIÓN AGRÍCOLA EN EL SIGLO XXI

El establecimiento de parcelas experimentales es indispensable para investigar la bondad o utilidad de un tratamiento relativo al empleo de variedades mejoradas o normas de cultivo en una especie determinada.

La necesidad de la experimentación agrícola surge de la triple crisis global que amenaza la seguridad alimentaria y la sostenibilidad: el cambio climático, la degradación de los recursos naturales y la presión demográfica. En este escenario de incertidumbre, la experimentación rigurosa se vuelve indispensable para desarrollar y validar soluciones. La experimentación agrícola es la herramienta fundamental para:

- Evaluar variedades resilientes: ensayar nuevas variedades de cultivos (convencionales o genéticamente modificadas) que demuestren mayor tolerancia al estrés hídrico, el calor o la salinidad en condiciones reales de campo (FAO, 2022).
- Validar prácticas de conservación: determinar la eficacia de prácticas de Agricultura Climáticamente Inteligente (ACI), como la siembra directa, los cultivos de cobertura y el manejo integrado del agua, en diferentes regiones y suelos (Li et al., 2023).

"La investigación y la experimentación son fundamentales para desarrollar prácticas agrícolas resilientes y modelos de gestión del suelue se adapten a las condiciones climáticas cambiantes y logren una mayor eficiencia en el uso de los recursos" (FAO, 2022, p. 14).

1.4. RELACIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN AGRÍCOLA CON OTRAS RAMAS DE CIENCIAS AGRARIAS

La dirección y desarrollo de la experimentación agrícola utilizan en mayor o menor grado, todos los conocimientos que componen la técnica agronómica, hasta el punto de que la experimentación agrícola viene a ser una especie de compendio; es así que requiere de ciertas cuestiones:

1. Conocimientos suficientes de la edafología y agrología.
2. Conocimientos de química agrícola, para establecer acertadamente las fórmulas de fertilización.
3. Conocimientos básicos de geometría y topografía, para proyectar debidamente la distribución de las parcelas dentro el campo experimental.
4. Conocimientos de la botánica, fisiología vegetal y ecología, para poder interpretar con acierto las influencias de los distintos tratamientos en estudio que ejercen sobre las plantas.
5. Los ensayos de campo constituyen una etapa fundamental en el proceso de fitomejoramiento, ya que permiten analizar la interacción entre el genotipo y el ambiente (G×A). A través de estas evaluaciones en múltiples ambientes es posible identificar las variedades con mayor estabilidad y rendimiento adaptativo en condiciones específicas, representando así la fase decisiva para la selección final de materiales superiores (Yan & Kang, 2003).
6. Los ensayos experimentales con fertilizantes son fundamentales porque permiten ajustar las dosis y formulaciones de nutrientes a las condiciones particulares de cada sitio. Este enfoque posibilita superar las limitaciones de las recomendaciones generales basadas únicamente en análisis de suelo estándar y favorece una gestión más eficiente y precisa de la nutrición vegetal, en línea con los principios de la agricultura de precisión (FAO, 2019)

Las pruebas de campo son para validar las estrategias de Manejo Integrado de Plagas (MIP), puesto que solo en condiciones de campo se pueden evaluar las interacciones complejas entre el cultivo, la plaga y el agente de control biológico o químico (Dara, 2019).

Capítulo 2

DISEÑOS EXPERIMENTALES

CAPÍTULO - 2

DISEÑOS EXPERIMENTALES

2.1. ¿Qué se entiende por diseño de experimentos?

La práctica de realizar experimentos o pruebas es común para solucionar problemas operativos o para validar nuevas ideas o hipótesis (Prado Campos, 2020). Estos ensayos implican generalmente la introducción de modificaciones controladas, como ajustar los materiales, métodos o condiciones de operación de un proceso, o bien probar diferentes parámetros (como variar la temperatura de una máquina) hasta identificar las configuraciones que producen los mejores resultados. El objetivo primordial de estas acciones es alcanzar mejoras en el desempeño o mitigar fallos existentes.

En muchos casos, los experimentos se ejecutan de manera improvisada, empleando procedimientos de ensayo y error sustentados principalmente en la intuición o en la experiencia previa, en lugar de seguir un diseño experimental correctamente estructurado que permita responder adecuadamente a las preguntas de investigación. Una situación similar ocurre durante el análisis de los datos, donde frecuentemente se opta por evaluaciones informales sin considerar de forma estricta la variabilidad presente en las mediciones. Aunque en ocasiones este tipo de prácticas empíricas puede conducir a ciertos avances, su eficacia disminuye cuando los problemas adquieren mayor complejidad. Por ello, resulta indispensable aplicar procedimientos metodológicos rigurosos que aseguren obtener respuestas válidas en el menor tiempo posible y empleando recursos limitados.

El diseño estadístico de experimentos es precisamente la forma más eficaz de hacer pruebas. El diseño de experimentos consiste en determinar cuáles pruebas se deben realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas, de esta manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso, resolver un problema o lograr mejoras. Algunos problemas típicos que pueden resolverse con el diseño y el análisis de experimentos son los siguientes:

1. Comparación y selección genética: la experimentación permite comparar de manera objetiva dos o más variedades o líneas genéticas de cultivos para seleccionar aquella que demuestre el mejor desempeño agronómico, ya sea en términos de rendimiento, calidad de cosecha, o resistencia a factores bióticos (plagas) y abióticos (sequía, salinidad) (Gavilánez Luna (2024).
2. Calibración y metrología agrícola: se utiliza para comparar la precisión, exactitud y consistencia de diferentes instrumentos de medición o métodos de muestreo (p.ej., análisis de suelo o métodos de conteo de plagas), garantizando que los datos obtenidos para la toma de decisiones sean confiables.

3. Identificación de factores críticos (diagnóstico agronómico): permite determinar cuáles son los factores del manejo agronómico (p.ej., dosis de fertilizante, densidad de siembra, frecuencia de riego) que ejercen un impacto significativo sobre las variables de respuesta del cultivo (p.ej., biomasa, contenido de azúcares o incidencia de enfermedades).
4. Optimización de procesos agrícolas: facilita la búsqueda de las condiciones de manejo óptimas (p.ej., niveles de sombra, temperatura en invernadero, momentos de aplicación de insumos) que permiten maximizar una respuesta deseada (p.ej., mayor producción) o reducir los defectos o pérdidas (p.ej., reducir pérdidas postcosecha o la infestación de plagas).
5. Mejora de la eficiencia operacional: ayuda a reducir los tiempos de ciclo de procesos críticos (p.ej., germinación, secado de granos, cosecha mecanizada) y a mejorar la eficiencia en el uso de insumos y recursos, lo que impacta directamente en la rentabilidad.
6. Diseño y adaptación de sistemas de producción: sirve como plataforma para apoyar el diseño, validación o rediseño de sistemas agrícolas complejos (p.ej., sistemas agroforestales, sistemas de riego por goteo) antes de su implementación a escala comercial.
7. Caracterización de nuevos insumos: la experimentación se emplea para conocer y caracterizar la respuesta de los cultivos y el suelo ante la introducción de nuevos materiales o insumos (p.ej., bioestimulantes, enmiendas orgánicas o nuevos sustratos), estableciendo su viabilidad y recomendaciones de uso.

Para lograr la mejora de un proceso, existen dos enfoques principales para la adquisición de información (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2012). La primera es una estrategia pasiva, que consiste en la simple observación y el monitoreo del proceso mediante herramientas estadísticas hasta que se identifiquen señales que orienten la mejora. La segunda vía es la experimentación, considerada una estrategia activa y superior. Esta requiere realizar cambios estratégicos y planificados en las variables del proceso para provocar intencionalmente las señales o respuestas necesarias. Al analizar los resultados de estos cambios deliberados, se pueden obtener directrices claras que usualmente conducen a mejoras significativas. En este sentido, el diseño de experimentos es una colección de técnicas activas que evitan esperar pasivamente que el proceso revele sus fallos o áreas de optimización, sino que lo manipulan sistemáticamente para extraer la información precisa requerida para su optimización.

El saber diseño de experimentos y otras técnicas estadísticas, en combinación con conocimientos del proceso, sitúan al responsable del mismo como un observador perceptivo y proactivo que es capaz de proponer mejoras y de observar algo interesante (oportunidades de mejora) en el proceso y en los datos donde otra persona no ve nada.

Por todo lo indicado, diseñar un experimento significa planearlo de manera que se reúna la información pertinente al problema investigado. Frecuentemente, se recogen datos que pueden tener poco o ningún valor al intentar resolver un problema. El diseño de experimentos es, entonces, una secuencia de pasos tomados de antemano para asegurar que los datos se obtendrán adecuadamente, lo que permitirá un análisis objetivo conducente a conclusiones válidas del problema en cuestión.

Para elegir el diseño adecuado son varias las interrogantes que se deben formular primero:

a. ¿Cuáles son las características a analizar?
b. ¿Qué factores afectan esas características?
c. ¿Cuántas veces deberá repetirse el experimento básico?
d. ¿Cómo sería la forma de análisis?
e. ¿A partir de qué valor se considera importante un efecto?

Estas interrogantes destacan la importancia de la etapa del planeamiento y la necesidad de un amplio estudio de ella.

También es destacable que el diseño sea tan simple y eficiente como sea posible, lo que redundará en ahorro de tiempo, personal y material experimental; es decir, que el propósito de cualquier diseño experimental es proporcionar la máxima cantidad de información al mínimo costo.

Principios básicos de la experimentación agropecuaria.

En el desarrollo de un experimento de campo, agrícola o ganadero, resulta necesario tener en cuenta:

- El planeamiento del experimento.
- La interpretación y evaluación de los resultados experimentales.

Para delinear un experimento es necesario precisar los siguientes conceptos básicos que se detallan:

- **Tratamiento.** Montgomery (2017) ofrece una definición clara que subraya la intención de la manipulación:

- "Un tratamiento es una condición o conjunto de condiciones experimentales que se impone a la unidad experimental. Los tratamientos deben ser comparados para determinar si afectan la variable de respuesta de manera diferente" (p. 2).

- **Repeticiones.** De acuerdo con Ronald Aylmer Fisher, la repetición es esencial para obtener una estimación válida del error experimental y sustentar la inferencia estadística (Fisher, 1935). Por su parte, Montgomery (2017) señala que la replicación incrementa la precisión de las estimaciones, aumenta los grados de libertad del error y mejora la potencia estadística de las pruebas de hipótesis.

- **Testigo.** Es el tratamiento de comparación. Cuando se realiza un experimento, generalmente se usa un testigo para evaluar el resultado de un experimento. Por ejemplo, si se van a comparar 3 dosis de fertilizante, el testigo será el tratamiento que no contendrá fertilizante.

- **Unidad experimental.** Consiste en el lugar o elemento sobre el cual se aplican los tratamientos en estudio; una unidad experimental se conoce también como parcela. Cabe destacar que existen variaciones entre las unidades experimentales, aunque se les aplique el mismo tratamiento. Por ejemplo, una parcela puede ser una determinada área de terreno, un vacuno, un conjunto de animales menores, etcétera.

- **Error experimental.** Al aplicar tratamientos a las unidades experimentales, en los resultados existen variaciones.

Las cuales pueden deberse a:

a. Los efectos de los tratamientos (si estos son distintos).
b. Causas ajenas a los efectos de los tratamientos.

Muchas de estas variaciones constituyen el “error experimental”. No se puede eliminar el error experimental, peso sí reducir sus efectos con el objetivo de obtener una mejor estimación de los resultados de los tratamientos. Los aspectos que se deben tener en cuenta, cuando se planea un ensayo, para reducir el error experimental son:

a. Utilizar unidades experimentales tan uniformes como sea posible.
b. Tamaño y forma adecuados de la unidad experimental.
c. Evitar la competencia entre tratamientos.
d. Emplear un número de repeticiones adecuados para cada tratamiento.
e. Manejar uniformemente las unidades experimentales.
f. Mantener todos los tratamientos en igualdad de condiciones a los efectos de que aquel que sea superior pueda evidenciarlo.
g. Adecuada distribución de los tratamientos al azar.

En cuanto analizamos algunos de los puntos expuestos se obtiene:

1. Homogeneidad de las unidades experimentales

Todo experimentador se enfrenta con la variabilidad del material experimental con el cual trabaja; si se trata, por ejemplo, de una experimentación en ganadería y, sobre todo, en producción de leche, son muchos los factores que el experimentador debe considerar para llegar a tener unidades experimentales uniformes. Los factores principales a considerar son: factores genéticos; factores nutricionales; capacidad fisiológica; edad; peso; periodo de gestación; número de lactaciones; manejo; enfermedades, etc.

En estas pruebas hay que considerar generalmente un periodo previo a la realización del experimento, periodo en el cual todos los animales son tratados en igualdad de condiciones; se toman los datos como si el experimento estuviera en marcha.

A este periodo se le denomina “periodo de uniformidad” (P.U.), en donde los animales son condicionados al medio experimental. Luego se inicia el “periodo de comparación” (P.C.), o sea, comienzan a compararse los tratamientos. En el periodo de uniformidad todos los animales deben recibir igual alimentación y los datos de peso, leche, porcentaje de grasa se deben registrar cuidadosamente con el objeto de formar estratos muy similares para luego, en cada grupo o estrato, distribuir o sortear los tratamientos en estudio. Es recomendable utilizar animales de la misma edad, sexo y peso, etcétera.

En experimentos agrícolas, la variabilidad o heterogeneidad del suelo es un fenómeno siempre presente, aunque se manifieste con distinta intensidad, según las características topográficas, de manejo, contenido de humedad, etc.

Existen diversos métodos para determinar el grado de heterogeneidad del suelo. Uno de estos consiste en sembrar el campo uniformemente con una variedad lo más pura posible y someterlo a labores de cultivo también uniformes. A la cosecha, se realiza esta operación separadamente en pequeñas parcelitas; por ejemplo, un surco de 5 m de largo.

2. Tamaño y forma de las unidades experimentales.

Si bien hay métodos para determinar el tamaño óptimo de parcela, hay varios factores que se deben tener en consideración tales como: clase de cultivo, número de tratamientos en estudio, cantidad de semilla disponible, maquinaria agrícola, superficie del terreno destinado a la experimentación, mano de obra, etcétera.

Teniendo en cuenta los puntos enunciados, el tamaño de las parcelas puede variar enormemente como se aprecia en la figura adjunta; sin embargo, se pueden poner límites según tipo de cultivo:

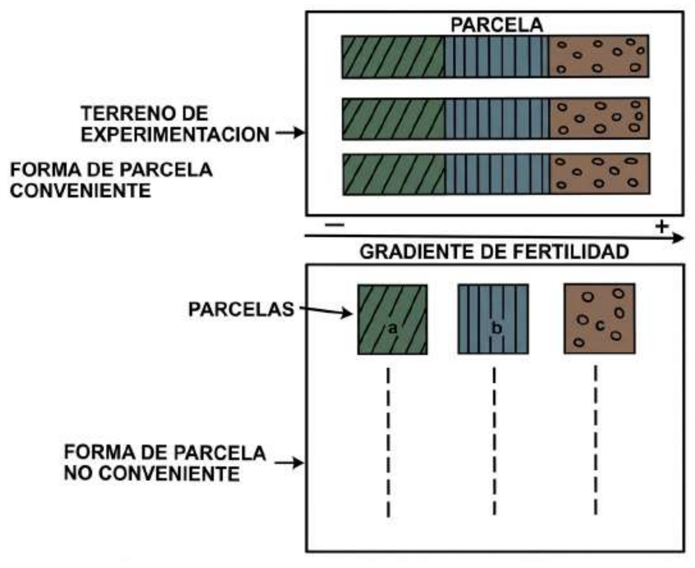


Figura 2.
Tamaño y forma de las unidades experimentales

En la gráfica se puede apreciar la forma de la parcela: a) parte de baja fertilidad; b) parte de mediana fertilidad; c) parte de alta fertilidad.

Tabla 1.
Tipo de cultivo y Tamaño de parcela m2

TIPO DE CULTIVO	TAMAÑO DE PARCELA m^2
Maíz	10 - 44
Trigo	5 - 12
Sorgo	20 - 40
Alfalfa	40
Papa	13 - 20
Remolacha	10 - 20
Caña de azúcar	200 - 800
Frutales y forestales	1 – 2 árboles

En experimentos agrícolas, se encontró que la forma de las parcelas largas y estrechas son las que mejor contrarrestan la heterogeneidad del suelo. Esto se explica porque en esta modalidad es posible que un número mayor de parcelas participen de cada mancha de alta y baja fertilidad. En cambio, una parcela cuadrada puede llegar a coincidir con toda una mancha de fertilidad, aumentando o bajando en forma exagerada su rendimiento.

3. Efecto de borde y competencia mutua entre variedades.

En experimentos agrícolas, la competencia entre variedades puede enmascarar los resultados. Por tal motivo, al efectuar el parcelamiento se debe tener en consideración el llamado "efecto de bordes". Para evitar este efecto habitualmente se deja en cada parcela 1 m. en todo sentido libre de cultivo. Esta medida queda condicionada a la disponibilidad del terreno experimental.

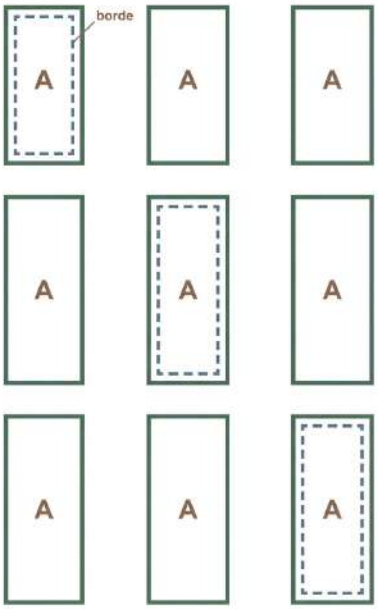


Figura 3.
Repeticiones de cada tratamiento (variedad). Se obtiene el rendimiento del mismo en los diferentes niveles de fertilidad del terreno.

Cabe observar que haciendo las repeticiones de cada tratamiento (variedad) se obtiene su rendimiento en los diferentes niveles de fertilidad del terreno.

4. Número de repeticiones.

Si un experimento tiene solo una repetición, no es posible estimar el error experimental y, por consiguiente, no es posible determinar si la diferencia entre tratamientos es real o se debe a las variaciones inherentes al medio.

Las repeticiones permiten obtener varios resultados para cada tratamiento, lo cual otorga así la base para efectuar los cálculos del análisis estadístico que conduce a determinar el grado de confianza con que puede considerarse la superioridad de unos tratamientos sobre otros.

Cuanto mayor sea el número de repeticiones mayores serán las posibilidades de obtener resultados ajustados a la realidad.

El número de repeticiones también depende de la heterogeneidad del material experimental y del diseño experimental que se adopte para el experimento.

Tabla 2.

Número de repeticiones. Superficie de cada repetición m²

NÚMERO DE REPETICIONES	SUPERF. DE CADA REPETICÍON m^2	C.V. %
1	400	13.83
2	200	14.17
4	100	9.95
8	50	8.19
16	25	5.63

Con parcelas pequeñas es necesario aumentar las repeticiones.

Cuando el número de tratamientos del experimento aumenta, resulta difícil incrementar el tamaño de las parcelas por la gran extensión de terreno que demanda; en cambio, con pocos tratamientos es fácil y conveniente aumentar el tamaño de las parcelas.

5. Coeficiente de variación.

El coeficiente de variabilidad expresa la precisión del ensayo; está dado en porcentajes. Para ensayos agrícolas se puede considerar bajo cuando es inferior al 10 %, mediano si se encuentra entre 10 y 20 %, y alto cuando es del 20 al 30%.

En experimentos ganaderos, el C.V. es generalmente más alto que en experimentos agrícolas, debido a la mayor heterogeneidad del material experimental. Este está dado por:

$$C.V.\% = \frac{S}{\bar{x}} x100 \quad o \quad C.V.\% = \frac{\sqrt{CME}}{\bar{x}} x100$$

6. Distribución de los tratamientos.

La distribución de los tratamientos debe realizarse de una manera correcta, a fin de facilitar la interpretación de los resultados experimentales y reducir el error experimental.

En primera instancia se hace referencia a los experimentos simples, o sea aquellos en los cuales se investigan los efectos de tratamientos de un solo factor. Estos son los experimentos de mayor aplicación en la práctica. Dentro de los experimentos simples se analizarán los siguientes diseños:

a. Diseño completamente randomizado (D.C.R) o Diseño completamente aleatorizado (D.C.A).
b. Diseño en bloques completos randomizados (D.B.C.R) o Diseño en bloques completos aleatorizados (D.B.C.A).
c. Diseño en cuadrado latino (C.L.).
d. Diseños Factoriales: o diseños compuestos, es el diseño en los cuales se investigan los efectos de varios factores.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE DISEÑOS EXPERIMENTALES

CAPÍTULO - 3

ANÁLISIS DE DISEÑOS EXPERIMENTALES

3.1. DISEÑO COMPLETAMENTE ALEATORIZADO (D.C.A.)

Este diseño es recomendado cuando se estudian más de dos tratamientos.

Características.

1. Los tratamientos se distribuyen en todas las unidades experimentales y el número de repeticiones por tratamiento puede ser igual o diferente.
2. Resulta de gran utilidad en experimentos con animales, de invernaderos o bien cuando el terreno en un experimento agrícola es muy homogéneo.
3. La distribución de los tratamientos al azar en las unidades experimentales se puede realizar usando un sorteo manual o bien utilizando una tabla de números aleatorios.
4. En la distribución de los tratamientos estos pueden repetirse tanto en forma horizontal como vertical.

Ello así, suponiendo el caso de un ensayo de fertilización de maíz, en que sea “a” el número de tratamientos (dosis de fertilizante) y “r” el número de repeticiones; por consiguiente, se tendrán a x r unidades experimentales.

a = 4 (A, B, C, D)

r = 5 (I, II, III, IV, V)

Al realizar el sorteo, es posible obtener la distribución siguiente:

Tabla 3.
Distribución con sorteo.

A	B	C	D
D	C	B	C
B	C	A	D
A	B	D	A
B	A	D	C

Ventajas

1. Es fácil de planear y flexible en cuanto al número de tratamientos y repeticiones. Su única limitación es el número de unidades experimentales disponibles para el experimento.
2. El número de repeticiones puede variar de tratamiento a tratamiento.
3. En el análisis de variancia permite el máximo de grados de libertad para el error experimental.

Desventajas

1. Es apropiado para un pequeño número de tratamientos y para un material experimental homogéneo.
2. Dado que la aleatorización es irrestricta, el error experimental incluye toda la variabilidad entre las unidades experimentales.
3. La ecuación general del modelo

El modelo aditivo lineal para el DCA se expresa de la siguiente manera:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

Tabla 4.

Número de repeticiones. Superficie de cada repetición m^2

SÍMBOLO	CONCEPTO	DEFINICIÓN EN EL CONTEXTO DEL DCA
Yij	Variable de respuesta	Es el valor observado (p.ej., el rendimiento en kg/ha) en la j-ésima repetición que recibió el i-ésimo tratamiento.
μ	Media general	La media poblacional o el valor promedio que se obtendría si no hubiera ningún efecto de tratamiento y si el error fuera cero.
τ_i	Efecto del tratamiento	Es el efecto diferencial del i-ésimo tratamiento (p.ej., variedad A, dosis 100 kg/ha). Se calcula como la diferencia entre la media del tratamiento i y la media general
ε_{ij}	Error experimental	Es la variación aleatoria y no controlada que afecta a la j-ésima unidad experimental del i-ésimo tratamiento. Representa la diferencia entre el valor observado y el valor que el modelo predice

La hipótesis nula de interés

El propósito principal de analizar el DCA es probar si existe un efecto debido a los tratamientos. Esto se hace mediante las siguientes hipótesis:

- Hipótesis nula (H0): los efectos de todos los tratamientos son iguales a cero, lo que implica que las medias poblacionales de todos los tratamientos son iguales.

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$$

- Hipótesis alternativa (Ha): al menos un tratamiento tiene un efecto diferente, lo que significa que al menos dos medias poblacionales difieren.

$$H_a : \text{Al menos un } \tau_i \neq 0$$

El análisis de varianza (ANOVA) se utiliza para descomponer la variabilidad total observada en la variación atribuible a los tratamientos y la variación atribuible al error, y así tomar una decisión sobre H0.

Ejemplo:

Se hizo un experimento de alimentación en vacunos, en el que se usaron 4 raciones alimenticias (A, B, C, D) y cada uno se suministró a 5 animales elegidos al azar. Los incrementos de pesos observados en kg se dan en el cuadro siguiente o cuadro de distribución de los tratamientos; luego de su análisis mencione: ¿qué ración alimenticia induce a mayor ganancia de peso?

Tabla 5.

Experimento de alimentación 4 raciones alimenticias (A, B, C, D)

A 30	B 35	C 35	D 25
D 10	A 17	C 29	B 38
A 34	D 15	B 47	C 17
C 32	B 39	A 12	D 27
B 34	C 44	D 32	A 30

Tabla 6.

Datos ordenados por tratamientos (A, B, C, D)

	TRATAMIENTOS				
	A	B	C	D	
	30	35	35	25	
	17	38	29	10	
	34	47	17	15	
	12	39	32	27	
	30	34	44	32	
TOTAL TRATAMIENTOS	123	193	157	109	TOTAL GRAL. = 582
PROMEDIOS	24.6	38.6	31.4	21.8	Prom. promed.= 29.1

Tabla 7.

ANOVA

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
TRATAMIENTOS	3	845.4	281.8	3.82	3.24	5.29	*
E. EXPERIMENTAL	16	1,180.4	73.77				
TOTAL	19	2,025.8	C.V. = 29.52 %				

Nota:

FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

$$SCT = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SCT = 18{,}962 - \frac{(582)^2}{20} = 18{,}962 - 16{,}936.2 = 2{,}025.8$$

$$SCt = 1/5\,(123^2 + \ldots 109^2) - \frac{(582)^2}{20} = 17{,}781.6 - 16{,}936.2 = 845.4$$

$$SCE = SCT - SCt$$

$$SCE = 2{,}025.8 - 845.4 = 1{,}180.4$$

$$CMt = \frac{SCt}{GLt} = \frac{845.4}{3} = 281.8$$

$$CME = \frac{SCE}{GLE} = \frac{1{,}180.4}{16} = 73.77$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}}\,x100 = \frac{\sqrt{73.77}}{29.1}\,x100 = 29.52\,\%$$

Conclusión: Del análisis del cuadro de ANOVA podemos indicar que existe una probabilidad del 95 % de que las diferencias de los promedios se deben a la acción de los tratamientos.

Prueba de Tukey

Consiste en establecer un límite de diferencia de promedios, por debajo del cual los promedios en contraste se consideran estadísticamente iguales y por encima del cual los promedios en contraste se consideran estadísticamente diferentes; este valor límite se llama:

1. Diferencia significativa honesta (D.S.H.)
2. Diferencia mínima significativa (D.M.S.)
3. Diferencia límite de significancia (D.L.S.)

Lo que se determina por la relación:

$$D.L.S. = q\,x\,S\bar{x}$$

$$S\bar{\bar{x}} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$$

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$

$$D.S.H._{.5\%} = 4.05\,x\sqrt{\frac{73.77}{5}} = 4.05\,x\,3.84 = 15.55$$

$$D.SH_{.1\%} = 5.19\,x\,3.84 = 19.95$$

Promedios ordenados

I = 38.6 kg B

II = 31.4 kg C

III = 24.6 kg A

IV = 21.8 kg D

Contrastes

I – IV = 38.6 – 21.8 = 16.8 > 15.55 *

I – III = 38.6 – 24.6 = 14 < 15.55 y 19.93 N.S.

Conclusión: a ración B induce a mayor incremento de peso que la ración D, con una seguridad del 95 %; asimismo, la ración B induce a igual ganancia de peso que la ración C y A en los animales en estudio.

Prueba de Duncan

Consiste en hallar tantos valores límites como promedios menos uno tengamos en el ensayo; es decir, radica en hallar tantos valores menos uno de D.S.H. con relación al número de promedios. En el caso del ejemplo debemos hallar tres valores para 5 % y tres valores para 1 % de D.S.H., mediante la expresión:

Donde Zn se halla en la tabla (Anexo) al 5 % y 1 %

$$Dn = Zn \, x \, S\bar{x}$$

5 %	1 %
D2 = 3.00 x 3.84 = 11.52	**D2** = 4.13 x 3.84 = 15.86
D3 = 3.15 x 3.84 = 12.10	**D3** = 4.34 x 3.84 = 16.67
D4 = 3.23 x 3.84 = 12.40	**D4** = 4.45 x 3.84 = 17.09

Promedios ordenados

I = B = 38.6 kg

II = C = 31.4 kg

III = A = 24.6 kg

IV = D = 21.8 kg

Contrastes

I – IV = 38.6 – 21.8 = 16.80 > 12.40 *

I – III = 38.6 – 24.6 = 14.00 > 12.40 *

Connclusión: La ración B induce a mayor ganancia de peso que la ración D y A con una seguridad del 95 %, y se comporta igual que la ración C con una seguridad del 99 %.

Ejemplo:

Se prueban 7 raciones alimenticias en un ensayo en cerdos. Los incrementos de pesos (en kg.) se encuentran en la siguiente tabla. Luego de su análisis diga: ¿qué ración induce a mayor ganancia de peso?

Tabla 8.

Ensayo de 7 raciones alimenticias

RACIONES ALIMENTICIAS						
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
37	33	35	31	45	40	23
39	35	39	28	39	39	39
38	38	43	29	36	45	34
36	39	41	25	44	35	33
34	31	37	34	43	38	34

Tabla 9.

Datos ordenados por tratamientos

	RACIONES ALIMENTICIAS							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	
	37	33	35	31	45	40	23	
	39	35	39	28	39	39	39	
	38	38	43	29	36	45	34	
	36	39	41	25	44	35	33	
	34	31	37	34	43	38	34	**T.Gral.**
T. Raciones	184	176	195	147	207	197	163	**1,269**
Raciones	36.8	35.2	39.0	29.4	41.4	39.4	32.6	**36.26**

Tabla 10.

ANOVA

F. de V.	**GL**	**SC**	**CM**	**FC**	**Ft**		**SIG**
					5 %	**1 %**	
TRATAMIENTOS	6	528.29	88.048	6.28	2.44	3.53	**
E. EXPERIMENTAL	28	392.40	14.014				
TOTAL	34	920.69	C.V. = 10.32 %				

$$TC = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(1{,}269)^2}{35} = \frac{1'610{,}361}{35} = 46{,}010.31$$

$$SCT = (37^2 + \ldots 34^2) - TC = 46{,}931 - 46{,}010.31 = 920.69$$

$$SCR = (184^2 + \ldots 34^2) - TC = 46{,}538.6 - 46{,}010.31 = 528.29$$

$$SCE = SCT - SCR$$
$$SCE = 920.69 - 392.40$$
$$SCE = 392.40$$

$$CME = \frac{SCR}{GLR} = \frac{528.29}{6} = 88.048$$

$$CME = \frac{SCE}{GLE} = \frac{392.40}{28} = 14.014$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\bar{X}} x100 = \frac{\sqrt{14.014}}{36.26} x100 = 10.31$$

$C.V. =$ ***10.32 %***

$$FCR = \frac{CMR}{CME} = \frac{88.048}{14.014} = 6.28$$

Conclusión. Del análisis del cuadro de ANOVA se concluye: como FC es superior a los valores críticos al nivel de 5 % y 1 %, esto indica que el incremento de peso al que inducen las raciones alimenticias son diferentes unos de otros, con una seguridad del 99 %.

Promedios ordenados

I – 5 = 41.4 kg
II – 6 = 39.4 kg
III – 3 = 39.0 kg
IV – 1 = 36.8 kg
V – 2 = 35.2 kg
VI – 7 = 32.6 kg
VII – 4 = 29.4 kg

$$D.S.H. = q\,x\,S\bar{x} \quad \Rightarrow \quad S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$$

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$

Como los valores de "q" para 28 grados de libertad no existen en la tabla, entonces se debe realizar una interpolación de la siguiente manera:

5 %	**1 %**
24 GL---------------- 4.54	24 GL -------------------- 5.54
30 GL --------------- 4.46	30 GL -------------------- 5.40
6 GL --------------- 0.08	6 GL -------------------- 0.14
4 GL --------------- X	4 GL -------------------- X

X = 0.05

$$\begin{array}{r} 4.54 \\ -0.05 \\ \hline 4.49 \cong 4.50 \end{array}$$

X = 0.09

$$\begin{array}{r} 5.54 \\ -0.09 \\ \hline 5.45 \end{array}$$

$$D.S.H._{5\%} = 4.50\,x\sqrt{\frac{14.014}{5}} = 4.50\,x\,1.674 = 7.53$$

D.S.H.5% = 7.53

D.S.H.1% = 5.45 x 1.674
D.S.H.1% = 9.12

Contrastes

Primer nivel

I – VII = 41.4 – 29.4 = 12.0 > 7.53 y 9.12 **

I – VI = 41.4 – 32.6 = 8.8 > 7.53 *

I – V = 41.4 – 35.2 = 6.2 < 7.53 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 5 induce a mayor ganancia de peso que la ración 4, con una probabilidad del 99 %; asimismo, la ración 5 induce a una mayor ganancia de peso que la ración 7, con una probabilidad del 95 %; de igual forma, la ración 5 induce a igual ganancia de peso que las raciones 2, 1, 3 y 6, con una probabilidad del 99 %.

Segundo nivel

II – VII = 39.4 – 29.4 = 10 > 7.53 y 9.12 **

II – VI = 39.4 – 32.6 = 6.8 < 7.53 y 9.12 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 6 induce a mayor ganancia de peso que la ración 4, con una probabilidad del 99 %; esta misma ración induce a igual ganancia de peso que las raciones 7, 2, 1 y 3, con una probabilidad del 99 %.

Tercer nivel

III –VII = 39.0 – 29.4 = 9.6 > 7.53 y 9.12 **

III – VI = 39.0 – 32.6 = 6.4 < 7.53 y 9.12 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 3 induce a mayor ganancia de peso que la ración 4, con una probabilidad del 99 %; asimismo, la ración 3 induce a igual ganancia de peso que las raciones 7, 2 y 1, con una probabilidad del 99 %.

Prueba de Duncan

Dn = Zn x S

Para 5 %

D2 = 2.90 x 1.674 = 4.85

D3 = 3.04 x 1.674 = 5.09

D4 = 3.15 x 1.674 = 5.27

D5 = 3.20 x 1.674 = 5.36

D6 = 3.26 x 1.674 = 5.46

D7 = 3.30 x 1.674 = 5.52

Para 1 %

D2 = 3.91 x 1.674 = 6.54

D3 = 4.08 x 1.674 = 6.83

D4 = 4.18 x 1.674 = 7.00

D5 = 4.28 x 1.674 = 7.16

D6 = 4.34 x 1.674 = 7.26

D7 = 4.39 x 1.674 = 7.35

Promedios ordenados

I – 5 = 4.41 kg

II – 6 = 39.4 kg

III – 3 = 39.0 kg

IV – 1 = 36.8 kg

V – 2 = 35.2 kg

VI – 7 = 32.6 kg

VII – 4 = 29.4 kg

Contrastes

Primer nivel

I – VII = 41.4 – 29.4 = 12.0 > 5.52 y 7.35 **

I – VI = 41.4 – 32.6 = 8.8 > 5.52 y 7.35 **

I – V = 41.4 – 35.2 = 6.2 > 5.52 *

I – IV = 41.4 – 36.8 = 4.6 < 5.52 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 5 induce a mayor ganancia de peso que las raciones 4 y 7, con una probabilidad del 99 %; asimismo, esta ración induce a mayor ganancia de peso que la ración 2, con una probabilidad del 95 %; del mismo modo, la ración 5 induce a igual ganancia de peso que la ración 1, 3 y 6, con una probabilidad del 99 %.

Segundo nivel

II – VII = 39.4 – 29.4 = 10 > 5.52 y 7.35 **

II – VI = 39.4 – 32.6 = 6.8 > 5.52 *

II – V = 39.4 – 35.2 = 4.2 < 5.52 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 6 induce a mayor ganancia de peso que la ración 4, con una probabilidad del 99 %; asimismo, esta ración induce a mayor ganancia de peso que la ración 7 con una probabilidad de 95 %; de la misma manera, la ración 6 induce a igual ganancia de peso que la raciones 2, 1 y 3, con una probabilidad del 99 %.

Tercer Nivel

III – VII = 39.0 – 29.4 = 9.6 > 5.52 y 7.35 **

III – VI = 39.0 – 32.6 = 6.4 > 5.52 *

III – V = 39.0 – 35.2 = 3.8 < 5.52 N.S.

Conclusión: La ración alimenticia 3 induce a mayor ganancia de peso que la ración 4, con una probabilidad del 99 %; asimismo, esta ración induce a mayor ganancia de peso que la ración 7, con una probabilidad del 95 %; de la misma forma, esta ración induce a igual ganancia de peso que la raciones 2 y 1, con una probabilidad del 99 %.

3.2. EXPERIMENTO EN D.C.A. CON DIFERENTE NÚMERO DE REPETICIONES POR TRATAMIENTO

La presencia de diferente número de repeticiones en los tratamientos, puede deberse a la pérdida de la parcela completa o parte de ella, que imposibilite la obtención del dato de la evaluación que se está realizando; también puede deberse a la falta de disponibilidad del material en estudio, en uno u otro caso, como se indicó en las características del D.C.R., el análisis no se complica, pudiendo trabajarse con diferente número de repeticiones por tratamiento. Se mostrará un ejemplo:

En el siguiente ensayo de cuatro raciones alimenticias con diferente número de repeticiones, en función a los siguientes datos diga: ¿cuál de las raciones induce a mayor incremento de peso?

Tabla ordenada de resultados que presenta el incremento de peso en kg en cerdos sometidos a diferentes raciones alimenticias.

Tabla 11.
Resultado de incremento de peso (kg)

TRATAMIENTOS			
A	**B**	**C**	**D**
20	40	40	25
30	45	35	15
15	30	25	10
25	40	30	20
35		45	30

Tabla 9.
Datos ordenados por tratamientos

	TRATAMIENTOS				
	A	**B**	**C**	**D**	
	20	40	40	25	
	30	45	35	15	
	15	30	25	10	
	25	40	30	20	
	35		45	30	
T. Raciones	125	155	175	100	**T. General = 555**
$\bar{X}$ raciones	25.00	38.75	35.00	20.00	**$\bar{X}$ = 36.26**

Tabla 10.
ANOVA

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
TRAT. RACIONES	3	1044.41	348.14	6.01	3.29	5.42	**
E. EXPERIMENTAL	15	868.75	57.92				
TOTAL	18	1913.16	C.V.=26.05 %				

Nota:
FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

Los cálculos son realizados de la manera ya conocida, con algunas pequeñas variantes en los grados de libertad y en las operaciones para hallar la suma de cuadrados para tratamientos; ello se explica a continuación:

GLT = 19 -1 = 18

GLt = 4 – 1 = 3

GLE = GLT – GLt = 18 – 3 = 15

Para facilitar el cálculo de SCT se debe calcular primero el término de corrección (T.C.), de la siguiente manera:

$$TC = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(555)^2}{19} = \frac{308{,}025}{19} = 16{,}211.84$$

$$SCT = (20^2 + 30^2 + ...30^2) - TC$$

$$SCT = 18{,}125.00 - 16{,}211.84 = 1913.16$$

$$SCt = \left[\frac{(125)^2}{5} + \frac{(155)^2}{4} + \frac{(175)^2}{5} + \frac{(100)^2}{5}\right] - TC$$

$$SCt = (3{,}125.00 + 6{,}006.25 + 6{,}125.00 + 2{,}000.00) - TC$$

$$SCt = 17{,}256.25 - 16{,}211.84$$

$$SCt = \mathbf{1{,}044.41}$$

$$\text{SCE} = SCT - SCt$$
$$= 1913.16 - 1044.41$$

$$\text{SCE} = \mathbf{868.75}$$

Conclusión: Como FC es mayor que Ft al nivel del 1 %, esto indica que los promedios de las raciones en estudio presentan diferencia significativa unos de otros, con una probabilidad del 99 %.

Dicho de otra manera: como Fc. es mayor que Ft al nivel del 1 %; tenemos 99 % de posibilidades de encontrar diferencia significativa en los contrastes de los promedios de los tratamientos en estudio.

Prueba de Tukey

En este paso del análisis es donde aparece la complicación más notable, pues surge la incógnita de comparar el tratamiento con número diferente de repeticiones, con los promedios de otros tratamientos, que para el caso del ejemplo, el tratamiento B con los otros tratamientos.

Para la comparación de promedios con igual número de unidades experimentales el procedimiento es el usual, o sea:

$D.S.H.(T) = AES_\alpha \, x \, S\bar{x}$ donde $S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$

donde:

AES = Amplitud estudiantizada significativa para otros autores “q” que se halla en las Tablas respectivas.

α = (alfa), nivel al que se quiere hacer la comparación, 5 % o 1 %.

Sx = Desviación estándar de los promedios que se halla con la fórmula siguiente.

$$S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$$

CME = Cuadrado medio del error

R = N° de repeticiones en cada tratamiento

Para el caso de comparar promedios de tratamientos con desigual número de repeticiones la D.S.H (T)’ se calcula de la siguiente manera.

$$D.S.H.(T)' = AES_{\alpha}\ x\sqrt{1/2CME(1/ri + 1/rj)}$$

donde:

AESα = Se halla de manera ya explicada anteriormente, es decir, al nivel deseado y con el número de tratamientos y los GL del error.

CME = Cuadrado medio del error

ri = Repeticiones de uno de los tratamientos en comparación, por ejemplo B = 4

rj = Repeticiones del otro tratamiento en comparación por ejemplo A = 5

Procedemos a calcular la D.S.H (T) para la comparación de promedios con igual número de repeticiones; vale decir D.S.H (T) normal para ambos niveles de significación; para el 5 %, con 4 tratamientos y 15 grados de libertad del error.

$$D.S.H.(T)°_{5\%} = 4.08\,x\sqrt{\frac{1}{2}x57.92\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)}$$

$$D.S.H.(T)°_{5\%} = 4.08\,x\,3.61 = 14.73$$

$$D.S.H.(T)°_{1\%} = 5.25 \text{ x } 3.61$$

$$D.S.H.(T)°_{1\%} = \mathbf{18.95}$$

Promedios ordenados de los tratamientos

Tratamientos	Promedios
I = B	38.75
II = C	35.00
III = A	25.00
IV = D	20.00

Contrastes

I – IV B - D = 38.75 – 20.00 = 18.75 > 14.73 *

I **– III B – A** = 38.75 – 25.00 = 13.75 < 14.73 N.S.

I – II B – C = 38.75 – 35.00 = 3.75 < 14.73 N.S.

Conclusión: Que la ración B induce a mayor incremento de peso que la ración D con una seguridad del 95 %; de igual forma los tratamientos B, C, A inducen a igual ganancia de peso.

II – IV C – D = 35.00 – 20.00 = 15.00 > 13.87 *

II – III C – A = 35.00 – 25.00 = 10.00 < 13.87 N.S.

III – IV A – D = 25.00 – 20.00 = 5.00 < 13.87 N.S.

Los tratamientos B, C y A son superiores al tratamiento D, no guardando diferencia significativa entre ellos. A su vez, A y D son iguales estadísticamente, siendo los que menor efecto producen en el aumento de peso en los cerdos en estudio.

Al nivel del 1 %, todos los tratamientos producen el mismo efecto; es decir, son estadísticamente iguales.

Prueba de Duncan

Para realizar esta prueba no tenemos más que hallar los valores tabulares de Z4, Z3, Z2, tanto para el 5 % como para el 1 %. Para la comparación de promedios de tratamientos con igual número de repeticiones, lo multiplicamos por la desviación estándar normal; y para el caso de comparaciones de promedios con diferente número de repeticiones usamos la desviación estándar modificada.

Para 5 %

Para desviación estándar normal

D2 = Z2 x S

D2 = 3.01 x 3.40 = 10.23

D3 = 3.16 x 3.40 = 10.74

D4 = 3.25 x 3.40 = 11.05

Para 1 %
D2 = 4.17 x 3.40 = 14.18
D3 = 4.37 x 3.40 = 14.86
D4 = 4.50 x 3.40 = 15.30

Para desviación estándar modificada
Para 5 %
D2 = 3.01 x 3.61 = 10.87
D3 = 3.16 x 3.61 = 11.41
D4 = 3.25 x 3.61 = 11.73

Para 1 %
D2 = 4.17 x 3.61 = 15.05
D3 = 4.37 x 3.61 = 15.78
D4 = 4.50 x 3.61 = 16.24

Promedios ordenados
I = B = 38.75
II = C = 35.00
III = A = 25.00
IV = D = 20.00

Contrastes
I – IV = B – D = 38.75 – 20.00 = 18.75 > 16.24 **
I – III = B – A = 38.75 – 25.00 = 13.75 < 15.78 N.S

Conclusión: La ración B induce a mayor incremento de peso que la ración D, con una seguridad del 99 %; asimismo, B, A, y C inducen a igual ganancia de peso, con una seguridad del 99 %.
II – IV = C – D = 35.00 – 20.00 = 15.00 > 11.05 *
II – III = C – A = 35.00 – 25.00 = 10.00 < 11.05 N.S.

Conclusión: La ración C induce a mayor ganancia de peso que la ración D, con una probabilidad de 95 %; asimismo, la ración C induce a igual ganancia de peso que la ración A.

3.3. DISEÑO EN BLOQUES COMPLETOS ALEATORIZADOS (D.B.C.A.)

Este diseño es, posiblemente, el de mayor uso en la experimentación agropecuaria.

Características

Es recomendado cuando el número de tratamientos no excede de 15 y cuando es posible agrupar las unidades experimentales en bloques uniformes, de manera que la variabilidad entre unidades experimentales se haga mínima, aunque la variabilidad entre bloques sea grande. Por ejemplo, si se está trabajando con vacas, un grupo puede estar en primer parto, otro en el segundo parto y así sucesivamente. Luego, el agrupamiento se hará por el número de partos. Es decir, que a cada grupo de unidades que responden a un mismo nivel de variación, formando un conjunto relativamente homogéneo, se le denomina bloque.

La característica más importante de un D.B.C.A. es que todos los tratamientos se distribuyen al azar una vez en las unidades de cada bloque; cada bloque debe tener tantas unidades como tratamientos.

En un experimento agrícola, cada bloque está constituido por un número de parcelas que forman una superficie de relativa homogeneidad respecto al resto del campo.

Cuando se conoce el gradiente de variabilidad del suelo, los bloques deben orientarse perpendicularmente al gradiente y las unidades experimentales deben tener su mayor dimensión en la misma dirección y sentido que dicho gradiente.

En experimentos con animales, cada bloque estará constituido por un número de animales de aproximadamente igual peso, edad, raza, etcétera. Debe haber diferencias entre bloques.

En resumen, para planear un D.B.C. se procede de la siguiente manera.

1. Dividir el terreno donde se realizó el experimento en bloques.
2. Dividir el bloque en tantas unidades experimentales como tratamientos se quieren estudiar. Cada tratamiento debe aparecer una sola vez en cada bloque.
3. Sortear independientemente en cada bloque los tratamientos.
4. Numerar correlativamente las unidades experimentales.

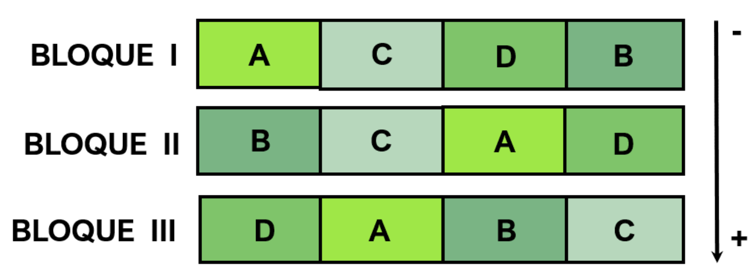


Figura 4.
Esquema de un D.B.C.A. (3 bloques y 4 tratamientos)

En experimentos agrícolas no es necesario que la forma de los bloques sea rectangular o que sean iguales. Se destaca que un bloque está determinado por la homogeneidad del suelo.

En la siguiente figura se brinda un ejemplo acerca de cómo confeccionar correctamente los bloques en un suelo heterogéneo.

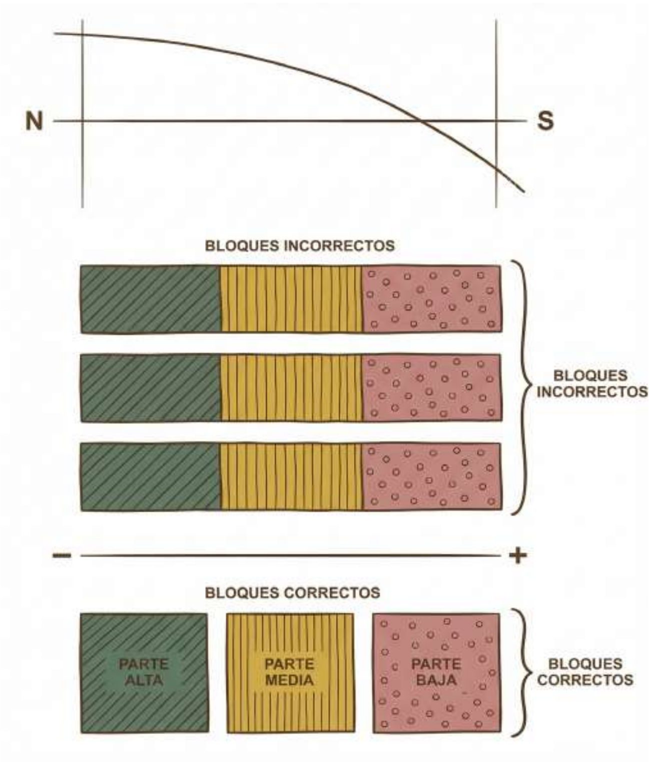


Figura 5.
Confeccionar correctamente los bloques en un suelo heterogéneo

A. Sección transversal de una porción de terreno. La sección que va de norte a sur es la que va a utilizarse en el experimento. Se supone que la fertilidad y la humedad del suelo aumentan desde la parte alta (norte) a la parte baja (sur).

B. División incorrecta del terreno en bloques. De esta forma, todos los bloques son iguales, pero dentro del bloque cada parcela para los tratamientos es heterogénea, lo cual influye sobre la exacta valoración de los efectos de los tratamientos.

C. División correcta del terreno en bloques. De esta manera, los bloques son todos diferentes, pero dentro de un bloque las parcelas son homogéneas.

Ventajas

- Al responder todas las unidades experimentales de cada bloque a un nivel diferente de una fuente de variabilidad, ello permite eliminar de la variabilidad total existente en todas las unidades, la debida a dicha fuente. Por esta causa es más eficiente que un DCA.
- Se pueden estimar los datos de algunas unidades experimentales si se pierden a través de la técnica de Yates.

Desventajas

- No es apropiado para un número elevado de tratamientos, debido a que ello aumenta el tamaño del bloque y, como consecuencia se incrementa la variabilidad dentro de cada bloque y, por ende, el error experimental.
- Tampoco resulta aconsejable cuando existe gran variabilidad en el material experimental.

Los siguientes datos son el resultado del estudio del efecto de nitrógeno, en dosis determinada sobre el rendimiento de maíz aplicado bajo la forma de tres diferentes fertilizantes químicos más un testigo.

Figura 6.
Datos. Resultado del estudio del efecto de nitrógeno

Tabla 14.
Resultado del estudio del efecto de nitrógeno

BLOQUES	TRATAMIENTOS				TOTAL BLOQUES
	A	B	C	D	
I	8	12	10	14	44.0
II	10	13	11	14	48.0
III	9	11	10	18	48.0
IV	8	13	11	16	48.0
V	10	11	13	18	52.0
Total tratamientos	**45**	**60**	**55**	**80**	**240.0**
Prom. tratamientos	**9.0**	**12.0**	**11.0**	**16.0**	**12.0**

Tabla 15.
ANOVA

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
Bloques	4	8	2	1.09	3.26	5.41	N.S.
Tratamientos	3	130	43.33	23.68	3.49	5.95	**
Error Experimental	12	22	1.83				
TOTAL	19	160	C.V.= 11.30 %				

Nota:
FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

$$TC = \frac{(\sum X)^2}{N} = \frac{(240)^2}{20} = 2{,}880$$

$$SCT = \left(8^2 + 10^2 + \ldots 16^2 + 18^2\right) - TC = 3{,}040 - 2{,}880 = 160$$

$$SCB = \tfrac{1}{4}\left(44^2 + \ldots 52^2\right) - TC = 2{,}888 - 2{,}880 = 8$$

$$SCt = \tfrac{1}{5}\left(45^2 + \ldots 80^2\right) - TC = 3{,}010 - 2{,}880 = 130$$

$$SCE = SCT - (SCB + SCt)$$
$$SCE = 160 - (8 + 130) = 22$$

$$CMB = \frac{SCB}{GLB} = \frac{8}{4} = 2$$

$$CMt = \frac{SCt}{GLt} = \frac{130}{3} = 43.33$$

$$CME = \frac{SCE}{GLE} = \frac{22}{12} = 1.83$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}} x100 = \frac{\sqrt{1.83}}{12} x100 = 11.30\,\%$$

$$FCB = \frac{CMB}{CME} = \frac{2.0}{1.83} = 1.09$$

$$FCt = \frac{CMt}{CME} = \frac{43.33}{1.83} = 23.68$$

Conclusión: Del análisis del cuadro de ANOVA inferimos que existe una probabilidad del 99 % de que la diferencia de los promedios se deba al efecto de los tratamientos (fertilizantes), y un 1 % al efecto del error experimental.

Prueba de Tukey

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$

$$D.S.H._{5\%} = 4.20\,x\sqrt{\frac{1.83}{5}} = 4.20\,x\,0.60 = 2.52$$

$$D.S.H._{1\%} = 5.50\,x\sqrt{\frac{1.83}{5}} = 5.50\,x\,0.60 = 3.30$$

Promedios ordenados

I = D = 16 kg/parcela Nitrato de amonio

II = B = 12 kg/parcela Nitrato de sodio

III = C = 11 kg/parcela Urea

IV = A = 9 kg/parcela Testigo

Contraste

I – IV =16 – 9 = 7 > 2.52 y 3.30 **

I – III = 16 – 11 = 5 > 2.52 y 3.30 **

I – II = 16 – 12 = 4 > 2.52 y 3.30 **

Conclusión: El fertilizante nitrato de amonio induce a mayor producción del maíz que los fertilizantes urea y nitrato de sodio, en las dosis planteadas, con una seguridad del 99 %. El testigo de menor producción se debió a no recibir fertilizante alguno.

Prueba de Duncan

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$

$$D.S.H._{5\%} = 4.20\,x\sqrt{\frac{1.83}{5}} = 4.20\,x\,0.60 = 2.52$$

$$D.S.H._{1\%} = 5.50\,x\sqrt{\frac{1.83}{5}} = 5.50\,x\,0.60 = 3.30$$

Promedio ordenado

I = D = 16 kg/parcela Nitrato de amonio

II = B = 12 kg/parcela Nitrato de sodio

III = C = 11 kg/parcela Urea

IV = A = 9 kg/parcela Testigo

Contraste

I – IV =16 – 9 = 7 > 2.00 y 2.81 **

I – III = 16 – 11 = 5 > 2.00 y 2.81 **

I – II = 16 – 12 = 4 > 2.00 y 2.81 **

Conclusión: El fertilizante nitrato de amonio induce a mayor producción de maíz que el urea y el nitrato de amonio, con una seguridad del 99 %; el tratamiento A (Testigo) es el de menor rendimiento por no llevar fertilizante alguno.

Los datos del siguiente cuadro informan los rendimientos parcelarios de 5 variedades de quinua; luego de una prueba estadística diga cuál de las variedades es la de mayor rendimiento.

I. Kanqolla
II. Sajama
III. Blanca de Juli
IV. Amarilla Maranganí
V. Blanca de Junín

Tabla 16.
Resultado ordenado de rendimientos en TN/Ha

TRATAMIENT. / BLOQUES	1	2	3	4	5
I	4.154	4.950	3.950	3.582	3.500
II	3.957	4.289	3.380	3.298	3.448
III	4.029	4.359	4.055	3.964	3.482
IV	3.089	5.343	3.370	3.729	3.761

Tabla 17.
Resultado de rendimientos en TN/Ha

TRATAMIENT. / BLOQUES	1	2	3	4	5	TOTAL BLOQUES
I	4.154	4.950	3.950	3.582	3.500	20.136
II	3.957	4.289	3.380	3.298	3.448	18.372
III	4.029	4.359	4.055	3.964	3.482	19.889
IV	3.089	5.343	3.370	3.729	3.761	19.292
TOTAL TRATAMIENTOS	15.229	18.941	14.755	14.573	14.191	77.689
PROMEDIO TRATAMIENTOS	3.807	4.735	3.689	3.643	3.548	3.884

Tabla 18.
ANOVA

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
Bloques	3	0.3695	0.123	0.82			
Tratamientos	4	3.7587	0.940	6.31	3.26	5.41	**
Error Experimental	12	1.7889	0.149				
TOTAL	19	5.9171	C.V.= 9.94%				

Nota:
FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

$$TC = \frac{(\sum X)^2}{N} = \frac{(77.689)^2}{20} = 301779($$

$$SCT = (4.154^2 + \ldots 3.761^2) - TC$$
$$SCT = 307.6961 - 301.7790$$
$$SCT = 5.9171$$

$$SCB = \tfrac{1}{5}(20.136^2 + \ldots 19.292^2) - TC$$
$$SCB = 302.1485 - 301.7790$$
$$SCB = 0.3695$$

$$SCt = \tfrac{1}{4}(15.229^2 + \ldots 14.191^2) - TC$$
$$SCt = 305.5377 + 301.7790$$
$$SCt = 3.7587$$

$$SCE = SCT - (SCB + SCt)$$
$$SCE = 5.9171 - (0.3695 + 3.7587)$$
$$SCE = 5.9171 - 4.1282$$
$$SCE = 1.7889$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}} x100 = \frac{\sqrt{0.149}}{3.884} x100$$
$$C.V. = 9.94\%$$

Prueba de Tukey

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$
$$D.S.H_{5\%} = 4.51\,x\sqrt{\frac{0.149}{4}}$$
$$D.S.H._{5\%} = 4.51\,x\,0.1930 = 0.870$$

$$D.S.H._{1\%} = 5.84\,x\,0.1930 = 1.127$$

Promedios ordenados

I Sajama = 4.735 TN/Ha
II Kanqolla = 3.807 TN/Ha
III A. Maranganí = 3.643 TN/Ha
IV Blanca de Juli = 3.564 TN/Ha
V Blanca de Junin = 3.548 TN/Ha

Contrastes

I – V = 4.735 – 3.548 = 1.187 > 0.870 y 1.127 **
I – IV = 4.735 – 3.564 = 1.171 > 0.870 y 1.127 **
I – III = 4.735 – 3.643 = 1.092 > 0.870 *
I – II = 4.735 – 3.807 = 0.928 > 0.870 *

Conclusión: Sajama es más rendidor que Blanca de Junin y Blanca de Juli, con una probabilidad del 99 %; asimismo, Sajama es más rendidor que Amarilla Maranganí y Kanqolla, con una seguridad del 95 %.

II – V = 3.807 – 3.548 = 0.259 < 0.870 N.S.
II – IV = 3.807 – 3.564 = 0.243 < 0.870 N.S.
II – III = 3.807 – 3.643 = 0.164 < 0.870 N.S.

Conclusión: Kanqolla, Blanca de Junin, Blanca de Juli, y Amarilla Maranganí tienen igual rendimiento, con una seguridad del 99 %.

La prueba de Duncan queda de tarea para el estudiante.

3.4. DISEÑO EN B.C.R. CON PÉRDIDA DE UNIDAD EXPERIMENTAL

En el proceso de conducción de un trabajo experimental, con frecuencia sucede que, por diversas razones, se anula una o más unidades experimentales.

Una parcela se puede perder por daño de animales o por robo u otros factores.

En ensayos con animales puede enfermarse o morir un animal que constituye una parcela.

Este problema a sido encarado por autores de renombre en el campo de la estadística experimental, recomendando el uso de fórmulas y procedimientos ideado por estos autores, En ningún momento constituye el dato real que se hubiese obtenido, de no haberse perdido la parcela o parcelas, sino, más bien, es un simple artificio o truco matemático, con fines de evitar las dificultades de cálculo en el análisis de variancia, que con datos incompletos en este diseño B.C.R. es sumamente complicado, lo que se realiza en general, es hallar una magnitud que represente el valor de la unidad perdida, para hacer viable el análisis de la variancia.

Los datos de la siguiente tabla son el resultado de un ensayo comparativo de rendimiento en 6 variedades de papa; luego de las pruebas de Tukey y Duncan diga qué variedad es la más rendidora; rendimientos expresados en kg/parcela.

Tabla 19.

Resultado de un ensayo comparativo de rendimiento en 6 variedades de papa

VARIEDADES	BLOQUES				
	I	II	III	IV	V
CICA	47.3	56.0	65.7	62.8	58.5
T.T.Condemayta	45.0	42.7	46.2	59.0	59.5
Chaska	52.6	42.0	48.3	56.8	37.2
Yungay	53.3	53.0	56.4	57.2	42.5
Q'ompis	(Y)	42.0	27.2	49.1	43.0
Peruanita	30.4	40.2	55.7	47.5	43.0

Nota:
(Y): Es la parcela perdida

Tabla 20.

Resultado de rendimiento en 6 variedades de papa

VARIEDADES	BLOQUES					TOTAL TRATAMIENTOS
	I	II	III	IV	V	
CICA	47.3	56.0	65.7	62.8	58.5	290.3
T.T.Condemayta	45.0	42.7	46.2	59.0	59.5	252.4
Chaska	52.6	42.0	48.3	56.8	37.2	236.9
Yungay	53.3	53.0	56.4	57.2	42.5	262.4
Q'ompis	(Y)	42.0	27.2	49.1	43.0	161.3 + Y
Peruanita	30.4	40.2	55.7	47.5	43.0	216.8
T. BLOQUES	228.6+Y	275.9	299.5	332.4	283.7	1420.1 + Y

Para empezar con el cálculo de ANOVA, es necesario previamente hallar el dato perdido, para lo cual recurrimos a la fórmula que desarrolló Yates, que es de uso más generalizado.

$$Y = \frac{rB + nT - G}{(r-1)(n-1)}$$

Donde:

Y = Valor que se desea hallar

B = Total del bloque donde se perdió la parcela

T = Total del tratamiento con parcela perdida

G = Total general o gran total, donde falta el dato perdido

r = Número de repeticiones, en este caso de bloques

n = Número de tratamientos que intervienen en el ensayo. Por consiguiente, los datos serían:

B = 228.6

T = 161.3

G = 1420.1

r = 5

n = 6

$$Y = \frac{rB + nT - G}{(r-1)(n-1)}$$

$$Y = \frac{5(228.6) + 6(161.3) - 1420.1}{(5-1)(6-1)} = \frac{1143 + 967.8 - 1420.1}{4x5}$$

$$Y = \frac{2110.8 - 1420.1}{20} = \frac{690.7}{20}$$

$$Y = 34.5$$

Tabla 21.
Resultado ordenado con el valor de dato faltante

VARIEDADES	BLOQUES					TOTAL TRATAMIENTOS	PROMEDIO
	I	II	III	IV	V		
CICA	47.3	56.0	65.7	62.8	58.5	290.3	58.06
T.T.Condemayta	45.0	42.7	46.2	59.0	59.5	252.4	50.48
Chaska	52.6	42.0	48.3	56.8	37.2	236.9	47.38
Yungay	53.3	53.0	56.4	57.2	42.5	262.4	52.48
Q'ompis	**34.5**	42.0	27.2	49.1	43.0	195.8	39.16
Peruanita	30.4	40.2	55.7	47.5	43.0	216.8	43.36
T. BLOQUES	236.1	275.9	299.5	332.4	283.7	1454.6	48.49

El cálculo de suma de cuadrados, cuadrado medio y la prueba de F se realiza de igual modo, ya indicado en ejemplos anteriores.

La variación principal está en la descomposición de los grados de libertad para las fuentes o causas de variación; por cada parcela perdida, hay pérdida de un grado de libertad en el total y, por consiguiente, se pierde también un grado de libertad en el error.

Para el caso del ejemplo se tiene:

Tabla 22.
ANOVA

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
Bloques	4	474.31	118.58	2.23	2.91	4.50	N.S.
Tratamientos	5	1,130.31	226.06	4.25	2.74	4.47	**
Error Experimental	19	1,011.03	53.21				
TOTAL	28	2,615.65	C.V. = 15.05 %				

Nota:
FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

Realizando los cálculos respectivos para completar el cuadro de ANOVA se obtiene:

$$TC = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(1454.6)^2}{30} = 70{,}528.71$$
$$SCT = \left(47.3^2 + 45.0^2 + ...43.0^2\right) - TC$$
$$SCT = 73{,}144.36 - 70{,}528.71$$
$$SCT = 2{,}615.65$$

$$SCB = \tfrac{1}{6}\left(263.1^2 + ...283.7^2\right) - TC$$
$$SCB = \tfrac{1}{6}(426{,}018.12) - 70{,}528.71$$
$$SCB = 71{,}003.02 - 70{,}528.71$$
$$SCB = 474.31$$

$$SCt = \tfrac{1}{5}\left(290.3^2 + ...216.8^2\right) - TC$$
$$SCt = \tfrac{1}{5}(358{,}295.10) - 70{,}528.71$$
$$SCt = 71{,}659.02 - 70{,}528.71$$
$$SCt = 1{,}130.31$$

$$SCE = SCT - (SCB + SCt)$$
$$SCE = 2{,}615.65 - (474.31 + 1{,}130.31)$$
$$SCE = 2{,}615.65 - 1{,}604.62$$
$$SCE = 1011.03$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}} x100 = \frac{\sqrt{53.21}}{48.49} x100$$
$$C.V. = 15.04\%$$

$$FcB = \frac{CMB}{CME} = \frac{118.58}{53.21} = 2.23$$

$$Fct = \frac{CMt}{CME} = \frac{226.06}{53.21} = 4.25$$

Conclusión: Del análisis del cuadro de ANOVA podemos inferir que existe una diferencia estadística entre los promedios de los tratamientos, con una seguridad del 99 %.

Como se puede ver hasta aquí no hay variantes. Cuando se quiere encarar la prueba de significación es cuando surge la principal variante, en lo referente al cálculo de la desviación estándar de los promedios.

Para comparar los promedios de los tratamientos con igual número de repeticiones, la desviación estándar está dada por la fórmula ya conocida:

$$S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$$

Mientras que para comparar el promedio del tratamiento con parcela perdida con los tratamientos que no perdieron parcela, la expresión que estima la desviación estándar del promedio es la siguiente:

$$S\bar{x} = S\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{r} + \frac{n}{r(r-1)(n-1)}\right]}$$

Donde:

S = Raíz cuadrada del CME

n = Nº de tratamientos

r = Nº de Bloques o repeticiones

Realizando la prueba de Tukey, se tiene:

Prueba de Tukey

$$D.S.H.(T) = AES\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$

Para comparación de tratamientos sin dato perdido.

AES = Amplitud estudiantizada significativa, para unos autores, y para otros q.

$$D.S.H.(T)^{\circ} = AES\,x\,S\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{r} + \frac{n}{r(r-1)(n-1)}\right]}$$

(AES = valor tabular con número de tratamientos y grados de libertad del error).

Para comparación del tratamiento con unidad perdida, con cualquiera que no haya perdido parcela. Luego:

$$D.S.H.(T)_{5\%} = 4.47x\sqrt{\frac{53.21}{5}} = 4.47x3.262$$

$$D.S.H(T)_{5\%} = 14.58$$

$$D.S.H._{1\%} = 5.55x3.262$$

$$D.S.H._{1\%} = 18.10$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{5\%} = 4.47x7.29\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5} + \frac{6}{5x4x5}\right]}$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{5\%} = 4.47x7.29\sqrt{0.5[0.4+0.06]}$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{5\%} = 4.47x7.29x0.480$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{5\%} = 15.64$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{1\%} = 5.55x7.29x0.480$$

$$D.S.H.(T)^{\circ}{}_{1\%} = 19.42$$

Los D.S.H. (T)° nos servirán para las comparaciones en las que intervengan el tratamiento con parcela perdida; para el caso del ejemplo, la variedad Q'ompis.

Al ordenar promedios kg/parcela

	Variedad	Promedio
I	CICA	58.06 kg/parcela
II	Yungay	52.48 " "
III	T.T.Condemayta	50.48 " "
IV	Chaska	47.38 " "
V	Peruanita	43.36 " "
VI	Q'ompis	39.16 " "

Contrastes

I – VI 58.06 – 39.16 = 18.90 > 15.64 < 19.43 *

I – V 58.06 – 43.36 = 14.70 > 14.58 < 18.10 *

I – IV 58.06 – 47.38 = 10.68 < 14.58 y 18.10 N.S.

Conclusión: La variedad Cica es más rendidora que las variedades Q'ompis y Peruanita, con una seguridad del 95 %, y tiene igual rendimiento que las variedades Chaska, T.T. Condemayta y Yungay, con una seguridad del 99 %.

Dicho de otra manera: los tratamientos, Cica, Yungay, T.T. Condemayta y Chaska tienen promedios estadísticamente iguales y superiores a Peruanita y Q'ompis.

La variedad Cica supera al resto de las variedades.

3.5. DISEÑO EN CUADRADO LATINO

Características

Este es un diseño eficiente cuando el número de tratamientos está comprendido en 4 y 10. Se conoce la variabilidad en dos sentidos perpendiculares, por lo cual es importante reducir el efecto de dicha variabilidad para disminuir el valor del error experimental; es rígido en el número de repeticiones y en agrupar los tratamientos en filas y columnas, de manera tal que no se repita ningún tratamiento en fila ni en columna. Al ser dos las fuentes de variabilidad, se reducen los grados de libertad del error experimental. Para diseñar un experimento en cuadrado latino se debe proceder de la siguiente manera:

a. Dividir el terreno experimental en un número de unidades experimentales igual al cuadrado del número de tratamientos.
b. El número de repeticiones debe ser igual al de tratamientos.
c. Formar filas y columnas de unidades experimentales igual al número de repeticiones y de tratamientos.
d. Distribuir los tratamientos en forma tal que ninguno se repita en fila ni en columna.

Para lograr lo indicado en el punto d, los tratamientos se disponen haciendo permutaciones horizontales a verticales. En las siguientes tablas se muestran ejemplos en el caso de 5 tratamientos: A, B, C, D, E; distribuir por sorteo las filas y, en el cuadro así obtenido, sortear las columnas.

Tabla 23

Permutaciones horizontales

A	B	C	D	E
E	A	B	C	D
D	E	A	B	C
C	D	E	A	B
B	C	D	E	A

Tabla 24

Permutaciones verticales

A	E	D	C	B
B	A	E	D	C
C	B	A	E	D
D	C	B	A	E
E	D	C	B	A

Tabla 25

Numeradas las columnas de 1 al 5 se sortean las columnas,

1	A	B	C	D	E
2	E	A	B	C	D
3	D	E	A	B	C
4	C	D	E	A	B
5	B	C	D	E	A

Tabla 26

Numeradas las columnas de 1 al 5 se sortean las columnas, los que quedan

	1	2	3	4	5
5	B	C	D	E	A
2	E	A	B	C	D
4	C	D	E	A	B
1	A	B	C	D	E
3	D	E	A	B	C

Así puede observarse la tabla siguiente.

Tabla 27

Numeradas las columnas de 1 al 5 se sortean las columnas, los que quedan

D 21	A 22	C 23	D 24	E 25
B 20	D 19	A 18	E 17	C 16
E 11	B 12	D 13	C 14	A 15
C 10	E 9	B 8	A 7	D 6
A 1	C 2	E 3	D 4	B 5

El anterior se trata del Cuadrado Latino 5 x 5, donde la letra corresponde al tratamiento y el número es el de la unidad experimental. Por consiguiente, este sería el cuadro final para la distribución en cuadrado latino 5 x 5. Este diseño resulta apropiado para realizar experimentos agrícolas en los cuales se ensayan fertilizantes, herbicidas e insecticidas, o bien cuando se sabe que en el terreno experimental existen dos gradientes de fertilidad o de fuentes de variabilidad.

Ventajas del diseño en Cuadrado Latino

- Tiene mayor precisión que los diseños en DCA y D.B.C.A; disminuye el error experimental como consecuencia de considerar dos fuentes de variabilidad.
- Si se pierden todas las unidades experimentales de un mismo tratamiento, el resto de los tratamientos siguen ajustados a un diseño en Cuadrado Latino. Si se pierden una o varias unidades experimentales del mismo tratamiento, se pueden estimar sus valores.

Desventajas del Diseño en Cuadrado Latino

- Como el número de tratamientos depende de bloques y columnas y, por consiguiente, del de unidades experimentales, esto le resta flexibilidad al diseño; es por esta razón que no se recomienda para más de 10 tratamientos.
- Si hay interacción entre los efectos de las fuentes de variancia (filas y columnas), entonces el valor de F no se distribuye de acuerdo con el valor tabular de F y como consecuencia no resulta válida la prueba de significación.

Ejemplo

En un experimento se estudiaron 7 variedades de maíz (A, B, C, D, E, F, G). La distribución de las variedades y la producción de grano seco en kg/parcela se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 28

Numeradas las columnas de 1 al 5 se sortean las columnas, los que quedan

F **11.0**	**B** **10.7**	**D** **9.5**	**C** **8.9**	**E** **12.0**	**A** **8.0**	**G** **12.2**
B **9.7**	**E** **9.2**	**G** **8.3**	**F** **9.3**	**A** **6.9**	**D** **8.0**	**C** **8.1**
G **8.4**	**C** **7.6**	**E** **7.8**	**D** **8.5**	**F** **8.7**	**B** **10.0**	**A** **10.7**
C **6.5**	**F** **8.0**	**A** **8.2**	**G** **8.1**	**B** **9.5**	**E** **10.5**	**D** **12.3**
D **7.9**	**G** **9.7**	**B** **8.5**	**A** **8.2**	**C** **8.7**	**F** **10.8**	**E** **9.9**
A **8.1**	**D** **6.1**	**F** **6.7**	**E** **6.7**	**G** **7.6**	**C** **7.7**	**B** **8.2**
E **6.9**	**A** **7.2**	**C** **7.9**	**B** **8.7**	**D** **6.9**	**G** **8.3**	**F** **7.7**

Tabla 29

Resultado de experimento de 7 variedades de maíz

								TOTAL FILAS
	F 11.0	B 10.7	D 9.5	C 8.9	E 12.0	A 8.0	G 12.2	72.3
	B 9.7	E 9.2	G 8.3	F 9.3	A 6.9	D 8.0	C 8.1	59.5
	G 8.4	C 7.6	E 7.8	D 8.5	F 8.7	B 10.0	A 10.7	61.7
	C 6.5	F 8.0	A 8.2	G 8.1	B 9.5	E 10.5	D 12.3	63.1
	D 7.9	G 9.7	B 8.5	A 8.2	C 8.7	F 10.8	E 9.9	63.7
	A 8.1	D 6.1	F 6.7	E 6.7	G 7.6	C 7.7	B 8.2	51.1
	E 6.9	A 7.2	C 7.9	B 8.7	D 6.9	G 8.3	F 7.7	53.6
TOTAL DE COLUMNAS	58.5	58.5	56.9	58.4	60.3	63.3	69.1	425.0

Tabla 30

Producción de grano seco por variedad y repetición

	A	B	C	D	E	F	G
	8.1	9.7	6.5	7.9	6.9	11.0	8.4
	7.2	10.7	7.6	6.1	9.2	8.0	9.7
	8.2	8.5	7.9	9.5	7.8	6.7	8.3
	8.2	8.7	8.9	8.5	6.7	9.3	8.1
	6.9	9.5	8.7	6.9	12.0	8.7	7.6
	8.0	10.0	7.7	8.0	10.5	10.8	8.3
	10.7	8.2	8.1	12.3	9.9	7.7	12.2
Total Tratamiento	**57.3**	**65.3**	**55.4**	**59.2**	**63.0**	**62.2**	**62.6**
Promedio Tratamiento	**8.20**	**9.33**	**7.91**	**8.46**	**9.00**	**8.90**	**8.94**
							8.67

Tabla 31

ANOVA. Producción de grano seco

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
FILAS	6	42.051	7.01	5.52	2.42	3.47	
COLUMNAS	6	15.274	2.55	2.01	2.42	3.47	
TRATAMIENTOS	6	10.606	1.77	1.39	2.42	3.47	N.S.
ERROR EXP.	30	38.009	1.27				
TOTAL	**48**	**105.94**	**C.V. = 13.00 %**				

Nota:

FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

$$TC = \frac{(\sum X)^2}{N} = \frac{(425)^2}{49} = 3{,}686.220$$

$$SCT = \sum X^2 - TC$$
$$SCT = 3{,}792.160 - 3{,}686.220 = 105.940$$
$$SCT = 105.940$$

$$SCL = \tfrac{1}{7}\left(72.3^2 + ...53.6^2\right) - TC$$
$$SCL = 3{,}728.271 - 3{,}686.22$$
$$SCL = 42.05$$

$$SCC = \tfrac{1}{7}\left(58.5^2 + ...69.1^2\right) - TC$$
$$SCC = 3{,}701.494 - 3{,}686.220$$
$$SCC = 15.274$$

$$SCt = \tfrac{1}{7}\left(57.2^2 + ...62.6^2\right) - TC$$
$$SCt = 3{,}696.826 - 3{,}686.220$$
$$SCt = 10.606$$

$$SCE = SCT - (SCL + SCC + SCt)$$
$$SCE = 105.940 - (42.051 + 15.274 + 10.606)$$
$$SCE = 105.940 - 67.932$$
$$SCE = 38.009$$

Conclusión: Del análisis del cuadro de variancia se puede inferir que, para el caso de los tratamientos materia del experimento, FC es inferior a los dos niveles críticos, lo que indica que no hay diferencias significativas entre los promedios de las producciones de las siete variedades de maíz en estudio; por consiguiente, estadísticamente tienen rendimiento similar.

Ejemplo

En un ensayo comparativo de rendimiento en papa se usaron 5 variedades (A= Cica, B = Yungay, C = Q'ompis, D = San Antonio, E = Bole), dispuestas en diseño cuadrado latino. Los datos de la siguiente tabla indican los rendimientos expresados en TN/Ha; luego de su análisis, diga que variedad es la más rendidora.

Tabla 32
Ensayo comparativo de rendimiento en papa.
Se usaron 5 variedades

	1	2	3	4	5
1	**C** **39.0**	**B** **57.9**	**D** **48.5**	**A** **67.2**	**E** **32.5**
2	**E** **35.0**	**A** **72.2**	**C** **44.0**	**B** **60.3**	**D** **44.5**
3	**B** **57.6**	**C** **49.0**	**E** **35.5**	**D** **42.5**	**A** **67.5**
4	**D** **50.0**	**E** **34.5**	**A** **72.5**	**C** **40.0**	**B** **58.5**
5	**A** **72.0**	**D** **47.5**	**B** **59.5**	**E** **34.0**	**C** **48.0**

Tabla 33
Ensayo comparativo de rendimiento en papa.
Se usaron 5 variedades

	1	2	3	4	5	TOTAL FILAS
1	C 39.0	B 57.9	D 48.5	A 67.2	E 32.5	245.1
2	E 35.0	A 72.2	C 44.0	B 60.3	D 44.5	256.0
3	B 57.6	C 49.0	E 35.5	D 42.5	A 67.5	252.1
4	D 50.0	E 34.5	A 72.5	C 40.0	B 58.5	255.5
5	A 72.0	D 47.5	B 59.5	E 34.0	C 48.0	261.0
TOTAL DE COLUMNAS	253.6	261.1	260.0	244.0	251.0	1269.7

El análisis de variancia no presenta ninguna alteración en su proceso, salvo el hecho del incremento de una fuente más de variación: el de columnas.

Tabla 34
ANOVA de rendimiento de papa

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
4	27.61	6.90	0.90				
4	39.11	9.78	1.28				
4	3,894.81	973.70	127.45	3.26	5.41	**	N.S.
12	91.64	7.64					
TOTAL	24	4,053.17	C.V. = 5.44 %				

Nota:
FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

$$TC = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(1269.7)^2}{25} = 64{,}485.52$$

$$SCT = \Sigma X^2 - TC$$
$$SCT = 68{,}538.69 - 64{,}485.52$$
$$SCT = 4{,}053.17$$

$$SCL = 1/5\left(245.1^2 + \ldots 261^2\right) - TC$$
$$SCL = 64{,}513.13 - 64{,}485.52$$
$$SCL = 27.61$$
$$SCC = 1/5\left(253.6^2 + \ldots 251^2\right) - TC$$
$$SCC = 64{,}524.63 - 64{,}485.52$$
$$SCC = 39.11$$

Suma de cuadrados tratamientos

Previamente, para esto necesitamos obtener los totales de los tratamientos, para lo cual sumamos los rendimientos parcelarios de cada tratamiento o variedad.

A = Var. CICA = 67.2 + 72.2 + 67.5 + 72.5 + 72.0 = 351.4 = 70.28
B = Var. Yungay = 57.9 + 60.3 + 57.6 + 58.5 + 59.5 = 293.8 = 58.76
C = Var. Q'ompis = 39.9 + 44.0 + 49.0 + 40.0 + 48.0 = 220.0 = 44.00
D = Var. San Antonio = 48.5 + 44.5 + 42.5 + 50.0 + 47.5 = 233.0 = 46.60
E = Var. Bole = 32.5 + 35.0 + 35.5 + 34.5 + 34.0 = 171.5 = 34.30

$\overline{\overline{X}}$ = 50.78

$$SCt = \tfrac{1}{5}\left(351.4^2 + \ldots 171.5^2\right) - TC$$
$$SCt = 68{,}380.33 - 64{,}485.52$$
$$SCt = 3{,}894.81$$

$$SCE = SCT - (SCL + SCC + SCt)$$
$$SCE = 4{,}053.17 - (27.61 + 39.11 + 3{,}894.81)$$
$$SCE = 4{,}053.17 - 3{,}961.53$$
$$SCE = 91.64$$

$$CML = \frac{SCL}{GLL} = \frac{27.61}{4} = 6.90$$

$$CMC = \frac{SCC}{GLC} = \frac{39.11}{4} = 9.78$$

$$CMt = \frac{SCt}{GLt} = \frac{3{,}894.81}{4} = 973.70$$

$$CME = \frac{SCE}{GLE} = \frac{91.64}{12} = 7.64$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}} x100 = \frac{\sqrt{7.64}}{50.79} x100$$
$$C.V. = 5.44\,\%$$

$$FcL = \frac{CML}{CME} = \frac{6.90}{7.64} = 0.90$$
$$FcC = \frac{CMC}{CME} = \frac{9.78}{7.64} = 1.28$$
$$Fct = \frac{CMt}{CME} = \frac{973.70.}{7.64} = 127.45$$

Conclusión. Al ser FC > Ft al nivel de 1 % indica que los promedios de los tratamientos son diferentes unos de otros, con una seguridad del 99 %.

Prueba de Tukey

$$D.S.H. = q\,x\sqrt{\frac{CME}{R}}$$
$$D.S.H._{\cdot 5\%} = 4.51x\sqrt{\frac{7.64}{5}} = 4.51x1.24 = 5.59$$

$$D.S.H._{\cdot 1\%} = 5.84\,x1.24$$
$$D.S.H._{\cdot 1\%} = 7.24$$

Promedios ordenados

I = A = Variedad CICA = 70.28 TN/Ha

II = B = Variedad Yungay = 58.76 " "

III = D = Variedad San Antonio = 46.60 TN/Ha

IV = C = Variedad Q'ompis = 44.00 " "

V = E = Variedad Bole = 34.30 TN/Ha

Contrastes primer nivel

I - V = 70.28 – 34.30 = 35.98 > 7.24 **

I - IV = 70.28 – 44.00 = 26.29 > 7.24 **

I - III = 70.28 – 46.60 = 23.68 > 7.24 **

I - II = 70.28 – 58.76 = 11.52 > 7.24 **

Conclusión: Se finaliza con que la variedad CICA tiene mayor rendimiento que las variedades Bole, Q'ompis, San Antonio y Yungay, con una seguridad del 99 %.

Contrastes segundo nivel

II - V = 58.76 – 34.30 = 24.46 > 7.24 **

II - IV = 58.76 – 44.00 = 14.76 > 7.24 **

II - III = 58.76 – 46.60 = 12.16 > 7.24 **

Conclusión: Para terminar, la variedad Yungay tiene mejor rendimiento que las variedades Bole, Q'ompis y San Antonio, con una probabilidad de 99 %.

Contrastes tercer nivel

III - V = 46.60 – 34.30 = 12.3 > 7.24 **

III - IV = 46.60 – 44.00 = 2.6 < 7.24 N.S.

Conclusión: Por último, la variedad San Antonio es de mejor rendimiento que la variedad Bole, con una seguridad del 99 %; asimismo, la variedad San Antonio y la variedad Qómpis tienen rendimientos similares, con una seguridad del 99 %.

3.6. CUADRADO LATINO CON UNA PARCELA PERDIDA

En un estudio comparativo de rendimiento de 5 variedades de frijol (A, B, C, D, E) se planifica el ensayo en Cuadrado Latino de 5 x 5, donde se pierde una parcela correspondiente al tratamiento C en la segunda línea y tercera columna. Luego de hallar el dato faltante y mediante la prueba de Tukey, ¿cuál de las variedades es la más rendidora, en función de los datos del siguiente cuadro?

Tabla 35

Estudio comparativo de rendimiento de 5 variedades de frijol

B 7	E 11	A 10	C 15	D 35
D 30	B 8	C X	A 11	E 9
E 10	C 17	D 25	B 9	A 13
C 20	A 14	E 15	D 30	B 6
A 12	D 20	B 5	E 14	C 19

Tabla 36

Resultado con valor faltante

B 7	E 11	A 10	C 15	D 35	78
D 30	B 8	C X	A 11	E 9	58 + X
E 10	C 17	D 25	B 9	A 13	74
C 20	A 14	E 15	D 30	B 6	85
A 12	D 20	B 5	E 14	C 19	70
79	70	55 + X	79	82	365+X

Como en el caso de D.B.C.A., es necesario estimar el valor faltante mediante la siguiente expresión:

$$X = \frac{r(L + C + T) - 2G}{(r-1)(r-2)}$$

Donde

X = Dato perdido

L = Total línea donde está la parcela perdida (58)

C = Total columna donde aparece la parcela perdida (55)

T = Total de tratamientos con parcela faltante (71)

r = Número de repeticiones

G = Total general de las parcelas, menos dato faltante (365)

TOTAL Tratamiento C = 15 + 17 + 20 + 19 = 71

Al aplicar la fórmula se obtiene:

$$X = \frac{5(58+55+71)-2(365)}{(5-1)(5-2)} \frac{5(184)-2(365)}{4x3}$$

$$X = \frac{920-730}{12}$$

$$X = 15.8$$

Con este valor completamos el cuadro de rendimientos:

Tabla de rendimientos, incluido el dato perdido que ha sido hallado mediante fórmula respectiva.

Tabla 37

Rendimientos, incluido el dato perdido

						TOTAL FILAS
	B 7	E 11	A 10	C 15	D 35	78
	D 30	B 8	C 15.8	A 11	E 9	73.8
	E 10	C 17	D 25	B 9	A 13	74
	C 20	A 14	E 15	D 30	B 6	85
	A 12	D 20	B 5	E 14	C 19	70
TOTAL DE COLUMNAS	79	70	70.8	79	82	380.8

Tabla 38

Producción de grano seco por variedad y repetición

	TRATAMIENTOS					
	A	B	C	D	E	
	12	7	20	30	10	
	14	8	17	20	11	
	10	5	15.8	25	15	
	11	9	15	30	14	
	13	6	19	35	9	
T.TRATAMIENTOS	60	35	86.8	140	59	380.8
PROM.TRAT.	12	7	17.4	28	11.8	Prom.15.23

Tabla 39

ANOVA. Producción de grano seco por variedad

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
LINEAS	4	25.94	6.485	0.49	3.36	5.67	N.S.
COLUMNAS	4	23.38	5.845	0.44	3.36	5.67	N.S.
TRATAMIENTOS	4	1,287.70	321.925	24.38	3.36	5.67	**
ERROR EXP.	11	145.28	13.207				
TOTAL	**23**	**1,482.30**	**C.V. =23.86 %**				

Nota:

FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

Para el cálculo del análisis de variancia se debe estimar primero el T.C.

$$TC = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(380.8)^2}{25} = 5{,}800.35$$

$$SCT = \Sigma X^2 - TC$$
$$SCT = (7^2 + 11^2 + ...14^2 + 19^2) - TC$$
$$SCT = 7{,}282.64 - 5{,}800.35$$
$$SCT = 1{,}482.30$$

$$SCL = 1/5(78^2 + 70^2) - TC$$
$$SCL = 5{,}826.29 - 5{,}800.35$$
$$SCL = 25.94$$

$$SCC = 1/5(79^2 + ...82^2) - TC$$
$$SCC = 5823.73 - 5{,}800.35$$
$$SCC = 23.38$$

$$SCt = 1/5(60^2 + 59^2) - TC$$
$$SCt = 7.088.05 - 5{,}800.35$$
$$SCt = 1{,}287.70$$

$$SCE = SCT - (SCL + SCC + SCt)$$
$$SCE = 1{,}482.30 - (25.94 + 23.38 + 1{,}287.70)$$
$$SCE = 1{,}482.30 - 1337.02$$
$$SCE = 145.28$$

$$CML = \frac{SCL}{GLL} = \frac{25.94}{4} = 6.485$$

$$CMC = \frac{SCC}{GLC} = \frac{23.38}{4} = 5.845$$

$$CMt = \frac{SCt}{GLt} = \frac{1{,}287.70}{4} = 321.925$$

$$CME = \frac{SCE}{GLE} = \frac{145.28}{11} = 13.207$$

$$C.V. = \frac{\sqrt{CME}}{\overline{X}} x100 = \frac{\sqrt{13.207}}{15.23} x100$$
$$C.V. = 23.86\,\%$$

$$FcL = \frac{CML}{CME} = \frac{6.485}{13.207} = 0.49$$

$$FcC = \frac{CMC}{CME} = \frac{5.845}{13.207} = 0.44$$

$$Fct = \frac{CMt}{CME} = \frac{321.925}{13.207} = 24.38$$

Conclusión: Del análisis del cuadro de ANOVA podemos decir que, como el FC de los tratamientos es mayor al Ft a los dos niveles críticos, esto indica que los promedios de los rendimientos son diferentes unos de otros, con una seguridad del 99 %.

Prueba de Tukey

Para ello hallamos los valores de "q" o AES de las tablas para 5 % y 1 %, con número de tratamientos (5) y GLE (11).

$$q = \begin{cases} 5\% = 4.57 \\ 1\% = 5.97 \end{cases}$$

Para hallar D.S.H (T) es necesario hallar S $\overline{x}$

$$S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}} = \sqrt{\frac{13.207}{5}} = 1.62$$

Este valor se utiliza para la comparación de tratamientos con igual número de repeticiones; en cambio, la desviación estándar para la comparación de promedios en donde uno de ellos perdió parcela. La estimación de la desviación estándar de la diferencia de promedios está dada por la siguiente fórmula.

$$S\bar{x} = S\,x\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{r} + \frac{1}{(r-1)(r-2)}\right]}$$

$$S\bar{x} = 3.63\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5} + \frac{1}{4\,x\,3}\right]}$$

$$S\bar{x} = 3.63\sqrt{0.5(0.4 + 0.083)}$$

$$S\bar{x} = 3.63\,x\,0.49$$

$$S\bar{x} = 1.78$$

Este valor es la desviación estándar del promedio ( ) para parcela perdida.

Donde

S = a la raíz cuadrada del cuadrado medio error

Luego, calculamos los valores de de D.S.H.(T) para los niveles de significación y para la comparación de promedios de tratamientos con repeticiones iguales y comparación de tratamientos en donde uno de ellos perdió una parcelas, simbolizando a esta como D.S.H(T)°.

D.S.H (T)5 % = 4.57 x 1.62 = 7.40
D.S.H (T)1 % = 5.97 x 1.62 = 9.67

D.S.H (T)°5% = 4.57 x 1.78 = 8.13
D.S.H (T)°1% = 5.97 x 1.78 = 10.63

Ordenando promedios en orden descendente.

I = D = 28.00 Kg /parcela
***II** = C = 17.40 " " * con parcela perdida
III = A = 12.00 " "
IV = E = 11.80 " "
V = B = 7.00 " "

Estableciendo los contrastes se obtiene:

Primer nivel

I – V = 28.00 – 7.00 = 21.00 > 7.40 y 9.67 **

I – IV = 28.00 – 11.80 = 16.20 > 7.40 y 9.67 **

I – III = 28.00 – 12.00 = 16.00 > 7.40 y 9.67 **

I – II = 28.00 – 17.40 = 10.60 > 8.13 y < 10.63 *

Conclusión: El frijol de la variedad D es superior en rendimiento que las variedades B, E, A y C con una probabilidad del 99 % y 95 %, respectivamente.

Segundo nivel

II - V = 17.40 – 7.00 = 10.40 > 8.13 y < 10.63 *

II - IV = 17.40 – 11.80 = 5.60 < 8.13 y 10.63 N.S.

Conclusión: La variedad C tiene mayor rendimiento que la variedad B e igual rendimiento que las variedades E y A.

Dicho de otro modo: los tratamientos C, A y E tienen iguales rendimientos; son estadísticamente inferiores al tratamiento D, pero superiores al tratamiento B.

3.7. EXPERIMENTOS FACTORIALES

Generalidades

Cuando se estudian en simultáneo dos o más factores, cada uno con diferentes niveles, se obtienen los experimentos llamados factoriales. Por ejemplo:

a. Variedades y densidades de siembra: dos factores.
b. Variedades, densidades de siembra y dosis de fertilizantes fosfatados: tres factores.
c. Evaluación de diferentes drogas aplicados a distintos tipos de animales: dos factores.
d. Factor: se trata de una variable independiente controlada por el investigador cuyos efectos sobre una variable de respuesta se desean evaluar. En un diseño factorial se estudian simultáneamente dos o más factores con el propósito de analizar no solo sus efectos principales, sino también las posibles interacciones entre ellos (Montgomery, 2017).
e. Niveles: son las distintas categorías, modalidades o valores específicos que puede adoptar un factor dentro del experimento. En un diseño factorial completo, todos los niveles de cada factor se combinan entre sí, generando los tratamientos experimentales.

La terminología que se emplea es variable, pero una forma sencilla puede ser la que se exhibe en la tabla siguiente.

Tabla 40
La terminología que se emplea

Factor	Niveles	
Variedades	A = 4	a1 ,a2 ,a3 , a4
Densidades	B = 3	b1 ,b2 ,b3
Repeticiones	r = 4	r 1 ,r2 ,r3 ,r4

ARREGLO COMBINATORIO

La forma más práctica de hacer las combinaciones es el uso de una tabla de doble entrada a.b, como la que se observa en el cuadro siguiente. Considerando cada combinación como un tratamiento, se tendrán 4 x 3 = a.b tratamientos, es decir, para el ejemplo dado tenemos 12 tratamientos. Si r = 4, el número de unidades experimentales serán a.b.r = 48.

Ejemplo de arreglo combinatorio de dos factores se presenta en la siguiente tabla.

Tabla 41
Arreglo combinatorio de dos factores

	FACTOR B			
FACTOR A		b1	b2	b3
	a1	a1b1	a1b2	a1b3
	a2	a2b1	a2b2	a2b3
	a3	a3b1	a3b2	a3b3
	a4	a4b1	a4b2	a4b3

Si se hace una distribución completamente al azar, se tendrán las causas de variación y grados de libertad, como se puede advertir en la siguiente tabla.

Tabla 42
Las causas de variación y grados de libertad

Causas o F.de V.	Grados de libertad
Tratamientos	a.b - 1 = 11
Error experimental	47 - 11 = 36
TOTAL	**a.b.r - 1 = 47**

Después de lo observado en el cuadro anterior, se puede estudiar como un experimento simple; sin embargo, no se puede responder a preguntas como:

¿Cuál es la mejor variedad?

¿Cuál es la mejor densidad de siembra?

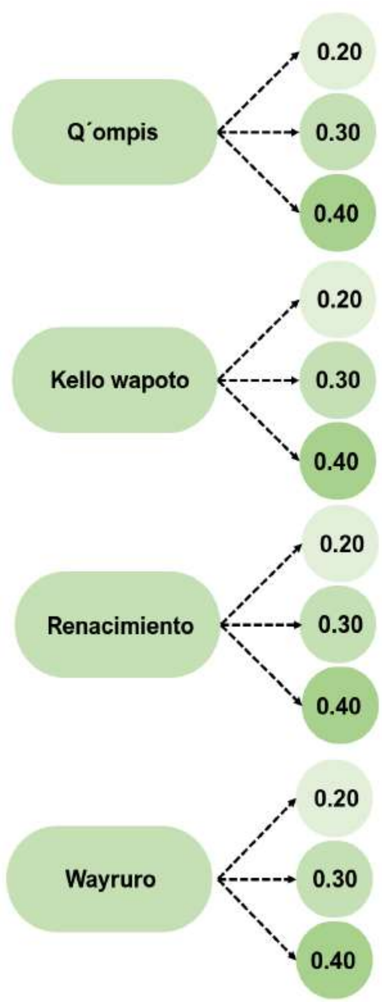
O estudiar el efecto de la interacción, es decir, la acción conjunta de variedad-densidad.

En estos casos, el estudio de la variación se tiene que extender, tal como se muestra en la siguiente tabla

Tabla 43
Las causas de variación y grados de libertad

Causas o F.de V.	Grados de libertad
Tratamientos	a.b - 1 = 11
Factor A	a - 1 = 3
Factor B	b - 1 = 2
Interacción A.B	3 x 2 = 6
Error experimental	47 - 11 = 36
TOTAL	**a.b.r - 1 = 47**

La combinación de factores: si hemos decidido ensayar cuatro variedades de papas (Q´ompis, Kello Waccoto, Renacimiento y Wayruro) y tres espaciamientos (0.20, 0.30, 0.40 m) entre plantas, permaneciendo constante la distancia entre surcos, tendremos un factorial 4 x 3, y el establecimiento de la combinación de factores será la siguiente:



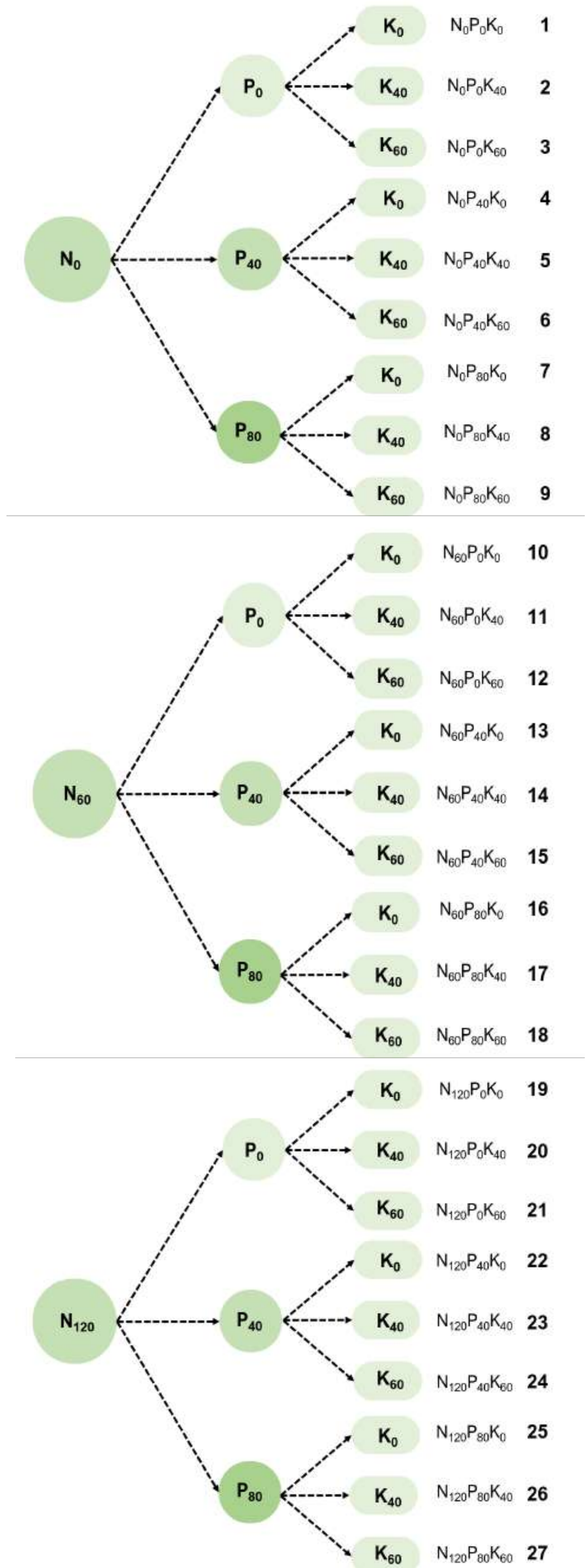
De esta manera se obtienen 12 tratamientos (4 x 3)

Tratamiento 1 Variedad Q'ompis a 0.20 m entre plantas
" 2 " " a 0.30 m entre plantas
" 3 " " a 0.40 m entre plantas
Tratamiento 4 Variedad Kello Waccoto a 0.20 m entre plantas
" 5 " " " a 0.30 m entre plantas
" 6 " " " a 0.40 m entre plantas

Tratamiento 7 Variedad Renacimiento a 0.20 m entre plantas
" 8 " " a 0.30 m entre plantas
" 9 " " a 0.40 m entre plantas
Tratamiento 10 Variedad Wayruro a 0.20 m entre plantas
" 11 " " a 0.30 m entre plantas
" 12 " " a 0.40 m entre plantas

En este estudio, en el que están indicados tanto distanciamientos como variedades, en todas sus combinaciones posibles obtendremos mayor información, que a la postre será más valedera, pues simultáneamente veremos qué variedad es mejor y cuál de los distanciamientos es el más adecuado y qué combinación variedad por distanciamiento da mejores resultados.

La combinación de factores en un ensayo de fertilización, donde deseamos ensayar el efecto de 3 niveles de nitrógeno (0, 60, 120); tres niveles de fósforo (0, 40, 80); y tres niveles de potasio (0, 40, 60); nos dará una factorial de 3 x 3 x 3 ó 33, generando en sus posibles combinaciones 27 tratamientos de la siguiente manera.


N_0
N_{60}
N_{120}
P_0
P_{40}
P_{80}
K_0
K_{40}
K_{60}
$N_0P_0K_0$ 1
$N_0P_0K_{40}$ 2
$N_0P_0K_{60}$ 3
$N_0P_{40}K_0$ 4
$N_0P_{40}K_{40}$ 5
$N_0P_{40}K_{60}$ 6
$N_0P_{80}K_0$ 7
$N_0P_{80}K_{40}$ 8
$N_0P_{80}K_{60}$ 9
$N_{60}P_0K_0$ 10
$N_{60}P_0K_{40}$ 11
$N_{60}P_0K_{60}$ 12
$N_{60}P_{40}K_0$ 13
$N_{60}P_{40}K_{40}$ 14
$N_{60}P_{40}K_{60}$ 15
$N_{60}P_{80}K_0$ 16
$N_{60}P_{80}K_{40}$ 17
$N_{60}P_{80}K_{60}$ 18
$N_{120}P_0K_0$ 19
$N_{120}P_0K_{40}$ 20
$N_{120}P_0K_{60}$ 21
$N_{120}P_{40}K_0$ 22
$N_{120}P_{40}K_{40}$ 23
$N_{120}P_{40}K_{60}$ 24
$N_{120}P_{80}K_0$ 25
$N_{120}P_{80}K_{40}$ 26
$N_{120}P_{80}K_{60}$ 27

Los tratamientos se establecen siguiendo las líneas; así, el tratamiento (1) es N0P0K0, y el tratamiento (12) es (N60P0K60).

Los experimentos factoriales pueden ser llevados a cabo adoptando diseños experimentales, tales como: bloques completos al azar, cuadrado latino, bloques incompletos, etc., dependiendo de las características de las unidades experimentales.

La randomización de los tratamientos se realiza de acuerdo al diseño adoptado, sin ninguna variante.

Ejemplo:

En un experimento con arreglo factorial y distribución en 5 bloques al azar, se estudiaron 4 variedades de soja y 3 dosis de fósforo, expresado en kg/ha. Los rendimientos de grano en t/ha se presentan en el siguiente cuadro; luego de su análisis diga qué variedad y a qué dosis se logrará el mayor rendimiento.

Tabla 44

Experimento con arreglo factorial y distribución en 5 bloques al azar

VARIEDAD	A			B			C			D		
Dosis P2O5	50	100	150	50	100	150	50	100	150	50	100	150
Tratamientos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	3	4	6	5	6	7	2	2	5	4	6	7
II	2	4	5	5	5	8	1	2	4	5	6	8
III	3	4	6	6	6	8	1	3	5	4	5	7
IV	3	5	7	6	7	9	2	3	6	3	5	8
V	2	5	6	5	7	8	1	2	6	2	4	8

Una vez que se resuelve se obtiene:

Tabla 45

Experimento con arreglo factorial y distribución en 5 bloques al azar

VARIEDAD	A			B			C			D			TOTAL BLOQUES
Dosis P2O5	50	100	150	50	100	150	50	100	150	50	100	150	
Tratamientos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
I	3	4	6	5	6	7	2	2	5	4	6	7	**57**
II	2	4	5	5	5	8	1	2	4	5	6	8	**55**
III	3	4	6	6	6	8	1	3	5	4	5	7	**58**
IV	3	5	7	6	7	9	2	3	6	3	5	8	**64**
V	2	5	6	5	7	8	1	2	6	2	4	8	**56**
T.Tratamientos	13	22	30	27	31	40	7	12	26	18	26	38	**290**
Promedios	2.6	4.4	6.0	5.4	6.2	8.0	1.4	2.4	5.2	3.6	5.2	7.6	**4.83**
Variedad Promedios	A = 65 4.33			B = 98 6.53			C = 45 3.00			D = 82 5.47			
Dosis P2O5 Promedios	50 Kg/ha = 65 3.25			100 Kg/ha = 91 4.55			150 Kg/ha= 134 6.7						

Tabla 46

ANOVA. Rendimientos de grano en t/ha

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
Bloques	4	4.16	1.04	2.21	2.58	3.80	N.S.
Variedad	3	103.53	34.51	73.57	2.82	4.29	**
Dosis	2	121.43	60.72	129.19	3.21	5.15	**
V x D	6	4.57	0.76	1.62	2.31	3.25	N.S.
Error Exp.	44	20.64	0.4691				
TOTAL	**59**	**254.33**	**C.V. = 14.19 %**				

Nota:

FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

GLT = a.b.r – 1 = 4 x 3 x 5 – 1 = 59

GLB = r -1 = 5 – 1 = 4

GLV = a – 1 = 4 – 1 = 3

GLD = b -1 = 3 – 1 = 2

GL(V x D) = 3 x 2 = 6

GLE = GLT – (GLB + GLV + GLD + GL(V x D))

GLE = 59 – (4 + 3 + 2 + 6)

GLE = 59 – 15

GLE = 44

Para hallar las sumas de cuadrados se tiene lo siguiente: para facilitar los cálculos, se debe calcular primero el término de corrección y luego las sumas de cuadrados.

$$T.C = \frac{(\Sigma X)^2}{N} = \frac{(290)^2}{4x3x5} = \frac{84100}{60} = 1401.67$$

$$SCT = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{N} = 1{,}656 - 1401.67 = 254.33$$

$$SCB = \frac{\Sigma X^2}{a.b} - T.C = \frac{(57^2 + ..56^2)}{4x3} - 1401.67$$

$$SCB = \frac{16870}{12} - 1401.67 = 1405.83 - 1401.67 = 4.16$$

$$SCV = \frac{\Sigma X^2}{b.r} - T.C = \frac{(65^2 + ..82^2)}{3x5} - 1401.67$$

$$SCV = \frac{22578}{15} - 1401.67 = 1505.2 - 1401.67 = 103.53$$

$$SCD = \Sigma X^2 - T.C.$$

$$SCD = \frac{(65^2 + ..134^2)}{20} - 1401.67$$

$$SCD = 1523.1 - 1401.67 = 121.43$$

$$SC_{(VxD)}\left(\frac{\Sigma X}{5} - T.C\right) - (SCV + SCD)$$

$$SC_{(VxD)}\left(\frac{13^2 + ..38^2}{5} - 1401.67\right) - (103.53 + 121.43)$$

$$SC_{(VxD)} = (1631.2. - 1401.67) - 103.53 - 121.43$$

$$SC_{(VxD)} = 229.53 - 103.53 - 121.43 = 4.57$$

$$SCE = SCT - (SCB + SCV + SCD + SC_{(VxD)})$$

$$SCE = 254.33 - (4.16 + 103.53 + 121.43 + 4.57)$$

$$SCE = 254.33 - 233.69 = 20.64$$

El análisis de variancia indica diferencia altamente significativa en las producciones de grano de las variedades (factor V) y también de las dosis de fósforo (factor D); no así para la interacción V x D. Para saber entre qué variedades y qué dosis de fósforo existen diferencias, se realizan las pruebas de Tukey o Duncan.

Prueba de Tukey

$$D.S.H. = q\,x\,S\bar{x} \qquad \text{donde} \qquad S\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{R}}$$

Para el factor variedad (V)

Hallar el valor de "q" se realiza interpolando, puesto que para GLE, que en este caso es de 44, no se encuentra en la tabla. Esta interpolación debe realizarse por los métodos conocidos o directamente con la calculadora, utilizando regresión lineal, de la siguiente manera.

Tukey 5 %	**Tukey 1 %**
40-------3.79	40-------4.70
44------X= 3.78	44-------X= 4.68
60------3.74	60--------4.60

$$D.S.H._{5\%} = 3.78\ x\sqrt{\frac{0.4691}{15}} = 3.78\,x\,0.1768 = 0.67$$

$$D.S.H._{1\%} = 4.68\,x\,0.1768 = 0.83$$

Promedios ordenados

I – B = 6.53 t/ha

II – D = 5.47 t/ha

III – A = 4.33 t/ha

IV – C = 3.00 t/ha

Contrastes

B – C = 6.53 – 3.00 = 3.53 > 0.67 y 0.83 **

B – A = 6.53 – 4.33 = 2.20 > 0.67 y 0.83 **

B – D = 6.53 – 5.47 = 1.06 > 0.67 y 0.83 **

Conclusión: la variedad B es más rendidora que las variedades C, A y D, con una probabilidad del 99 %.

Hallando Tukey para dosis de fertilizante se tiene:

$$D.S.H._{5\%} = q\,x\sqrt{\frac{CME}{20}}$$

$$D.S.H._{5\%} = 3.43\,x\sqrt{\frac{0.4691}{20}} = 3.43\,x\,0.153 = 0.52$$

$$D.S.H._{1\%} = 4.35\,x\,0.153 = 0.67$$

Promedios ordenados

Rendimiento	
Dosis 150 kg/ha	6.70 t/ha
Dosis 100 kg/ha	4.55 t/ha
Dosis 50 kg/ha	3.25 t/ha

De acuerdo a los resultados, existe una diferencia altamente significativa entre el efecto de las dosis.

Conclusión: Las variedades producen rendimientos diferentes. La dosis de fósforo incrementa la producción a más del doble. No se encontró interacción variedad-dosis; es decir, que los factores afectan de manera independiente la variable respuesta.

Todas las variedades incrementan su producción al aumentar la dosis de fósforo. Los resultados son confiables porque el C.V.= 14.18 %.

El siguiente ensayo consiste en estudiar la respuesta a dos niveles de NPK en cultivo de oca (Oxalis tuberosa), cuyos niveles adoptados son:

Para N: N60 y N120
Para P: P60 y P120
Para K: K60 y K120

El ensayo se realiza adoptando el diseño en bloques completos randomizados, con 5 repeticiones, usando parcelas de 7.00 x 2.80 m, con surcos distanciados a 0.70 m, distanciamiento entre plantas a 0.30 m. La variedad utilizada es Pachatusan. El análisis de rendimiento se evalúa en dos surcos centrales de cada parcela, con el fin de eliminar el efecto de bordes. Los resultados que se obtienen se dan en kg. /parcela neta cosechada.

Tabla 47

Factorial. Rendimientos parcelarios en Kg. 2N x 2P x 2K

N	N_{60}				N_{120}			
P	P_{60}		P_{120}		P_{60}		P_{120}	
K	K60	K120	K60	K120	K60	K120	K60	K120
BLOQUE	1	2	3	4	5	6	7	8
I	37.60	41.15	41.20	43.55	37.55	38.70	36.65	39.45
II	36.85	41.95	42.65	44.25	38.15	39.90	39.55	43.15
III	35.70	39.30	41.35	43.60	37.90	43.15	37.95	42.15
IV	36.35	34.65	39.30	44.80	41.85	36.40	32.05	44.45
V	37.85	37.10	39.05	35.65	37.70	35.55	35.95	39.45

Tabla 48

Factorial. Rendimientos parcelarios en Kg. 2N x 2P x 2K

N	N_{60}				N_{120}				
P	P_{60}		P_{120}		P_{60}		P_{120}		
K	K60	K120	K60	K120	K60	K120	K60	K120	
BLOQUE	1	2	3	4	5	6	7	8	
I	37.60	41.15	41.20	43.55	37.55	38.70	36.65	39.45	315.85
II	36.85	41.95	42.65	44.25	38.15	39.90	39.55	43.15	326.45
III	35.70	39.30	41.35	43.60	37.90	43.15	37.95	42.15	321.10
IV	36.35	34.65	39.30	44.80	41.85	36.40	32.05	44.45	309.85
V	37.85	37.10	39.05	35.65	37.70	35.55	35.95	39.45	298.30
TOTAL TRATAM.	184.35	194.15	203.55	211.85	193.15	193.70	182.15	208.65	1,571.55
PROM.	36.87	38.83	40.71	42.37	38.63	38.74	36.43	41.73	39.29
N	N60 = 793.90				N120 = 777.65				
P	P60 = 765.35				P120 = 806.20				
K	K 60 = 763.20				K 120 = 808.35				
NP	N60 P60 378.50		N60 P120 415.40		N120 P60 386.85		N120 P120 390.80		
NK	N60 K60 387.90		N60 K120 406.00		N120 K60 375.30		N120 K120 402.35		
PK	P60 K60 377.50		P60 K120 387.85		P120 K60 385.70		P120 K120 420.50		

Aparte de totalizar los tratamientos y los promedios de los mismos, conviene estimar los efectos de los factores por separado, es decir, los efectos principales, vale decir efecto del N, efecto del P y efecto del K. Luego también conviene estimar los efectos de las interacciones dobles (NP, NK y PK) y, finalmente, es necesario el establecimiento del efecto de interacción triple (NPK), que está dado por los efectos de los tratamientos.

Este proceso se hace por sucesivos aislamientos de los efectos, de la siguiente manera:

N_{60}, se estima por los totales de las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\2-194.15\\3-203.55\\4-211.85\end{array}\right\}$ **793.90**

N_{120},se estima por los totales de las columnas $\left\{\begin{array}{l}5-193.15\\6-193.70\\7-182.15\\8-208.65\end{array}\right\}$ **777.6**

P_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\2-194.15\\5-193.15\\6-193.70\end{array}\right\}$ **765.35**

P_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}3-203.55\\4-211.85\\7-182.15\\8-208.65\end{array}\right\}$ **806.20**

K_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\3-203.55\\5-193.15\\7-182.15\end{array}\right\}$ **763.0**

K_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}2-194.15\\4-211.85\\6-193.70\\8-208.65\end{array}\right\}$ **808.5**

N_{60} P_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\2-194.15\end{array}\right\}$ **378.50**

N_{60} P_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}3-203.55\\4-211.85\end{array}\right\}$ **415.40**

N_{120} P_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}5-193.15\\6-193.70\end{array}\right\}$ **386.85**

N_{120} P_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}7-182.15\\8-208.65\end{array}\right\}$ **390.80**

N_{60} K_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\3-203.55\end{array}\right\}$ **387.90**

N_{60} K_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}2-194.15\\4-211.85\end{array}\right\}$ **406.0**

N_{120} K_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}5-193.15\\7-182.15\end{array}\right\}$ **375.30**

N_{120} K_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}6-193.70\\8-208.65\end{array}\right\}$ **402.35**

P_{60} K_{60}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}1-184.35\\5-193.15\end{array}\right\}$ **377.50**

P_{60} K_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}2-194.15\\6-193.70\end{array}\right\}$ **387.85**

P120 K60, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}3-203.55\\7-182.15\end{array}\right\}$ **387.70**

P_{120} K_{120}, Totalizar las columnas $\left\{\begin{array}{l}4-211.85\\8-208.65\end{array}\right\}$ **420.50**

La descomposición de los grados de libertad, en el cuadro de ANOVA, se presenta de la siguiente manera:

Tabla 49

Descomposición de los grados de libertad

FUENTES DE VARIACIÓN	GRADOS DE LIBERTAD
Bloques	5 -1 = 4
Tratamientos	8- 1 = (7)
Efecto del nitrógeno (N)	2 – 1 = 1
Efecto del fósforo (P)	2 – 1 = 1
Efecto del potasio (K)	2 – 1 = 1
Efecto de interacción N x P	1 x 1 = 1
Efecto de interacción N x K	1 x 1 = 1
Efecto de interacción P X K	1 x 1 = 1
Efecto de interacción N x P x K	1 x 1 x 1 = 1
Error experimental	39 – (4 + 7) = 28
TOTAL	40 – 1 = 39

La explicación para la descomposición de los grados de libertad para los tratamientos es la siguiente: dentro de los tratamientos están incluidos el N, P y K, cada uno a dos niveles, que constituyen causas de variación, pues al variar de nivel harán variar su efecto, y sabiendo que los grados de libertad se obtienen con N – 1, entonces 2 -1 = 1. Los grados de libertad de las interacciones se obtienen multiplicando los grados de libertad correspondientes a los factores en la interacción.

Tabla 50

Descomposición de los grados de libertad

F. de V.	GL	SC	CM	FC	Ft		SIG
					5 %	1 %	
Bloques	4	59.008	14.752	2.797	2.71	4.07	*
Tratamientos	7	162.211	23.173	4.393	2.36	3.36	**
N	1	6.602	6.602	1.252	4.2	7.64	N.S
P	1	41.718	41.718	7.91	4.2	7.64	**
K	1	50.963	50.963	9.661	4.2	7.64	**
NP	1	27.142	27.142	5.145	4.2	7.64	*
NK	1	2.002	2.002	0.38	4.2	7.64	N.S.
PK	1	14.945	14.945	2.833	4.2	7.64	N.S.
NPK	1	18.839	18.839	3.571	4.2	7.64	N.S.
Error Hesperio.	28	147.693	5.275				
TOTAL	**39**	**368.912**					

Nota:

FV (Fuente de Variación), GL (Grados de Libertad), SC (Suma de Cuadrados), CM (Cuadrado Medio), FC (F calculada), Ft (F tabular), Sig (Significancia/Valor P) y El coeficiente de variación (CV)

Procediendo con los cálculos para el llenado del cuadro de ANOVA, se obtiene:

$$TC = \frac{(\sum X)^2}{N} = \frac{(1{,}571.55)^2}{40} = 61{,}744.235$$

$$SCT = \sum X^2 - TC$$

$$SCT = 62{,}113.1475 - 61{,}744.235$$

$$SCT = 368.912$$

$$SCB = \tfrac{1}{8}\left(315.85^2 + ...298.30^2\right) - TC$$

$$SCB = 61{,}803.24344 - 61{,}744.235$$

$$SCB = 59.008$$

$$SCt = \tfrac{1}{5}\left(184.35^2 + ...208.65^2\right) - TC$$

$$SCt = 61{,}906.4455 - 61{,}744.235$$

$$SCt = 162.211$$

$$SCN = \tfrac{1}{20}\left(793.90^2 + 777.65^2\right) - TC$$

$$SCN = 61{,}750.83663 - 61{,}744.235$$

$$SCN = 6.602$$

$$SCP = \tfrac{1}{20}\left(765.35^2 - 806.20^2\right) - TC$$

$$SCP = 61{,}785.95313 - 61{,}744.235$$

$$SCP = 41.718$$

$$SCK = \tfrac{1}{20}\left(763.20^2 + 808.35^2\right) - TC$$

$$SCK = 61{,}795.19813 - 61{,}744.235$$

$$SCK = 50.963$$

Al hallar la suma de cuadrados de las interacciones, se obtiene:

Suma de cuadrados del efecto de la interacción N x P

SCN x P = SCN y P – (SCN + SCP)

Para esto es necesario hallar primero la suma de cuadrados del efecto conjunto de N y P.

De esta manera, por sustracción se elimina el efecto de N, cuando actúa solo, y el efecto del P también cuando actúa solo; de tal modo aislamos lo que verdaderamente se debe a la acción de la interacción propiamente dicha.

Los efectos de N y P están dados en el cuadro ordenado de rendimientos, en la sección correspondiente a NP, con cuyos datos hacemos los cálculos.

SCN y P = 1/10 (378.502 + 415.402 + 386.852 +390.802) – TC

El denominador es 10, porque 378.50, 415.40, 386.85 y 390.80; son totales de diez (10) parcelas; por ejemplo: N60P60 está dado por las columnas 1 y 2; cada una con 5 parcelas multiplicado por 2 = 10.

Este mismo criterio para el resto de los denominadores de las sumas de cuadrados. El denominador será un número igual al número de parcelas de donde proviene cada uno de las cantidades que se elevan al cuadrado.

$$SCN\,y\,P = \tfrac{1}{10}\left(378.50^2 + 415.40^2 + 386.85^2 + 390.80^2\right) - TC$$
$$SCN\,y\,P = 61{,}819.69725 - 61{,}744.235$$
$$SCN\,y\,P = 75.462$$

Por consiguiente

$$SCN\,x\,P = 75.462 - (6.602 + 41.718)$$
$$SCN\,x\,P = 75.462 - 48.320$$
$$SCN\,x\,P = 27.142$$

Suma de cuadrados del efecto de la interacción N x K

$$SCN\,x\,K = SCN\,y\,K - (SCN + SCK)$$
$$SCN\,y\,K = \tfrac{1}{10}\left(387.90^2 + 406.00 + 375.30^2 + 402.35^2\right) - TC$$
$$SCN\,y\,K = 61{,}803.80225 - 61{,}744.235$$
$$SCN\,y\,K = 59.567$$
$$SCN\,x\,K = SCN\,y\,K - (SCN + SCK)$$
$$SCN\,x\,K = 59.567 - (6.602 + 50.963)$$
$$SCN\,x\,K = 59.567 - 57.565$$
$$SCN\,x\,K = 2.002$$

Suma de cuadrados del efecto de la interacción P x K

$$SCP\,x\,K = SCP\,y\,K - (SCP + SCK)$$
$$SCP\,y\,K = \tfrac{1}{10}\left(377.50^2 + 387.85^2 + 385.70^2 + 420.50^2\right) - TC$$
$$SCP\,y\,K = 61{,}851.86125 - 61{,}774.235$$
$$SCP\,y\,K = 107.626$$

$$SCP\,x\,K = 107.626 - (41.718 + 50.963)$$
$$SCP\,x\,K = 107{,}626 - 92.681$$
$$SCP\,x\,K = 14.945.$$

Suma de cuadrados del efecto de la interacción triple N x P x K

$$SCN\,x\,P\,x\,K = SCN\,y\,P\,y\,K - (SCN + SCP + SCK + SCN\,x\,P + SCN\,x\,K + SCP\,x\,K)$$

SCN y P y K = Suma de cuadrados de tratamientos

$$SCN\,x\,P\,x\,K = 162.211 - (6.602 + 41.718 + 50.963 + 27.142 + 2.002 + 14.945)$$
$$SCN\,x\,P\,x\,K = 162.211 - 143.372$$
$$SCN\,x\,P\,x\,K = 18.839$$

Suma de cuadrados del error

$$SCE = SCT - (SCB + SCt)$$
$$SCE = 368.913 - (59.008 + 162.211)$$
$$SCE = 368.912 - 221.219$$
$$SCE = 147.693$$

El cuadrado medio de cada fuente de variación se halla del modo conocido, dividiendo la suma de cuadrados entre los grados de libertad correspondiente.

Los valores de FC para cada fuente de variación se obtienen dividiendo el cuadrado medio correspondiente entre el cuadrado medio del error.

Los valores de Ft, se halla en las respectivas tablas, en la intersección de los grados de libertad de las fuentes de variación y los grados de libertad del error.

- indica significativo al nivel del 5 %

** indica significativo al nivel del 1 %

Interpretación

La interpretación del cuadro de ANOVA es la siguiente:

Existe una probabilidad del 95 % a favor y 5 % en contra de que entre los bloques hay una diferencia significativa; sin embargo, esto no tiene importancia para nuestro estudio.

Hay 99 % de probabilidad a favor y 1 % en contra de que entre los 8 tratamientos en estudio existan diferencias significativas; cuál o cuáles son esas diferencias se establece con una prueba para tal fin.

La prueba de F indica que no hay posibilidad de encontrar diferencias entre los efectos de los dos niveles de nitrógeno; vale decir que los dos niveles de nitrógeno producen el mismo efecto. La diferencia entre N60 = 793.90 y N120 = 777.65 se debe al azar y no a la dosis.

Para P, la prueba de F señala que, con un 99 % de seguridad, hay diferencia estadística entre los efectos de los dos niveles de fósforo. En este caso no tenemos necesidad de llevar a una prueba suplementaria para saber cuáles son esas diferencias significativas, pues con dos niveles se puede establecer un solo contraste, y la diferencia de ese contraste es estadísticamente significativa. El mejor aquel nivel es aquel que haya inducido mayor producción; en el presente caso P120, que induce la producción de 806.20 kg, a diferencia P60, que induce una producción de 765.35 kg.

Esta misma explicación es válida para el caso del potasio, siendo el de mayor efecto el K120.

No hay efecto de interacciones, salvo el caso de NP. Es que examinándole cuadro ordenado de rendimientos se infiere:

La mayor producción se obtiene con la dosis menor de N, acompañado de la dosis mayor de fósforo, disminuyendo el rendimiento cuando sube la dosis de nitrógeno. Con N y K sucede lo mismo, aunque, como ya se dijo, las diferencias no son debidas a los niveles que intervienen en la combinación.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. **Para mejorar la resistencia a la torsión de las adhesiones de componentes electrónicos sobre placas, se estudiaron dos tipos de pegamentos (A1 y A2) y tres temperaturas de curado (60, 80 y 100 °C). En cada combinación se analizaron dos componentes y los resultados obtenidos son los que se presentan:**

Tabla 51

Combinación. Se analizaron dos componentes y los resultados obtenidos

	CURADO		
	60	80	100
PEGAMENTO A_1	2.5	3.8	4.0
	2.8	3.4	4.2
PEGAMENTO A_2	1.6	3.2	4.3
	1.22	2.8	4.7

b. Plantee el modelo estadístico correspondiente.

c. Construya el ANOVA y decida cuales efectos están activos.

d. Mediante los gráficos determine el mejor tratamiento.

e. Estime la resistencia a la torsión en el mejor tratamiento.

2. En una fábrica de aceites vegetales comestibles, la calidad resulta afectada por la cantidad de impurezas dentro del aceite, ya que estas causan oxidación, y ello repercute –a su vez– en las características de sabor y color del producto final. El proceso de “blanqueo” es el responsable de eliminar tales impurezas, y una forma de medir su eficacia es mediante el color del aceite. Para generar una primera aproximación a la solución del problema se decide estudiar el efecto de la temperatura y el porcentaje de arcilla en el color del aceite; en principio, a nivel laboratorio. El diseño y los datos de las pruebas experimentales se muestran a continuación.

Tabla 52

Combinación. Se analizaron dos componentes y los resultados obtenidos

TEMPERATURA	PORCENTAJE DE ARCILLA							
	0.8		0.9		1.0		1.1	
90	5.8	5.9	5.4	5.5	4.9	5.1	4.5	4.4
100	5.0	4.9	4.8	4.7	4.6	4.4	4.1	4.3
110	4.7	4.6	4.4	4.4	4.1	4.0	3.7	3.6

a. ¿Cuál es el nombre del diseño utilizado?
b. Realice un análisis de variancia y obtenga conclusiones.
c. Interprete cada uno de los gráficos que vea por conveniente.

3. En una empresa alimenticia se desea evaluar cuatro antioxidantes a través de su efecto en un aceite vegetal. El propósito es seleccionar el producto que retrase más la oxidación. Las pruebas se hacen en condiciones de estrés, midiendo como variable de respuesta al índice de peróxidos. Se evalúan diferentes unidades experimentales en distintos tiempos. Los datos obtenidos se muestran a continuación (en el control no se agrega ningún antioxidante). Dado que uno de los factores es el tiempo, y este no se puede aleatorizar, entonces se le puede ver como un factor de bloques.

Tabla 53

Resultado. Evaluación de diferentes productos en distintos tiempos

PRODUCTO	TIEMPO					
	4 horas		8 horas		12 horas	
Control	3.84	3.72	27.63	27.58	39.95	39.00
A	4.00	3.91	22.00	21.83	46.20	45.6
B	3.61	3.61	21.94	21.85	46.58	42.98
C	3.57	3.50	20.50	20.32	45.14	44.89
D	3.64	3.61	20.30	20.19	44.36	44.02

a. Señale los factores de análisis y la variable de respuesta.
b. Haga un análisis de variancia e interprete adecuadamente.
c. Considerando que a menor índice de peróxidos mejor es el producto, ¿hay algún producto que sea mejor estadísticamente?

REFERENCIAS

Barreto-Villanueva, A. (2012). El progreso de la Estadística y su utilidad en la evaluación del desarrollo. *Papeles de Población*, 18(73), 241-271. http://www.redalyc.org/pdf/112/11224638010.pdf

Dara, S.K. (2019). The New Integrated Pest Management Paradigm for the Modern Age. *Journal of Integrated Pest Management*, 10(1), 1-9. https://doi.org/10.1093/jipm/pmz010

FAO (2022). *Agricultura sostenible: Una herramienta para fortalecer la seguridad alimentaria y nutricional en América Latina y el Caribe*. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. https://openknowledge.fao.org/server/api/core/bitstreams/6dc91118-81ae-49b8-9b58-839f9486ce52/content

FAO (2019). *The international code of conduct for the sustainable use and management of fertilizers*. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. https://www.fao.org/3/ca5253en/ca5253en.pdf

Fisher, R.A. (1935). *The design of experiments*. Oliver & Boyd.

Gavilánez Luna, F (2024). *Precisión en los experimentos agrícolas: Algunas consideraciones y alternativas*. Repositorio MAWIL. https://doi.org/10.26820/978-9942-654-06-9

Gómez, K.A., & Gómez, A.A. (1984). *Statistical procedures for agricultural research* (2nd ed.). John Wiley & Sons. https://pdfroom.com/books/statistical-procedures-for-agricultural-research/9qXgepmXd6P

Gutiérrez Pulido, H., & De La Vara Salazar, R. (2012). Análisis y diseño de experimentos (3a ed.). McGraw-Hill. https://www.mheducation.com.mx/analisis-y-diseno-de-experimentos-9786071507259-latam?utm_source=chatgpt.com#tab-label-product-description-title

Montgomery, D.C. (2017). *Design and analysis of experiments* (9th ed.). John Wiley & Sons. https://www.wiley.com/en-ie/Design+and+Analysis+of+Experiments%2C+EMEA+Edition%2C+9th+Edition-p-9781119638421

Prado Campos, C.D. (2014). I*ntroducción al diseño y análisis de experimentos*. Editorial Académica Española.

Sokal, R.R., & Rohlf, F.J. (2012). Biometry: *The principles and practice of statistics in biological research* (4.ª ed.). W. H. Freeman and Company. https://www.appliedbiostat.com/biomstat/book_biometry.html

Yan, W., & Kang, M.S. (2003). *GGE Biplot Analysis: A Graphical Tool for Breeders, Geneticists, and Agronomists*. CRC Press. https://doi.org/10.1201/9781420040371

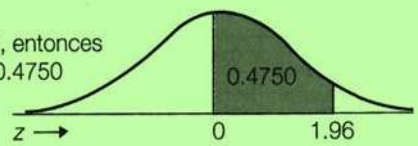
A APÉNDICE A

TABLAS ESTADÍSTICAS

- Áreas bajo la curva normal
- Distribución de t de Student
- Valores teóricos de la Distribución de Chi cuadrado (Ji Cuadrado)
- Valores críticos de la distribución de F al 5 % y 1 %
- Valores de (q) para la Prueba de Tukey al nivel de Significancia de 5 % y 1 %.
- Valores de (z) para la Prueba de Duncan al Nivel de Significancia de 5 % y 1 %.
- Coeficientes de polinomios ortogonales.
- Tabla de números aleatorios.

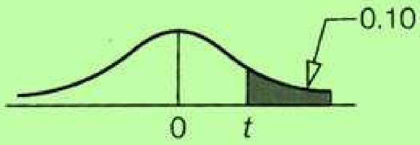
Áreas bajo la curva normal

Ejemplo:
Si $z = 1.96$, entonces
$P(0 \text{ a } z) = 0.4750$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

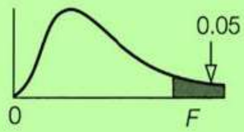
Distribución *t* de Student



Ejemplo: con
gl = 9 y área = 0.10
en la cola superior,
t = 1.383

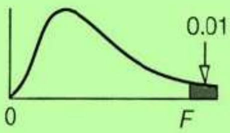
gl	Intervalos de confianza					
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%
	Nivel de significancia para pruebas de una cola					
	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005
	Nivel de significancia para pruebas de dos colas					
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Valores críticos de la distribución *F* para un nivel de significancia 5%



Grados de libertad para el denominador	Grados de libertad para el numerador															
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**	**20**	**24**	**30**	**40**
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39

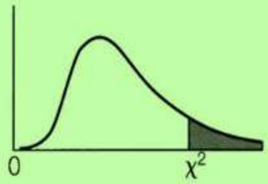
Valores críticos de la distribución *F* para un nivel de significancia 1%



Grados de libertad para el denominador	Grados de libertad para el numerador: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59

Valores críticos de ji cuadrada

Esta tabla contiene los valores de χ^2 que corresponden a un área específica en la cola derecha y un número específico de grados de libertad.



Ejemplo con 17 grados de libertad y un área de 0.02 en la cola superior, $\chi^2 = 30.995$

Grados de libertad, *gl*	Área en la cola derecha			
	0.10	**0.05**	**0.02**	**0.01**
1	2.706	3.841	5.412	6.635
2	4.605	5.991	7.824	9.210
3	6.251	7.815	9.837	11.345
4	7.779	9.488	11.668	13.277
5	9.236	11.070	13.388	15.086
6	10.645	12.592	15.033	16.812
7	12.017	14.067	16.622	18.475
8	13.362	15.507	18.168	20.090
9	14.684	16.919	19.679	21.666
10	15.987	18.307	21.161	23.209
11	17.275	19.675	22.618	24.725
12	18.549	21.026	24.054	26.217
13	19.812	22.362	25.472	27.688
14	21.064	23.685	26.873	29.141
15	22.307	24.996	28.259	30.578
16	23.542	26.296	29.633	32.000
17	24.769	27.587	30.995	33.409
18	25.989	28.869	32.346	34.805
19	27.204	30.144	33.687	36.191
20	28.412	31.410	35.020	37.566
21	29.615	32.671	36.343	38.932
22	30.813	33.924	37.659	40.289
23	32.007	35.172	38.968	41.638
24	33.196	36.415	40.270	42.980
25	34.382	37.652	41.566	44.314
26	35.563	38.885	42.856	45.642
27	36.741	40.113	44.140	46.963
28	37.916	41.337	45.419	48.278
29	39.087	42.557	46.693	49.588
30	40.256	43.773	47.962	50.892

Tabla VI.- Valores críticos para la prueba de *Tukey*.

$q_\alpha(v_1, v_2)$

v_2 ↓	α ↓	v_1 = 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0.05 0.01	18.00 90.03	29.98 135.0	32.82 164.3	37.08 185.6	40.41 202.2	43.12 215.8	45.40 227.2	47.36 237.0	49.07 245.6	50.59 253.2
2	0.05 0.01	6.10 14.04	8.33 19.02	9.80 22.29	10.88 24.72	11.74 26.63	12.44 28.20	13.03 29.53	13.54 30.68	13.99 31.69	14.39 32.59
3	0.05 0.01	4.50 8.26	5.91 10.62	6.82 12.17	7.50 13.33	8.04 14.24	8.48 15.00	8.85 15.64	9.18 16.20	9.46 16.69	9.72 17.13
4	0.05 0.01	3.93 6.51	5.04 8.12	5.76 9.17	6.29 9.96	6.71 10.58	7.05 11.10	7.34 11.55	7.60 11.93	7.83 12.27	8.03 12.57
5	0.05 0.01	3.64 5.70	4.60 6.97	5.22 7.80	5.67 8.42	6.03 8.91	6.33 9.32	6.58 9.67	6.80 9.97	6.99 10.24	7.17 10.48
6	0.05 0.01	3.46 5.24	4.34 6.33	4.90 7.03	5.31 7.56	5.63 7.97	5.89 8.32	6.12 8.61	6.32 8.87	6.49 9.10	6.65 9.30
7	0.05 0.01	3.34 4.95	4.16 5.92	4.68 6.54	5.06 7.01	5.36 7.37	5.61 7.68	5.82 7.94	6.00 8.17	6.16 8.37	6.30 8.55
8	0.05 0.01	3.26 4.74	4.04 5.63	4.53 6.20	4.89 6.63	5.17 6.96	5.40 7.24	5.60 7.47	5.77 7.68	5.92 7.87	6.05 8.03
9	0.05 0.01	3.20 4.60	3.95 5.43	4.42 5.96	4.76 6.35	5.02 6.66	5.24 6.91	5.43 7.13	5.60 7.32	5.74 7.49	5.87 7.65
10	0.05 0.01	3.15 4.48	3.88 5.27	4.33 5.77	4.65 6.14	4.91 6.43	5.12 6.67	5.30 6.87	5.46 7.05	5.60 7.21	5.72 7.36
11	0.05 0.01	3.11 4.39	3.82 5.14	4.26 5.62	4.57 5.97	4.82 6.25	5.03 6.48	5.20 6.67	5.35 6.84	5.49 6.99	5.61 7.13
12	0.05 0.01	3.08 4.32	3.77 5.04	4.20 5.50	4.51 5.84	4.75 6.10	4.95 6.32	5.12 6.51	5.27 6.67	5.40 6.81	5.51 6.94
13	0.05 0.01	3.06 4.26	3.73 4.96	4.15 5.40	4.45 5.73	4.69 5.98	4.88 6.19	5.05 6.37	5.19 6.53	5.32 6.67	5.43 6.79
14	0.05 0.01	3.03 4.21	3.70 4.89	4.11 5.32	4.41 5.63	4.64 5.88	4.83 6.08	4.99 6.26	5.13 6.41	5.25 6.54	5.36 6.66
15	0.05 0.01	3.01 4.17	3.67 4.83	4.08 5.25	4.37 5.56	4.60 5.80	4.78 5.99	4.94 6.16	5.08 6.31	5.20 6.44	5.31 6.55
16	0.05 0.01	3.00 4.13	3.65 4.78	4.05 5.19	4.33 5.49	4.56 5.72	4.74 5.92	4.90 6.08	5.03 6.22	5.15 6.35	5.26 6.46

v_2 ↓	α ↓	v_1 12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	**0.05**	51.96	53.20	54.33	55.36	56.32	57.22	58.04	58.83	59.56
	0.01	260.0	266.2	271.8	277.0	281.8	286.3	290.4	294.3	298.0
2	**0.05**	14.75	15.08	15.38	15.65	15.91	16.14	16.37	16.57	16.77
	0.01	33.40	34.13	34.81	35.43	36.00	36.53	37.03	37.50	37.95
3	**0.05**	9.95	10.15	10.35	10.53	10.69	10.84	10.98	11.11	11.24
	0.01	17.53	17.89	18.22	18.52	18.81	19.07	19.32	19.55	19.77
4	**0.05**	8.21	8.37	8.52	8.66	8.79	8.91	9.03	9.13	9.23
	0.01	12.84	13.09	13.32	13.53	13.73	13.91	14.08	14.24	14.40
5	**0.05**	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21
	0.01	10.70	10.89	11.08	11.24	11.40	11.55	11.68	11.81	11.93
6	**0.05**	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59
	0.01	9.49	9.65	9.81	9.95	10.08	10.21	10.32	10.43	10.54
7	**0.05**	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.09	7.17
	0.01	8.71	8.86	9.00	9.12	9.24	9.35	9.46	9.55	9.65
8	**0.05**	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87
	0.01	8.18	8.31	8.44	8.55	8.66	8.76	8.85	8.94	9.03
9	**0.05**	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64
	0.01	7.78	7.91	8.03	8.13	8.23	8.32	8.41	8.49	8.57
10	**0.05**	5.83	5.93	6.03	6.11	6.20	6.27	6.34	6.40	6.47
	0.01	7.48	7.60	7.71	7.81	7.91	7.99	8.07	8.15	8.22
11	**0.05**	5.71	5.81	5.90	5.99	6.06	6.14	6.20	6.26	6.33
	0.01	7.25	7.36	7.46	7.56	7.65	7.73	7.81	7.88	7.95
12	**0.05**	5.62	5.71	5.80	5.88	5.95	6.03	6.09	6.15	6.21
	0.01	7.06	7.17	7.26	7.36	7.44	7.52	7.59	7.66	7.73
13	**0.05**	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	6.00	6.05	6.11
	0.01	6.90	7.01	7.10	7.19	7.27	7.34	7.42	7.48	7.55
14	**0.05**	5.46	5.55	5.64	5.72	5.79	5.85	5.92	5.97	6.03
	0.01	6.77	6.87	6.96	7.05	7.12	7.20	7.27	7.33	7.39
15	**0.05**	5.40	5.49	5.58	5.65	5.72	5.79	5.85	5.90	5.96
	0.01	6.66	6.76	6.84	6.93	7.00	7.07	7.14	7.20	7.26
16	**0.05**	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.72	5.79	5.84	5.90
	0.01	6.56	6.66	6.74	6.82	6.90	6.97	7.03	7.09	7.15

v_2 ↓	α ↓	v_1 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
17	**0.05** **0.01**	2.98 4.10	3.63 4.74	4.02 5.14	4.30 5.43	4.52 5.66	4.71 5.85	4.86 6.01	4.99 6.15	5.11 6.27	5.21 6.38
18	**0.05** **0.01**	2.97 4.07	3.61 4.70	4.00 5.09	4.28 5.38	4.49 5.60	4.67 5.79	4.82 5.94	4.96 6.08	5.07 6.20	5.17 6.31
19	**0.05** **0.01**	2.96 4.05	3.59 4.67	3.98 5.05	4.25 5.33	4.47 5.55	4.65 5.73	4.79 5.89	4.92 6.02	5.04 6.14	5.14 6.25
20	**0.05** **0.01**	2.95 4.02	3.58 4.64	3.96 5.02	4.23 5.29	4.45 5.51	4.62 5.69	4.77 5.84	4.90 5.97	5.01 6.09	5.11 6.19
24	**0.05** **0.01**	2.92 3.96	3.53 4.54	3.90 4.91	4.17 5.17	4.37 5.37	4.54 5.54	4.68 5.69	4.81 5.81	4.92 5.92	5.01 6.02
30	**0.05** **0.01**	2.89 3.89	3.49 4.45	3.84 4.80	4.10 5.05	4.30 5.24	4.46 5.40	4.60 5.54	4.72 5.65	4.83 5.76	4.92 5.85
40	**0.05** **0.01**	2.86 3.82	3.44 4.37	3.79 4.70	4.04 4.93	4.23 5.11	4.39 5.27	4.52 5.39	4.63 5.50	4.74 5.60	4.82 5.69
60	**0.05** **0.01**	2.83 3.76	3.40 4.28	3.74 4.60	3.98 4.82	4.16 4.99	4.31 5.13	4.44 5.25	4.55 5.36	4.65 5.45	4.73 5.53
120	**0.05** **0.01**	2.80 3.70	3.36 4.10	3.69 4.50	3.92 4.71	4.10 4.87	4.24 5.01	4.36 5.12	4.48 5.21	4.56 5.30	4.64 5.38
∞	**0.05** **0.01**	2.77 3.64	3.31 4.12	3.63 4.40	3.86 4.60	4.03 4.76	4.17 4.88	4.29 4.99	4.39 5.08	4.47 5.16	4.55 5.23

v_2 ↓	α ↓	v_1: 12	13	14	15	16	17	18	19	20
17	0.05 0.01	5.31 6.48	5.39 6.57	5.47 6.66	5.55 6.73	5.61 6.80	5.68 6.87	5.74 6.94	5.79 7.00	5.84 7.05
18	0.05 0.01	5.27 6.41	5.35 6.50	5.43 6.58	5.50 6.65	5.57 6.72	5.63 6.79	5.69 6.85	5.74 6.91	5.79 6.96
19	0.05 0.01	5.23 6.34	5.32 6.43	5.39 6.51	5.46 6.58	5.53 6.65	5.59 6.72	5.65 6.78	5.70 6.84	5.75 6.89
20	0.05 0.01	5.20 6.29	5.28 6.37	5.36 6.45	5.43 6.52	5.49 6.59	5.55 6.65	5.61 6.71	5.66 6.76	5.71 6.82
24	0.05 0.01	5.10 6.11	5.18 6.19	5.25 6.26	5.32 6.33	5.38 6.39	5.44 6.45	5.50 6.51	5.54 6.56	5.59 6.61
30	0.05 0.01	5.00 5.93	5.08 6.01	5.15 6.08	5.21 6.14	5.27 6.20	5.33 6.26	5.38 6.31	5.43 6.36	5.48 6.41
40	0.05 0.01	4.91 5.77	4.98 5.84	5.05 5.90	5.11 5.96	5.16 6.02	5.22 6.07	5.27 6.12	5.31 6.17	5.36 6.21
60	0.05 0.01	4.81 5.60	4.88 5.67	4.94 5.73	5.00 5.79	5.06 5.84	5.11 5.89	5.16 5.93	5.20 5.98	5.24 6.02
120	0.05 0.01	4.72 5.44	4.78 5.51	4.84 5.56	4.90 5.61	4.95 5.66	5.00 5.71	5.05 5.75	5.09 5.79	5.13 5.83
∞	0.05 0.01	4.62 5.29	4.68 5.35	4.74 5.40	4.80 5.45	4.85 5.49	4.89 5.54	4.93 5.57	4.97 5.61	5.01 5.65

Tabla VII.- Valores críticos para la prueba de *Duncan*.

$$U_{\alpha}(v_1, v_2)$$

v_2 ↓	α ↓	v_1													
		2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**
1	**0.05**	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
	0.01	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	**0.05**	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
	0.01	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	**0.05**	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
	0.01	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.0	9.1	9.2	9.3	9.3
4	**0.05**	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
	0.01	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4	7.5	7.5
5	**0.05**	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
	0.01	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.6	6.6	6.7	6.7	6.8
6	**0.05**	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
	0.01	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.0	6.0	6.1	6.2	6.2	6.3	6.3
7	**0.05**	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
	0.01	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	5.8	5.9	5.9	6.0	6.0
8	**0.05**	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
	0.01	4.74	5.0	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.6	5.7	5.7	5.8	5.8
9	**0.05**	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
	0.01	4,60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.5	5.5	5.6	5.7	5.7
10	**0.05**	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48
	0.01	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.36	5.42	5.48	5.54	5.55
11	**0.05**	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	0.01	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.24	5.28	5.34	5.38	5.39
12	**0.05**	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	0.01	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.13	5.17	5.22	5.24	5.26
13	**0.05**	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.04	5.08	5.13	5.14	5.15
14	**0.05**	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	4.96	5.00	5.04	5.06	5.07
15	**0.05**	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	4.90	4.94	4.97	4.99	5.00
16	**0.05**	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.84	4.88	4.91	4.93	4.94

v_2 ↓	α ↓	v_1: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
17	**0.05**	2.90	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.72	4.75	4.80	4.83	4.86	4.88	4.89
18	**0.05**	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.76	4.79	4.82	4.84	4.85
19	**0.05**	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
	0.01	4.05	4.24	4.25	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.72	4.76	4.79	4.81	4.82
20	**0.05**	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.43	3.44	3.46	3.46	3.47
	0.01	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.69	4.73	4.76	4.78	4.79
22	**0.05**	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47
	0.01	3.99	4.17	4.28	4.36	4.42	4.48	4.53	4.57	4.60	4.65	4.68	4.71	4.74	4.75
24	**0.05**	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31	3.34	3.37	3.38	3.41	3.44	3.45	3.46	3.47
	0.01	3.96	4.14	4.24	4.33	4.39	4.44	4.49	4.53	4.57	4.62	4.64	4.67	4.70	4.72
26	**0.05**	2.91	3.06	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34	3.36	3.38	3.41	3.43	3.45	3-46	3.47
	0.01	3.93	4.11	4.21	4.30	4.36	4.41	4.46	4.50	4.53	4.58	4.62	4.65	4.67	4.69
28	**0.05**	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30	3.33	3.35	3.37	3.40	3.43	3.45	3.46	3.47
	0.01	3.91	4.08	4.18	4.28	4.34	4.39	4.43	4.47	4.51	4.56	4.60	4.62	4.65	4.67
30	**0.05**	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47
	0.01	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.54	4.58	4.61	4.63	4.65
40	**0.05**	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47
	0.01	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.46	4.51	4.54	4.57	4.59
60	**0.05**	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.37	3.40	3.43	3.45	3.47
	0.01	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.39	4.44	4.47	4.50	4.53
100	**0.05**	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.36	3.40	3.42	3.45	3.47
	0.01	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.35	4.38	4.42	4.45	4.48
∞	**0.05**	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.34	3.38	3.41	3.44	3.47
	0.01	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.26	4.31	4.34	4.38	4.41

Tabla de números aleatorios

02711	08182	75997	79866	58095	83319	80295	79741	74599	84379
94873	90935	31684	63952	09865	14491	99518	93394	34691	14985
54921	78680	06635	98689	17306	25170	65928	87709	30533	89736
77640	97636	37397	93379	56454	59818	45827	74164	71666	46977
61545	00835	93251	87203	36759	49197	85967	01704	19634	21898
17147	19519	22497	16857	42426	84822	92598	49186	88247	39967
13748	04742	92460	85801	53444	65626	58710	55406	17173	69776
87455	14813	50373	28037	91182	32786	65261	11173	34376	36408
08999	57409	91185	10200	61411	23392	47797	56377	71635	08601
78804	81333	53809	32471	46034	36306	22498	19239	85428	55721
82173	26921	28472	98958	07960	66124	89731	95069	18625	92405
97594	25168	89178	68190	05043	17407	48201	83917	11413	72920
73881	67176	93504	42636	38233	16154	96451	57925	29667	30859
46071	22912	90326	42453	88108	72064	58601	32357	90610	32921
44492	19686	12495	93135	95185	77799	52441	88272	22024	80631
31864	72170	37722	55794	14636	05148	54505	50113	21119	25228
51574	90692	43339	65689	76539	27909	05467	21727	51141	72949
35350	76132	92925	92124	92634	35681	43690	89136	35599	84138
46943	36502	01172	46045	46991	33804	80006	35542	61056	75666
22665	87226	33304	57975	03985	21566	65796	72915	81466	89205
39437	97957	11838	10433	21564	51570	73558	27495	34533	57808
77082	47784	40098	97962	89845	28392	78187	06112	08169	11261
24544	25649	43370	28007	06779	72402	62632	53956	24709	06978
27503	15558	37738	24849	70722	71859	83736	06016	94397	12529
24590	24545	06435	52758	45685	90151	46516	49644	92686	84870
48155	86226	40359	28723	15364	69125	12609	57171	86857	31702
20226	53752	90648	24362	83314	00014	19207	69413	97016	86290
70178	73444	38790	53626	93780	18629	68766	24371	74639	30782
10169	41465	51935	05711	09799	79077	88159	33437	68519	03040
81084	03701	28598	70013	63794	53169	97054	60303	23259	96196
69202	20777	21727	81511	51887	16175	53746	46516	70339	62727
80561	95787	89426	93325	86412	57479	54194	52153	19197	81877
08199	26703	95128	48599	09333	12584	24374	31232	61782	44032
98883	28220	39358	53720	80161	83371	15181	11131	12219	55920
84568	69286	76054	21615	80883	36797	82845	39139	90900	18172
04269	35173	95745	53893	86022	77722	52498	84193	22448	22571
10538	13124	36099	13140	37706	44562	57179	44693	67877	01549
77843	24955	25900	63843	95029	93859	93634	20205	66294	41218
12034	94636	49455	76362	83532	31062	69903	91186	65768	55949
10524	72829	47641	93315	80875	28090	97728	52560	34937	79548
68935	76632	46984	61772	92786	22651	07086	89754	44143	97687
89450	65665	29190	43709	11172	34481	95977	47535	25658	73898
90696	20451	24211	97310	60446	73530	62865	96574	13829	72226
49006	32047	93086	00112	20470	17136	28255	86328	07293	38809
74591	87025	52368	59416	34417	70557	86746	55809	53628	12000
06315	17012	77103	00968	07235	10728	42189	33292	51487	64443
62386	09184	62092	46617	99419	64230	95034	85481	07857	42510
86848	82122	04028	36959	87827	12813	08627	80699	13345	51695
65643	69480	46598	04501	40403	91408	32343	48130	49303	90689
11084	46534	78957	77353	39578	77868	22970	84349	09184	70603

COEFICIENTE DE POLINOMIOS ORTOGONALES

	n = 3 niveles		n = 4 niveles			n = 5 niveles		
	1° Grado	2° Grado	1° Grado	2° Grado	3° Grado	1° Grado	2° Grado	3° Grado
	-1	+1	-3	+1	-1	-2	+2	-1
	0	-2	-1	-1	+3	-1	-1	+2
	+1	+1	+1	-1	-3	0	-2	0
			+3	+1	+1	+1	-1	-2
						+2	+2	+1
K	2	6	20	4	20	10	14	10
M	1	3	2	1	10/3	1	1	5/6

n = 6 niveles			n = 7 niveles			n = 8 niveles			n = 9 niveles		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
-5	+5	-5	-3	+5	-1	-7	+7	-7	-4	+23	-14
-3|°	-1	+7	-2	0	+1	-5	+1	+5	-3	+7	+7
-1	-4	+4	-1	-3	+1	-3	-3	+7	-2	-8	+15
+1	-4	-4	0	-4	0	-1	-5	+3	-1	-17	+9
+3	-1	-7	+1	-3	-1	+1	-5	-3	0	-20	0
+5	+5	+5	+2	0	-1	+3	-3	-7	+1	-17	-9
			+3	+5	+1	+5	+1	-5	+2	-8	-13
						+7	+7	+3	+3	+7	-7
									+4	+23	+14
K 70	84	180	28	84	6	168	168	264	60	2772	990
M 2	3/2	5/3	1	1	1/6	2	1	2/3	1	3	5/6

	n = 10 niveles			n = 11 niveles			n = 12 niveles			n = 13 niveles		
	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
	-9	+6	-12	-5	+15	-30	-11	+55	-33	-6	+22	-11
	-7	+2	+14	-4	+6	+6	-8	+25	+3	-5	+11	0
	-5	-1	+35	-3	-1	+22	-7	+1	+21	-4	+2	+6
	-3	-3	+31	-2	-6	+23	-5	-17	+25	-3	-5	+8
	-1	-4	+12	-1	-9	+14	-3	-29	+19	-2	-10	+7
	+1	-4	-12	0	-10	0	-1	-35	+7	-1	-13	+4
	+3	-3	-31	+1	-9	-14	+1	-35	-7	0	-14	0
	+5	-1	-35	+2	-6	-23	+3	-29	-19	+1	-13	-4
	+7	+2	-14	+3	-1	-22	+5	-17	-25	+2	-10	-7
	+9	+6	+42	+4	+6	-6	+7	+1	-21	+3	-5	-8
				+5	+15	+30	+9	+25	-3	+4	+2	-6
							+11	+55	+35	+5	+11	0
										+6	+22	+11
K	330	132	8580	110	858	4290	572	12012	5148	182	2002	572
M	2	1/2	5/3	1	1	5/6	2	3	2/3	1	1	1/6

$$P_1 = X \qquad P_2 = X^2 - \frac{n^2-1}{12} \qquad X = \frac{x-\bar{x}}{q}$$

Se trata de "q" la diferencia eutre dos niveles sucesivos de la variable X.

AUTORES

1. Bernardo Jorge Rojas
Correo electrónico: bernardo.rojas@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-3120-4818

Bernardo Jorge Rojas es ingeniero agrónomo con una destacada trayectoria en la docencia universitaria, especializado en las carreras profesionales de Ingeniería Agronómica y Agroindustrial. Ha ejercido la docencia en reconocidas instituciones, entre ellas la Universidad Tecnológica de Apurímac – Abancay y, actualmente, en la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, donde se desempeña como docente principal de tiempo completo en la Facultad de Ingeniería de Proceso, Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial-Sede Sicuani. A lo largo de su carrera ha asumido importantes cargos de gestión pública, destacando su labor como director del Ministerio de Agricultura Subregión Apurímac, contribuyendo significativamente al desarrollo del sector agrario regional. Su experiencia combina la formación académica, la investigación y la gestión agrícola, orientadas al fortalecimiento del desarrollo sostenible y la innovación en el ámbito agroindustrial del Perú.

2. Teodoro Huarhua Chipani
Correo: huarhuchp@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-7352-1398

Teodoro Huarhua Chipani es doctor en Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible, magíster en Ingeniería Ambiental e Ingeniero Agrónomo, especializado en impacto ambiental, remediación y desarrollo sostenible. Docente e investigador en la Universidad Andina del Cusco, ha sido coordinador regional de Cusco en la Red Internacional de Promotores de los ODS (RIPO-Perú) y actualmente es coordinador de investigación en Responsabilidad Social en el Instituto Científico de la UAC. Ha participado en estudios sobre el cambio climático en los bosques del Santuario Histórico de Machupicchu y la dinámica hidrológica del río Vilcanota, contribuyendo a la gestión ambiental y a la conservación de ecosistemas para un impacto positivo en la sociedad y el medio ambiente.

3. Guido Vicente Huaman Miranda
Correo electrónico: guido.huaman@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-9992-8065

Ingeniero Agrónomo por la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Grados académicos: bachiller en Ciencias Agrarias por la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco; maestro en Ciencias, mención Ecología y Recursos Naturales por la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco; doctorado en Biología Ambiental (estudios concluidos) por la Universidad Nacional San Agustín de Arequipa. Servidor del Ministerio de Agricultura en el Proyecto Nacional de Manejo de Cuencas Hidrográficas y Conservación de Suelos –PRONAMACHCS–, desde abril de 1983 a mayo de 1996, donde desempeñó los cargos siguientes: promotor de campo, extensionista, especialista en Capacitación y Organización Comunal, supervisor técnico de campo, director departamental del PRONAMACHCS en los departamentos de Cusco, Cajamarca, Apurimac. Docente ordinario a tiempo completo y dedicación exclusiva en la Categoría de Asociado, desde el 7 de junio de 1996 a la fecha. Asimismo, es docente de la Escuela de Posgrado de la UNSAAC, en la Maestría en Ciencias, Mención Ecología y Gestión Ambiental, en la Maestría en Ciencias. Mención Desarrollo Rural y en la Maestría en Cambio Climático.

4. Uber Quispe Valenzuela
Correo electrónico: uber.quispe@unsaac.edu.pe
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-6021-3129

Ingeniero agroindustrial titulado por la Universidad San Antonio Abad del Cusco, con Maestría en Comunicación y Marketing en la Universidad Católica de Santa María. Cuenta con amplia experiencia en asesorías de tesis de titulación, así como participación activa en proyectos de investigación y modernización de los procesos industriales de alimentos y bebidas nutricionales.

HIGH RATE BOOKS

BY HIGH RATE CONSULTING