

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA AL DISEÑAR CLASES DE CUADRILÁTEROS

Elizabeth Clemente, Isabel Torres Céspedes, Emma Carreño, Flor Hau Yon y Miguel Montes

La planificación de clases posibilita organizar una secuencia de enseñanza coherente con los aprendizajes esperados. El objetivo de este trabajo es caracterizar el conocimiento que moviliza un profesor de matemáticas de secundaria al diseñar sesiones de clase sobre cuadriláteros. Presentamos un estudio de caso en el que se emplean las categorías del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas para dar cuenta del conocimiento de un profesor cuando diseña sesiones de clase sobre cuadriláteros. Los resultados muestran la importancia de las decisiones del docente durante la planificación de la enseñanza respecto de la elección de estrategias y recursos didácticos.

Palabras clave: Conocimiento especializado; Cuadriláteros; Educación Secundaria; Sesiones de clase

Specialized Knowledge of a Secondary Teacher in Designing Classes of Quadrilaterals

Lesson planning makes possible organizing a teaching sequence coherent with the expected knowledge. The purpose of this work is to characterize the knowledge that a secondary mathematics teacher puts into play when designs class lessons about quadrilaterals. We present a case study in which the categories of the Mathematics Teacher Specialized Knowledge are used to show the knowledge he/she uses in the designing of the aforementioned lesson plans. The outcomes show the relevance of the decisions taken by the teacher during teacher planning related to the didactical strategies and resources.

Keywords: Class sessions; Quadrilaterals; Secondary Education; Specialized Knowledge

Conhecimento especializado de um professor secundário em desenhar aulas com quadriláterais

O planejamento das aulas possibilita organizar uma sequência de ensino coerente com aprendizagens esperadas. O objetivo deste estudo é caracterizar o conhecimento mobilizado por um professor de matemática do ensino secundário ao projetar sessões de aula sobre quadriláteros. Apresentamos um estudo de caso que utiliza as categorias do modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática para descrever o conhecimento de um professor ao planejar sessões de aula específicas sobre quadriláteros. Os resultados evidenciam a importância das decisões do professor durante o processo de planejamento de ensino em relação à seleção de estratégias e recursos didáticos.

Palavras-chave: Conhecimento Especializado; Ensino Secundário; Quadriláteros; Sessões de aula

En los últimos años, en el campo de la Educación Matemática ha aumentado el interés por investigar sobre el conocimiento del profesor, así como reflexionar sobre su práctica docente. Al respecto, Llinares et al. (2022) señalan que la Didáctica de la Matemática hoy en día tiene que dar respuesta a dos demandas: comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y orientar cómo deben ser estos procesos y cómo mejorarlos. Asimismo, Sáenz y Lebrija (2014) reportan la necesidad de implementar programas de formación continua para el profesorado de matemáticas basados en el aprendizaje reflexivo, en el seguimiento de su práctica docente y en promover una enseñanza de las matemáticas centrada en el estudiante. Además, enfatizan en la importancia de contar con cursos de formación que partan de las necesidades y opiniones de los profesores y no solo de las perspectivas de los académicos, pues muchas veces son ajenos a las problemáticas concretas del aula.

En Perú, los estudiantes de educación secundaria presentan dificultades en matemáticas, tal como lo reportan los resultados de las últimas pruebas aplicadas: la Evaluación Virtual de Aprendizajes en el 2021 (Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2022), la Evaluación Censal de Estudiantes en el 2019 (Ministerio de Educación, 2020) y el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) en el 2018. En el informe de resultados de la prueba PISA (Ministerio de Educación, 2022) se señala que el puntaje promedio obtenido en matemáticas por los estudiantes peruanos de 15 años, fue 400, lo cual significa que no alcanzaron ni siquiera el punto de partida del desarrollo de la competencia matemática. Entre los múltiples factores involucrados en estos resultados, nos centramos en indagar el conocimiento matemático y didáctico de los docentes, pues coincidimos con Zakaryan y Ribeiro (2016) cuando señalan que es esencial que los profesores tengan conocimientos de y sobre los temas a enseñar,

de modo que les permitan preparar e implementar tareas matemáticamente desafiantes que ayuden a los estudiantes en sus dificultades de aprendizaje.

En relación con la enseñanza de la geometría, Goncalves (2006) señala que se desarrolla de manera abstracta, desvinculada de la realidad, con énfasis en la memorización de teoremas o formas de resolver problemas; dejando de lado la exploración, la visualización, el razonamiento, la argumentación y la justificación. Lo anterior, se reafirma con el análisis que realiza Condori (2015) sobre las tareas de cuadriláteros convexos, presentadas en dos libros de texto peruanos del nivel secundario. Al respecto, concluye que los elementos primarios intervinientes: situaciones-problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos no se articulan al desarrollar tareas y prácticas matemáticas. Además, el autor encuentra que en los textos predomina la presencia de problemas de áreas de cuadriláteros convexos con soluciones que usan procedimientos algorítmicos, en lugar de descomposición, reconfiguración o transformación de figuras y no se observan situaciones en las que los estudiantes deban argumentar sus soluciones o realizar demostraciones.

Lo descrito sobre la enseñanza de la geometría se contradice con lo propuesto por el National Council of Teachers of Mathematics (2000), pues señala que los estudiantes, desde preescolar hasta secundaria, deben analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones, desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas, describir relaciones espaciales mediante distintos sistemas de representación, aplicar transformaciones geométricas y utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica al resolver problemas. Ante esto, surgen algunas interrogantes ¿cómo organizan los profesores sus sesiones de clase?, ¿en qué sustentan la elección de actividades, estrategias o recursos que proponen en sus planificaciones de clase?

Respecto a estudios sobre cuadriláteros, Butuner y Filiz (2017) proponen 3 tareas a 33 profesores de primaria de Turquía: 1) definir cada cuadrilátero dado (cometa, trapezoide, paralelogramo, rectángulo, rombo y cuadrado), para luego clasificar las definiciones elaboradas como prototipo, jerárquica o errónea, 2) identificar los cuadriláteros trazados en una figura y 3) clasificar jerárquicamente los cuadriláteros dados en la tarea 1, mediante un mapa conceptual. Los resultados evidencian que los profesores tienen dificultades para definir algunos cuadriláteros (p.ej., trapezoide), sobre todo jerárquicamente. Lo mismo ocurre al determinar familias de cuadriláteros (p.ej., con los trapecios) y establecer relaciones entre ellos (p.ej., trapezoide-paralelogramos y trapezoide-rectángulo) que les permitan clasificarlos jerárquicamente. Como consecuencia, los autores llaman la atención a planificar e implementar programas de formación para profesores sobre cuadriláteros, pues es un tópico importante en el currículo escolar de Turquía. Relacionado con la tarea 3, clasificación jerárquica de los cuadriláteros, identificamos el trabajo de Renzulli y Scaglia (2021) puesto que se promueve la justificación de enunciados tales como: un paralelogramo es un trapecio y

viceversa, el romboide es igual a un cuadrado más un rombo, las diagonales de un rombo son congruentes, entre otros.

Dados los pocos trabajos con profesores en servicio, tomamos como referentes algunos estudios con futuros profesores. Escudero-Domínguez y Carrillo (2014) analizan el conocimiento matemático sobre cuadriláteros de futuros profesores de educación primaria usando como marco teórico el modelo MTSK. Señalan como fortaleza el uso estratégico de representaciones prototípicas de cuadriláteros, es decir, el uso de figuras típicas de cuadriláteros corresponde a una organización regular de contorno, orientación y forma. También indican como limitaciones el poder distractor de la imagen prototípica, la falta de comprensión de definiciones no estándares y la dificultad en el manejo de la clasificación inclusiva.

En el trabajo de Carreño y Climent (2019) se presentan dos estudios de caso de dos futuros profesores de matemática de secundaria, quienes luego de definir y clasificar los cuadriláteros en un cuestionario, planifican y ejecutan una sesión de clases sobre ellos. En ambos casos se observa una fuerte influencia de las características convencionales al construir una definición que, generalmente es descriptiva y particional. No obstante, comprenden las definiciones inclusivas, aunque les resulta difícil promoverlas en una sesión de clase. Estos resultados ponen en “evidencia la necesidad de incidir más en la reflexión tanto matemática como didáctica sobre clasificaciones inclusivas, lo que conlleva la exploración de propiedades y relaciones entre estas” (p. 51).

Ante la problemática presentada, nos interesa analizar la práctica docente descrita en la planificación de sesiones de clases que realiza un profesor y la justificación de sus decisiones didácticas tomadas en ese proceso. Así, entendemos la planificación de clases como la toma de decisiones que se da antes de la instrucción, la cual implica esfuerzos conscientes del profesor para desarrollar un sistema coherente de actividades que promuevan el desarrollo de las estructuras cognitivas de los estudiantes (Panasuk et al., 2002). Estudios como los de Mora y Ortiz (2013) y Rico et al. (2008) señalan que la planificación de la enseñanza permite aprender a enseñar matemáticas pues requiere de procesos de reflexión y análisis acerca de qué enseñar, qué fenómenos se relacionan con el contenido a enseñar, cuáles son las expectativas de aprendizaje, qué competencias se espera que desarrollen los estudiantes o qué tipos de dificultades y errores se presentan en la enseñanza del tema para, en base a todo ello, decidir cuáles son las estrategias, recursos y tareas más idóneas para el proceso de enseñanza aprendizaje así como para el proceso de evaluación.

Al considerar que todo profesor debe ser capaz de conducir eficientemente el proceso de enseñanza - aprendizaje, se asume que el profesor de matemáticas no solo debe poseer el conocimiento de los contenidos matemáticos, sino que debe contar con habilidades para la planificación, gestión y evaluación del contenido a desarrollar. Por tanto, el profesor debe reflexionar acerca de qué y cómo enseñar un contenido matemático (León et al., 2013). De hecho, Llinares et al. (2022) señalan la necesidad de articular la formación docente a través de un modelo de

competencias profesionales docentes, entre las cuales se encuentra la planificación de clase.

En base a lo anterior, nos planteamos como pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento especializado moviliza un profesor de matemáticas de secundaria cuando diseña sesiones de clase sobre cuadriláteros? El objetivo es caracterizar el conocimiento movilizado por un profesor de matemáticas de secundaria al diseñar sesiones de clase sobre cuadriláteros. En consecuencia, establecemos como objetivos específicos los siguientes:

- 1) Diseñar una tarea formativa que consiste en la elaboración de dos planes de clase sobre cuadriláteros, tomando en cuenta un guion de reflexión estructurado según los subdominios del modelo MTSK.
- 2) Analizar el desarrollo de la tarea formativa para identificar evidencias del conocimiento movilizado por el profesor.
- 3) Examinar la entrevista realizada al profesor informante para enriquecer el análisis realizado sobre la tarea formativa.

En síntesis, realizamos un estudio de caso usando el modelo MTSK como marco de referencia y herramienta de análisis. Cabe mencionar que este trabajo corresponde a la primera etapa de una investigación más amplia que tiene por objetivo analizar el conocimiento especializado que movilizan los profesores de matemáticas de educación secundaria al enseñar geometría.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

El enfoque teórico en el que nos basamos es el modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK, las siglas corresponden a su denominación en inglés) propuesto por Carrillo et al. (2018). En este modelo se asume que, el conocimiento del profesor es especializado en tanto que dicho conocimiento es útil para su quehacer profesional. En su elaboración se toma como base los trabajos de Shulman (1986), y el modelo MKT de Ball et al. (2008), así como las críticas a este modelo (Silverman y Thompson, 2008; Flores et al., 2013). Así pues, el MTSK es un modelo analítico que permite estudiar el conocimiento del profesor de matemáticas desde tres dominios: el conocimiento matemático (MK), el conocimiento didáctico del contenido (PCK) y el dominio afectivo que permea los dos anteriores. En nuestro trabajo no profundizaremos en el dominio afectivo.

En el MK se considera el conocimiento matemático que el profesor usa en cualquier actividad ligada a su profesión. Incluye tres subdominios: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento de la práctica matemática (KPM). El KoT abarca un conocimiento local sobre cuatro categorías: procedimientos (p.ej., la triangulación de un

polígono para inferir la fórmula que permite calcular la cantidad de diagonales¹); definiciones, propiedades y sus fundamentos (p.ej., los ángulos adyacentes de un paralelogramo son suplementarios porque se forman por la intercepción de dos lados paralelos y un lado común); registros de representación; y fenomenología (p.ej., los polígonos como objetos geométricos organizan un conjunto de fenómenos: formas arquitectónicas, urbanismo, superficies que limitan un recinto y el modo de cubrirlas) y aplicaciones (p.ej., la extensión de las clases de polígonos a los poliedros), relacionadas con el tema. El KSM abarca un conocimiento global sobre las conexiones entre elementos matemáticos. Se compone de cuatro categorías: conexiones de complejización (p.ej., el concepto de simetría axial es la complejización de la actividad de completar el trazo de figuras en la educación infantil), conexiones de simplificación (p.ej., el establecimiento de una serie de razones iguales es la simplificación de la ley de senos), conexiones transversales (p.ej., el concepto de área pues se trabaja en las figuras planas, en objetos tridimensionales, al hallar integrales a partir del área bajo la curva) y conexiones auxiliares (p.ej., el uso de ecuaciones de segundo grado permite el cálculo de áreas y volúmenes, así como de la cantidad de diagonales de un polígono). El KPM incluye un conocimiento de índole sintáctico, es decir, ligado a las reglas de construcción de un nuevo conocimiento matemático. Si bien las categorías no están diferenciadas como en los otros subdominios, el KPM contempla el conocimiento sobre la jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos, las formas de validación y demostración, el papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, los procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producción matemática, las prácticas particulares del quehacer matemático y las condiciones necesarias y suficientes para generar un nuevo conocimiento.

En el dominio PCK se considera el conocimiento de las matemáticas desde la perspectiva centrada en su enseñanza y aprendizaje. Se divide en tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) y el conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático (KMLS). El KMT se compone de cuatro categorías: el conocimiento de teorías sobre la enseñanza del contenido (p.ej., las fases de aprendizaje propuestas en el modelo de van Hiele), el conocimiento de recursos materiales y virtuales (p.ej., no basta conocer el geoplano como recurso didáctico, sino que debe saberse que este recurso no permite trazar triángulos equiláteros), y el conocimiento de diversas estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (p.ej., las tareas propuestas para clasificar los cuadriláteros a partir de representaciones gráficas dadas). El KFLM aborda el conocimiento del profesor acerca de cómo se aprende el contenido y comprende cuatro categorías: teorías de aprendizaje personales e institucionalizadas (p.ej., los niveles de razonamiento

¹ Los ejemplos, debido a su contexto geométrico, son extraídos de la tesis doctoral de Carreño (2021).

geométrico propuesto por van Hiele), fortalezas y dificultades (p.ej., la posición en la que se presentan las figuras geométricas puede conducir a obstáculos didácticos), formas de interacción con un contenido matemático y aspectos emocionales (p.ej., conocer que al pedirle a un estudiante que dibuje un triángulo, este trazará un triángulo isósceles o equilátero con la base horizontal). El KMLS considera el conocimiento que el profesor posee sobre las orientaciones dadas por autoridades de diversos niveles acerca de qué debe aprender un alumno en cierto momento, por ejemplo, el conocimiento de estándares de aprendizaje propuestos por asociaciones de profesores (por ejemplo, NCTM). Este subdominio incluye tres categorías: expectativas de aprendizaje (p.ej., el profesor sabe que en el currículo de 4° de primaria se pone atención a los lados y ángulos de un polígono mientras que en 5° de primaria se estudia los polígonos regulares y en 1° de secundaria se enfocan en todos los polígonos), nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado (p.ej., los estándares de aprendizaje dejan ver la complejidad entre los distintos grados escolares) y secuenciación con temas anteriores y posteriores (p.ej., en el currículo para primaria se propone en 4° “Polígonos: lados y ángulos”, en 5° “triángulos y cuadriláteros: clases, y polígonos regulares” y en 6° “área de polígonos regulares simples y compuestos”).

METODOLOGÍA

Este trabajo tiene un enfoque cualitativo dentro de un paradigma interpretativo, ya que buscamos describir y comprender situaciones particulares sin la finalidad de generalizar (Latorre et al., 2003). Realizamos un estudio de caso (Stake, 2007) a fin de profundizar en la complejidad de un tema inmerso en una realidad educativa, esto es, ahondar en los conocimientos matemáticos y didácticos que evidencian los profesores de matemáticas de educación secundaria cuando diseñan sesiones de clase relativas a cuadriláteros.

Descripción de participantes

Este estudio forma parte de una investigación más amplia que contó con la participación de profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio. Basados en los criterios de Rojas et al. (2012) para seleccionar profesores expertos, elegimos de manera intencional al informante, debido a su experiencia profesional; y a su interés y disponibilidad para desarrollar una tarea y una entrevista. El informante es licenciado en Educación Secundaria con especialidad Matemática y Física, egresado de una universidad peruana, con 10 años de experiencia como docente en educación básica, sobre todo en educación primaria. Durante su formación inicial fue un alumno destacado y con un perfil reflexivo y crítico. Cuenta con un máster en psicopedagogía y está cursando estudios de maestría en Enseñanza de las Matemáticas.

Recolección de la información

Para la recogida de datos utilizamos como instrumentos una tarea y una entrevista. La tarea consistió en el diseño de dos sesiones de clase sobre cuadriláteros, dirigidas a estudiantes de quinto grado de educación secundaria (16-17 años), usando la estructura que considerara pertinente y en el desarrollo del guion de reflexión propuesto por Montes et al. (2021). Este guion busca que el profesor se cuestione sobre las decisiones que toma al planificar sus sesiones de clase y está compuesto de preguntas orientadas por los subdominios del modelo MTSK. Estas se detallan en la siguiente sección.

La tarea propuesta

Diseñar dos sesiones de clase sobre cuadriláteros. La consigna dada a los profesores participantes fue: “Debe generar actividades propias para desarrollar los contenidos, seleccionar o modificar actividades del libro de texto que esté usando e incorporar recursos metodológicos para la enseñanza de los contenidos que pueden ser materiales o virtuales”.

Las actividades propuestas deben tener coherencia entre sí. Para ello, las preguntas planteadas ayudarán a tomar decisiones sobre lo que se propone en la versión final de cada sesión. Consulte bibliografía especializada para fundamentar sus decisiones.

- 1) ¿Qué contenidos matemáticos se pretende que aprendan mis alumnos en esta sesión? Describe detalladamente los mismos, en su máximo nivel de concreción matemática, justificando cómo se relacionan con las actividades de la sesión. Describe también qué aporta la segunda sesión a la primera.
- 2) Incluye una copia de la/s actividad/es que has seleccionado del libro de texto, y reflexiona sobre qué criterios han motivado su inclusión en la sesión, y qué aspectos de su contenido o gestión modificarías, por qué, y cómo.
- 3) ¿Qué conocimientos previos se requieren para poder abordar las actividades? Esta reflexión debe contemplar tanto elementos curriculares de años anteriores (que deben no limitarse a elementos triviales como las operaciones básicas), como a aspectos más concretos que tendrían que haber sido tratados en sesiones anteriores.
- 4) ¿Qué otros contenidos matemáticos se relacionan directamente con los tratados en la sesión, dentro y fuera del bloque del currículo correspondiente? Indica la relación y cómo se va a abordar en el aula.
- 5) ¿Qué competencias matemáticas propuestas por el MINEDU se abordarán?
- 6) ¿Qué competencias matemáticas PISA se abordarán?
- 7) Incorpora una sección sobre dificultades y obstáculos de aprendizajes relativos a los contenidos tratados y justifica cómo los has tenido en cuenta en el diseño. Este apartado debe estar fundamentado en referencias científicas.

- 8) ¿Cómo se integra esta sesión en los bloques curriculares? ¿Qué indican los estándares de evaluación que pueda observarse en esta sesión? Describe cómo has considerado estas indicaciones en tu diseño.
- 9) Justifica la utilidad del uso del recurso para la enseñanza del contenido de tu(s) sesión(es), indicando cómo has tenido en cuenta dicha utilidad y las características del recurso para el diseño de tu(s) sesión(es).

Al relacionar las preguntas del guion con el modelo MTSK se observa que: las preguntas 1, 3 y 4 inciden en el conocimiento de los temas (KoT), las preguntas 3 y 4 en el conocimiento de la estructura matemática (KSM), las preguntas 5 y 6 en el conocimiento de la práctica matemática (KPM), las preguntas 2 y 9 en el conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT), la pregunta 7 en el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y las preguntas 5, 8 y 9 en el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). Si bien las preguntas son de respuesta abierta, la organización es orientativa y el guion sirve de detonante para la movilización de conocimiento especializado del docente (Montes et al., 2021). Esto muestra el uso del modelo MTSK como estructurador de tareas para la formación de profesores (Montes et al., 2019).

La entrevista

Luego de analizar los dos diseños de clase y el desarrollo de las preguntas del guion, realizamos una entrevista semiestructurada al informante para aclarar algunos aspectos sobre los diseños y las respuestas dadas y así ampliar información respecto de las decisiones tomadas en cada fase de su planificación de clases. A continuación, mostramos algunas de las preguntas formuladas:

- 1) Para definir los desempeños precisados al inicio de la sesión, ¿tomó en cuenta el estándar de aprendizaje del VII ciclo propuesto en el Programa Curricular de Educación Secundaria?
- 2) ¿Por qué no ha considerado la capacidad Modela indicada en el Programa Curricular de Educación Secundaria en sus diseños de aprendizaje?
- 3) ¿Qué tipo de clasificaciones de cuadriláteros conoce o usa?
- 4) ¿La clasificación de cuadriláteros mostrada es inclusiva o exclusiva?
- 5) ¿Por qué menciona que el área de regiones depende de las formas y no de las dimensiones de las figuras?
- 6) ¿Por qué usó como método para calcular el área de una región de forma irregular, inscribir dicho polígono en otro polígono conocido?
- 7) ¿Por qué todas sus construcciones se realizan sobre los ejes coordenados? ¿Los estudiantes suelen usar el plano cartesiano para realizar sus construcciones?

- 8) Cuando pensó en las posibles soluciones que espera de sus estudiantes ¿ha tomado en cuenta las dificultades que estos podrían presentar?
- 9) ¿Por qué presentó solo tres soluciones? ¿son las soluciones más comunes? ¿son las más sencillas? ¿son las primeras que se le ocurrieron?
- 10) ¿Considera que el enunciado que presenta en su diseño de clase relacionada a la propiedad de áreas en un cuadrilátero está completo?

Análisis de la información

Realizamos un análisis de contenido, que es una técnica de investigación para la descripción objetiva y sistemática del contenido desde una perspectiva interpretativa (Bardin, 1998), utilizando como herramienta analítica los subdominios y categorías del modelo MTSK (Carrillo et al., 2018). El análisis de los datos se realiza en dos fases: la primera corresponde al análisis individual realizado por cada investigador del equipo, para identificar el conocimiento movilizado por el informante en sus dos diseños de clase y el manifestado en las respuestas dadas al guion de reflexión. La segunda fase comprende el análisis conjunto del grupo de investigadores para identificar y consensuar el análisis individual (triangulación de investigadores). Finalmente, las evidencias de conocimiento identificadas en el análisis fueron validadas con el informante mediante una entrevista.

Una vez recolectada la información, a través de narrativas, se procedió a su organización y análisis. Para organizarla se elaboraron tablas que permitieron mostrar una relación vertical (momentos de reflexión) y horizontal (categorías de análisis) de los datos. El análisis consideró el sistema de categorías que compone cada subdominio del modelo MTSK (Carrillo et al 2018), descrito en el apartado Fundamentos teóricos.

RESULTADOS

Presentamos el análisis de los dos diseños de clase elaborados por el informante, diferenciando tres etapas: el inicio de la sesión, el desarrollo y el cierre. Para ello empezamos describiendo brevemente las sesiones diseñadas.

El informante considera que los estudiantes han desarrollado el tema de cuadriláteros en sesiones anteriores y por ello, en su planificación busca que apliquen sus conocimientos en la construcción de cuadriláteros y en el cálculo de áreas. La primera sesión se propone con una duración de 90 minutos y la segunda, con 135 minutos. Ambas sesiones se plantean para ser desarrolladas en un aula de tecnología donde cada estudiante cuenta con una computadora y con el software GeoGebra.

La diferenciación de las etapas al diseñar las sesiones de clase corresponde a la estructura empleada en la educación básica peruana. En cada sesión el informante describe las actividades, estrategias, o recursos considerados para el

logro de los desempeños precisados, indicando finalmente, aspectos de evaluación que no son considerados en este trabajo.

Análisis del inicio de las sesiones

En ambas sesiones, se inicia con una situación que se entiende como un problema de contexto para promover la motivación y con la explicitación de los aprendizajes esperados, indicados en el Programa Curricular de Educación Secundaria del Perú (Ministerio de Educación, 2016). A partir de dichos aprendizajes esperados en cada sesión, el informante evidencia conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS, expectativas de aprendizaje), al mencionar que ha elaborado los desempeños precisados, tal como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1

Aprendizajes esperados para cada sesión elaborados por el informante

Competencia	Capacidad	Desempeños de la sesión 1	Desempeños de la sesión 2
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Comunica su comprensión sobre las formas geométricas y sus transformaciones.	Expresa, mediante construcciones en el software GeoGebra, su comprensión sobre los tipos de cuadriláteros, sus relaciones entre ellas y sus propiedades respectivas.	Expresa su comprensión sobre cuadriláteros, propiedades, elementos y medida de superficies, para interpretar el problema planteado según el contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias, con el uso del software GeoGebra, para realizar construcciones que le lleven a reconocer tipos de cuadriláteros.	Determina la superficie de figuras cuadrangulares, acorde a las construcciones realizadas, haciendo uso del software GeoGebra.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea y compara sobre los tipos de cuadriláteros, así como sus características y propiedades por medio de la exposición.	Justifica su procedimiento sobre el área de cuadriláteros, teniendo en cuenta propiedades.

La justificación de los desempeños precisados es realizada por el informante al responder la pregunta 8 del guion de reflexión:

Es importante mencionar que las dos sesiones de aprendizaje diseñadas se han planteado teniendo en cuenta los lineamientos curriculares [...] en el contexto de la educación peruana. Se ha contado con el Currículo Nacional de la Educación Básica Regular (CNEBR). Se ha tomado en cuenta la competencia matemática, así como las capacidades correspondientes. Es importante mencionar, que los desempeños precisados en cada sesión de aprendizaje se han adaptado acorde a lo que se quiere conseguir que los estudiantes aprendan. [...]. Por otro lado, también he tomado en cuenta el estándar global que aborda la competencia matemática y se menciona en el CNEBR (2016). [...]

En la tabla 1 observamos que los desempeños están centrados en los tipos de cuadriláteros, uso de sus propiedades y cálculo de áreas, lo cual da indicios de un conocimiento de los temas (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos, procedimientos), que se evidencia más adelante, por ejemplo, cuando muestra una clasificación para los cuadriláteros o el procedimiento para calcular el área de una región trapezoidal.

El informante, también, evidencia conocimiento sobre la secuenciación de los temas propuestos en los documentos curriculares (KMLS, secuenciación con temas anteriores y posteriores) cuando señala:

La sesión 2 aporta a la sesión 1, ya que se ve continuidad y afianza lo trabajado en clases anteriores. No se puede abordar superficies de algunos cuadriláteros si no se conoce su clasificación y/o propiedades respectivas. Inclusive, el manejo del software GeoGebra se ve reforzado en ambas sesiones.

Con respecto a la secuencia didáctica, en el inicio de la sesión 1 observamos que el informante plantea una situación en un contexto intramatemático y tecnológico, mientras que en la sesión 2 propone una situación en un contexto extramatemático, lo que muestra que tiene conocimiento sobre el uso de situaciones en diversos contextos como una estrategia de enseñanza (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). También, observamos el uso de estrategias pedagógicas generales como el trabajo en grupo, el monitoreo a los estudiantes durante el desarrollo del trabajo grupal, la exposición de los resultados obtenidos y la motivación a los estudiantes al felicitar los avances.

Análisis del desarrollo de las sesiones

Análisis del desarrollo de la sesión 1

En la sesión 1 el profesor propone una situación en la que pide a los estudiantes que realicen una construcción con el software GeoGebra siguiendo una serie de

pasos y al final les propone una pregunta abierta para que comenten lo que observan, como se muestra en la figura 1.

Haciendo uso del software GeoGebra realice la siguiente construcción:

- Marque un punto fijo R en la vista gráfica.
- Construya una recta L_1 que pase por R .
- Sobre L_1 marque un punto C ($C \neq R$)
- Marque el punto A sobre L_1 , tal que CR sea igual a RA .
- Marque el punto D en uno de los semiplanos determinados por L_1 .
- Construya la recta L_2 que pase por D y R .
- Construya una circunferencia de centro C y radio \overline{CA} .
- Marque el punto B , punto de intersección de la circunferencia y la recta L_2 que se encuentra en el semiplano definido por L_1 que no contiene a D .
- Construya el cuadrilátero $ABCD$.
- Finalmente, desliza los puntos D y R , ¿qué puedes observar?

Figura 1. Situación de la sesión 1

El profesor evidencia conocimiento sobre el uso de una situación inicial para activar conocimientos previos necesarios para el tema a enseñar (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) como se muestra en el siguiente fragmento:

En la sesión 1 se puede observar que el campo temático guarda relación con la situación significativa que se propone. Así, los estudiantes reconocen propiedades y características sobre los cuadriláteros (tan necesarios para su construcción).

El informante al proponer una situación inicial con GeoGebra muestra conocimiento sobre el uso de recursos virtuales para promover la exploración en los estudiantes (KMT, recursos materiales y virtuales).

El profesor especifica qué saberes necesita movilizar un estudiante para realizar construcciones con cuadriláteros (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos, procedimientos), específicamente para construir un romboide. Esta evidencia da indicios de un conocimiento sobre la manera en la que los estudiantes interactúan con un contenido matemático (KFLM, formas de interacción con un contenido matemático) al mostrar una posible construcción que realizarían sus estudiantes (ver figura 2), la cual se muestra a continuación:

- ◆ *Se traza una circunferencia cuyo centro es A y radio AC .*
- ◆ *Algunas propiedades:*
- ◆ $\overline{CR} \cong \overline{RA}$; $\overline{BR} \cong \overline{RD}$.

- ◆ *Paralelismo de lados $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{BA} \parallel \overline{CD}$.*
- ◆ *Ángulos opuestos iguales.*

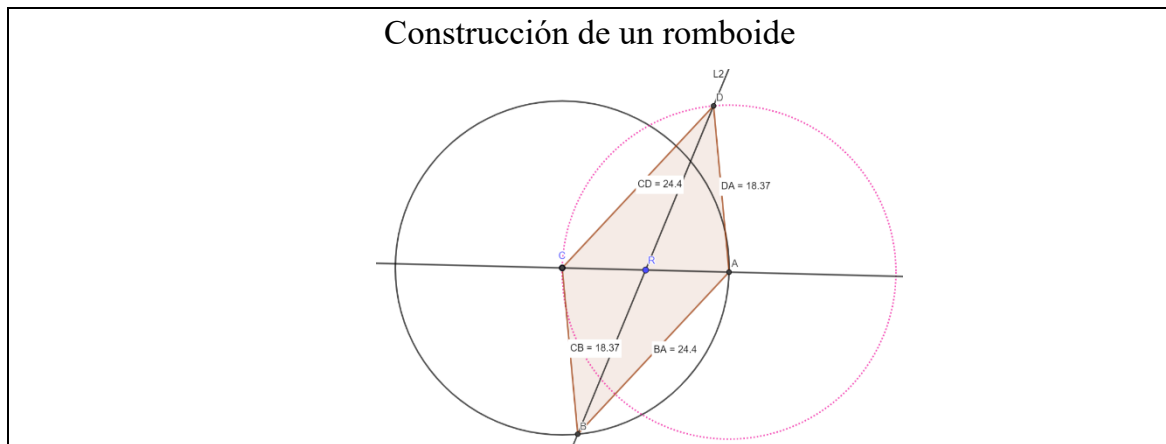


Figura 2. Construcción de un romboide que se espera realice un estudiante. El informante muestra conocimiento sobre el KFLM (formas de interacción con un contenido matemático) al mencionar lo que espera que realicen sus estudiantes al resolver la situación inicial de la sesión 1, como mostramos a continuación (Figura 3):

se traza la mediatriz \overline{DB} y se sitúa el punto D en la intersección con la circunferencia cuyo centro es C y radio \overline{CA} .

Se espera que uno de los grupos realice la construcción de la siguiente manera:

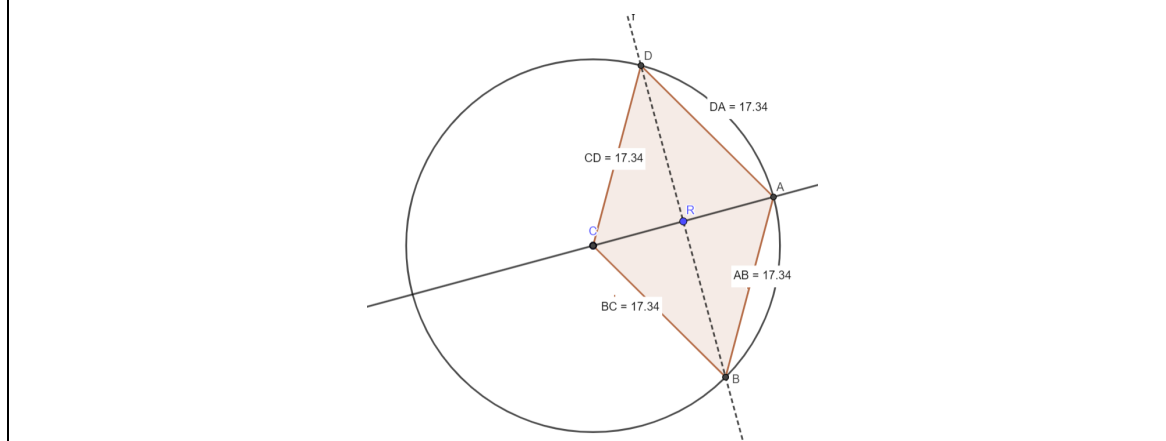


Figura 3. Construcción de un rombo que se espera recibir de los estudiantes. Observamos otra evidencia de KFLM del informante cuando indica lo que espera que sus estudiantes respondan ante la pregunta *¿Qué sucede al deslizar los puntos D y R ?* como se muestra en el siguiente fragmento:

Se espera que los estudiantes respondan: “resultan diferentes cuadriláteros: algunos son rombos, cuadrados, paralelogramos ... puede ser que haya rectángulos”

Finalmente, en esta sesión el informante evidencia conocimiento sobre KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) al plantear preguntas a sus estudiantes, como se muestra en el siguiente fragmento.

¿Cómo puedo saber si son rombos, cuadrados y paralelogramos?

¿Qué otros cuadriláteros pueden construir con el uso del software GeoGebra con las herramientas: circunferencia, compás, rectas, mediatrices, intersección, segmentos, etc., teniendo en cuenta la clasificación y sus propiedades?

Explique su desarrollo.

Análisis del desarrollo de la sesión 2

En la sesión 2, el profesor propone una situación inicial en un contexto extra matemático con una pregunta abierta que no tiene respuesta única, como se muestra a continuación:

Situación de la sesión 2

Francisco acaba de volver de un viaje a la cálida ciudad de Piura, donde observó una parcela en forma de cuadrilátero que interesaba mucho a su familia. Por eso le interesó estimar su superficie y midió sucesivamente los cuatro lados de la parcela encontrando las siguientes medidas: 300 m, 900 m, 610 m y 440 m, respectivamente. Sin embargo, Francisco tiene dificultad para hallar dicha área. ¿Puedes ayudar, indicándole el método a seguir?

El informante al proponer una situación que admite varias respuestas evidencia conocimiento sobre tipos de problemas que pueden usarse en la enseñanza (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Encontramos evidencia de KFLM (formas de interacción con un contenido matemático) cuando el profesor indica lo que espera de sus estudiantes (ver tabla 2), como se muestra a continuación.

[...] los estudiantes deben ser capaces de construir cuadriláteros e identificarlos según su clasificación [...] para saber a qué tipo de cuadrilátero se refiere.

[...] El docente estará atento a que los estudiantes puedan tomar en cuenta la siguiente clasificación de cuadriláteros, tal como se trabajó en sesiones anteriores:

Tabla 2
Clasificación de los cuadriláteros

Convexo	Trapezoide	Asimétrico
		Simétrico
	Trapezio	Escaleno
		Isósceles
		Rectángulo
	Paralelogramo	Romboide
		Rectángulo
		Cuadrado
		Rombo

Cóncavo

Esta evidencia también muestra que el informante tiene conocimiento de la clasificación de cuadriláteros según sus propiedades (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Se observa que el informante solo presenta una clasificación para los cuadriláteros convexos, lo que nos da indicios de poco uso de los cuadriláteros cóncavos, lo cual habría que indagar.

El informante muestra conocimiento sobre el procedimiento para calcular el área de una región delimitada por un trapezoide (KoT, procedimientos). Además, el informante evidencia conocimiento de diversas estrategias para calcular el área de un trapezoide al resolver la situación inicial (KMT, estrategias de enseñanza), siendo una de ellas el uso de las herramientas de GeoGebra y otra el uso de composición y descomposición de figuras geométricas conocidas, como se muestra a continuación.

El procedimiento fue construir un rectángulo y determinar el área del trapezoide, tal como se muestra en la figura 3.

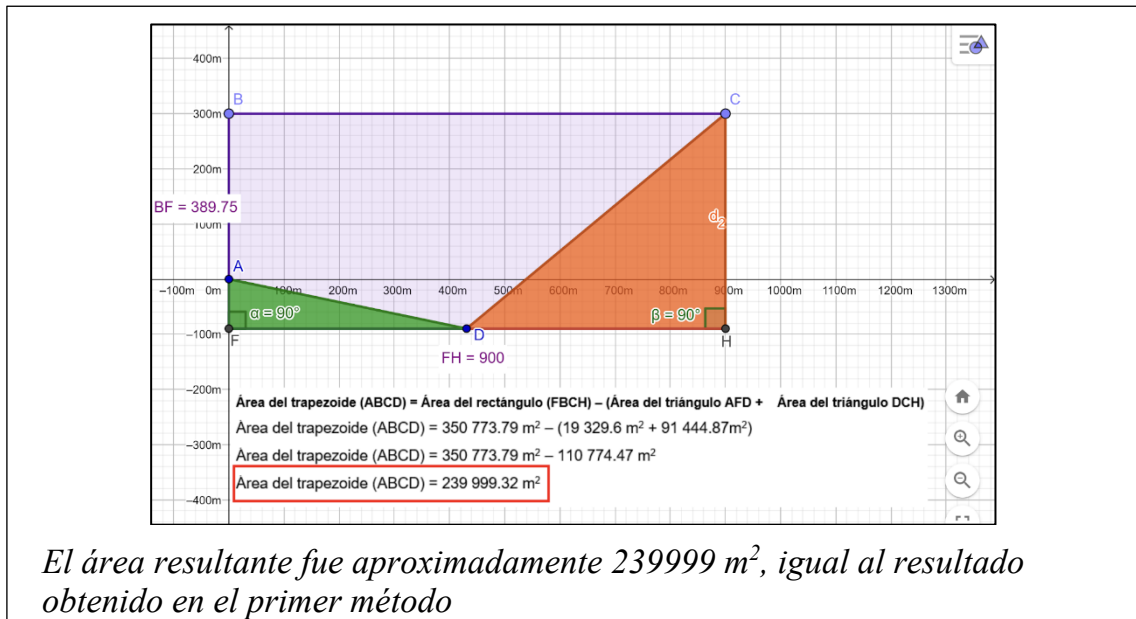


Figura 3. Cálculo de área de una región trapezoidal por descomposición de figuras.

Finalmente, el informante expresa la necesidad de corroborar el área obtenida para un cuadrilátero usando propiedades, mostrando así un conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM, prácticas particulares del quehacer matemático). En la figura 4, el informante evidencia KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos) al enunciar la siguiente propiedad:

Para todo cuadrilátero, el área de la región de un cuadrilátero es igual al doble del área de la región del cuadrilátero que se forma al unir los puntos medios de los lados de dicho cuadrilátero.

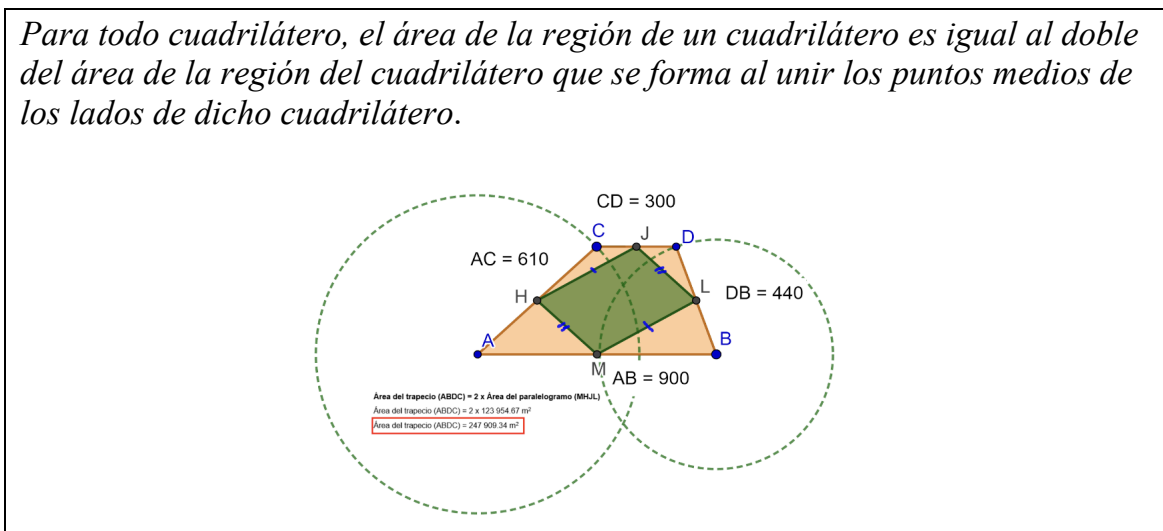


Figura 4. Cálculo de área de una región trapezoidal usando equivalencia de áreas.

En este caso también observamos que el profesor tiene conocimiento de KFLM (formas de interacción con un contenido matemático) al señalar que espera que sus estudiantes presenten la solución mostrada.

Análisis del cierre de las sesiones

En la sesión 1 el informante evidencia un conocimiento sobre el uso de preguntas como estrategias para afianzar las propiedades y la clasificación de cuadriláteros trabajadas (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) al proponer preguntas a sus estudiantes, como las siguientes:

¿Con la construcción inicial [...] es posible construir cuadriláteros cóncavos?

¿Modificarías alguna indicación a la situación planteada? Sí/No. Explique.

¿Qué otros cuadriláteros pueden construir con el uso del software GeoGebra con las herramientas: circunferencia, compás, rectas, mediatrices, intersección, segmentos, etc., teniendo en cuenta la clasificación y sus propiedades? Explique su desarrollo.

En la sesión 2 el informante también evidencia conocimiento sobre el uso de preguntas de cierre (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) como las siguientes:

¿Qué dificultades has tenido para desarrollar la situación problemática?

¿Qué conceptos te han ayudado a dar las posibles soluciones al problema planteado?

¿Las estrategias empleadas fueron las adecuadas? Explique.

CONCLUSIONES

Este trabajo aborda el análisis del conocimiento especializado del profesor de matemática de secundaria en ejercicio, desde la perspectiva del conocimiento que se moviliza al realizar una actividad como la planificación de clase, acompañada de un guion de reflexión, usando el modelo MTSK (Carrillo et al, 2018).

El proceso de planificación guiada ha permitido que el profesor movilice distintos elementos de conocimiento. De hecho, hemos obtenido evidencias sobre casi todos los subdominios del MTSK.

En relación con el conocimiento matemático (MK), el informante evidencia conocimiento sobre definiciones y propiedades de cuadriláteros convexos tales como romboide, rombo, trapecio, trapezoide; así como conocimiento sobre la clasificación de cuadriláteros a partir de sus propiedades (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos). También evidencia conocimiento de diversas formas para calcular áreas de regiones delimitadas por cuadriláteros irregulares como el trapecoide (KoT, procedimientos). Por último, da indicios de cierto conocimiento de las prácticas matemáticas al manifestar la necesidad de verificar

el área obtenida para un cuadrilátero usando GeoGebra a través del uso de propiedades geométricas (KPM, prácticas particulares del quehacer matemático).

En relación con el conocimiento didáctico del contenido (PCK), el informante evidencia conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) al elaborar los desempeños precisados de sus sesiones de clase a partir de los desempeños declarados en el Programa Curricular de Educación Secundaria. Asimismo, propone el desarrollo de tres capacidades (traducir, usar estrategias y procedimientos, y argumentar), pero señala que es necesario considerar la capacidad modela dado que es parte del planteamiento de la solución de los problemas. Esto confirma el conocimiento que tiene sobre la dimensión curricular de la enseñanza de las matemáticas.

Respecto a las situaciones iniciales propuestas en las dos sesiones, son entendidas por el informante como situaciones de aprendizaje en contextos intramatemáticos o extramatemáticos, las cuales buscan generar el razonamiento, la generalización, las conjeturas y las validaciones. Esto evidencia un conocimiento sobre estrategias de enseñanza (KMT) que hay que promover entre los profesores para asegurar aprendizajes y sobre el uso de recursos tecnológicos para enseñar matemáticas, como el software GeoGebra que suele usar en sus clases, para lo cual se ha preparado a través de tutoriales y cursos (KMT).

Asimismo, el informante evidencia conocimiento sobre las dificultades que pueden presentar los estudiantes en relación con la clasificación de los cuadriláteros, y lo considera al elegir las situaciones de aprendizaje de sus sesiones (KFLM). También considera que estas dificultades son oportunidades de aprendizaje. Del mismo modo, tiene conocimiento de las soluciones que podrían proponer sus estudiantes al resolver un problema de áreas (KFLM); y en su enseñanza toma en cuenta el uso de figuras en posiciones no convencionales, así como el empleo de los ejes cartesianos porque a los alumnos les facilita el desarrollo de los problemas (KMT). Si bien el tipo de recursos que considera el informante se ubica en el subdominio KMT, sus decisiones en la elección de estrategias y recursos se relacionan con el subdominio KFLM, dado que pretende atender a las dificultades de los estudiantes.

La movilización de distintos elementos de conocimiento reportada pone de relieve la necesidad de incorporar, a la formación inicial, tareas estructuradas desde modelos de conocimiento profesional (Montes et al., 2019), y en particular, el modelo MTSK se ha mostrado en este trabajo útil para ello. En particular, el guion de reflexión planteado en la tarea, inspirado en trabajos anteriores (Montes et al., 2021), pero ajustado a la planificación de sesiones de clase, ha permitido al informante orientar la movilización de su conocimiento para poner en juego su habilidad para planificar sus sesiones. En este sentido, la relación entre conocimiento profesional y su uso, en términos de competencias profesionales, es una línea de trabajo con gran proyección. En este trabajo nos hemos centrado en situaciones orientadas hacia la planificación de sesiones, evidenciando las

características del conocimiento que el profesor usa al movilizar la competencia en planificación de sesiones (Blömeke et al., 2008).

Finalmente, este estudio tiene diversas líneas de potencial continuación. Así, consideramos interesante profundizar en estudios de caso, en los que se tome como informantes a profesorado experto, indagando en el conocimiento movilizado en la planificación de sesiones de otros contenidos (p.ej., álgebra, cálculo), que puedan servir de inspiración para conceptualizar tareas para la formación inicial. También, creemos necesario explorar la relación del conocimiento del profesor, y en particular, de su conceptualización desde el modelo MTSK, con otras competencias profesionales (p.ej., noticing, gestión de la demanda cognitiva, evaluación, etc.).

Agradecimientos

Esta investigación ha sido financiada por el Instituto de Investigación Científica de la Universidad de Lima del Perú (código AC.06.023.2022) y dirigida por Elizabeth Advíncula, investigadora de la misma casa de estudios. A través de Miguel Montes, este artículo contó con el apoyo del Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva, y del proyecto PID2021-122180OB-I00, del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España, del grupo de Investigación DESYM (HUM-168), de la Red MTSK y del proyecto de excelencia PROYEXCEL_00297 de la junta de Andalucía.

REFERENCIAS

- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bardin, L. (1998). *L'analyse de contenu*. Presses Universitaires de France - Le Psychologue.
- Blömeke, S., Paine, L., Houang, R.T., Hsieh, F., Schmidt, W., Tatto, Bankov, K., Cedillo, T., Cogan, L., Han, S.I., Santillan, M. y Schwille, J. (2008). Future teachers' competence to plan a lesson: First results of a six-country study on the efficiency of teacher education. *ZDM-Mathematics Education*, 40(5), 749-762.
- Butuner, S. O. y Filiz, M. (2017). Exploring Turkish mathematics teachers' content knowledge of quadrilaterals. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 3(2), 395-408.
- Carreño, E. (2021). *Conocimiento geométrico especializado en estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria. Un estudio en torno a los polígonos* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva]. Rabida UHU. <https://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/20140>

- Carreño, E. y Climent, N. (2019). Conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas de secundaria. Un estudio en torno a definiciones de cuadriláteros. *PNA*, 14(1), 23-53. <https://doi.org/10.30827/pna.v14i1.9265>
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Condori, C. (2015). *Áreas de cuadriláteros convexos: Análisis de dos textos oficiales para VI ciclo de educación básica regular haciendo uso de los elementos del EOS* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio PUCP. <https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/6569>
- Escudero-Domínguez, A. y Carrillo, J. (2014). Conocimiento matemático sobre cuadriláteros en estudiantes para maestro. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 267-276). SEIEM.
- Flores, E., Escudero, D. y Carrillo, J. (2013). A theoretical review of specialised content knowledge. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3055-3064). ERME. <https://core.ac.uk/download/pdf/60659248.pdf>
- Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista Ciencias de la Educación*, 1(27), 83-98.
- Latorre, A., Del Rincón, D. y Arnal, J. (2003). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Ediciones Experiencia.
- León, N., Bara, M. y Azocar, K. (2013). Planificación de la matemática escolar como elemento clave en la formación del docente. *Paradigma*, XXXIV(2), 177-200. <http://ve.scielo.org/pdf/pdg/v34n2/art10.pdf>
- Llinares, S., Breda, A., Climent, N., Fernández, C., Font, V., Lupiañez, J.L., Moreno, M., Perez-Tyteca, P., Ruiz-Hidalgo, J. F. y Sánchez, A. (2022). Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En L. Blanco, N. Climent, M. T. González, A. Moreno, G. Sánchez-Matamoros, C. De Castro y C. Jiménez (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 481-530). Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación. (2016). *Programa curricular de educación secundaria*. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf>
- Ministerio de Educación. (2020). *¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes?: resultados de las evaluaciones nacionales de logros de aprendizaje 2019, 2º grado de primaria, 4º grado de primaria y 2º grado de secundaria*. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/6913>

- Ministerio de Educación. (2022). *El Perú en PISA 2018. Informe nacional de resultados*. Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/7725>
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M. y Barrera-Castarnado, V. J. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 157-176). Ediciones Universidad Salamanca. <https://eusal.es/eusal/catalog/book/978-84-1311-073-8>
- Montes, M., Pascual, M. I. y Climent, N. (2021). Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 24(1), 83-104. <https://doi.org/10.12802/relime.21.2414>
- Mora, A. y Ortiz, J. (2013). Aprender a enseñar matemáticas desde la planificación. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 381-389). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://www.clame.org.mx/documentos/alme26v.2.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. (2022). *Estudio virtual de aprendizajes EVA 2021*. <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2023/02/PPT-WEB-EVA.pdf>
- Panasuk, R., Stone, W. y Todd, J. (2002). Lesson planning strategy for effective mathematics teaching. *Education*, 122(4), 808-828.
- Renzulli, F. y Scaglia, S. (2021). Clasificación de cuadriláteros en estudiantes de EGB3 y futuros profesores de nivel inicial. *Revista de Educación Matemática, Número Especial*, 1-11. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10466>
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *SUMA*, 58, 7-23. <https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/58/007-023.pdf>
- Rojas, N., Carrillo, J. y Flores, P. (2012). Características para identificar a profesores de matemáticas expertos. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, Ma. C. Penalva, F. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en educación matemática XVI* (pp. 479-485). SEIEM.
- Sáenz, C. y Lebrija, A. (2014). La formación continua del profesorado de matemáticas: una práctica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendiz. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 219-244. <https://relime.org/index.php/relime/article/view/207/175>

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Silverman, J. y Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(6), 499-511. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9089-5>
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké Revista de Educação Matemática*, 24(3), 301-321. <https://doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095>

Elizabeth Advíncula Clemente
Universidad de Lima
eadvincu@ulima.edu.pe

Emma Carreño
Universidad de Piura
emma.carreno@udep.edu.pe

Isabel Torres Céspedes
Universidad de Lima
iztorres@ulima.edu.pe

Flor Hau Yon
Universidad de Piura
flor.hauyon@udep.edu.pe

Miguel Montes
Universidad de Huelva, España
miguel.montes@ddcc.uhu.es

Recibido: marzo de 2023. Aceptado: septiembre de 2023
doi: 10.30827/pna.v18i4.27637



ISSN: 1887-3987

SPECIALIZED KNOWLEDGE OF A SECONDARY TEACHER IN DESIGNING CLASSES OF QUADRILATERALS

Elizabeth Clemente, Isabel Torres Céspedes, Emma Carreño, Flor Hau Yon and Miguel Montes

Planning class sessions is an important task in teaching practice, well done it becomes a tool suitable to organize coherent teaching sequences that allow learning. A lesson planning guided by questions that foster the reflection about decision making allow the designing of cognitive demanding tasks that promote in students the construction of knowledge. The objective of this paper is to analyze the specialized knowledge that a secondary mathematics teacher puts into action when designs lessons planning. We report on a case study in which we use the subdomain categories of the Mathematics Teacher Specialized Knowledge to account for the knowledge that a secondary teacher uses when design lessons about quadrilaterals. We used the MTSK model in two senses, as an organizing tool of a reflective script that serves as a guide of the knowledge used, and as a tool to analyze the knowledge use by the teacher. The guided planning process allows that the teacher puts into action different knowledge elements. We have gathered evidence on almost all the MTSK subdomains. The teacher evidences knowledge about teaching strategies, and the use of technological resources for the teaching of mathematics like the GeoGebra software that he use to use in his class (KMT); about mathematics practices (KPM) that is necessary to promote in the school in order to acquire knowledge; about difficulties that students could face related to the classification of quadrilaterals and the solutions that could propose when solve area problems, that takes into account when chooses learning situations for his lessons (KFLM); and about learning standards linked to the lessons with quadrilaterals (KLMS). The outcomes show the relevance of the decision making on behalf of the teacher during the planning of his lessons, in connection with the selection of didactical strategies and resources.