 https://doi.org/10.24844/EM3602.09

Valoración de la historia de las matemáticas por estudiantes de bachillerato: el método general de resolución de ecuaciones de Vieta

Opinions about the history of mathematics by high school students: Vieta's general method of solving equations

Jacinto Ruiz-Catalán,[1] María José Madrid,[2] Alexander Maz-Machado[3]

Resumen: Distintos trabajos de investigación inciden en los beneficios y las ventajas de llevar al aula la historia de las matemáticas. El objetivo de este estudio es analizar la opinión de un grupo de estudiantes de bachillerato sobre la inclusión de la historia de las matemáticas en su aprendizaje, tras la implementación en su aula de matemáticas de una experiencia centrada en el método histórico general de resolución de ecuaciones por expansión binomial de Vieta, con la configuración del matemático español del siglo XVII José Zaragoza.

Para ello hemos realizado una investigación con un enfoque cualitativo, exploratorio y descriptivo, en la que hemos utilizado un cuestionario completado por el alumnado tras el desarrollo de la experiencia educativa. Los resultados indican que el alumnado participante en el estudio no tiene problemas para reconocer la resolución de ecuaciones polinómicas, pero sí cuando se trata de ecuaciones exponenciales. Además, valora positivamente a los matemáticos de la historia, pero más de la mitad considera poco útil el estudio de métodos históricos.

Fecha de recepción: 27 de julio de 2022. **Fecha de aceptación:** 10 de junio de 2024.

[1] Universidad de Córdoba, Córdoba, España. jacinruiz@hotmail.com, https://orcid.org/0009-0009-3071-1819

[2] Universidad Pontificia de Salamanca, Salamanca, España. mjmadridma@upsa.es. https://orcid.org/0000-0002-3582-9738

[3] Universidad de Córdoba, Córdoba, España. ma1mamaa@uco.es. https://orcid.org/0000-0002-4112-4363

Palabras clave: *Método general de resolución de ecuaciones, Vieta, siglo XVII, José Zaragoza, historia de las matemáticas en el aula, opiniones.*

Abstract: Various research studies emphasize the benefits and advantages of bringing the history of mathematics into the classroom. The objective of this study is to analyze the opinions of a group of high school students on the inclusion of the history of mathematics in their learning, following the implementation of a classroom experience focused on Vieta's general historical method of solving equations using binomial expansion, with the configuration employed by the 17th-century Spanish mathematician José Zaragoza.
To achieve this, we conducted a qualitative, exploratory, and descriptive study, using a questionnaire completed by the students after the educational experience. The results indicate that the participating students have no difficulty recognizing the resolution of polynomial equations, but do struggle with exponential equations. Additionally, while they value historical mathematicians positively, more than half consider the study of historical methods not very useful.

Keyworks: *General method of solving equations, Vieta, 17th century, José Zaragoza, history of mathematics in the classroom, opinions.*

1. INTRODUCCIÓN

Desde mediados del siglo XIX comienza a surgir cierto interés en la aplicación de la historia de las matemáticas a la educación matemática (Maz-Machado, 2019). Un siglo más tarde (en concreto en 1976) se creó el grupo International Study Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics (HPM), afiliado a la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), con la idea de promover avances en el área de la historia de las matemáticas y su aplicación en contextos educativos (Clark *et al.*, 2016). Desde entonces, distintos autores han planteado estudios en el área de la historia de las matemáticas y sus aplicaciones en educación, teniendo como referentes, entre otros, el trabajo de Fauvel y Barbin (1990) titulado *History in the Mathematics Classroom: The IREM papers.*

Nuestro problema de investigación se fundamenta en estas indagaciones previas, pues hemos aplicado la historia de las matemáticas en un aula actual. Más concretamente, hemos implementado en el aula de matemáticas de primero de bachillerato una experiencia basada en un método general de resolución de ecuaciones polinómicas difundido en Europa por Vieta en el siglo XVII y que se ampara en la expansión binomial como base para ir estimando los sucesivos dígitos de la solución de la ecuación (Rashed, 1994).

A lo largo de la experiencia, se pretendió dar a conocer el origen y evolución histórica de un método que buscaba generalizar la resolución de ecuaciones polinómicas, en paralelo a los intentos de buscar fórmulas para la resolución de las ecuaciones cúbicas, de cuarto grado, etc. por parte de otros matemáticos como Tartaglia o Ferrari. Este método general de resolución de ecuaciones histórico permite ampliar el repertorio de ecuaciones que pueden resolver los estudiantes de primer curso de bachillerato y los prepara para abordar en el futuro métodos más modernos y que se utilizan en la actualidad, como el de Newton-Raphson, que es una evolución del método general.

Tras la realización de esta actividad de enseñanza-aprendizaje, se pidió al alumnado de matemáticas de bachillerato que reflexionara sobre distintos aspectos relativos a la inclusión de historia de las matemáticas en su aprendizaje; el objetivo de este trabajo es precisamente analizar la valoración y las opiniones que estos estudiantes realizaron.

2. ANTECEDENTES

Son varios los estudios en los que se ha utilizado la historia de las matemáticas en el aula, por ejemplo, los de: Bruckheimer *et al.* (1995), Van Maanen (1997), Jahnke y Habdank-Eichelsbacher (1999), Jahnke *et al.* (2006), Panagiotou (2011), Barnett *et al.* (2012), Jankvist (2013) y De Vittori (2022), Guillemette (2023), Menezes y Costa (2023) o Sánchez (2023), entre otros.

De manera particular en el área de álgebra, hay también variedad de trabajos en los que se emplea la historia de las matemáticas como recurso didáctico (Michel-Pajus, 2012; Goktepe y Ozdemir, 2013; Delgado y Butto, 2015; Yanjun y Ping, 2016; Fülöp, 2020; Chorlay, 2022).

En nuestro estudio nos basamos en el método general de resolución de ecuaciones de Vieta que es la evolución del propuesto en la antigüedad para calcular raíces, conocido por los chinos al menos mil años antes de Cristo

(Rashed, 1994). Nordgaard (1922) afirma que este método de cálculo de raíces fue rescatado por Bhaskara en el siglo XII y popularizado en Europa en el siglo XVII a través de obras como la *Arithmétique* de Barrene (Núñez y Servat, 1988).

Según se creía hasta mediados del siglo XIX, había sido Vieta quien adaptó el método de cálculo de raíces como método general de resolución de ecuaciones (polinómicas). Pero Rashed (1994) afirma que en 1874 Hankel encontró indicios del uso de un método similar en el matemático árabe al-Kāshī (1380-1429), y el propio Rashed (1994) encontró un método similar al empleado por Vieta en un texto del matemático persa al-Tūsī (1135-1213).

Lo que sí está claro es que el difusor por occidente del método fue Vieta que en su libro *De numerosa potestatum ad exegesim resolutione* (Viète, 1600), desarrolla brevemente, en unas 70 páginas, el método general de resolución de ecuaciones. En este desarrollo, el lenguaje utilizado es retórico y se ayuda de tablas para situar las operaciones intermedias, aunque la ausencia de símbolos hace que no sea sencillo de entender.

Entre los españoles que durante el siglo XVII lo publicaron en sus libros se encuentra el valenciano José Zaragoza, que expone en *Arithmetica Universal* (Zaragoza, 1669) una versión del método general de resolución de ecuaciones, similar al de Vieta, pero con una configuración de las operaciones un tanto diferente y con un uso mayor de símbolos. Además, se ayuda de tablas para contener las operaciones necesarias para calcular tanto los divisores como los sustractores (restadores) (Ruiz-Catalán *et al.*, 2024).

Algo a tener en cuenta es que este método de resolución solo se emplea para obtener soluciones positivas de las ecuaciones, ya que para Zaragoza (y para la mayoría de los matemáticos de la época) las únicas soluciones posibles son las positivas (no contemplando ni cero ni negativas).

Las tablas que utiliza para ir conteniendo las operaciones intermedias del método de resolución son una manera más didáctica para la enseñanza que otras configuraciones, y por eso nos hemos decantado por utilizarlas en nuestra experiencia en el aula. Un ejemplo del uso de las tablas es el de la figura 1.

Tabla de $10Z^4$ *Cap.* 7.º §. 58.

	Poteſt. de A.		Prod.	Num.		Diviſo.	Poteſt. B.		Reſtadores.
4	A3.	2700	108000	N.	10	1080000	B1.	2	2160000
6	A^2.	900	5400	N.	10	54000	B2.	4	216000
4	A^1.	30	120	N.	10	1200	B3.	8	9600
				N.	10	10	B4.	16	160
						1135210	ſuma.		2385760

Tabla de $100000Z^3$ *Cap.* 7.º §. 58.

	Poteſt. A.		Product.	Numero.		Diviſores.	Poteſt. B.		Reſtadores.
3	A2.	900	2700	N.	100000	270000000	B.	2	540000000
3	A1.	30	90	N.	100000	9000000	B^2.	4	36000000
				N.	100000	100000	B3.	8	800000
						279100000	ſuma.		576800000

Figura 1. Tablas para divisores y restadores (Zaragoza, 1669, p. 209)

3. MARCO CONCEPTUAL

Diversos autores se han planteado en las últimas décadas preguntas como: ¿Por qué es importante introducir la historia de las matemáticas en la enseñanza de las mismas? ¿Qué funciones tiene la historia de las matemáticas en la educación matemática? ¿Qué beneficios puede proporcionar a la enseñanza de las matemáticas? ¿Cómo encajar la historia de las matemáticas en el currículo?

Para Barbin (1997), la historia de las matemáticas puede tener tres funciones en la educación matemática: *Vicariante, Dépaysante y Culturelle*. La primera se refiere a que debe ser correctora, haciéndonos ver que las matemáticas no deben ser una colección de recetas sino algo que evoluciona y se perfecciona con el tiempo. Es decir, se trata de una actividad y no un conocimiento cerrado y estático. La segunda considera la historia de las matemáticas como una actividad que debe ser sorpresiva, que incite a la curiosidad de saber cómo se hacían antes las cosas y por qué se hacen ahora como se hacen. La tercera debe aportar un conocimiento histórico y contextual de la época de que se trate, complementando la cultura que se tenga acerca de otras áreas de la historia.

El encaje curricular es otro aspecto que hay que tener en cuenta. En ese sentido, Rico (1997) hace un análisis sobre las decisiones que se deben tomar con carácter general a la hora de establecer el currículo. Esas decisiones se concretan mediante diferentes criterios, entre los que podemos citar: criterios para seleccionar, secuenciar y organizar los contenidos, criterios para el trabajo en el aula y criterios para evaluar el aprendizaje y el tratamiento de errores.

Jankvist (2010) considera que hay dos tipos de argumentos a favor de usar la historia en la educación matemática: los que se refieren a la historia como una *herramienta* para ayudar al aprendizaje y los que consideran el conocimiento de la historia de las matemáticas como una *meta* en sí misma. Este autor ha llevado a cabo diversos estudios y experiencias en el aula llevando la historia de las matemáticas a la misma. Por ejemplo, a estudiantes de entre 17 y 18 años les enseñó el origen y evolución de los códigos binarios de Hamming o criptografía de clave pública (Jankvist, 2009, 2010).

Otros autores destacan los beneficios de la inclusión de la historia de las matemáticas en el aula, por ejemplo, Maz-Machado (1999) indica que:

- Ayuda e incrementa la motivación para el aprendizaje.
- Muestra el aspecto humano de las matemáticas.
- Cambia en los estudiantes su percepción de las matemáticas.
- Ayuda al desarrollo de un acercamiento multicultural.
- Provee la posibilidad de un trabajo interdisciplinario con otros maestros.
- El desarrollo histórico ayuda a ordenar la presentación de los tópicos en el currículo.
- Indica cómo los conceptos fueron desarrollándose, ayudando esto a su comprensión.

Para González Urbaneja (2004), la inclusión de la historia de las matemáticas en el aula aporta también beneficios al profesor. Por ejemplo, considera que las dificultades que los matemáticos han encontrado a lo largo de la historia a la hora de obtener los resultados que conocemos y admitimos en la actualidad no están muy alejadas de las dificultades que tendrán que afrontar los estudiantes para obtener esos mismos resultados, y el profesor puede utilizar este conocimiento para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de sus estudiantes.

Dentro del modelo conocido como "Conocimiento matemático de la enseñanza" (MKT) (Ball *et al.*, 2008), estudios como el de Mosvold *et al.* (2014) analizaron cómo el conocimiento matemático de la enseñanza puede beneficiarse del estudio de la historia de las matemáticas.

Alpaslan *et al.* (2014) llevaron a cabo un estudio con 1 593 futuros profesores de matemáticas acerca de su conocimiento sobre historia de las matemáticas y sus actitudes y creencias hacia su uso en educación. Los resultados indican que el conocimiento es moderado y mejora conforme avanza la formación del docente. En cuanto a las actitudes y creencias, los datos indican que son aspectos en los que la valoración es alta.

León-Mantero *et al.* (2021) analizan las concepciones de un total de 56 profesores y futuros profesores de matemáticas acerca de la utilidad de la historia de las matemáticas para el alumnado. Concluyen que los participantes valoran la utilidad de la inclusión de la historia de las matemáticas en el aula, pero también manifiestan la necesaria preparación previa del profesorado y la dedicación extra que añade a la ya necesaria habitualmente. Asimismo, los participantes indican que el alumnado suele mostrar más interés si se usan TICS o juegos que si se utiliza la historia de las matemáticas.

En otro estudio, Madrid *et al.* (2021) analizan comparativamente las opiniones de los futuros profesores de educación primaria, secundaria y bachillerato tras la realización de una actividad relacionada con dos métodos de multiplicación históricos o inusuales. El resultado obtenido es que en general los futuros maestros y profesores desconocían esos métodos diferentes de multiplicación y valoran las diferencias observadas entre ellos y los que ya conocían. El estudio matiza que hay algunas diferencias en el grado de desconocimiento, principalmente dependiendo del nivel de formación del participante.

Como vemos, la inclusión de la historia de las matemáticas en el aula también presenta sus dificultades, como por ejemplo las señaladas por Maza (1994), detectadas también por León-Mantero *et al.* (2021) o Madrid *et al.* (2021), que son la falta de preparación del profesorado en el área de la historia de las matemáticas, o el considerar las matemáticas como un saber independiente de los factores históricos.

Santillán (2011) también detecta la poca preparación previa tanto del profesor como del alumnado a la hora de abordar nuevos (o antiguos en realidad) paradigmas epistemológicos, o la falta de material de trabajo ya que los libros de matemáticas actuales no suelen tener problemas históricos y los libros históricos plantean problemas muy alejados de la realidad actual.

Madrid *et al.* (2018) hacen un estudio sobre la presencia de la historia de las matemáticas en libros de texto españoles de primero y segundo curso de Educación Secundaria, constatando la escasa relevancia que se le da, y apareciendo de forma breve y muy a menudo como algo complementario o en la mayoría de los casos como ejercicios cuyo objeto es la búsqueda de información.

En definitiva, consideramos que la realización de esta actividad ha sido beneficiosa para el alumnado teniendo en cuenta entre otros los aspectos indicados por Barbin (1997), ya que es una actividad que les va a permitir percibir la evolución de un concepto matemático y les va a aportar conocimiento del contexto histórico y matemático de una época o según lo señalado por Jankvist (2010), en la actividad se usará la historia de las matemáticas como *herramienta* para conocer un nuevo método de resolución de ecuaciones y como *meta* para conocer la evolución histórica de un concepto matemático.

4. METODOLOGÍA

Se ha llevado a cabo una investigación cualitativa, utilizando la exploración y la descripción para analizar aspectos relacionados con los conocimientos sobre resolución de ecuaciones adquiridos por el alumnado y con la valoración que los estudiantes le dan a la historia de las matemáticas tras la experiencia en el aula. Para ello, se ha utilizado como instrumento un cuestionario que fue completado por el alumnado.

4.1 Población y muestra

La experiencia en el aula la hemos realizado con un total de 22 alumnos y alumnas en la asignatura Matemáticas I de primer curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias y Tecnología en un instituto de educación secundaria de una localidad de España. Las edades están comprendidas entre los 16 y los 17 años.

El nivel académico del grupo es en general medio-alto y existe predisposición para aprender, en especial en las materias científicas y tecnológicas. El ambiente en el aula es habitualmente bueno y suele haber colaboración entre los estudiantes a la hora de resolver problemas. Bien es cierto que hay un grupo reducido de estudiantes que se decantan más por ciencias de la salud, por lo que las matemáticas no son una de las áreas que más interés les suscitan.

4.2 Fundamentos legislativos

Según la legislación educativa española, uno de los objetivos del Bachillerato es: “h) Conocer y valorar críticamente las realidades del mundo contemporáneo, sus *antecedentes históricos* y los principales factores de su evolución. Participar de forma solidaria en el desarrollo y mejora de su entorno social” (Real Decreto 243, 5 de abril 2022, pp. 7-8).

Según la misma legislación educativa, uno de los Criterios de Evaluación es: “6.2 Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, reflexionando sobre su contribución en la propuesta de soluciones a situaciones complejas y a los retos científicos y tecnológicos que se plantean en la sociedad”. (Real Decreto 243, 5 de abril 2022, p. 264).

Los Saberes Básicos que hemos trabajado son los siguientes:

- En “D. Sentido algebraico”:
    - “2. *Modelo matemático*. Ecuaciones, inecuaciones y sistemas: modelización de situaciones en diversos contextos”.
    - “3. *Igualdad y desigualdad*. Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones no lineales en diferentes contextos”.
    - “5. *Pensamiento computacional*. Comparación de algoritmos alternativos para el mismo problema mediante el razonamiento lógico”. (Real Decreto 243, 5 de abril 2022, p. 266)
- En “F. Sentido socioafectivo”:
    - “1. *Creencias, actitudes y emociones*. Tratamiento del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas”.
    - “3. *Inclusión, respeto y diversidad*. Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de la ciencia y la tecnología”. (Real Decreto 243, 5 de abril 2022, p. 266-267)

4.3 Experiencia realizada

Hemos confeccionado una situación de tipo epistémico en la que las actividades desarrolladas con el alumnado tuvieron una duración de 6 horas en el primer trimestre del curso 2022-2023. Las fases que hemos seguido a lo largo de nuestra experiencia han sido:

1. *Primera*: explicación y contextualización del método general de resolución de ecuaciones con la configuración de José Zaragoza.

2. *Segunda*: realización de diversas actividades conducentes a comprender el algoritmo y el lenguaje utilizado.
3. *Tercera*: revisión de lo aprendido por el alumnado.
4. *Cuarta*: análisis de los resultados.

La primera fase ha discurrido durante una sesión de una hora en la que hemos presentado al alumnado algunas ecuaciones de tercer grado en las que la aplicación de la regla de Ruffini era inviable (ya sea porque habría que probar con muchos números para encontrar los correctos o porque las soluciones no son enteras). De esta forma, les hemos hecho percatarse de que no todas las ecuaciones de tercer grado pueden resolverlas con los conocimientos de los que disponen y por eso la utilidad de aprender un método que sí les permita resolver dichas ecuaciones.

Tras esta situación preparatoria motivacional, les hemos explicado, usando como recursos didácticos una presentación de Powerpoint y un video obtenido en la web (Muller, 2021), considerando que esto puede ser positivo para el proceso de aprendizaje del alumnado, cómo los matemáticos de la historia fueron aprendiendo a resolver las ecuaciones, centrándonos finalmente en el método general de resolución de ecuaciones de Vieta con la configuración de José Zaragoza. Además, les hemos suministrado material adicional de consulta más completo para que lo puedan consultar posteriormente de forma individual.

En concreto, para explicar el método se comenzó resolviendo una ecuación sencilla como ejemplo. Sea la ecuación $x^3 - 2x^2 + 3x = 93242$.

El método general comienza separando en grupos de dígitos el término independiente de la ecuación. Los grupos constan de tantos dígitos como grado de la ecuación, comenzando por la derecha.

$$93.242$$

Al haber dos grupos, la solución tendrá dos dígitos, y será de la forma $10A + B$, donde A es el dígito más significativo (el de las decenas) y B el menos significativo (el de las unidades).

Para estimar el dígito más significativo se calcula la raíz cúbica (porque se trata de una ecuación de tercer grado) del grupo más a la izquierda, es decir $\sqrt[3]{93}$, tomando su valor entero por defecto. Por lo tanto, estimamos que el primer dígito es 4.

Como la solución de la ecuación debe ser de la forma $10A + B$, entonces:

$$(10A + B)^3 - 2 \cdot (10A + B)^2 + 3 \cdot (10A + B) = 93242$$

Si desarrollamos los binomios:

$$(10A+B)^3 = 10^3A^3 + 3\cdot 10^2A^2B + 3\cdot 10AB^2 + B^3$$
$$2\cdot(10A+B)^2 = 2\cdot 10^2A^2 + 2\cdot 2\cdot 10AB + 2B^2$$
$$3\cdot(10A+B) = 3\cdot 10A + 3B$$

El primer sustractor (también llamado restador) son los términos que solo contienen al primer dígito (ya estimado), y se lo restamos al término independiente, obteniendo el primer residuo.

$$R_1 = 93242 - 10^3A^3 + 2\cdot 10^2A^2 - 3\cdot 10A = 93242 - 64000 + 3200 - 120 = 32322$$

Ahora, para estimar los sucesivos dígitos (en este caso solo queda uno), José Zaragoza utiliza como divisor para la estimación alguno o todos los términos que quedan en el desarrollo de los binomios. El tomar pocos términos para la estimación facilita los cálculos, pero puede provocar una sobrestimación de los dígitos, con el consiguiente recálculo a la baja. Si se utilizan muchos términos, hay una carga alta de cálculos, pero una mayor precisión, evitando en muchos casos los recálculos.

$$D_1 = 3\cdot 10^2A^2B + 3\cdot 10AB^2 - 2\cdot 2\cdot 10AB - 2B^2 + 3B\ \{desestimando\ B\} \rightarrow D_1$$
$$= 3\cdot 10^2\cdot 4^2 + 3\cdot 10\cdot 4 - 2\cdot 2\cdot 10\cdot 4 - 2 + 3$$
$$= 4800 + 120 - 160 - 2 + 3 = 4761$$

Estimamos B como la parte entera del cociente $\frac{R_1}{D_1} = \frac{32322}{4761} = 6{,}7889 \ldots \ldots$. Es decir $B = 6$

Ahora confeccionamos el restador o sustractor $S_1 = 3\cdot 10^2A^2B + 3\cdot 10AB^2 + B^3 - 2\cdot 2\cdot 10AB - 2B^2 + 3B = 28800 + 4320 + 216 - 960 - 72 + 18 = 32322$

Y, por último, el siguiente residuo.

$$R_2 = R_1 - S_1 = 32322 - 32322 = 0$$

Y como la solución tiene dos dígitos, que ya hemos calculado, y el residuo es 0, esto quiere decir que la solución es $10A + B = 10\cdot 4 + 6 = 46$ y es exacta.

Como podemos apreciar, la cantidad de cálculos a realizar es grande y por tanto tener una buena organización de las operaciones y los resultados es algo que puede evitar errores y facilitar la comprensión del procedimiento.

La configuración que aporta José Zaragoza nos parece adecuada para facilitar este proceso de enseñanza-aprendizaje ya que se ayuda de tablas en las que aparecen identificados los términos a calcular y operar. Además, las tablas contienen compartimentados las operaciones y resultados necesarios. En la figura 2 aparecen las tablas que hemos utilizado, basadas en las empleadas por José Zaragoza, y que han resultado muy útiles para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

R_0	9	3	.2	4	2	4 6
$-$	6	4	.			$A^3 = 64$
$+$		3	2	.		$2A^2 = 32$
$-$			1	2	.	$3A = 12$
R_1	3	2	3	2	2	$B \approx \frac{32322}{4920 - 162 + 3} = \frac{32322}{4761} \approx 6$
$-$	3	3	3	3	6	
$+$		1	0	3	2	
$-$				1	8	
R_2					0	

$$A = 40$$

Número	*Coeficiente*	*Valor de A*	*Divisor*	*Valor de B*	*Restadores*
1	3	$A^2 = 1600$	4800	$B = 6$	28800
1	3	$A = 40$	120	$B^2 = 36$	4320
1	1			$B^3 = 216$	216
			4920		33336

Número	*Coeficiente*	*Valor de A*	*Divisor*	*Valor de B*	*Restadores*
2	2	$A = 40$	160	$B = 6$	960
2	1		2	$B^2 = 36$	72
			162		1032

Número	*Coeficiente*	*Valor de A*	*Divisor*	*Valor de B*	*Restadores*
3	1		3	$B = 6$	18
			3		18

Figura 2. Tablas para contener operaciones y resultados intermedios.

La segunda fase la hemos desarrollado a lo largo de cuatro sesiones de una hora cada una. En las dos primeras sesiones se les ha enseñado a calcular raíces con el método y en las otras dos a resolver ecuaciones. El alumnado ha trabajado de forma individual pero las cuestiones que han ido surgiendo se han resuelto de manera colectiva.

4.4 Toma de datos

La tercera fase ha consistido en la toma de datos mediante la resolución de un cuestionario no evaluable para el alumnado, validado mediante una triangulación de expertos de las universidades de Córdoba y Pontificia de Salamanca.

Este cuestionario no evaluable (CNE) consta de ocho cuestiones abiertas en las que el alumnado ha contestado preguntas, dando las explicaciones que ha considerado oportunas. Estas cuestiones buscan indagar acerca de sus conocimientos sobre la resolución de ecuaciones, para que puedan valorar la utilidad del método general y, sobre concepciones, actitudes y motivaciones hacia las matemáticas y su historia.

Las cuatro primeras CNE han versado sobre qué métodos emplearía el estudiantado para resolver cierto tipo de ecuaciones. Hay que notar que ya han aprendido el método de resolución de Vieta, por lo que estamos estudiando si el alumnado sabe en qué casos aplicar el método y en cuáles aplicar otros métodos, valorando el papel de la experiencia realizada sobre historia de las matemáticas. Estas primeras cuatro CNE son:

- CNE1. ¿Qué método utilizarías para resolver la siguiente ecuación? (No tienes que resolverla. Solo indica el método): $x^2 + x - 2 = 0$.
- CNE2. ¿Qué método utilizarías para resolver la siguiente ecuación? (No tienes que resolverla. Solo indica el método): $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$.
- CNE3. ¿Qué método utilizarías para resolver la siguiente ecuación? (No tienes que resolverla. Solo indica el método): $x^3 - 50x^2 + 20x - 80500 = 0$.
- CNE4. ¿Qué método utilizarías para resolver la siguiente ecuación? (No tienes que resolverla. Solo indica el método): $2^x - 4 = 0$.

Las cuatro siguientes CNE, de la 5 a la 8, se centran en aspectos más personales relacionados con la valoración de la historia de las matemáticas, su utilidad y dificultades encontradas. Estas son:

- CNE5. ¿Qué parte te ha parecido más complicada del método general de resolución de ecuaciones?
- CNE6. ¿Cómo valoras la capacidad de los matemáticos de la época para resolver ecuaciones con los conocimientos de los que se disponía?
- CNE7. ¿Consideras útil conocer aspectos de la historia de las matemáticas para entender las matemáticas actuales? ¿Por qué?
- CNE8. ¿En el futuro te gustaría indagar por tu cuenta sobre ideas, conceptos o técnicas que aparezcan en libros históricos de matemáticas?

4.5 Análisis de los datos

La última fase ha sido de trabajo posterior de los investigadores, analizando cualitativamente los cuestionarios contestados por el alumnado a través de la revisión de los distintos acercamientos metodológicos que aplicaron, obteniendo como resultado una información que nos servirá para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se tabularon las respuestas en Microsoft Excel para agruparlas, cuando fue posible, en conjuntos de respuestas similares y se utilizó para su análisis programa informático ATLAS.ti (2022). En la figura 3 se puede ver una pantalla del programa informático en la que aparece la CNE5 categorizada.

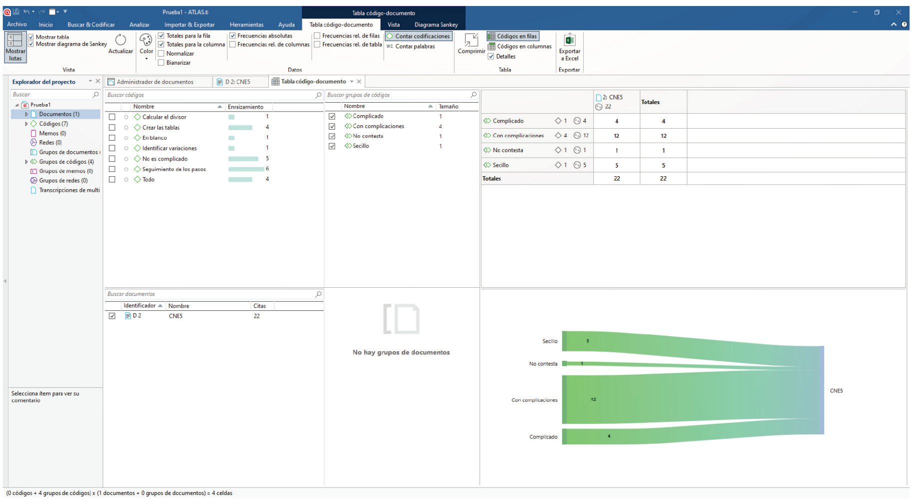

Figura 3. Categorización de la CNE5 con el programa informático ATLAS.ti (2022).

RESULTADOS

Las primeras cuatro cuestiones no evaluables (CNE) planteadas al alumnado (CNE1 a CNE4) han sido sobre qué métodos utilizarían para resolver distintos tipos de ecuaciones, el objetivo buscado era que el alumnado pudiera valorar la utilidad del método histórico aplicado previamente. Los resultados señalan que los estudiantes mayoritariamente han indicado los métodos adecuados para la resolución, teniendo en cuenta que una de las ecuaciones era aconsejable resolverla con el método aprendido de Vieta.

Todos los estudiantes han indicado correctamente que para resolver la ecuación planteada en la CNE1 era necesario emplear la muy conocida fórmula para la resolución de ecuaciones de segundo grado. Ocho de dichos estudiantes han escrito además la fórmula, aunque uno de ellos se ha equivocado en un signo.

La CNE2 también ha sido contestada correctamente por todo el alumnado. Se trataba de una ecuación cúbica en la que era aplicable el método de Ruffini, y todos han indicado el nombre correctamente.

La CNE3 preguntaba por una ecuación en la que no era viable aplicar Ruffini ya que habría que probar con infinidad de números, por lo que era necesario aplicar el método de Vieta (tabla 1).

Tabla 1. Respuestas dadas a la CNE3

Número de estudiantes	Respuesta
18	Con el método aprendido de Vieta
2	Errónea y han puesto Tartaglia
2	Errónea y han puesto Ruffini

Los dos que han puesto Ruffini es posible que no hayan recordado lo que se les explicó en la primera sesión y los otros dos que han puesto Tartaglia quizá habrán confundido los nombres porque se usa el triángulo de Tartaglia para obtener los coeficientes del desarrollo binomial. Los 18 estudiantes que han indicado el método general han valorado las posibilidades de un método histórico para resolver ecuaciones polinómicas en la actualidad.

Para resolver la ecuación planteada en la CNE4 era preciso saber resolver ecuaciones exponenciales. Las ecuaciones exponenciales, aunque se estudian en 4.º curso de la ESO y luego en 1.º de Bachillerato de Ciencias y Tecnología, no se abordan con mucha profundidad ya que suponen algunas dificultades y por tanto se hace más hincapié en que los estudiantes sepan resolver las ecuaciones polinómicas. Quizás por eso la respuesta a esta cuestión haya sido tan errónea. Las respuestas dadas por el alumnado son las de la tabla 2.

Tabla 2. Respuestas dadas a la CNE4

Número de estudiantes	Respuesta
1	Descrito el método correctamente
4	Dan indicios de la resolución, comentando que con logaritmos
8	Han indicado métodos erróneos como por ejemplo "despejando la x"
9	Lo dejan en blanco o ponen que no lo saben

En la cuestión CNE5 se les ha preguntado qué les ha parecido más complicado del método de resolución. Algunas respuestas destacadas son:

Estudiante A5: Un poco de todo, calcular la A, los puntos, y en Google no hay información para buscar este método, ni en Youtube.

Estudiante A21: La recolocación del nº y el orden imprescindible que hay que seguir.

Las respuestas dadas por el alumnado son muy variadas, pero se han organizado en categorías y subcategorías. Las respuestas dadas son las que figuran en la tabla 3. Podemos apreciar que solo 22% (cinco estudiantes) del alumnado considera el método sencillo, un estudiante no contesta y, el resto, 73% (16 estudiantes) considera el método con complicaciones (55%) o complicado en general (18%).

Tabla 3. Respuestas categorizadas de la CNE5

Número de estudiantes	Categoría particular	%	Categoría global	%
5	No es complicado	22	Sencillo	22
1	Calcular el divisor	5	Con complicaciones	55
4	Crear las tablas	18		
1	Identificar variaciones	5		
6	Seguimiento de los pasos	27		
4	Todo	18	Complicado	18
1	En blanco	5	No contesta	5

La CNE6 es una cuestión más abierta y relacionada con aspectos más emocionales. Se les ha planteado la valoración de la capacidad de los matemáticos de la época de Vieta y Zaragoza para resolver ecuaciones con los conocimientos de que disponían. Algunas de las respuestas han sido las siguientes:

> Estudiante A3: Su capacidad está infravalorada, cualquier persona hoy en día cursando 2º de ESO sabe más que ellos, por tanto debemos darle la importancia que se merece el intentar averiguar sobre métodos con los medios y conocimientos disponibles en aquel entonces.

> Estudiante A7: Tenían capacidad elevada ya que con los conocimientos de la época disponibles debían ser muy inteligentes y aplicados.

Todos los estudiantes valoran positivamente la alta capacidad o ingenio de los matemáticos de la época. Destacan las palabras relacionadas con la "ingeniosidad", "mérito", "capacidad elevada", "habilidosos". Las respuestas dadas por la mayoría de los estudiantes tienen que ver con la capacidad tan alta que tenían los matemáticos de esa época teniendo en cuenta la falta de tecnologías y medios de que disponemos actualmente (figura 4). En todas las sesiones, el profesor responsable de enseñarles el método histórico ha intentado poner en valor a los matemáticos de la antigüedad y quizás eso ha calado en el alumnado.

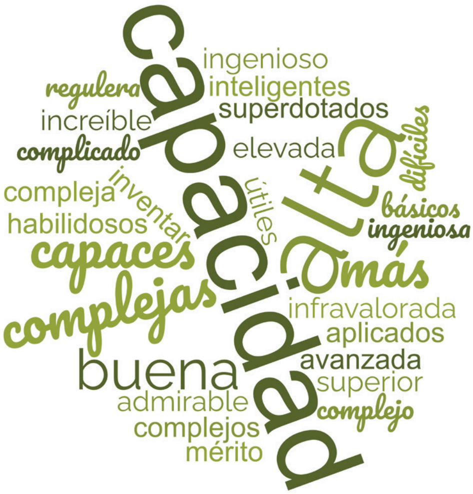

Figura 4. Nube de palabras de la CNE6.

La CNE7 ha versado sobre si encuentran útil conocer aspectos de historia de las matemáticas para entender las matemáticas actuales. Algunas respuestas han sido las siguientes:

Estudiante A7:	Sí, porque si se estudia el pasado luego te es más fácil reconocer cómo han ido evolucionando los métodos hasta los actuales, si se estudiase los pasos desde inicio hasta el final sería más fácil comprender los métodos.
Estudiante A6:	"Somos lo que somos por lo que hemos sido". Es una frase que se podría emplear en todas las materias, pero concretamente en la historia, entrando así la historia de las matemáticas. Si realmente algo nos gusta, debemos interesarnos en saber su origen.
Estudiante A22:	Más que útil diría interesante, ya que realmente la forma de resolver las matemáticas es más práctico y sencillo que los antiguos métodos.

En la siguiente tabla aparecen las respuestas dadas agrupadas por categorías (tabla 4). Se han creado 4 categorías: 2 en las que hay interés en la historia de las matemáticas (útil o interesante) y otras 2 en las que no hay interés (por desfasadas o por falta de interés simplemente).

Tabla 4. Respuestas categorizadas de la CNE7

Número de estudiantes	Categoría	%	Interés	%
10	Sí, útil. La historia como base	45	Sí	77
7	Sí, interesante	32		
2	No. Mejor centrarse en la actualidad	9	No	23
3	No. No me interesan	14		

En la CNE8 se les pregunta si indagarán en el futuro sobre aspectos de historia de las matemáticas. En la siguiente tabla aparecen las respuestas categorizadas (tabla 5). Las respuestas se han dividido en 4 categorías: 2 en las que hay interés en saber más sobre historia de las matemáticas (sí en general o sí pero solo en aspectos históricos, pero no conceptuales) y otras 2 en las que no hay interés (con rotundidad o solo seguramente).

Tabla 5. Respuestas categorizadas de la CNE8

Número de estudiantes	Categoría	%	Interés	%
6	Sí	27	Sí	45
4	Sí, pero solo a historia, no a métodos	18		
2	Seguramente no	9	No	55
10	No	46		

6. DISCUSIÓN

Las respuestas dadas por el alumnado acerca de los conocimientos previos (CNE 1 a 4) permiten concluir que en general, el alumnado ha valorado adecuadamente qué método de resolución emplear en ecuaciones polinómicas (incluidas las que necesitan el método de Vieta) pero que tiene dificultades para las ecuaciones exponenciales, posiblemente debido a que se estudian solo en 4.º de la ESO y 1.º de Bachillerato (y no desde 1.º de la ESO como las ecuaciones polinómicas) y además habitualmente no se hace demasiado hincapié en su enseñanza debido a su dificultad y menor utilidad en general en estos niveles educativos.

Las respuestas dadas por el alumnado a las cuestiones relacionadas con aspectos emocionales y personales permiten afirmar ciertas cuestiones: La primera es que el alumnado valora positivamente el trabajo que los matemáticos han realizado a lo largo de la historia. En las respuestas se evidencia cierta admiración por la capacidad de los matemáticos de la época.

La segunda, es que, aunque el alumnado admira en general a los matemáticos y su historia, se produce una disminución del interés respecto a la utilidad de estos conocimientos. El 77% del alumnado está interesado en conocer aspectos de la historia de las matemáticas, pero en el reconocimiento de lo útil de este conocimiento, el porcentaje disminuye al 45%. Esto contrasta con que en la CNE3 la mayoría haya observado la utilidad del método para resolver esa ecuación polinómica.

A la pregunta acerca de si en el futuro indagarán sobre ello, solo 45% manifiesta intenciones de hacerlo (de ellos, 18% muestran interés por la historia, pero no por la necesidad de aprender los métodos). Es decir, aunque se valora la historia de las matemáticas, gran parte del alumnado no ve la utilidad práctica de ese aprendizaje. De nuevo contrastando con la CNE3 que más de 80% contestó correctamente.

La importancia de la conexión entre lo que al alumnado se le ha enseñado y su aplicación práctica es un aspecto que ya constatan Goktepe y Ozdemir (2013). Estos autores además han destacado la importancia de que el profesorado diseñe tareas aplicables y no meramente mecánicas.

A la luz de los resultados parece conveniente por parte del profesorado buscar situaciones o aspectos de la historia de las matemáticas que pudieran tener una aplicación práctica o cercana a lo que los estudiantes conocen. Sin embargo, no se puede obviar que el profesor no es un especialista, sino solo alguien interesado en la historia de las matemáticas y su potencial en la enseñanza de las matemáticas (De Vittori, 2018). Esto implica un mayor trabajo y esfuerzo por parte de los docentes para mejorar su labor.

La adecuación del contenido de la experiencia docente al currículo ha sido uno de los puntos clave de la experiencia ya que en muchas ocasiones el encontrar textos históricos que se adapten al contenido curricular no es tarea sencilla. Esto es algo que Chorlay (2022) señala: las limitaciones y también oportunidades que ofrece la adaptación al plan de estudios.

Chorlay (2022) ha indicado que en las experiencias que los profesores registraron, es claro que ellos lo veían más como un disfrute que como un intento de resaltar la "dimensión histórica". Por tal razón, consideramos que es conveniente no dejar este tipo de experiencias meramente como una manera de “entretener” o “asombrar” al alumnado sino como una manera de introducirlo verdaderamente en el conocimiento de la evolución de las matemáticas.

7. CONCLUSIONES

Con esta investigación de carácter didáctico hemos pretendido conocer las opiniones de un grupo de estudiantes sobre la historia de las matemáticas tras llevar al aula de matemáticas una experiencia basada en un método histórico de resolución de ecuaciones.

La experiencia ha permitido apreciar el interés del alumnado participante en saber más sobre la historia de las matemáticas, pero también la importancia de confeccionar prácticas y estrategias en las que el alumnado pueda apreciar la utilidad de lo que le enseñamos, que comprenda cuál es la conexión entre lo que se le enseña y lo que va a utilizar en la práctica o en contextos cercanos a ellos.

Además, en esta experiencia el alumnado ha aprendido a resolver ecuaciones que antes no podía resolver con los métodos que conocía, favoreciendo que pueda valorar el papel de métodos históricos, y preparándole para aprender métodos evolucionados de este, que seguramente tenga que afrontar en niveles educativos superiores.

Teniendo en cuenta los resultados en general positivos de la experiencia, creemos que sería interesante desarrollar una continuación de la misma conectando este método de resolución con la informática por medio de la programación del mismo como forma de automatizar la resolución de ecuaciones, o incluso con la adaptación que hicieron Newton y luego Raphson, llegando finalmente a la configuración actual, que incluye funciones y sus derivadas y que se ha utilizado incluso hasta la actualidad con el nombre de Newton-Raphson, como uno de los métodos numéricos de resolución de ecuaciones (Plaza y Gutiérrez, 2013).

REFERENCIAS

Alpaslan, M., Işıksal, M. y Haser, Ç. (2014). Pre-service Mathematics Teachers' Knowledge of History of Mathematics and Their Attitudes and Beliefs Towards Using History of Mathematics in Mathematics Education. *Science & Education, 23*(1), 159–183. https://hdl.handle.net/11511/47838

ATLAS.ti (2022). *Scientific Software Development GmbH* (Versión 9.1.3.0 Windows). [Software]. https://atlasti.com

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barbin, E. (1997). Histoire et enseignement des mathématiques: Pourquoi ? Comment ? *Bulletin AMQ, 37*(1), 20-25. https://www.amq.math.ca/ancien/archives/1997/1/1997-1-part6.pdf

Barnett, J. H., Lodder, J. y Pengelley, D. (Julio de 2012). *Projects for students of discrete mathematics via primary historical sources: Euclid on his algorithm* [Conferencia]. HPM2012: The HPM Satellite Meeting of ICME-12. Daejeon, Korea. http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/PrintableVersion_ProceedingBook1.pdf

Bruckheimer, M., Ofir, R. y Arcavi, A. (1995). The case for and against casting out nines. *For the learning of mathematics*, *15*(2), 24–35. https://www.jstor.org/stable/40248175

Chorlay, R. (2022). From the historical text to the classroom session: analysing the work of teachers-as-designers. *ZDM Mathematics Education, 54*(7), 1583–1596. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01434-7

Clark, K., Kjeldsen, T., Schorcht, S., Tzanakis, C. y Wang, X. (2016). History of mathematics in mathematics education: Recent developments. En L. Radford, F. Furinghetti, y T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (pp. 135-179). IREM de Montpellier. https://hal.science/hal-01349230/document

De Vittori, T. (2018). Analyzing the use of history in mathematics education: Issues and challenges around Balacheff's cKȼ model. *Educational Studies in Mathematics*, *99*, 125-136. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9831-6

De Vittori, T. (2022). Relevance of a history-based activity for mathematics learning. *Discover Education*, *1*(1), 1-12. https://doi.org/10.1007/s44217-022-00010-1

Delgado, J. y Butto, M. (2015). El álgebra geométrica de Euclides. Una experiencia en la enseñanza del algebra. *Revista Horizontes Peagógicos*, *17*(2), 53-64. https://horizontespedagogicos.ibero.edu.co/article/view/17205

Fauvel, J. y Barbin, E. (1990). *History In The Mathematics Classroom: the IREM papers.* Mathematical Association. https://www.biblio.com/book/history-mathematics-classroom-irem-papers-fauvel/d/1388946588
Fülöp, Z. (2020). Regula falsi in lower secondary school education II. *Teaching Mathematics and Computer Science*, *18*(2), 121–142. https://doi.org/10.5485/TMCS.2020.0512
Goktepe, S. y Ozdemir, A. S. (2013). An Example of Using History of Mathematics in Classes. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *1*(3), 125-136. https://doi.org/10.30935/scimath/9392
González-Urbaneja, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (45), 17-28. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=827112
Guillemette, D. (2023). The Exploration of Inaugural Understandings in the History of Mathematics and Its Potential for Didactic and Pedagogical Reflection. En S. Romero Sanchez, A. Serradó Bayés, P. Appelbaum, y G. Aldon (Eds.), *The Role of the History of Mathematics in the Teaching/Learning Process: A CIEAEM Sourcebook* (pp. 17-32). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29900-1_1
Jahnke, H. y Habdank-Eichelsbacher, B. (1999). Authentische Erfahrungen mit Mathematik durch historische Quellen. En C. Selter y G. Walther (Eds.), *Mathematikdidaktik als design science. Festschrift für E. Chr. Wittmann* (pp. 95–104). Klett.
Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Furinghetti, F., El Idrissi, A., Silva da Silva, C. M. y Weeks, C. (2006). The use of original sources in the mathematics classroom. En J. Fauvel y J. Van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (pp. 291–328). Kluwer 2000. https://www.researchgate.net/publication/227290192_The_use_of_original_sources_in_the_mathematics_classroom
Jankvist, U. T. (2009). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *12*(1), 67–101. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362009000100004&script=sci_abstract&tlng=pt
Jankvist, U. T. (2010). An empirical study of using history as a 'goal'. *Educational Studies in Mathematics, 74*(1), 53-74. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9227-8
Jankvist, U. T. (2013). History, applications, and philosophy in mathematics education: HAPh–A use of primary sources. *Science & Education*, *22*(3), 635-656. https://doi.org/10.1007/s11191-012-9470-8
León-Mantero, C., Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y Casas-Rosal, J. C. (2021). Utilidad de la historia de las matemáticas para profesores en formación y en ejercicio. En A. Verdú Vázquez, C. Romero García y O. Buzón García (Eds.), *Innovaciones*

metodológicas con TIC en educación (pp. 4222-4239). Dykinson. https://www.dykinson.com/cart/download/ebooks/12609/

Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C. y López-Esteban, C. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 310-319). Gijón: SEIEM. https://funes.uniandes.edu.co/formato-de-archivo/pdf/

Madrid, M. J., Maz-Machado, A., Almaraz-Menéndez, F. y León-Mantero, C. (2021). Comparison between a Modern-Day Multiplication Method and Two Historical Ones by Trainee Teachers. *Mathematics, 9*(4), 349. https://doi.org/10.3390/math9040349

Maz-Machado, A. (1999). *La historia de las matemáticas en clase: ¿Por qué? y ¿Para qué? Departamento de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. http://www.uco.es/~ma1mamaa/GIHEM/documentos/historia_matematicas_en_clase.pdf

Maz-Machado, A. (2019). Un breve balance de la investigación en historia de las matemáticas y la educación. En J. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación* (pp. 91-94). SEIEM. http://funes.uniandes.edu.co/14494/1/Maz-Machado2019Un.pdf

Maza, C. (1994). Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (17), 17-26. http://funes.uniandes.edu.co/7725/

Menezes, L. y Costa, A. M. (2023). The Value of Historical Knowledge Through Challenging Mathematical Tasks. En S. Romero Sanchez, A. Serradó Bayés, P. Appelbaum, y G. Aldon (Eds.), *The Role of the History of Mathematics in the Teaching/Learning Process: A CIEAEM Sourcebook* (pp. 33-47). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29900-1_2

Michel-Pajus, A. (Julio de 2012). Historical algorithms in the classroom and in teacher-training [Conferencia]. *HPM2012: The HPM Satellite Meeting of ICME-12*. Daejeon, Korea. http://www.hpm2012.org/Proceeding/Workshop/W3-3.pdf

Mosvold, R., Jakobsen, A. y Jankvist, U. T. (2014). How mathematical knowledge for teaching may profit from the study of history of mathematics. *Science & Education*, *23*(1), 47-60. https://doi.org/10.1007/s11191-013-9612-7

Muller, D. [Veritasium en español]. (2021, 12 de diciembre). *Cómo se Inventaron los Números Imaginarios* [Video]. YouTube. https://youtu.be/VN7nipynE0c

Nordgaard, M. (1922). *A Historical Survey of Algebraic Methods of Approximating the Roots of Numerical Higher Equations Up to the Year 1819.* Teachers college, Columbia university. https://ia800308.us.archive.org/0/items/historicalsurvey00nordrich/historicalsurvey00nordrich.pdf

Núñez, J. y Servat, J. (1988). La matemática y la Institución Libre de Enseñanza: concepciones teóricas y pedagógicas. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 11*(20), 75-96. https://www.researchgate.net/publication/28273975_La_matematica_y_la_Institucion_Libre_de_Ensenanza_concepciones_teoricas_y_pedagogicas

Panagiotou, E. N. (2011). Using History to Teach Mathematics: The Case of Logarithms. *Science & education*, *20*(1), 1–35. https://doi.org/10.1007/s11191-010-9276-5

Plaza, S. y Gutiérrez, J. (2013). *Dinámica del método de Newton.* Universidad de la Rioja.

Rashed, R. (1994). The solution of numerical aquations and Algebra: Sharaf Al-Din Al-Tusi and Viète. En R. Rashed (Ed.), *The development of Arabic mathematics: between arithmetic and algebra* (pp. 147-204). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3274-1_4

Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato. *BOE, 82, de 6 de abril de 2022*. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Horsori.

Ruiz-Catalán, J., Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. (2024). El Método General de Resolución de Ecuaciones en la Arithmetica Universal de José Zaragoza (1669). *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 38*, e230084. https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230084

Sánchez, S. R. (2023). An Historic Approach to Modelling: Enriching High School Student's Capacities. En S. Romero Sanchez, A. Serradó Bayés, P. Appelbaum, y G. Aldon (Eds.), *The Role of the History of Mathematics in the Teaching/Learning Process: A CIEAEM Sourcebook* (pp. 49-77). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29900-1_3

Santillán, A. (2011). Aportes para la construcción de una historia de la matemática: Experiencia en el profesorado de matemática en la Universidad Nacional del Chaco Austral, Argentina. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *4*(1). 40-54. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274019440003

Van Maanen, J. (1997). New maths may profit from old methods. *For the learning of mathematics, 17*(2), 39–46. https://www.jstor.org/stable/40248239

Viète, F. (1600). *De numerosa potestatum ad exegesim resolutione. Ex opere restitutae mathematicae analyseos, seu, Algebra novâ Francisci Vietae.* Excudebat David Le Clerc.

Yanjun, H. y Ping, C. (2016). The application of HPM video clips in mathematical teaching in middle school: Teaching the application of linear equation with one unknown. En L. Radford, F. Furinguetti y T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History* *and Pedagogy of Mathematics* (pp. 403–413). IREM de Montpellier. https://hal.science/hal-01349270/

Zaragoza, J. (1669). *Arithmetica Universal, que comprehende el arte menor, y maior, algebra vulgar, y especiosa.* Geronimo Vilagrasa. https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=405863

Autor de correspondencia:
Jacinto Ruiz Catalán
Dirección: Avda. Padre Villoslada 39
14850 Baena (Córdoba) - España
jacinruiz@hotmail.com