

# Caracterización de problemas aditivos de enunciado verbal: una mirada desde su estructura y dependencia semántica

Characterization of additive problems of verbal utterance: a look from its structure and semantic dependence

Glenda Fino-Miranda,<sup>1</sup> Catalina Navarro Sandoval,<sup>2</sup>  
Lizzet Morales-García<sup>3</sup>

**Resumen:** El objetivo de esta investigación fue caracterizar las estructuras semánticas utilizadas por profesores e investigadores de matemáticas en formación, al proponer Problemas Aditivos de Enunciado Verbal (PAEV) para ello se diseñó e implementó un taller donde se abordaron las 20 categorías de las estructuras semánticas de cambio, combinación, comparación e igualación. Posteriormente, se analizaron 77 PAEV propuestos por los participantes, considerando su estructura y dependencia semántica. Los resultados mostraron que los participantes no presentaron dificultades al proponer PAEV respecto de las estructuras de combinación y comparación, sucediendo lo contrario respecto de las estructuras de cambio e igualación. Por otro lado, con el análisis de la dependencia semántica, se observó que un enunciado presenta coherencia, estando presentes el argumento, el agente y el verbo, por lo que no es necesario que aparezcan los siete términos. De manera general, es importante que tanto

---

**Fecha de recepción:** 3 de julio de 2023. **Fecha de aceptación:** 30 de mayo de 2024.

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas, Centro de Investigación en Matemática Educativa, 11128355@uagro.mx, <http://orcid.org/0009-0005-9226-5528>.

<sup>2</sup> Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas, Centro de Investigación en Matemática Educativa, catalinans@uagro.mx, <http://orcid.org/0000-0001-5214-0062>.

<sup>3</sup> Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, lizzet.morales@correo.buap.mx, <http://orcid.org/0000-0002-2295-2278>.

profesores como investigadores en formación conozcan y logren proponer PAEV de acuerdo a cada categoría y dependencia semántica, además, que sean desafiantes para los estudiantes.

**Palabras clave:** *Estructuras semánticas, problemas aditivos, dependencia semántica, formación de profesores.*

**Abstract:** The objective of this research was to characterize the semantic structures used by mathematics teachers and researchers in training, by proposing Additive Verbal Statement Problems (PAEV) for this purpose, a workshop was designed and implemented where the 20 categories of semantic structures of change were addressed, combination, comparison and equalization. Subsequently, 77 PAEV proposed by the participants were analyzed, considering their structure and semantic dependency. The results showed that the participants did not present difficulties when proposing PAEV with respect to the combination and comparison structures, the opposite happening with respect to the change and equalization structures. On the other hand, with the analysis of semantic dependency, it was observed that a statement presents coherence, with the argument, the agent and the verb being present, so it is not necessary for the seven terms to appear. In general, it is important that both teachers and researchers in training know and manage to propose PAEV according to each category and semantic dependency, in addition to being challenging for students.

**Keywords:** *Semantic structures, additive problems, semantic dependency, teacher training.*

## INTRODUCCIÓN

En la literatura existen diversas investigaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de problemas aditivos y multiplicativos (Barajas-Caballero y Niño-Bernal, 2021; Duque de Blas *et al.*, 2021; Kaufmann 2018; Rojas y Sotelo, 2022). Particularmente, sobre problemas aditivos se han reportado dificultades en su aprendizaje (Duque de Blas *et al.* 2021; Fernández y Llinares, 2010; Ivars y Fernández, 2016; Kaufmann, 2018; Rojas y Sotelo, 2022), estrategias de enseñanza

(Barajas-Caballero y Niño-Bernal, 2021; Díaz-Hernández y Ruiz-Ortega, 2019; Ramírez y de Castro, 2016; Reséndiz *et al.*, 2017; Rodríguez *et al.*, 2008; Vilca *et al.*, 2021); así como en el análisis de libros de texto (Arnal-Palacián *et al.*, 2023; Pool, 2018; Rodríguez-Nieto *et al.*, 2019; Vicente *et al.*, 2022), y la construcción de problemas aditivos de enunciado verbal (Castro *et al.*, 2014; Espinoza *et al.*, 2016; Mateus-Nieves y Devia, 2021; Montes *et al.*, 2022; Prieto y Valls, 2010).

Para el caso de la construcción de problemas aditivos de enunciado verbal, las investigaciones que involucran a profesores en servicio o en formación de Educación Primaria son menos reportadas en la literatura (e.g., Castro *et al.*, 2014; Montes *et al.*, 2022; Prieto y Valls, 2010, Rodríguez-Nieto *et al.*, 2023). En Castro *et al.* (2014) presentaron un estudio con futuros maestros de matemáticas acerca de qué piensan sobre el uso de indicios verbales en el planteamiento de problemas aritméticos de enunciado verbal aditivos de una etapa, y cuál es el uso que hacen de ellos en la formulación de este tipo de problemas. Los resultados mostraron que en su mayoría, los futuros maestros plantearon problemas que no requieren una comprensión profunda del enunciado y están contruidos esencialmente con base en el uso de indicios verbales; con ello argumentaron la importancia de incluir en la formación de maestros la construcción de este tipo de problemas, para ofrecer elementos que permitan plantear en su futura práctica docente problemas que fomenten la capacidad de sus alumnos para interpretar situaciones y resolverlas a partir de una profunda comprensión de su planteamiento.

Por otra parte, en Montes *et al.* (2022) se centraron en la caracterización de problemas multiplicativos de números enteros planteados por futuros profesores españoles de Educación Primaria. Los resultados mostraron que proponen problemas de estructuras basadas en isomorfismos de medida y de relación escalar, a la vez que experimentaron dificultades para formular el requerimiento del problema de tal manera que la solución conserve su naturaleza negativa de forma explícita. Estos resultados tienen potenciales implicaciones en la formación de maestros, las que se deberían fomentar, desde las propuestas curriculares, para que los futuros maestros tengan la capacidad de plantear problemas matemáticos.

Prieto y Valls (2010) caracterizaron los distintos usos que hace un grupo de profesores en formación para Educación Primaria de la información teórica de una colección de Problemas Aritméticos Elementales (PAE) de estructura aditiva de una etapa. En particular, se identificó la dificultad para establecer relaciones entre los tipos de problemas, los niveles de dificultad y las estrategias usadas por los niños. Estos autores señalaron la importancia de los estudios sobre el análisis de los PAE con el fin de

impactar de forma positiva en propuestas de enseñanza con base en sus contextos en la formación de profesores.

Rodríguez-Nieto *et al.* (2023) analizaron los problemas aditivos de enunciado verbal creados por un grupo de profesores de Educación Primaria en México. Los resultados mostraron que, la mayoría de los profesores crean problemas con estructuras de cambio con incógnita en la cantidad final, y problemas de combinación con la cantidad desconocida en el todo. Los profesores propusieron pocos problemas de las estructuras semánticas de comparación e igualación que son las más desafiantes, pero se evidenciaron problemas con estructuras semánticas compuestas. Estos autores señalan la importancia de seguir trabajando en esta línea de investigación para favorecer a la formación de profesores de matemáticas en servicio, así como en el aprendizaje de los estudiantes.

En general, se considera que la importancia de atender esta problemática es que el profesor en formación pueda adquirir conocimientos que fortalezcan la comprensión de los PAEV y con ello mejorar su práctica docente. Por tal motivo esta investigación tiene como objetivo caracterizar las estructuras semánticas utilizadas por profesores e investigadores de matemáticas en formación al proponer problemas aditivos de enunciado verbal.

## MARCO CONCEPTUAL

Para esta investigación un problema se considera como una situación que presenta cierto grado de dificultad, que contiene implícitamente condiciones y exigencias que un individuo debe identificar para emprender un camino adecuado de resolución (Santos, 2007). En ese sentido, los *problemas aditivos* (aditivo-sustractivos) se caracterizan por requerir en su resolución una o varias adiciones y/o sustracciones (Echenique, 2006; Vergnaud, 1991) y de acuerdo con Cañadas y Castro (2011), se pueden clasificar considerando el número de operaciones que se deben emplear para resolver el problema; identificándose problemas de una, dos o más etapas. Por otra parte, estos problemas se pueden presentar de forma verbal, numérica y gráfica. En particular interesa la forma verbal, la cual de acuerdo con Bonilla *et al.* (1999) es aquella que contiene en su enunciado palabras que describen situaciones que tienen implícitas relaciones entre cantidades propuestas y se pueden resolver mediante una expresión aritmética.

Los problemas aditivos se clasifican desde su estructura semántica, es decir, las relaciones entre los elementos que aparecen en el enunciado de la situación problema

(Castro *et al.*, 2014a; Orrantia, 2003; Orrantia *et al.*, 2005; Reuwsaat *et al.*, 2013; Van Dijk y Kintsch, 1983). En línea con lo anterior, Heller y Greeno (1978) clasifican los problemas aditivos con base en tres estructuras semánticas: cambio, combinación y comparación. Posteriormente, se propone la estructura de igualación (Carpenter y Moser, 1981; Carpenter *et al.*, 1983; Nesher, 1982) estableciendo con ello un total de cuatro estructuras semánticas asociadas a los PAEV (tabla 1).

**Tabla 1.** Estructura semántica de problemas aditivos de enunciado verbal

Estructura semántica	Tipo	Lugar de la incógnita
Cambio	Aumento	Cantidad inicial (IC)
		Transformación (IT)
	Disminución	Cantidad final (IF)
		Cantidad inicial (IC)
Combinación	Relación parte-todo	Transformación (IT)
		Cantidad final (IF)
		Parte todo (ITD)
Comparación	Aumento	En una de las partes que conforman el todo (IP)
		Referente (IR)
		Diferencia (ID)
	Disminución	Comparado (ICP)
		Referente (IR)
		Diferencia (ID)
Igualación	Aumento	Comparado (ICP)
		Igualación (IG)
		Referente (IR)
	Disminución	Comparado (ICP)
		Igualación (IG)
		Referente (IR)

En la *estructura semántica de cambio* se distinguen tres elementos diferentes en el enunciado, una cantidad inicial (I), una transformación (T) y una cantidad final (F). De acuerdo con la operación involucrada en el problema, se distinguen dos tipos: cambio aumento, si el problema contiene una suma, y cambio disminución, si contiene una resta. En ambos casos la cantidad desconocida (?) puede ser la cantidad inicial, la transformación o la cantidad final, por tanto, hay seis categorías de cambio (Cañadas y Castro, 2011).

Por otra parte, la *estructura de combinación* considera dos cantidades (A y B) que forman parte de un todo que las incluye en su totalidad. La cantidad desconocida puede ser el conjunto o cantidad total o uno de los subconjuntos, por tanto, solo hay dos categorías de combinación (Cañadas y Castro, 2011).

Mientras que en la *estructura de comparación* se parte de dos cantidades independientes que se relacionan mediante la comparación. En este tipo de problemas, la relación de comparación está dada por palabras que están presentes en el enunciado del problema, por ejemplo, “más que” y “menos que” (Cañadas y Castro, 2011; Castro *et al.*, 1995; Orrantía *et al.*, 2005; Riley *et al.*, 1983). Según Segovia y Rico (2011), “en la comparación de cantidades, una de ellas actúa de referente y otra de comparado o referido. El resultado de la comparación de las dos cantidades es la cantidad diferencia” (p. 87). En la estructura de comparación hay seis categorías, tres de aumento y tres de disminución.

Finalmente, la *estructura de igualación* restringe lo desconocido a la diferencia entre: cantidad dada y la cantidad deseada. Estos problemas en el enunciado exponen una acción física necesaria para que una cantidad sea igual a otra, por tanto, hay seis categorías de igualación (Cañadas y Castro, 2011).

## METODOLOGÍA

Dado que el interés del estudio fue caracterizar las estructuras semánticas utilizadas por profesores e investigadores de matemáticas en formación al proponer problemas aditivos de enunciado verbal, se optó por un enfoque de investigación de tipo cualitativo de nivel descriptivo, el cual está orientado hacia la comprensión e interpretación de situaciones o fenómenos sociales y educativos. Cuyo propósito es descubrir un conjunto de conocimientos organizados, percepciones y significados derivados del objeto estudiado (Deslauriers, 2004; Hernández *et al.*, 2014; Sandín, 2003; Strauss y Corbin, 2002). En la investigación se consideraron tres fases: 1) diseño e implementación de un taller; 2) análisis de datos y 3) organización de resultados.

## CONTEXTO Y PARTICIPANTES

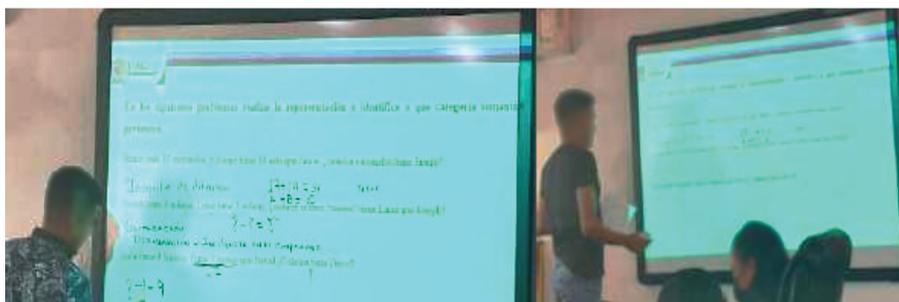
En la investigación participaron cuatro profesores e investigadores en formación, quienes eran estudiantes de diferentes programas educativos de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), México. A continuación, en la tabla 2 se presentan los datos de cada participante.

**Tabla 2.** Datos de los participantes

Código de identificación	Edad	Programa Educativo	Semestre
IF-1	27	Maestría en Ciencias Área: Matemática Educativa	II
IF-2	24	Maestría en Ciencias Área: Matemática Educativa	I
PMF-1	25	Licenciatura en Matemáticas	VII
PMF-2	21	Licenciatura en Matemáticas	VII

## DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL TALLER

La recolección de datos fue mediante la aplicación de un taller denominado *Explorando estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal*, el cual se llevó a cabo de manera presencial en la Facultad de Matemáticas de la UAGro (figura 1), y fue desarrollado en tres sesiones, con duración de dos horas cada una aproximadamente. En la tabla 3, se describe el objetivo de cada sesión.



**Figura 1.** Sesiones del taller.

**Tabla 3.** Objetivos de las sesiones

Sesión	Objetivo
1	Analizar los conocimientos previos de los profesores e investigadores en formación sobre las estructuras semánticas.
2	Explicar en qué consisten las estructuras semánticas de cambio y combinación, con base en las seis y dos categorías, respectivamente.
3	Explicar en qué consisten las estructuras semánticas de comparación e igualación, con base en las seis categorías de cada una.

A continuación, se especifican las actividades realizadas en cada sesión.

- Sesión 1. A cada participante se le proporcionó un cuestionario de diagnóstico con el propósito de identificar el conocimiento previo de los mismos, sobre las estructuras semánticas, dicho cuestionario se organizó en dos partes. La primera incluía cuatro preguntas abiertas con el objetivo de saber qué conoce el profesor e investigador en formación sobre las estructuras semánticas y en la segunda se propusieron cuatro PAEV con el objetivo de que identificaran la estructura semántica asociada a cada uno.
- Sesión 2. Se explicó en qué consistía la estructura semántica de cambio y sus seis categorías, en seguida se les propusieron problemas retomados de algunas investigaciones (e.g., Rodríguez-Nieto, 2018), con la finalidad de que logran identificar la categoría semántica que estaba involucrada. Finalmente, se pidió que propusieran un PAEV para cada categoría, es decir, cada profesor propuso seis PAEV de esta estructura. Para la estructura semántica de combinación se procedió de la misma forma.
- Sesión 3. Se explicó la estructura semántica de comparación y sus seis categorías, en seguida se les plantearon problemas retomados de Rodríguez-Nieto (2019) y Castro *et al.* (2014), con la finalidad de que logran identificar la categoría semántica que estaba involucrada. Finalmente, se pidió que propusieran un PAEV para cada categoría, es decir, cada participante propuso seis PAEV de esta estructura. Para la estructura semántica de igualación se procedió de la misma forma. Asimismo, en esta última sesión se realizó una discusión sobre las características que permiten diferenciar cada estructura y sus categorías.

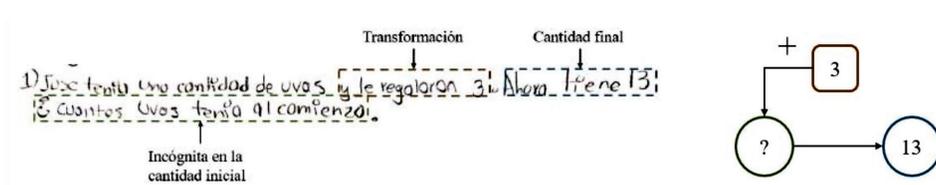
Es importante resaltar que en esta investigación se analizaron los PAEV propuestos por los profesores e investigadores durante las sesiones 2 y 3. A continuación, en la tabla 4, se presenta el número de PAEV propuestos en cada estructura.

**Tabla 4.** Número de PAEV propuestos por cada participante en cada estructura semántica

Estructura semántica	PMF-1	PMF-2	IF-1	IF-2	Total
Cambio	6	6	6	6	24
Combinación	2	2	2	2	8
Comparación	6	3	6	6	21
Igualación	6	6	6	6	24
Total	20	17	20	20	77

### 3.3 ANÁLISIS DE DATOS

Durante el taller los profesores e investigadores propusieron 24 PAEV de cambio, 8 de combinación, 21 de comparación y 24 de igualación, es decir, un total de 77. El análisis de cada enunciado se realizó considerando su estructura y dependencia semántica. En ese sentido, en primer momento, el análisis se realizó por estructura y categoría semántica con el objetivo de dar evidencia si el enunciado se correspondía con la categoría semántica establecida en cada PAEV. En consecuencia, se tomó en cuenta la redacción de cada uno, con la intención de identificar los elementos que los caracterizan, para ello se utilizó el esquema asociado a cada estructura (Rodríguez-Nieto *et al.*, 2019). A continuación, en la figura 2 se muestra como ejemplo el análisis de un enunciado de la estructura semántica de cambio aumento.



**Figura 2.** Análisis de un PAEV de cambio aumento con incógnita en la cantidad inicial y el esquema asociado.

Por otra parte, en el análisis se informó sobre la *dependencia semántica* existente en el enunciado, considerando siete tipos de palabras o términos, útiles para identificar por fragmentos las relaciones presentes en el problema (Nesher, 1982; Puig y Cerdán, 1988). Con lo anterior, se identificó en cada enunciado los elementos que dieran información de la dependencia semántica. Con el objetivo de dar a conocer si estos elementos eran suficientes o no para que un PAEV sea asociado a la categoría de cada estructura semántica. Con base en los trabajos de Nesher (1982); Puig y Cerdán (1988) a continuación se describe cada elemento, en función del enunciado presentado en la figura 2.

- Argumentos: dependencia semántica entre los argumentos cuantificados numéricamente que aparecen en las proposiciones que subyacen al enunciado del problema. Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al comienzo?
- Adjetivos: dependencia semántica debida a adjetivos que califican los argumentos cuantificados (grande y pequeño califican los argumentos en el problema). Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al comienzo? No presenta adjetivo.
- Agentes: dependencia semántica debida a los agentes a los que se hace referencia en el enunciado. Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al comienzo?
- Localización: dependencia semántica debida a la relación espacial entre objetos (eg, cama, estantería y habitación). Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al comienzo? No presenta localización.
- Tiempo: dependencia semántica debido a la relación temporal entre los acontecimientos a los que hace referencia el enunciado. Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al *comienzo*?
- Verbos: dependencia semántica que se expresa mediante los verbos que aparecen en el enunciado. Ejemplo: José *tenía* una cantidad de uvas y le *regalaron* 3. Ahora *tiene* 13, ¿cuántas uvas *tenía* al comienzo?
- Términos relacionales: dependencia semántica debida a términos relacionales que afectan a dos argumentos cuantificados dados. Ejemplo: José tenía una cantidad de uvas y le regalaron 3. Ahora tiene 13, ¿cuántas uvas tenía al comienzo? No presenta términos relacionales.

## RESULTADOS

En la tabla 5 se muestran de manera general los resultados de los participantes, en los que se evidencia que dos de ellos tuvieron dificultades para proponer PAEV relacionados con la estructura semántica de cambio, específicamente, IF-1 presentó dificultad al redactar PAEV en las tres categorías de aumento principalmente (IC, IT, IF).

**Tabla 5.** Total de PAEV de la estructura de cambio

Participantes	Cambio						Total de PAEV acorde a la categoría	Total de PAEV no acorde a la categoría
	Aumento			Disminución				
	IC	IT	IF	IC	IT	IF		
PMF-1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
PMF-2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
IF-1	X	X		X	✓	✓	3	3
IF-2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
Total							21	3

En la figura 3 se presentan dos enunciados de PAEV de la categoría cambio aumento con incógnita en la cantidad final y cambio disminución con incógnita en la cantidad inicial. En ambos casos, se reconocieron los elementos que caracterizan al PAEV de cada categoría, como es la cantidad inicial y/o la transformación, por esta razón ambos enunciados presentan coherencia en la redacción. Además, en cada caso el problema se resuelve mediante una única operación, es decir, es un PAEV de una etapa. En general los 21 PAEV fueron redactados acorde con cada categoría dado que en ellos se logró identificar una cantidad inicial, una transformación y una cantidad final, además presentan la característica de resolverse mediante una única operación.

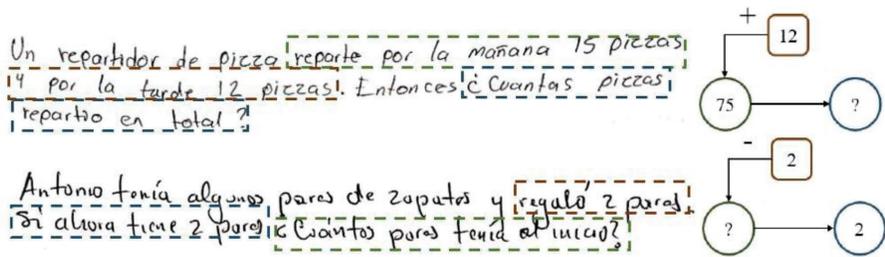


Figura 3. PAEV redactados acorde a la categoría.

Con el análisis de la dependencia semántica de los 21 enunciados de los PAEV, se encontró que los elementos que aparecen son argumento, agente, tiempo y verbo. En la figura 4, se presentan los términos encontrados en cada caso y se indica entre paréntesis el número de veces que se repitieron en los enunciados. Con ello se encontró que los términos más variados están en el argumento y el verbo, mientras que los menos diversos son de agente y tiempo. Por otro lado, no se identificaron términos en los elementos de adjetivo, localización y términos relacionales. Con lo anterior, en la redacción de los PAEV de esta estructura se observa que no necesariamente deben estar presentes todos los elementos, algunos de ellos pueden ser omitidos siempre y cuando el enunciado presente coherencia en la redacción y se corresponda con las categorías de la estructura de cambio.

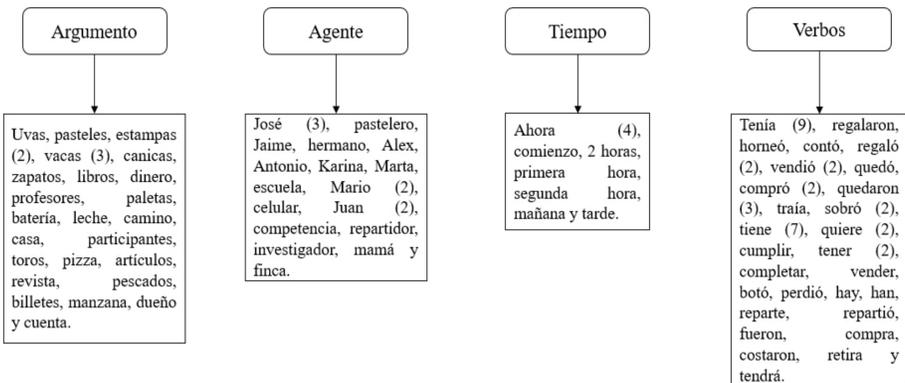


Figura 4. Elementos de la dependencia semántica en los 21 PAEV de la estructura de cambio.

En la figura 5 se presentan evidencias de las dificultades identificadas en los enunciados de los tres PAEV propuestos por IF-1, que no estuvieron acorde con la estructura de cambio. En el primer caso, se identificó que la pregunta planteada no concuerda con la categoría correspondiente, en el segundo caso, el enunciado no hace referencia a que la incógnita se ubique en la transformación y, en el tercer caso, no se identificaron elementos de cantidad inicial, transformación y cantidad final.

Luis tenía algunos pesos colombianos en la cuenta de banco, Su madre le transfirió \$ 50, Ahora tiene \$ 150, ¿Cuánto tiene ahora?

Observación. La pregunta planteada en este enunciado no es la adecuada dado que debiera preguntarse ¿Cuánto tenía en un inicio? para que concuerde con la categoría indicada.

Alvarez tiene 7 playeras del America y quiere comprar otra, ¿Cuánto le falta para tener 10 playeras?

Observación. Este PAEV muestra dificultades en la redacción, “y quiere comprar otra” da a entender que quiere comprar una playera más, entonces la situación planteada no se corresponde con “¿cuánto le falta para tener 10 playeras?”

Marcos un edificio de \$ 98 y terreno de \$ 12, ¿Cuánto dinero gastó?

Observación. El enunciado no tiene elementos que permitan identificar una cantidad inicial, una transformación y una cantidad final, por tal motivo el PAEV no corresponde a la categoría.

Figura 5. Dificultades en los PAEV de cambio.

En cuanto a la estructura de combinación, en la tabla 6 se muestran los resultados de los participantes, que lograron proponer todos los PAEV de las dos categorías de esta estructura semántica, todos estuvieron acordes con las categorías.

**Tabla 6.** Total de PAEV de la estructura de combinación

Participantes	Combinación		Total de PAEV acorde a la categoría	Total de PAEV no acorde a la categoría
	ITD	IP		
PMF-1	✓	✓	2	0
PMF-2	✓	✓	2	0
IF-1	✓	✓	2	0
IF-2	✓	✓	2	0
Total			8	0

En la figura 6 se presentan dos enunciados de los PAEV propuestos para la categoría combinación con incógnita en el todo y con incógnita en B. En ambos casos existe coherencia en la redacción, dado que se identificaron los elementos que caracterizan al PAEV de cada categoría. En general los ocho PAEV fueron redactados acorde con cada categoría, pues se identificó la incógnita en el todo o en una de sus partes. Por otro lado, en las producciones no se identificaron PAEV en los que la incógnita estuviera en A, además, igual que en la estructura anterior todos son PAEV de una etapa.

José tiene 5 paletos de coco y 8 paletos de fresa.  
 ¿Cuántos paletos tiene en total?  
 5      8      = ?

Mi padre y mi madre tienen 3 hijos en total. Si 3 hijos son hombres, ¿cuántas mujeres son?  
 3      ?      = 7

**Figura 6.** PAEV redactados acorde a la categoría.

Con el análisis de la dependencia semántica en los ocho enunciados de los PAEV, se encontró que los elementos que aparecieron son argumento, adjetivo, agente, localización y verbo (figura 7). Los términos más diversos son los de argumento, adjetivo y agente, mientras que los menos diversos son de localización y verbo, por otro lado, no se ubicaron elementos relacionados con tiempo y términos relacionales. Con lo anterior, en la redacción de los PAEV de esta

estructura se observó que no necesariamente deben estar presentes todos los elementos, algunos de ellos pueden ser omitidos siempre y cuando el enunciado presente coherencia en la redacción y se corresponda con las categorías de la estructura de combinación.



Figura 7. Elementos de la dependencia semántica presentes en los ocho PAEV de la estructura de combinación.

Respecto de la estructura de comparación, en la tabla 7 se presentan los resultados de los participantes, en los que se evidencia que PMF-2 no presentó completamente la propuesta de PAEV relacionados con esta estructura semántica, puesto que no realizó tres PAEV correspondientes a las últimas tres categorías (comparación aumento con incógnita en el comparado; comparación disminución con incógnita en la diferencia, y comparación disminución con incógnita en el comparado).

Tabla 7. Total de PAEV de la estructura de comparación

Participantes	Comparación						Total de PAEV acorde a la categoría	Total de PAEV no acorde a la categoría
	Aumento			Disminución				
	IR	ID	ICP	IR	ID	ICP		
PMF-1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
PMF-2	✓	✓		✓			3	0
IF-1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
IF-2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
Total							21	0

En la figura 8 se presentan los enunciados de los PAEV de la estructura de comparación, estos estuvieron acorde con la categoría, es decir, se logró identificar el referente, la diferencia y el comparado. En general, los 21 PAEV son de una etapa y presentan coherencia en la redacción. Además, los enunciados presentan términos como *más que* y *menos que*, siendo estas características específicas para este tipo de problemas.

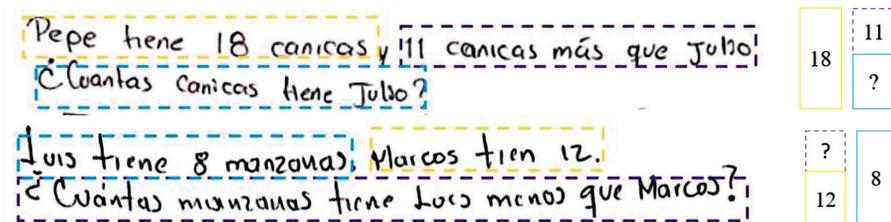


Figura 8. PAEV acorde a la categoría de la estructura de comparación.

Con el análisis de los 21 enunciados de los PAEV se encontró que los elementos que aparecen son, argumento, adjetivo, agente, verbos y términos relacionales. Mientras que, los que no aparecen son localización y tiempo. Por otro lado, los términos más diversos están en agente y argumento; y los menos diversos en verbo, adjetivo y términos relacionales. En este último los términos *más que* y *menos que* aparecen en todos los enunciados. Ver figura 9.

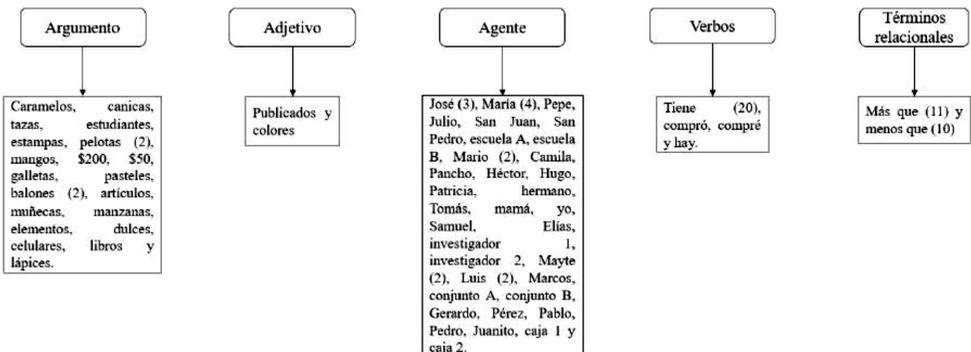


Figura 9. Elementos de la dependencia semántica de los 21 PAEV de la estructura de comparación.

Por último, en el caso de la estructura semántica de igualación en la tabla 8 se muestran los resultados de los participantes, en los que se evidencia que tres de ellos presentaron dificultades para proponer PAEV, específicamente, PMF-2 mostró dificultad en dos PAEV en las categorías de aumento principalmente (igualación aumento con incógnita en el comparado e igualación aumento con incógnita en el referente). Mientras que, IF-1 presentó dificultad en la categoría de igualación disminución con incógnita en el comparado y por su parte IF-2 en la categoría de igualación disminución con incógnita en el referente.

**Tabla 8.** Total de PAEV de la estructura de igualación

Participantes	Igualación						Total de PAEV acorde a la categoría	Total de PAEV no acorde a la categoría
	Aumento			Disminución				
	ICP	IG	IR	ICP	IG	IR		
PMF-1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6	0
PMF-2	x	✓	x	✓	✓	✓	4	2
IF-1	✓	✓	✓	x	✓	✓	5	1
IF-2	✓	✓	✓	✓	✓	x	5	1
Total							20	4

En la figura 10 se presentan dos enunciados de PAEV correspondientes a la estructura de igualación, acorde con las categorías, dado que, contienen los elementos de comparado, igualación y referente. En general los 20 PAEV propuestos son de una etapa y presentan coherencia en la redacción. Además, contienen términos relacionales específicos para este tipo de problemas. Por ejemplo: *tantos como*, *igual a* y *las mismas*, términos que dan información sobre la estructura.

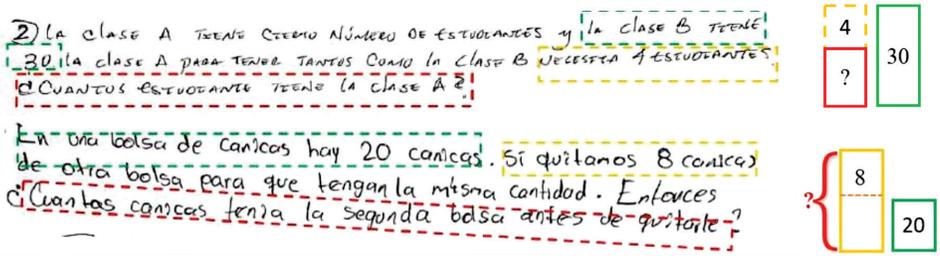


Figura 10. PAEV acorde con las categorías de la estructura de igualación.

De los 20 enunciados de los PAEV analizados respecto de esta estructura semántica al menos en uno se identificó el uso de los siete elementos de la dependencia semántica, de modo que los términos con más variedad son agente, argumento y verbos; y con menos variedad términos relacionales, adjetivo, localización y tiempo. En el caso particular de términos relacionales, estos aparecen en todos los enunciados, debido a la estructura semántica, pues es necesario incluirlos para asociarlos con la misma (figura 11).

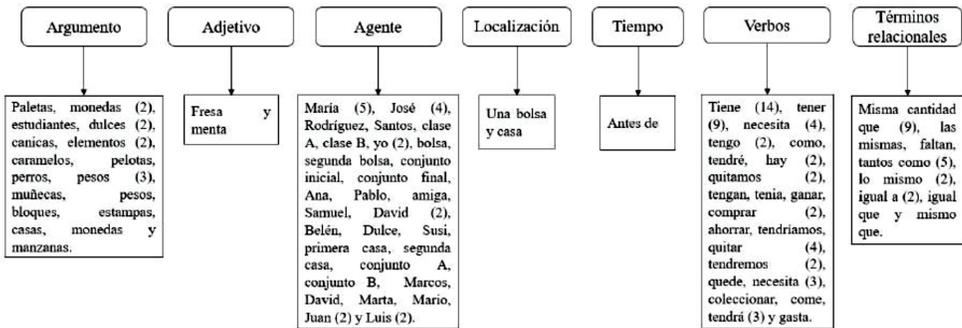


Figura 11. Elementos de la dependencia semántica de los 20 PAEV correspondientes a la estructura de igualación

Por otra parte en la figura 12 se presentan evidencias de las dificultades identificadas en los cuatro PAEV que no estuvieron acordes con la estructura semántica correspondiente, en el primer enunciado la pregunta planteada para resolver el problema no se ajusta con la categoría de igualación aumento con incógnita en el comparado, el segundo y tercero no presentan elementos

suficientes de la estructura, ni coherencia en la redacción. Finalmente, el último enunciado no se corresponde con la categoría indicada.

• Sonia vende tortas, hoy vendió 10 tortas y su hermana vendió 7 tortas. ¿Cuántas tortas tiene que vender la hermana de Sonia para que vendan las mismas? ¡Para que tengan vendan las mismas?!

Observación. La pregunta planteada en este PAEV no es adecuada dado que se pregunta ¿Cuántas tortas tiene que vender la hermana de Sonia para que vendan las mismas? y debiera preguntarse ¿Cuántas tortas más tiene que vender la hermana de Sonia para que hayan vendido la misma cantidad? para que concuerde con la categoría indicada.

Un wadio mágico tiene 24 piezas. Si retiramos 13 números pares, quedaría igual número de pares e impares. ¿Cuántos números pares hay en el wadio mágico?

• Mi mamá compró 10 piezas de pollo y necesita 3 más para que alcance para toda la familia. Entonces ¿Cuántas piezas son para la familia?

Observación. La redacción de ambos PAEV no es coherente, puesto que, no es posible relacionarlos con la categoría semántica, y no se identifican los elementos; comparado, igualación y referente.

3) Juan tiene 9 caramelos y su hermano Pedro desea tener tantos como su hermano. Si Jara tener la misma cantidad de caramelos Pedro necesita 3. ¿Cuántos caramelos tiene Pedro?

Observación. Este PAEV no corresponde con la categoría semántica igualación disminución con incógnita en la igualación sino a la categoría igualación aumento con incógnita en el comparado.

Figura 12. Dificultades en los PAEV de igualación.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta investigación tuvo por objetivo caracterizar las estructuras semánticas utilizadas por profesores e investigadores de matemáticas en formación al proponer problemas aditivos de enunciado verbal, para ello se analizaron 77 PAEV considerando la estructura y dependencia semántica.

En el caso de los 77 PAEV analizados se encontraron dificultades en siete; tres asociados a la estructura de cambio y cuatro a la de igualación. En el caso de los primeros tres PAEV: el primero, correspondiente a la categoría de cambio aumento con incógnita en la cantidad inicial, la pregunta para identificar dicha incógnita no es la adecuada (¿cuánto tiene ahora? / ¿cuánto tenía en un inicio?), dado que el *verbo* y *tiempo* (elementos de la dependencia semántica) no están en concordancia con el enunciado. En el segundo PAEV correspondiente a la categoría de cambio aumento con incógnita en la transformación, en la parte del enunciado no fue posible reconocer a la incógnita como tal. Finalmente, el tercer PAEV de cambio aumento con incógnita en la cantidad final, no presentó los elementos suficientes para asociarlo con dicha categoría, es decir, no se identificaron la cantidad inicial, la transformación y la cantidad final.

En cuanto a los cuatro PAEV asociados a la estructura de igualación, el primer PAEV relacionado con la categoría de igualación aumento con incógnita en el comparado no presentó indicios verbales (Castro *et al.*, 2014), además en el enunciado se hace uso incorrecto del término relacional para la igualación de cantidades (¿cuántas tortas tiene que vender la hermana de Sonia para que vendan las mismas? / ¿cuántas tortas más tiene que vender la hermana de Sonia para que hayan vendido la misma cantidad?). El segundo y tercer PAEV, no presentaron los elementos suficientes de la estructura semántica para asociarlos con las categorías correspondientes. Por último, el cuarto PAEV propuesto correspondía a una categoría diferente a la indicada. En general, las dificultades estuvieron asociadas a la estructura semántica de cada categoría y a ciertos elementos de la dependencia semántica.

De los 70 PAEV propuestos adecuadamente, 21 correspondieron a la estructura semántica de cambio, debido a que cada enunciado presentó los elementos de una cantidad inicial, una transformación y una cantidad final, donde la incógnita podría estar en cualquiera de estos. Sobre la dependencia semántica se encontró que en los enunciados se utilizaron términos asociados a argumento, agente, tiempo y verbos, este último dio evidencia

de los indicios verbales en cada enunciado. Por ejemplo: gastar, comprar, quedar, son verbos que orientan la operación involucrada en el PAEV. Como se puede notar para que un enunciado tenga coherencia en esta estructura, no fue necesario que aparecieran los siete elementos de la dependencia semántica, fue suficiente con el argumento, agente, tiempo y verbos.

Para la estructura semántica de combinación, los ocho enunciados de los PAEV estuvieron acordes con la categoría, en este caso se identificó la cantidad total o bien una de las partes que conforman el todo, donde la incógnita estuvo en B, por otro lado, se identificaron elementos de la dependencia semántica tales como argumento, adjetivo, agente, localización y verbos. Con esto, se observó en los enunciados coherencia, es decir, no fue necesario utilizar los siete elementos de la dependencia semántica.

En la estructura semántica de comparación, se propusieron un total de 21 PAEV, los cuales estuvieron redactados acordes con cada una de las categorías, donde los elementos de referente, diferencia y comparado aparecieron en los enunciados. Sobre la dependencia semántica se encontraron elementos asociados con argumento, adjetivo, agente, verbos y términos relacionales, donde este último mostró los indicios verbales para esta estructura en cada uno de los enunciados. Lo anterior debido a que es un elemento importante para esta (Cañadas y Castro, 2011; Castro *et al.*, 1995; Orrantía *et al.*, 2005; Riley *et al.*, 1983). En este caso se observó que los enunciados presentaron coherencia, aunque no aparecieron los elementos de tiempo y localización.

Finalmente, en la estructura semántica de igualación se presentó una propuesta de 20 PAEV redactados acordes con las categorías, en los que se identificaron el comparado, la igualación y el referente, así como los elementos que indican dependencia semántica, argumento, adjetivo, agente, localización, tiempo, verbos y términos relacionales. Para este caso, el elemento que indicó indicios verbales fueron los verbos de cada enunciado.

En investigaciones previas (Espinoza *et al.*, 2016; Mateus-Nieves y Devia, 2021), se evidenciaron dificultades, para formular y resolver problemas aritméticos de enunciado verbal, dichas dificultades se relacionaron con la longitud del enunciado, el orden de presentación de los datos, la situación de la pregunta y el tamaño de los números utilizados, elementos que afectaron las estructuras semánticas, la dependencia semántica y la matemática de los PAEV. En esta investigación se encontró que algunos PAEV propuestos por los participantes no presentaron la estructura semántica para asociarlos a una categoría específica, en consecuencia algunas preguntas no se plantearon adecuadamente. Lo

anterior no se puede generalizar porque se encontraron dificultades en siete de 77 PAEV propuestos.

Por su parte en Castro *et al.* (2014), identificaron que futuros profesores de matemáticas plantearon problemas que no requerían de una comprensión profunda del enunciado y están contruidos esencialmente con base en el uso de indicios verbales, por tal razón, argumentaron la importancia de incluir en la formación de maestros la construcción de este tipo de problemas. Sin embargo, en esta investigación se evidenció que la mayoría de propuestas de PAEV contienen indicios verbales y son de una etapa, lo que permitió una adecuada elaboración de PAEV.

Finalmente, de acuerdo con los resultados de Rodríguez-Nieto *et al.* (2023), señalaron que la mayoría de los profesores en servicio que participaron en su investigación, lograron proponer más PAEV de las estructuras semánticas de cambio con incógnita en la cantidad final, y de combinación con incógnita en la cantidad desconocida en el todo, logrando proponer menos PAEV de las estructuras semánticas de comparación e igualación siendo estas las más desafiantes. En la presente investigación se encontró que los PAEV propuestos donde no se encontraron dificultades por parte de los participantes fue en las estructuras semánticas de combinación y comparación. Mientras que, los PAEV donde se presentaron dificultades, específicamente fueron las estructuras semánticas de cambio e igualación. Con base en los resultados anteriores, se considera importante la implementación de talleres con profesores de Educación Primaria en servicio y con profesores de matemáticas en formación sobre las cuatro estructuras y dependencia semántica, puesto que se han encontrado dificultades en cada una de ellas.

## REFERENCIAS

- Arnal-Palacián, M., López de Nava-Tapia, S. y Begué, N. (2023). Análisis de problemas aditivos en libros de texto de educación primaria en México. *Investigación en Educación*, 21(2), 192-207. <https://doi.org/10.35869/reined.v21i2.4599>
- Barajas-Caballero, G. F. y Niño-Bernal, J. E. (2021). Sistemas de representación en la resolución de problemas aritméticos con enunciado verbal en estudiantes de grado séptimo. *Eco Matemático*, 12(2), 112-121.
- Bonilla, M., Sánchez, N. y Guerrero, F. (1999). Estructura aditiva y formación de profesores para la educación básica. *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. 1-150. Grupo Editorial Gaia.
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En Segovia y Rico (Coord.). *Matemáticas para maestros en Educación Primaria* (pp. 75-98). Pirámide.
- Carpenter, T., Hiebert, J. y Moser, J. (1981). Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for research in mathematics education*, 2(1), 27-39.
- Castro, A., Gorgorió, N. y Prat, M. (2014). Indicios verbales en los PAEV aditivos planteados por estudiantes para maestro. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 217-226). SEIEM.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, L. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Deslauriers, J. (2004). *Investigación cualitativa: guía práctica*. Papiro.
- Díaz-Hernández, L. y Ruiz-Ortega, F. (2019). La tienda didáctica: una estrategia para promover la resolución de problemas con estructura multiplicativa en 4º grado de básica primaria. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 15(2), 134-157.
- Duque de Blas, G., Gómez-Veiga, I. y García-Madruga, J. (2021). Arithmetic Word Problems Revisited: Cognitive Processes and Academic Performance in Secondary School. *Education Sciences*, 11(4), 155.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. y Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(2), 368-392.
- Fernández, C. y Llinares, S. (2010). Relaciones entre el pensamiento aditivo y mutiplicativo en estudiantes de educación primaria. El caso de la construcción de la idea de razón. *Horizontes educacionales*, 15(1), 11-22.

- Heller, J. y Greeno, J. (1978) Semantic processing in arithmetic word problem solving. Paper presented at the Midwestern Psychological Association Convention, Chicago.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill.
- Ivars, P. y Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación Matemática*, 28(1), 9-38.
- Kaufman, O. T. (2018). The Problem of distinguishing multiplicative from additive reasoning in primary school classroom context. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 6(3), 100-112.
- Mateus-Nieves, E. y Devia, C. (2021). Desarrollo de habilidades del pensamiento matemático desde la formulación y resolución de problemas de enunciado verbal. *Acta Scientiae*, 23(1), 30-52, <http://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5845>
- Montes, M., Pascual, M. I., Carrillo, J. y Martín-Díaz, J. P. (2022). Caracterización de problemas multiplicativos de números enteros propuestos por futuros maestros. *Educação e Pesquisa*, 48.
- Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 25-38). Erlbaum.
- Orrantía, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y aprendizaje*, 26(4), 451-468.
- Orrantía, J., González, L. y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto en educación primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Pool, D. J. (2018). Resolución de problemas aditivos y multiplicativos al usar fracciones en forma gráfica. *Perspectivas docentes*, (67), 3.
- Prieto, J. y Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1), 57-85.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis.
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2016). Caminos de aprendizaje para problemas aritméticos de estructura aditiva de sustracción. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación*, 16, 26-26.
- Reséndiz, L., Block, D., y Carrillo, J. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Educación matemática*, 29(2), 99-123.
- Reuwsaat, J., Da Silva, K. y Soares, S. (2013). Resolução de problemas matemáticos no ensino Fundamental. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 26 (pp. 805- 813). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Riley, M., Greeno, J. y Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Academic Press.
- Rodríguez, P., Lago, M. O., Caballero, S., Dopico, C., Jiménez, L. y Solbes, I. (2008). El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo. *Anales de Psicología/Annals of Psychology*, 24(2), 240-252.
- Rodríguez-Nieto, C. A., García-González, M. S., Navarro-Sandoval, C. y Castro-Inostroza, A. (2023). Creación de problemas aditivos de enunciado verbal por profesores de Educación primaria en México. *Revista Encuentros*, 21, 40-59.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Navarro, C., Castro, A. N., y García, M. D. S. (2019). Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. *Educación matemática*, 31(2), 75-104.
- Rojas, J. y Sotelo, K. (2022). ¿Qué errores cometen estudiantes de Educación Primaria en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal? *Revista Torreón Universitario*, 11(30), 51-59.
- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. McGraw-Hill.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. Trillas.
- Segovia, I. y Rico, L. (2015). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Ediciones Pirámide.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Editorial Universidad de Antioquia.
- Van Dijk, T. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. Academic Press.
- Vicente, S., Verschaffel, L. y Ramos, M. (2022). Dificultad de los problemas aritméticos verbales de los libros de texto singapurenses y españoles. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 137-156. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4412>
- Vilca, L., Hanco, B., Navarro, B. y Loza, M. (2021). El método polya como estrategia en la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal en estudiantes de primaria. *Gnosis Wisdom*, 1(2), 13-2.

Autor de correspondencia

GLEND A FINO-MIRANDA

**Dirección:** Centro de Investigación en Matemática Educativa, Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México. Av. Lázaro Cárdenas s/n, Ciudad Universitaria, CP: 39087, Chilpancingo de los Bravo, Guerrero. 11128355@uagro.mx

**Teléfono:** +527561057787