

## Más es diferente. Simetría rota y la naturaleza de la estructura jerárquica de la ciencia

*More Is Different: Broken symmetry and the nature of the hierarchical structure of science*

P. W. Anderson

Traducción de Felipe González Palacios y Aldo Filomeno Farrerons del artículo “More Is Different: Broken symmetry and the nature of the hierarchical structure of science” de P.W. Anderson, publicado en *Science*, Vol. 177, Num 4047, 1972. <https://inters.org/files/more-is-different.pdf>

La hipótesis reduccionista puede ser todavía un tema controvertido entre filósofos, pero entre la gran mayoría de científicos activos creo que es aceptada sin reservas. El funcionamiento de nuestras mentes y cuerpos, y de toda la materia animada o inanimada de la que tenemos algún conocimiento detallado, se supone, son controladas por el mismo conjunto de leyes fundamentales, las cuales, excepto en ciertas circunstancias extremas, sentimos que conocemos bastante bien.

Parece inevitable pasar de forma acrítica por lo que parece a primera vista ser un obvio corolario del reduccionismo: que si todo obedece las mismas leyes fundamentales, entonces los únicos científicos que están estudiando algo realmente fundamental son los que están estudiando esas leyes. En la práctica, esto equivale a ciertos astrofísicos, físicos de partículas elementales, algunos lógicos y otros matemáticos, además de otros pocos. Este punto de vista, al cual el principal propósito de este artículo es oponerse, es expresado en un pasaje bastante famoso de Weiskopf:

Viendo el desarrollo de la ciencia en el siglo XX, uno puede distinguir dos corrientes, las cuales llamaré investigación “intensiva” y exhaustiva”, a falta de una mejor terminología. En resumen: La investigación intensiva va en busca de las leyes fundamentales, la investigación exhaustiva busca la explicación de los fenómenos en términos de leyes fundamentales conocidas. Como siempre, las distinciones de este tipo no son inequívocas, pero son claras en la mayoría de los casos. La física del estado sólido,



Received: 12/12/2023. Final version: 20/07/2024

eISSN 0719-4242 – © 2024 Instituto de Filosofía, Universidad de Valparaíso

This article is distributed under the terms of the

Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 Internacional License



CC BY-NC-ND

física del plasma y, quizás, también la biología son exhaustivas. La física de la alta energía y una buena parte de la física nuclear son intensivas. Siempre hay mucha menos investigación intensiva que exhaustiva. Una vez que nuevas leyes fundamentales son descubiertas, empieza una gran y creciente actividad para aplicar los descubrimientos a los fenómenos inexplicados hasta ahora. Así, hay dos dimensiones para la investigación básica. La frontera de la ciencia se extiende a lo largo de una gran línea, desde la más nueva y moderna investigación intensiva, pasando por la investigación exhaustiva recientemente engendrada por la investigación intensiva de ayer, hasta la amplia y bien desarrollada red de actividades de investigación exhaustiva basada en la investigación intensiva de pasadas décadas.

La efectividad de este mensaje puede ser demostrada por el hecho de lo que escuché recientemente por un líder en el campo de las ciencias materiales, quien instó a los participantes de un encuentro dedicado a “Los problemas fundamentales en la física de la materia condensada” a aceptar que había pocos o ningún problema de este tipo y que no quedaba más que la ciencia exhaustiva, la cual parecía comparar con la ingeniería.

La principal falacia en esta forma de pensamiento está en que una hipótesis reduccionista no implica en absoluto una “hipótesis construccionista”: la capacidad de reducir todo a simples leyes fundamentales no implica la capacidad de partir desde estas y reconstruir el universo. De hecho, cuanto más nos dicen los físicos de partículas en torno a la naturaleza de las leyes fundamentales, menos relevancia parecen tener para los problemas reales del resto de la ciencia, mucho menos para los de la sociedad.

La hipótesis construccionista se rompe cuando afronta la doble dificultad de la escala y de la complejidad. El comportamiento de grandes y complejos conglomerados de partículas fundamentales resulta no ser entendido en términos de una simple extrapolación de las propiedades de unas pocas partículas. En cambio, en cada nivel de complejidad aparecen propiedades totalmente nuevas, y el entendimiento de los nuevos comportamientos requiere una investigación, la cual, considero, es tan fundamental por su naturaleza como cualquier otra. Es decir, me parece que uno puede ordenar las ciencias aproximadamente de forma lineal en una jerarquía, según la idea: Las entidades elementales de la ciencia X obedecen las leyes de la ciencia Y.

<p style="text-align: center;">X</p> <p>Física de estados sólidos o de múltiples cuerpos</p> <p style="text-align: center;">Química</p> <p>Biología molecular</p> <p style="text-align: center;">Biología celular</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">Psicología</p> <p style="text-align: center;">Ciencias sociales</p>	<p style="text-align: center;">Y</p> <p>Física de partículas elementales</p> <p style="text-align: center;">Física de múltiples cuerpos</p> <p style="text-align: center;">Química</p> <p style="text-align: center;">Biología molecular</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">.</p> <p style="text-align: center;">Fisiología</p> <p style="text-align: center;">Psicología</p>
---	---

Pero esta jerarquía no implica que la ciencia X “sólo se aplica” a la ciencia Y. En cada etapa leyes totalmente nuevas, conceptos y generalizaciones son necesarios, requiriendo inspiración y creatividad en la misma medida que en el anterior. La psicología no es biología aplicada, ni la biología química aplicada.

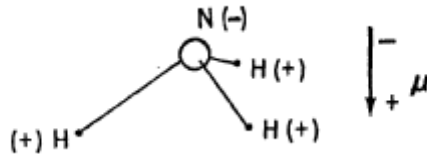
En mi propio campo, la física de múltiples cuerpos, estamos, quizás, más cerca de nuestras bases fundamentales e intensivas que en cualquier otra ciencia en la que ocurren complejidades no triviales, y, como resultado, comenzamos a formular una teoría general de cómo toma lugar este cambio desde la diferenciación cuantitativa hasta la cualitativa. Esta formulación, llamada la teoría de la “simetría rota”, puede ser de ayuda al aclarar más generalmente la ruptura del construccionismo, opuesto del reduccionismo. Primero, daré una explicación elemental e incompleta de dichas ideas, y luego avanzaré a algunos comentarios especulativos más generales acerca de analogías en otros niveles y fenómenos similares.

Antes de comenzar, querría aclarar dos posibles malentendidos. Primero, cuando hablo de que un cambio en la escala cause un cambio fundamental no me refiero a la idea bien conocida de que los fenómenos de una nueva escala realmente obedecen leyes fundamentales diferentes, como, por ejemplo, que la relatividad general es requerida en la escala cosmológica y la mecánica cuántica en la atómica. Creo que será aceptado que toda la materia ordinaria obedece a la electrodinámica simple y a la teoría cuántica, y esto realmente cubre la mayoría de lo que discutiré. (Como dije, todos deberíamos empezar desde el reduccionismo, el cual acepto completamente.) Una segunda fuente de confusión puede ser el concepto de “simetría rota”, que ha sido tomado por los físicos de partículas elementales, pero este uso del término es estrictamente una analogía. Falta entender si es profunda o no.

Entonces, déjenme empezar la discusión con un ejemplo del nivel más simple posible, uno familiar para mí, pues trabajé con él cuando era un estudiante de postgrado. En ese momento todos conocían el amoníaco y lo usaban para calibrar sus teorías o sus aparatos,



y yo no era una excepción. Los químicos van a decirte que el amoníaco “es” una pirámide triangular con el nitrógeno cargado negativamente y los hidrógenos cargados positivamente, por lo que tiene un momento eléctrico dipolar ( $\mu$ ) negativo hacia el vértice de la pirámide.<sup>1</sup> Ahora bien, esto me parecía bastante raro, porque me estaban enseñando que nada tiene un momento eléctrico dipolar. El profesor estaba probando realmente que ningún núcleo tiene un momento dipolar, porque él estaba enseñando física nuclear, pero como sus argumentos estaban basados en la simetría del espacio y tiempo, deberían haber sido correctos en general.



Aprendí pronto que, de hecho, eran correctos (o tal vez sería más preciso decir no incorrectos) porque él fue cuidadoso de decir que ningún estado estacionario de un sistema (esto es, uno que no cambie en el tiempo) tiene un momento eléctrico dipolar. Si el amoníaco comienza desde el mencionado estado asimétrico, no se quedará en él por mucho tiempo. Por medio de túneles mecánico-cuánticos, el nitrógeno puede filtrarse a través del triángulo de hidrógenos hacia el otro lado, girando la pirámide al revés, y, de hecho, puede hacerlo muy rápidamente. Esto es llamado “inversión”, lo que ocurre con una frecuencia de alrededor de  $3 \times 10^{10}$  por segundo. Un estado estacionario de verdad solamente puede ser una superposición igual de la pirámide asimétrica y su inversa. Esta mezcla no tiene un momento dipolar. (Vuelvo a advertir al lector que estoy sobresimplificando en gran medida y lo remito a los libros para más detalles.)

No voy a revisar la demostración, pero el resultado es que el estado del sistema, si es estacionario, debe tener siempre la misma simetría que las leyes de movimiento que lo gobiernan. La razón puede ser expuesta de forma sencilla: En la mecánica cuántica siempre hay una manera, a menos que la simetría lo prohíba, de pasar de un estado a otro. Así, si empezamos desde cualquier estado asimétrico, el sistema llevará a cabo transiciones a otros. Por lo que sólo sumando todos los posibles estados asimétricos, en una forma simétrica, podemos tener un estado estacionario. La simetría involucrada en el caso del amoníaco es la de paridad, la equivalente a ver las cosas desde el punto de vista izquierdo y el derecho. (El descubrimiento en experimentos de partículas elementales de ciertas violaciones de la paridad no es relevante para este cuestionamiento: esos efectos son muy débiles para afectar la materia ordinaria.)

Habiendo visto cómo la molécula de amoníaco satisface nuestro teorema de que no hay momento dipolar, podemos buscar otros casos y, en particular, estudiar progresivamente

<sup>1</sup> N. del T: El momento dipolar es una medida de la polaridad de la molécula. Se refiere a la distribución de la carga eléctrica en la molécula (ver figura).

sistemas más grandes para ver si el estado y la simetría están siempre relacionados. Hay otras moléculas piramidales similares, hechas de átomos más pesados. El fosforo de hidrógeno,  $\text{PH}_3$ , el cual es el doble de pesado que el amoníaco, se invierte, pero a una décima parte de la frecuencia del amoníaco. El trifluoruro de fósforo,  $\text{PF}_3$ , en el que el flúor, mucho más pesado, es sustituido por el hidrógeno, no se observa que se invierta a una velocidad ciertamente medible, aunque, teóricamente, se puede estar seguro que un estado preparado en una orientación se invertirá en un tiempo razonable.

Podemos entonces ir a moléculas más complicadas, como el azúcar, con alrededor de 40 átomos. No tiene mucho sentido esperar que esta molécula se invierta a sí misma. Toda molécula de azúcar creada por un organismo vivo es una espiral en un mismo sentido, y estas nunca se invierten, ni por un túnel mecánico-cuántico, ni tampoco bajo agitación térmica a temperaturas normales. En este punto debemos olvidarnos de la posibilidad de inversión e ignorar la simetría de paridad: las reglas de la simetría no han sido repetidas, sino rotas.

Si, por el contrario, sintetizamos nuestras moléculas de azúcar mediante una reacción química más o menos en equilibrio térmico, encontraremos que no hay, en promedio, más del lado izquierdo que del derecho. En ausencia de algo más complicado que un conjunto de moléculas libres, las leyes de simetría nunca son rotas, en promedio. Necesitamos materia viviente para producir una verdadera asimetría en las poblaciones.

En conglomerados de átomos realmente grandes, pero aún inanimados, un tipo bastante diferente de rotura de simetría puede ocurrir, conduciendo de nuevo a un momento dipolar neto o a un poder óptico rotativo neto, o a ambos. Muchos cristales tienen un momento dipolar neto en cada célula elemental (piezoelectricidad), y en algunos de estos momentos pueden ser revertidos por un campo eléctrico (ferroelectricidad). Esta asimetría es un efecto espontáneo de la búsqueda del cristal del estado de menor energía. Por supuesto, el estado con el momento opuesto también existe y tiene, por la simetría, justo la misma energía, pero el sistema es tan grande que ninguna fuerza térmica o mecánico-cuántica puede causar una conversión de uno al otro en un tiempo finito comparado con, digamos, la edad del universo.

Hay al menos tres conclusiones que se pueden extraer de aquí. Una es que la simetría es de gran importancia en la física. Por simetría entendemos: la existencia de diferentes puntos de vista desde los que el sistema parece el mismo. Es un poco exagerado decir que la física es el estudio de la simetría. La primera demostración del poder de esta idea puede haber sido hecha por Newton, quien puede haberse preguntado a sí mismo: ¿Qué pasa si la materia aquí en mi mano obedece la misma ley que las que están arriba en el cielo? —es decir— ¿Qué pasa si el espacio y la materia son homogéneos e isotrópicos?

La segunda conclusión es que la estructura interna de un trozo de material no necesita ser simétrica incluso aunque el estado total (de materia) lo sea. Los retaría a empezar desde las leyes fundamentales de la mecánica cuántica y predecir la inversión del amoníaco y sus propiedades fácilmente observables, sin pasar por la etapa de usar la estructura piramidal asimétrica, incluso aunque ningún “estado” nunca tenga esta estructura. Es fascinante que

no fue hasta hace un par de décadas atrás que los físicos de partículas dejaron de pensar en el núcleo como una bola pequeña simétrica y sin propiedades, y se dieron cuenta que, pese a que realmente nunca tendrá un momento dipolar, puede llegar a tener forma de pelota de rugby o de plato. Esto tiene consecuencias observables en las reacciones y el espectro de excitación que son estudiados en la física, incluso aunque esto es mucho más difícil de demostrar directamente que la inversión del amoníaco. En mi opinión, ya sea que la llares investigación intensiva o no, esto es tan fundamental en la naturaleza como muchas cosas que se pueden catalogar así. Pero esto no necesita ningún conocimiento nuevo de las leyes fundamentales y habría sido extremadamente difícil derivar algo sintéticamente de esas leyes; esto fue simplemente una inspiración, basada, sin duda, en intuiciones diarias, las cuales repentinamente unieron todo.

La razón básica por la que este resultado habría sido difícil de obtener es importante para nuestro razonamiento más extenso. Si el núcleo es suficientemente pequeño, no hay una verdadera manera de definir su forma rigurosamente: Tres, cuatro o diez partículas girando alrededor de la otra no definen un “plato” o “una pelota de fútbol” rotatoria. Es sólo cuando el núcleo es considerado como un sistema de muchos cuerpos —en lo que es a menudo llamado el límite  $N \rightarrow \infty$ — que tal comportamiento es rigurosamente definible. Nos decimos a nosotros mismos: Un cuerpo macroscópico de tal forma tendría tal y tal espectro de excitación rotacional o vibracional, completamente diferente en naturaleza de aquellos que caracterizarían un sistema sin propiedades. Cuando vemos tal espectro, incluso no muy separado y algo imperfecto, reconocemos que el núcleo, después de todo, no es macroscópico: está simplemente aproximándose a un comportamiento macroscópico. Empezando con las leyes fundamentales y un computador, podríamos hacer dos cosas imposibles —resolver un problema con infinitos cuerpos y, entonces, aplicar el resultado a un sistema finito— antes de sintetizar este comportamiento.

Una tercera idea es que el estado de un sistema realmente grande no tiene que tener del todo la simetría de las leyes que lo gobiernan; de hecho, usualmente tiene menos simetría. El ejemplo más destacado de esto es el cristal: hecho desde un substrato de átomos y espacio acorde a las leyes que expresan la perfecta homogeneidad del espacio, el cristal expone repentina e impredeciblemente una simetría totalmente nueva y muy hermosa. La regla general, incluso en el caso del cristal, es que un sistema grande es menos simétrico que lo que la estructura subyacente podría sugerir. Tan simétrico como sea, el cristal es menos simétrico que la homogeneidad perfecta.

Quizá en el caso del cristal esto parece ser meramente un ejercicio de confusión. La regularidad del cristal pudo ser deducida semi-empíricamente a mitad del siglo XIX, sin ningún razonamiento complicado. Pero a veces, como en el caso de la superconductividad, una nueva simetría —ahora llamada simetría rota porque la simetría original ya no es evidente— puede ser de un tipo totalmente inesperado y extremadamente difícil de visualizar. En el caso

de la superconductividad, transcurrieron 30 años entre el tiempo en que los físicos estaban en posesión de toda ley fundamental necesaria para explicarla y el momento en que realmente se hizo.

El fenómeno de la superconductividad es el ejemplo más espectacular de la simetría rota, la cual la sufren cuerpos macroscópicos ordinarios, pero, por supuesto, no son los únicos. Los imanes antiferromagnéticos, ferroeléctricos, el cristal líquido y la materia en muchos otros estados obedecen un cierto esquema bastante general de reglas e ideas, que algunos teóricos de la física de múltiples cuerpos denominan con el título general de rotura de simetría. No voy a hablar más de la historia, pero voy a dar la bibliografía al final de este artículo.

La idea esencial es que en el llamado límite  $N \rightarrow \infty$  de grandes sistemas (en nuestra propia escala macroscópica) no es sólo conveniente, sino esencial darse cuenta que la materia sufrirá “transiciones de fase”, matemáticamente definidas y singulares, a estados en los que la simetría microscópica, incluso las ecuaciones microscópicas del movimiento, son en cierto modo violadas. La simetría deja tras de sí la expresión de sólo ciertos comportamientos característicos, por ejemplo, vibraciones de gran longitud de onda, de las que el ejemplo común son las ondas sonoras; o los inusuales fenómenos de conducción macroscópica del superconductor; o, en una analogía muy profunda, la propia rigidez de los entramados del cristal y, así, de la mayoría de la materia sólida. No se trata, por supuesto, de que la simetría espacio tiempo sea realmente violada en vez de rota, sino que debido a que a las partes del sistema les resulta energéticamente más favorable mantener ciertas relaciones fijas entre sí, la simetría sólo permite al cuerpo como un todo responder a fuerzas externas.

Esto conduce a una “rigidez”, la cual es también una apropiada descripción de superconductividad y superfluididad a pesar de su aparente comportamiento “fluido”. [En el anterior caso, London notó este aspecto bastante temprano]. Realmente, para un hipotético pero inteligente ciudadano de Júpiter, o para una nube de hidrógeno en alguna parte del centro de la galaxia, las propiedades del cristal ordinario bien pueden ser un rompecabezas más desconcertante e intrigante que aquellas del helio superfluido.

No pretendo dar la impresión de que todo está resuelto. Por ejemplo, creo que aquí hay fascinantes preguntas en torno los principios del cristal y otras fases amorfas, las cuales pueden revelar tipos incluso más complejos de comportamientos. Sin embargo, el rol de este tipo de simetría rota en las propiedades de cuerpos materiales inertes pero macroscópicos es ahora entendido, al menos en principio. En este caso podemos ver cómo el todo llega a ser no sólo más, sino muy diferente, de la suma de las partes.

Lo siguiente a la orden del día es, lógicamente, preguntarse si es posible una incluso mayor y completa rotura de la simetría fundamental del tiempo y del espacio y si surgen nuevos fenómenos, intrínsecamente diferente de la “simple” transición de fase representando la simplificación hacia un estado menos simétrico.

Ya hemos excluido los casos aparentemente no simétricos de los líquidos, gases y cristales (en cualquier sentido real son más simétricos). Me parece que la siguiente etapa es considerar que el sistema sea regular pero contenga información. Es decir, algo regular en el espacio, en cierto sentido, para que pueda ser “leído”, pero que contenga elementos que puedan ser distintos entre una “célula” y la siguiente. Un ejemplo evidente es el ADN; en todo ser vivo, una línea de escritura o una película, tienen la misma estructura. Este tipo de “cristalinidad transportadora de información” parece ser esencial para la vida. No está claro que el desarrollo de la vida requiera alguna ruptura de la simetría mayor.

Siguiendo con el intento de caracterizar tipos de simetría rota que ocurren en seres vivos, encuentro que al menos un fenómeno más parece ser identificable o universal o remarcablemente común, concretamente, el orden (regularidad o periodicidad) en la dimensión temporal. Varias teorías de procesos vitales han aparecido, en las que un pulso regular en el tiempo juega un rol importante: teorías del desarrollo, del conocimiento y sus límites, también de la memoria. La regularidad temporal es comúnmente observada en seres vivos. Esta cumple, al menos, dos tipos de roles. Primero, la mayoría de los métodos de extracción de energía desde el medio ambiente, con el fin de establecer una continuidad, son procesos casi estables que implican máquinas periódicas, como osciladores y generadores. Y el proceso de la vida trabaja de la misma forma. Segundo, la regularidad temporal es un modo de manejar la información, similar a la regularidad espacial portadora de información. El lenguaje humano hablado es un ejemplo, y cabe destacar que todos los computadores usan pulso temporal. Un posible tercer rol es sugerido en base a algunas de las teorías mencionadas: el uso de las relaciones de fase de los pulsos temporales para manejar la información y controlar el crecimiento y desarrollo de células y organismos.

En cierto sentido, la estructura —estructura funcional en el sentido teleológico, como opuesto a la estructura del cristal— también debe ser considerada una etapa, posiblemente intermedia, entre la cristalinidad y las cadenas de información, en la jerarquía de las simetrías rotas.

Para amontonar especulación sobre especulación, diría que la siguiente etapa podría ser la jerarquía o especialización de la función, o ambas cosas. A un cierto punto tendremos que parar de hablar de la simetría decreciente y empezar a llamarla complicación creciente. Así, con una complicación creciente en cada etapa, subimos en la jerarquía de las ciencias. Esperamos encontrar cuestiones interesantes y, creo, muy fundamentales en cada etapa, para unir las piezas menos complicadas en los sistemas más complejos y entendiendo básicamente los nuevos tipos de comportamiento que puedan resultar.

Puede que no haya ningún paralelismo útil entre la forma en la que la complejidad aparece en los casos más simples de la teoría de cuerpos múltiples y la química, y también en la forma en la que aparece en los casos culturales y biológicos realmente complejos, excepto, quizás, decir que en general la relación entre el sistema y sus partes es, intelectualmente, una calle de un solo sentido. Se espera que la síntesis sea casi imposible; el análisis, por otro lado,



puede no sólo ser posible, sino que fructífero en todas las formas. Sin un entendimiento de la simetría rota en superconductividad, por ejemplo, Josephson probablemente no podría haber descubierto su efecto. [Otro nombre para el efecto de Josephson es “fenómeno de la interferencia cuántica macroscópica”: efectos de interferencia observados entre funciones de onda macroscópicas de electrones en superconductores, o de átomos de helio en helio líquido superfluido. Estos fenómenos ya han aumentado enormemente la precisión de la medición electromagnética, y se espera que lleven a cabo un gran rol en futuras computadoras, entre otras posibilidades, así que, a largo plazo, pueden conducir a algunos de los más grandes logros tecnológicos de esta década.] Como otro ejemplo, la biología, ciertamente, ha tomado un aspecto completamente nuevo a partir de la reducción de la genética a la bioquímica y la biofísica, lo que tendrá incalculables consecuencias. Así que no es verdad, como dice un artículo reciente, que cada uno debería “cultivar nuestro propio valle, y no intentar construir carreteras sobre las cordilleras... entre las ciencias”. Más bien, deberíamos reconocer que esas carreteras, aunque a menudo son el atajo más rápido a otra parte de nuestra propia ciencia, no son visibles desde el punto de vista de una sola ciencia.

La arrogancia del físico de partículas y su investigación intensiva puede quedar atrás (el descubridor del positrón dijo “el resto es química”), pero aún tenemos que recuperarnos de esto por parte de algunos biólogos moleculares, quienes parecen determinados a tratar de reducir todo lo relativo al organismo humano a “sólo” química, desde el resfriado común y todas las enfermedades mentales hasta el instinto religioso. Seguramente hay más niveles de organización entre la etología humana y el ADN que los que hay entre el ADN y la electrodinámica cuántica, y cada nivel puede requerir toda una nueva estructura conceptual.

Para terminar, ofrezco dos ejemplos desde la economía de lo que espero decir. Marx dijo que diferencias cuantitativas se vuelven cualitativas, pero un diálogo en París en los años 20 resume esto incluso más claramente:

FITZGERALD: Los ricos son diferentes a nosotros.

HEMINGWAY: Sí, ellos tienen más dinero.

## Referencias

- V. F. Weisskopf, in *Brookhaven Nat. Lab. Pubi.* 888T360 (1965). Ver también *Nuovo Cimento Suppl. Ser I* 4, 465 (1966); *Phys. Today* 20 (No. 5), 23 (1967).
- A. Bohr and B. R. Mottelson, *Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 27, 16 (1953).
- Broken symmetry and phase transitions: L. D. Landau, *Phys. Z. Sowjetunion* 11, 26, 542 (1937).  
Broken symmetry and collective motion, general: J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, *Phys. Rev.* 127, 965 (1962); P. W. Anderson, *Concepts in Solids* (Benjamin, New York, 1963), pp. 175-182; B. D. Josephson, thesis, Trinity College, Cambridge University (1962). Special cases: antiferromagnetism, P. W. Anderson, *Phys. Rev.* 86, 694 (1952); super-conductivity, *ibid.* 110, 827 (1958); *ibid.* 112, 1900 (1958); Y. Nambu, *ibid.* 117, 648 (1960).

F. London, *Superfluids* (Wiley, New York, 1950), vol. 1.

M. H. Cohen, *J. Theor. Biol.* 31, 101 (1971).

J. Clarke, *Amer. J. Phys.* 38, 1075 (1969); P.W. Anderson, *Phys. Today* 23 (No. 11), 23 (1970).

A. B. Pippard, *Reconciling Physics with Reality* (Cambridge Univ. Press, London, 1972).

