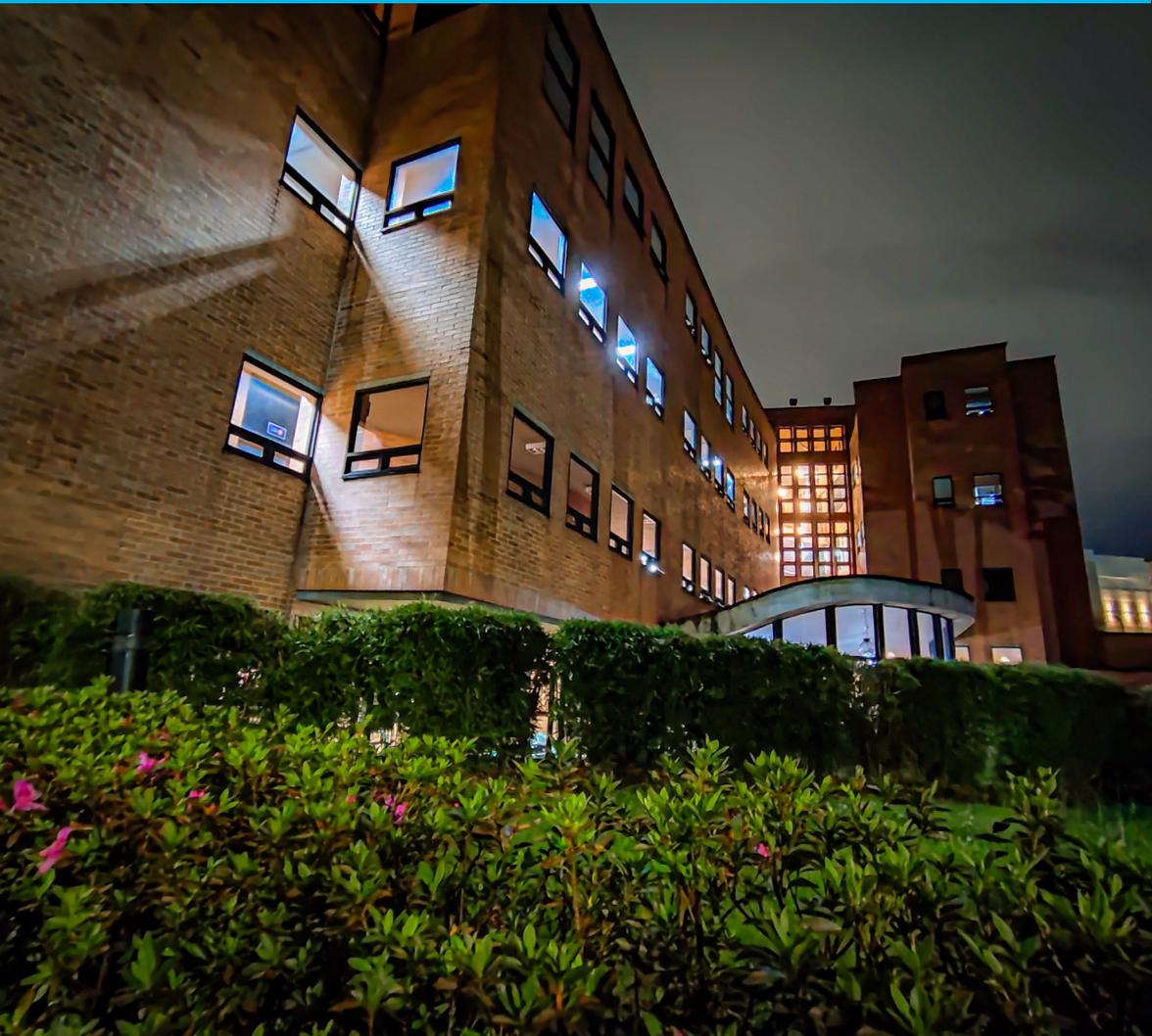


CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772



Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Economía
Sede Bogotá



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

ASESORES EXTERNOS

COMITÉ CIENTÍFICO

Ernesto Cárdenas

Pontificia Universidad Javeriana-Cal

José Félix Cataño

Universidad de los Andes

Philippe De Lombaerde

NEOMA Business School y UNU-CRIS

Edith Klímovsky

Universidad Autónoma Metropolitana de México

José Manuel Menudo

Universidad Pablo de Olavide

Gabriel Misas

Universidad Nacional de Colombia

Mauricio Pérez Salazar

Universidad Externado de Colombia

Fábio Waltenberg

Universidade Federal Fluminense de Rio de Janeiro

EQUIPO EDITORIAL

Daniela Cárdenas

Karen Tatiana Rodríguez

María Paula Moreno Mojca

Estudiante auxiliar

Proceditor Ltda.

Corrección de estilo, armada electrónica,
finalización de arte, impresión y acabados
Tel. 757 9200, Bogotá D. C.

Luis Tarapuez

Área de Comunicaciones - Facultad de Ciencias Económicas

Fotografía de la cubierta

Indexación, resúmenes o referencias en

SCOPUS

Thomson Reuters Web of Science

(antiguo ISI)-SciELO Citation Index

ESCI (Emerging Sources Citation Index) - Clarivate Analytics

EBSCO

Publindex - Categoría B - Colciencias

SciELO Social Sciences - Brasil

RePEc - Research Papers in Economics

SSRN - Social Sciences Research Network

EconLit - Journal of Economic Literature

IBSS - International Bibliography of the Social Sciences

PAIS International - CSA Public Affairs Information Service

CLASE - Citas Latinoamericanas en Ciencias Sociales y Humanidades

Latindex - Sistema regional de información en línea

HLAS - Handbook of Latin American Studies

DOAJ - Directory of Open Access Journals

CAPEs - Portal Brasileiro de Informação Científica

CIBERA - Biblioteca Virtual Iberoamericana España / Portugal

DIALNET - Hemeroteca Virtual

Ulrich's Directory

DOTEC - Documentos Técnicos en Economía - Colombia

LatAm-Studies - Estudios Latinoamericanos

Redalyc

Universidad Nacional de Colombia

Carrera 30 No. 45-03, Edificio 310, primer piso

Correo electrónico: revcuaeo_bog@unal.edu.co

Página web: www.ceconomia.unal.edu.co

Teléfono: (571)3165000 ext. 12308, AA. 055051, Bogotá D. C., Colombia

Cuadernos de Economía Vol. 43 No. 91 - 2024

El material de esta revista puede ser reproducido citando la fuente. El contenido de los artículos es responsabilidad de sus autores y no compromete de ninguna manera a la Escuela de Economía, ni a la Facultad de Ciencias Económicas, ni a la Universidad Nacional de Colombia.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Rectora

Dolly Montoya Castaño

Vicerrectora Sede Bogotá (E)

Lorena Chaparro Díaz

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Decana

Juanita Villaveces

ESCUELA DE ECONOMÍA

Directora

Nancy Milena Hoyos Gómez

CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO

- CID

Karoll Gómez

DOCTORADO Y MAESTRÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y PROGRAMA CURRICULAR DE ECONOMÍA

Coordinadora

Olga Lucía Manrique

CUADERNOS DE ECONOMÍA

EDITOR

Gonzalo Cómbita

Universidad Nacional de Colombia

CONSEJO EDITORIAL

Marta Juanita Villaveces

Universidad Nacional de Colombia

Liliana Chicaíza Becerra

Universidad Nacional de Colombia

Manuel Muñoz Conde

Universidad Nacional de Colombia

Mario García Molina

Universidad Nacional de Colombia

Iván Montoya

Universidad Nacional de Colombia

Iván D. Hernández

Universidad de Ibagué

Juan Miguel Gallego

Universidad del Rosario

Paula Herrera Idárraga

Pontificia Universidad Javeriana

Esteban Pérez Caldentey

Comisión Económica para América Latina y el Caribe

Noemi Levy

Universidad Nacional Autónoma de México

Juan Carlos Moreno Brid

Universidad Nacional Autónoma de México

Matías Vernengo

Bucknell University

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia.

Usted es libre de:

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

Bajo las condiciones siguientes:

- **Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** — No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



El contenido de los artículos y reseñas publicadas es responsabilidad de los autores y no refleja el punto de vista u opinión de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas o de la Universidad Nacional de Colombia.

The content of all published articles and reviews does not reflect the official opinion of the Faculty of Economic Sciences at the School of Economics, or those of the Universidad Nacional de Colombia. Responsibility for the information and views expressed in the articles and reviews lies entirely with the author(s).

**ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE PRÉSTAMOS
Y DEPÓSITOS EN UN SISTEMA ECONÓMICO
CERRADO A PARTIR DE MODELOS CINÉTICOS
DE DISTRIBUCIÓN**

Alexander Santos Niño
Wilder Arleht Angarita Osorio
José Luis Alvarado Martínez

Santos Niño, A., Angarita Osorio, W. A., & Alvarado Martínez, J. L. (2024). Estudio de la dinámica de préstamos y depósitos en un sistema económico cerrado a partir de modelos cinéticos de distribución. *Cuadernos de Economía*, 43(91), 327-343.

La econofísica emplea modelos basados en agentes para describir las regularidades en las distribuciones de ingreso encontradas empíricamente. En este trabajo se estudia el efecto que tiene incluir una entidad financiera en la distribución de

A. Santos Niño
Universidad de los Llanos en Villavicencio, Meta. Correo electrónico: asantos@unillanos.edu.co

W. A. Angarita Osorio
Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: wilder.angarita@unillanos.edu.co

J. L. Alvarado Martínez
Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: jose.alvarado@unillanos.edu.co

Sugerencia de citación: Santos Niño, A., Angarita Osorio, W. A., & Alvarado Martínez, J. L. (2024). Estudio de la dinámica de préstamos y depósitos en un sistema económico cerrado a partir de modelos cinéticos de distribución. *Cuadernos de Economía*, 43(91), 327-343. <https://10.15446/cuadernos.v43n91.99851>

Este artículo fue recibido el 30 de noviembre de 2021, ajustado el 17 de julio de 2023 y su publicación aprobada el 15 de agosto de 2023.

dinero mediante modelos cinéticos de distribución. Para esta tarea, se considera un sistema cerrado compuesto por agentes económicos que intercambian dinero aleatoriamente junto con una entidad financiera que establece una dinámica de préstamos y depósitos. Los resultados indican que son necesarias condiciones para estabilizar el sistema si se considera deuda y la distribución de probabilidad diverge con una tasa de intermediación diferente de cero.

Palabras clave: econofísica; distribución de ingresos; distribución de Boltzmann-Gibbs; entidad financiera; modelos basados en agentes.

JEL: A12, C02, D31, C60, E47.

Santos Niño, A., Angarita Osorio, W. A., & Alvarado Martínez, J. L. (2024). Study of the dynamics of loans and deposits in a closed economic system based on kinetic models of distribution. *Cuadernos de Economía*, 43(91), 327-343.

Econophysics employs agent-based models to describe the emergent phenomena found empirically in the income distributions. In this paper, we study the effect of a financial entity in the distribution of money through kinetic exchange models. For this aim, let us consider a closed system of many economic agents that exchange money randomly together with a financial entity that establishes a loans and deposits dynamic. The analysis indicates that a debt restriction is necessary to stabilize the system and the probability distribution diverge with an intermediation rate different from zero.

Keywords: Econophysics; income distribution; Boltzmann-Gibbs Distribution; financial entity; agent-based models.

JEL: A12, C02, D31, C60, E47.

INTRODUCCIÓN

La econofísica es una rama de la física creada para describir sistemas económicos y financieros desde una perspectiva distinta, aplicando modelos y conceptos originalmente desarrollados en mecánica estadística o termodinámica (Pereira *et al.*, 2017; Quevedo y Quevedo, 2016; Schinckus, 2010). Esta disciplina fue propuesta en una conferencia que presentó Eugene Stanley en Calcuta y posteriormente publicó en un trabajo donde utiliza el término econofísica para referirse a un campo interdisciplinar en el que los físicos trabajan problemas de economía y finanzas (Mantegna y Stanley, 1999). Contrario a lo que se esperaría, este enfoque no es innovador, ya que históricamente algunos avances en la economía estuvieron marcados por el desarrollo de la física teórica (Pereira *et al.*, 2017; Poitras, 2018), es el caso del carácter estadístico de la riqueza en una economía estable, cuya forma sigue una distribución de ley de potencias encontrada por Pareto a finales del siglo XIX (Stanley *et al.*, 1996).

En este sentido, los sistemas multipartícula que estudia la física se pueden trasladar a sistemas económicos donde una gran cantidad de individuos o agentes interactúan por recursos y se adaptan a su entorno (Chakraborti *et al.*, 2011a). Por ejemplo, se han utilizado herramientas de la mecánica estadística para describir mercados financieros estableciendo analogías con modelos bien conocidos en física, como el uso de funciones de la dinámica cooperativa en un sistema de partículas para estudiar el comovimiento de las acciones en el mercado financiero de Estados Unidos (López-García *et al.*, 2020), la relación entre las leyes físicas que exhiben los coloides y la dinámica del mercado de divisas (Clara-Rahola *et al.*, 2017), o el empleo de conceptos de materia suave para analizar la dinámica de dos conjuntos de acciones en el mercado de valores (Puertas *et al.*, 2020).

Los modelos basados en agentes (MBA) se sirven de simulaciones computacionales para reproducir las interacciones entre agentes económicos en sistemas complejos (Segovia *et al.*, 2022), analizando así fenómenos observados empíricamente a partir de sociedades artificiales. Tales agentes, de inteligencia cero, con sus conductas individuales, determinan la evolución del sistema (Pyka y Fagiolo, 2007). Esta técnica permite predecir comportamientos emergentes de sistemas complejos mediante reglas de interacción. Los estudios relacionados con este tema son cuantitativos y exploran dinámicas que están fuera del alcance de los métodos matemáticos analíticos (Bonabeau, 2002; Farmer y Foley, 2009; Macal y North, 2005). Una aplicación conocida de los MBA en la econofísica son los modelos cinéticos de distribución, que estudian las distribuciones de dinero, ingreso y riqueza a partir de la analogía entre un sistema de agentes económicos y un gas de partículas, intercambiando dinero y energía respectivamente (Chakraborti *et al.*, 2011b; Patriarca y Chakraborti, 2013; Schinckus, 2013).

El origen de los modelos cinéticos de distribución se atribuye a la publicación de un artículo conocido como “La mecánica estadística del dinero”, que desarrolla simulaciones de un sistema de agentes intercambiando dinero de forma aleato-

ria según diferentes reglas de interacción. Este modelo inicial utiliza tres tipos de intercambio dependientes de la cantidad de dinero del sistema. En las simulaciones, los agentes comienzan con la misma cantidad de dinero y el sistema evoluciona al escoger aleatoriamente dos individuos que intercambian una parte de su dinero en cada paso de tiempo, repitiendo este proceso hasta alcanzar una distribución de equilibrio (Quevedo y Quevedo, 2016). Los resultados muestran que esta dinámica de intercambios conduce a una autoorganización del sistema y a una distribución de dinero entre los agentes que se ajusta a una distribución Boltzmann-Gibbs (Drăgulescu y Yakovenko, 2000). Esta característica emergente a nivel macroscópico ha sido observada empíricamente en la mayor parte de la población de ingresos bajos y medios, distribuyéndose exponencialmente (95 %-99 %), mientras que la población de clase alta sigue una distribución de ley de potencias (1 % a 5 %) (Drăgulescu y Yakovenko, 2001; Silva y Yakovenko, 2004; Tao, 2021; Yakovenko y Silva, 2007). Dichas distribuciones no son atípicas en sistemas económicos y financieros, sino que presentan características universales similares a las leyes de escala en sistemas físicos con grandes cantidades de unidades interactivas (Lux y Alfarano, 2016; Lux y Marchesi, 1999). En Colombia, un estudio reciente encontró que el 90 % de la población se ajusta a una ley de Boltzmann-Gibbs y el 10 % restante a una doble distribución de Pareto (Quevedo y Quevedo, 2016), en línea con lo observado por Coelho *et al.* (2008), quienes reportaron dobles distribuciones de Pareto en países con datos disponibles sobre personas extremadamente ricas.

Además, los modelos cinéticos de distribución de dinero han reproducido otras distribuciones al modificar la dinámica microscópica de trabajos anteriores. Chakraborti y Chakrabarti (2000) introdujeron una restricción que impedía que una fracción del dinero de cada agente estuviera expuesta a intercambios, examinando así el efecto de una propensión al ahorro homogénea en todos los agentes del sistema. En estas simulaciones, las distribuciones de probabilidad en equilibrio son distribuciones gamma, con parámetros que dependen de la propensión al ahorro (Patriarca *et al.*, 2004). Un estudio posterior halló que la distribución en equilibrio de un sistema de agentes con propensión al ahorro aleatoria corresponde a una ley de Pareto, como se observa empíricamente para la población de altos ingresos (Chatterjee *et al.*, 2004).

Entender la dinámica subyacente al sistema permite analizar los efectos de diversas políticas económicas en la distribución de dinero sin comprometer el bienestar de la población. Por ejemplo, se han utilizado modelos cinéticos de distribución para examinar los cambios en la forma de la distribución al incluir una entidad recaudadora de impuestos que los redistribuye en todo el sistema, encontrando que el índice de Gini disminuye con el aumento y la redistribución equitativa de los impuestos, manteniendo una propensión al ahorro fija (Diniz y Mendes, 2012; Guala, 2009). Sin embargo, la literatura no suele considerar la existencia de una entidad financiera encargada del ahorro y crédito, ya que los modelos cinéticos de distribución de dinero se centran en el intercambio de dinero en efectivo y no en

los depósitos bancarios, que pueden representar hasta el 44 % del dinero en una economía (Rios *et al.*, 2013). Este trabajo emplea los modelos cinéticos de distribución para caracterizar un sistema económico cerrado, donde los individuos pueden ahorrar y obtener préstamos en una entidad financiera que opera bajo ciertas reglas. El modelo busca contribuir al debate planteado por Yakovenko (2016).

EL MODELO

Las simulaciones fueron desarrolladas en lenguaje C++, debido a su alto rendimiento, control de memoria, eficiencia y flexibilidad, lo que lo hace adecuado para la modelización y simulación de sistemas complejos. De hecho, es capaz de manejar un gran número de agentes y puede ser ejecutado en varias iteraciones para explorar diferentes escenarios bajo variadas condiciones iniciales. Además, hemos implementado métodos robustos de generación de números aleatorios para asegurar la imparcialidad de las transacciones entre agentes.

Se considera un sistema económico cerrado donde el dinero M es conservado y está compuesto por un número fijo ($N = 500$) de agentes que pueden ser individuos o corporaciones. Al igual que en el modelo de Drăgulescu-Yakovenko (Drăgulescu y Yakovenko, 2000), cada agente posee una cantidad de dinero que puede intercambiar en transacciones donde la deuda está permitida. Precisamente, en estas transacciones donde se crea deuda, una entidad financiera interviene en los intercambios estableciendo un sistema de préstamos y depósitos.

Como en la mayoría de países hoy en día, consideramos un sistema de reserva bancario en el cual una fracción de los depósitos puede ser usada por el banco para realizar préstamos, y la fracción restante, comúnmente depositada en bóvedas, se mantiene en reserva. De esta manera, la tasa de reserva se define como (McCauley *et al.*, 2016) se muestra en la ecuación (1).

$$\text{tasa de reserva} = \frac{\text{reserva requerida}}{\text{depósitos}} \quad (1)$$

En nuestra simulación la entidad financiera mantiene una tasa de reserva r que es igual a la relación entre el dinero que no se destina a préstamos y el dinero de la entidad que, al mismo tiempo, es una fracción ξ del dinero del sistema.

En la estructura del sistema financiero las entidades se caracterizan por la captación y colocación de dinero (Jaramillo-Betancur, 2016), por esta razón se asume que todos los agentes guardan una fracción ξ de su dinero que puede ser usada en cualquier intercambio. Por simplicidad, el modelo solo admite transacciones de dinero entre agentes, sin tener en cuenta la creación o producción de riqueza, ni el índice de inflación.

Sin pérdida de generalidad, la simulación tiene las siguientes condiciones iniciales:

1. A cada agente i se le asigna una cantidad de dinero $m_i(t=0) = M / N$.

2. Los agentes no presentan deuda $d_i(t=0) = 0$.
3. Cada agente deposita una fracción ξ de ese dinero en la entidad, de forma que esta última capta inicialmente un dinero ξM .
4. La entidad financiera mantiene como reserva una cantidad de dinero $r\xi M$ y la fracción restante $(1-r)\xi M$ se destina a préstamos.

Además, se establece una tasa de interés para reconocer a los depositantes la captación de sus recursos, definida como interés de captación φ , y una tasa de cobro por los préstamos otorgados a los agentes, conocida como interés de colocación α . En el presente estudio, partimos de la suposición de que las tasas de interés no pueden ser inferiores a cero, lo que significa que no se consideran los escenarios con tipos de interés negativos.

En cada paso de tiempo un par de agentes i y j , que se eligen al azar, intercambian una fracción aleatoria del dinero que no ahorran $\Delta m = \epsilon(1-\xi)(m_i + m_j)$, de tal modo que se realiza una transacción donde se conserva el dinero.

$$[m_i(t), m_j(t)] \rightarrow [m_i(t+1), m_j(t+1)] = [m_i(t) - \Delta m, m_j(t) + \Delta m] \quad (2)$$

La entidad financiera interviene cuando el agente perdedor no tiene el dinero suficiente para ejecutar el intercambio, siempre y cuando no tenga deuda. De este modo se presentan dos casos:

- Si el agente perdedor j no tiene suficiente dinero para realizar el intercambio, pero puede efectuarlo con el dinero que tiene en la entidad, se hace la transacción entre cuentas del agente perdedor al agente ganador i .
- Si el dinero del agente perdedor es menor a la cantidad a intercambiar $m_j < \Delta m$, el dinero restante es prestado por la entidad.

Producto de los intercambios, en cada paso de tiempo el agente salda su deuda a partir de las siguientes condiciones:

- Si el dinero del agente i es menor a su deuda, $m_i(t) < d_i(t)$, se abona todo el dinero a la deuda, y en el siguiente tiempo de simulación el agente queda sin dinero, $m_i(t+1) = 0$ y con una deuda menor $d_i(t+1) = d_i(t) - m_i(t)$.
- Si el agente i tiene dinero mayor o igual a su deuda $m_i(t) \geq d_i(t)$, en el paso siguiente queda sin deuda y con una cantidad de dinero menor, $m_i(t+1) = m_i(t) - d_i(t)$.

En ambos casos el dinero de la entidad financiera aumenta en una cantidad igual al pago, de tal forma que una fracción r es depositada en la reserva y la restante $1-r$ queda disponible para nuevos préstamos. Es importante tener en cuenta que estas condiciones simplificadas pueden no capturar completamente la complejidad y variabilidad del comportamiento económico real. Sin embargo, se seleccionan debido a que el riesgo de incumplimiento y el riesgo de sobreendeudamiento están intrínsecamente ligados al ingreso y la deuda de los hogares (Gutiérrez-Rueda *et*

al., 2011). En este escenario, el individuo solo procede al pago de la deuda cuando dispone de suficientes ingresos para hacerlo, y solo se endeuda una única vez.

En cada paso de tiempo la deuda se incrementa a una tasa interés α de acuerdo con la relación que se observa en la ecuación (3).

$$d_i(t) = (1 + \alpha)d_i(t-1) \quad (3)$$

Además, la entidad financiera paga a los agentes por tener sus ahorros a una tasa de interés φ .

$$m_i(t+1) = (1 + \varphi\xi)m_i(t) \quad (4)$$

En dado caso que la entidad financiera sea insolvente deja de pagar los intereses de captación ($\varphi = 0$) y los agentes la financian hasta que pueda pagar sus obligaciones.

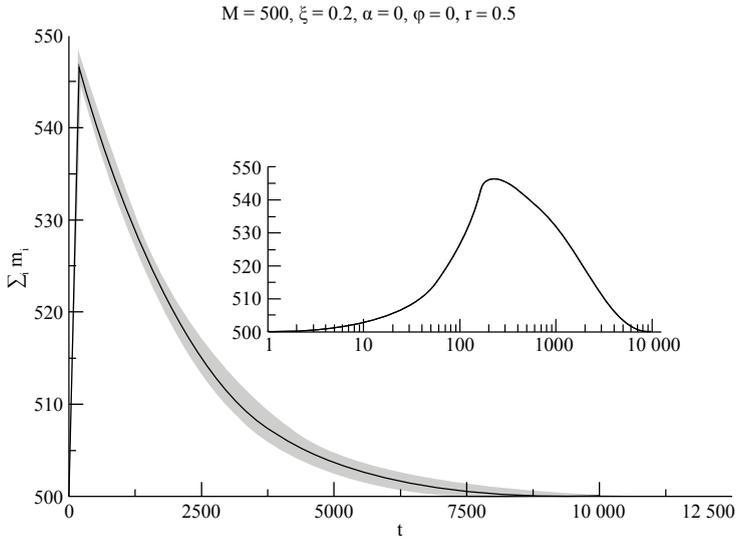
Esta condición está soportada por el comportamiento del sistema financiero en la crisis del 2007, que tuvo como epicentro el sector de la vivienda en Estados Unidos. Los planes de rescate a entidades bancarias insolventes incluían la creación de fondos financiados principalmente por el sector público que asumió la mayoría de los riesgos (Calvo-Bernardino y Martín de Vidales-Carrasco, 2014), es decir, en esta crisis de deuda hubo pérdida y los contribuyentes asumieron parte de ella (Díez, 2013). Este ejemplo no se distancia mucho de la crisis financiera colombiana de 1997. En aquel entonces, el incremento de las cuotas mensuales de los préstamos de vivienda bajo la modalidad UPAC, ocasionó que los deudores no pudieran hacer frente a sus obligaciones. Esta situación derivó en una crisis financiera. Para solucionarla, se recurrió a la implementación de un impuesto sobre las transacciones financieras, lo que implicó que fueron los contribuyentes quienes asumieron el rescate de las entidades financieras (Rozo-Ceranza, 2020).

RESULTADOS Y ANÁLISIS

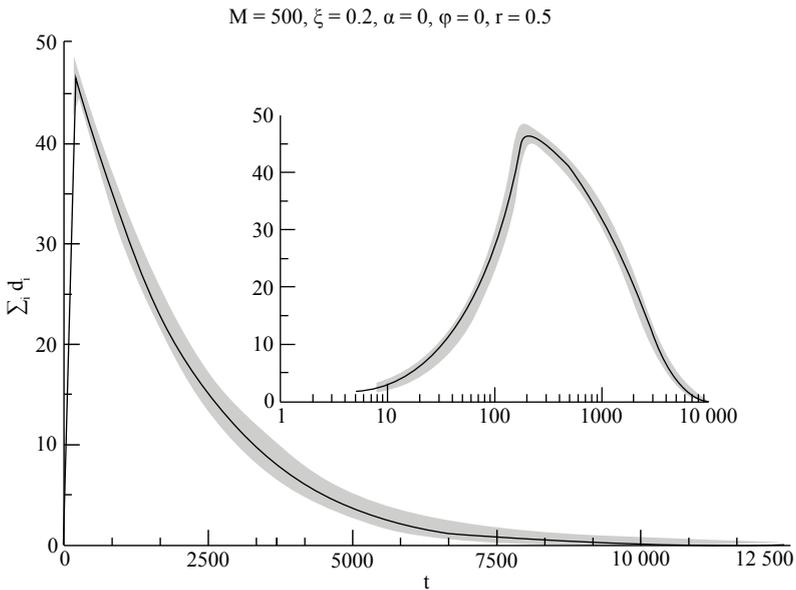
Las distribuciones de dinero para los modelos de Drăgulescu y Yakovenko (DY) son estacionarias, es decir, luego de un tiempo en donde la entropía se maximiza la distribución de dinero se mantiene estable. Al incorporar una entidad financiera con la capacidad de prestar dinero sin intereses se evidencia que en el sistema se crea una deuda, entendida como una promesa de pago, que no es dinero en sí mismo, como lo señaló acertadamente Yakovenko (2016). Cuando la entidad financiera presta el dinero que no tiene en reserva, la cantidad de dinero del sistema aumenta hasta que la entidad no tiene una cantidad disponible para prestar, en ese momento los agentes comienzan a realizar pagos aumentando la reserva hasta que los agentes quedan sin deuda, en consecuencia, si no se consideran intereses de colocación ni captación, el sistema llega a un equilibrio estable donde la distribución de dinero es la misma que los modelos originales de DY.

Figura 1.

Comportamiento cuando no hay intereses de captación y colocación



(a) Suma dineros de los agentes



(b) Suma deudas de los agentes

Fuente: elaboración propia.

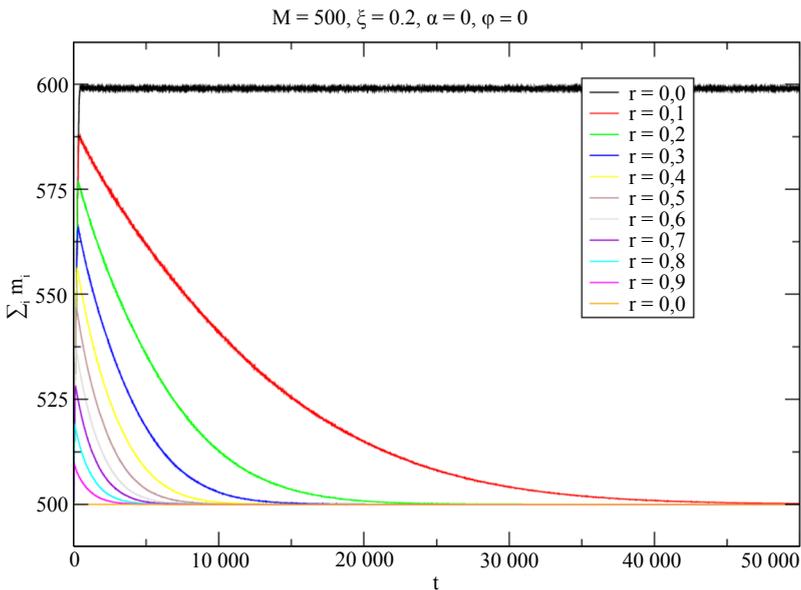
Como se observa en la figura 1 (a), en un primer momento el dinero del sistema aumenta rápidamente debido a que la entidad hace préstamos con una frecuencia mucho mayor que el pago efectuado por los agentes. En el momento en que la capacidad de préstamo llega a su máximo, el dinero que no está en reserva disminuye y los pagos se realizan con mayor frecuencia que los préstamos, de tal forma que el dinero del sistema regresa a su valor inicial en un tiempo denominado tiempo de relajación t_r , como se puede observar en la figura 1 (a). Si consideramos que un agente efectúa cuatro transacciones diarias en un sistema de 500 agentes que tienen la misma probabilidad de realizar intercambios en cada paso de tiempo, un día equivaldrá a 1000 pasos de tiempo de simulación. Lo que significa que el tiempo de relajación bajo estos parámetros es cercano a los 12 días.

La situación anterior puede ser más clara observando el comportamiento de la deuda total de los agentes en cada paso de tiempo de simulación. La figura 1 (b) muestra los dos comportamientos descritos y se evidencia que la deuda de los agentes decrece hasta llegar a cero, es decir, luego de que el banco alcanza su máxima capacidad de préstamo los agentes del sistema pagan su deuda cancelando la promesa.

El máximo observado en la figura 1 (b) depende de r , entre más baja es la tasa de reserva más alto es el pico de la gráfica. En los casos límites si $r = 1$ la entidad financiera no actúa y el dinero del sistema no cambia, y si $r = 0$ la entidad presta

Figura 2.

Suma dinero agentes variando la tasa de reserva

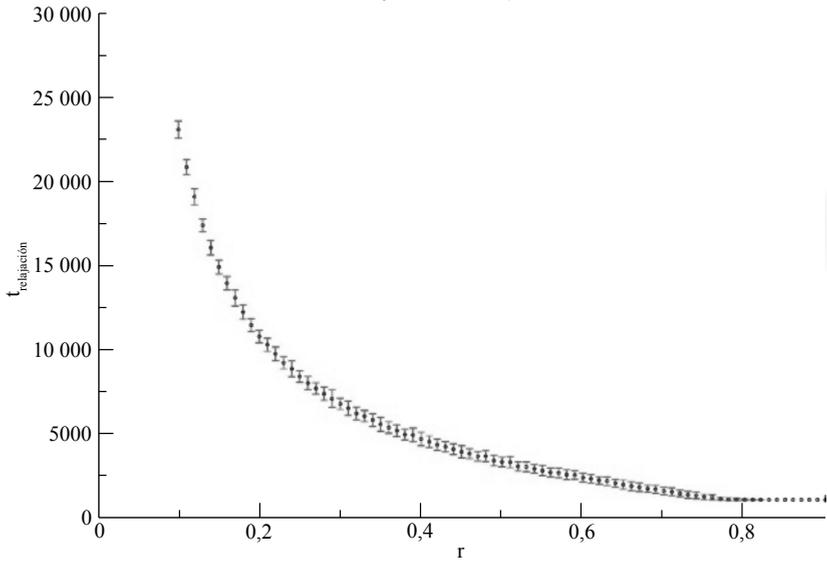


Fuente: elaboración propia.

Figura 3.

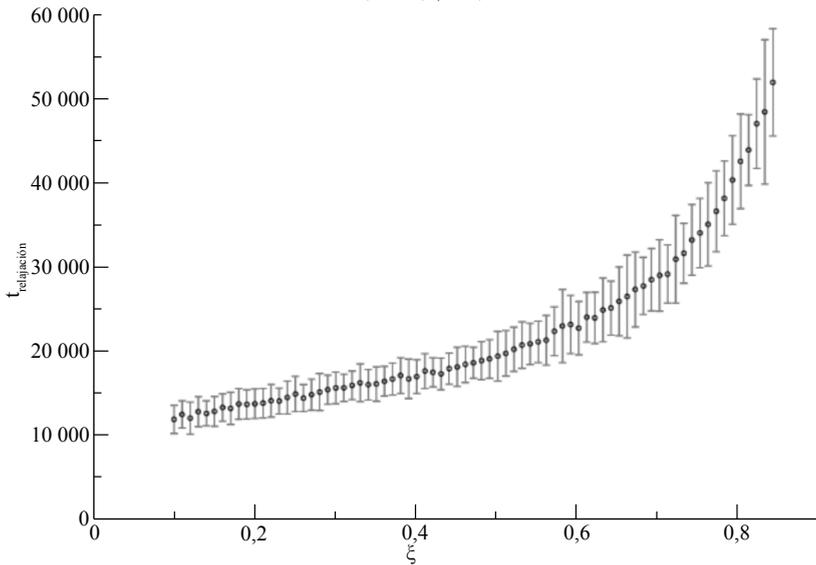
Comportamiento cuando no hay intereses de captación y colocación

$$M = 500, \xi = 0.2, \alpha = 0, \varphi = 0.$$



(a) Tiempo de relajación variando la tasa de reserva

$$M = 500, \alpha = 0, \varphi = 0, r = 0.5$$



(b) Tiempo de relajación variando la tasa de ahorro

Fuente: elaboración propia.

todo el dinero que ahorran los agentes y el dinero del sistema se mantiene constante en $M(1 + \xi)$, comportamiento mostrado en la figura 2. Para todas las condiciones la distribución de dinero estacionaria corresponde a una distribución de Boltzmann-Gibbs.

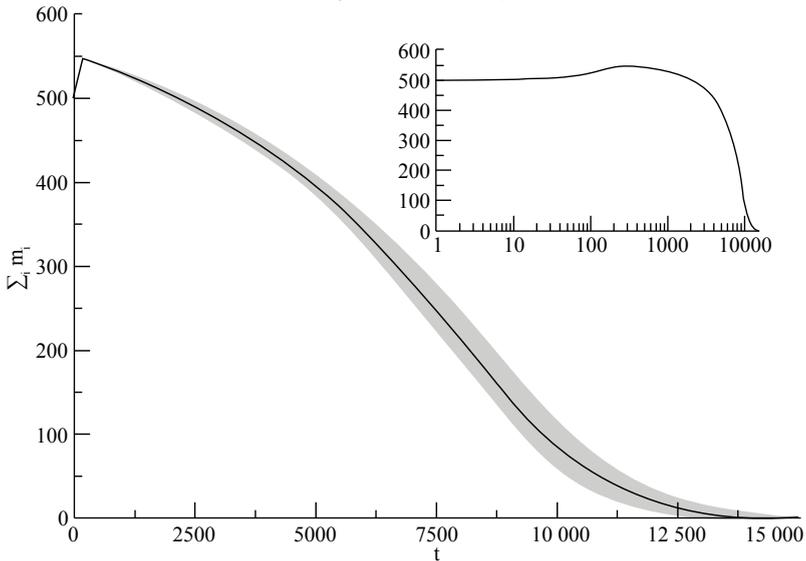
El tiempo de relajación depende de la cantidad de dinero que los agentes ahorran en la entidad financiera y de su reserva. Al estudiar la variación del tiempo de relajación con respecto a estos dos parámetros se puede advertir que decrece cuando se aumenta la tasa de reserva y crece cuando aumenta el ahorro. Estos comportamientos se observan en las figuras 3 (a) y 3 (b).

El sistema no llega a una distribución estacionaria si se considera un margen de intermediación positivo, en este caso, el balance en las cuentas de la entidad financiera crece y el dinero del sistema decrece hasta llegar a cero. De esta manera, el sistema se desestabiliza y la distribución de probabilidad de dinero diverge. Para observar este comportamiento se estudia la variación temporal del dinero de los agentes económicos (figura 4 [a]) y al mismo tiempo la variación de su deuda (figura 4 [b]). En principio se evidencia un aumento en el dinero del sistema debido a que la entidad crea deuda, luego en el proceso de pago, los agentes cancelan sus promesas pero el interés crece exponencialmente y terminan cediendo todo su dinero a la entidad financiera.

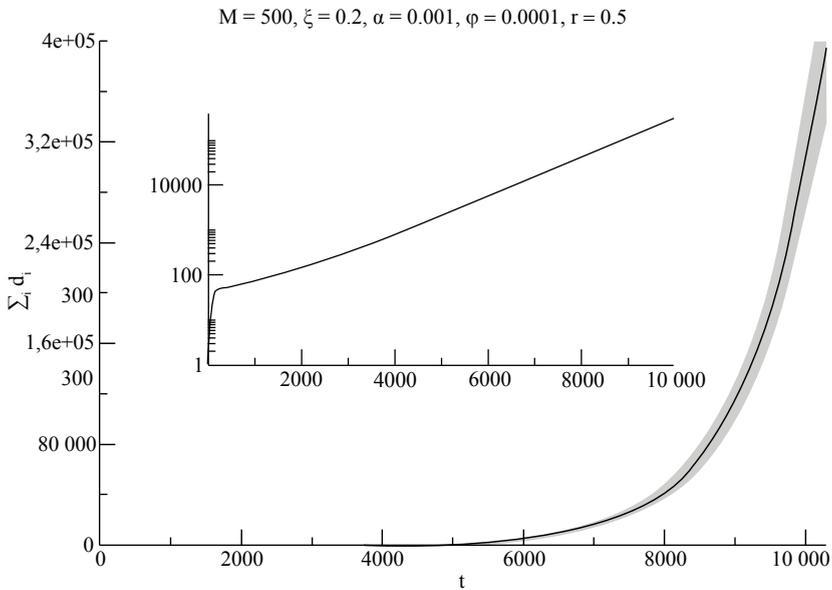
Figura 4.

Comportamiento cuando hay intereses de captación y colocación

$$M = 500, \xi = 0.2, \alpha = 0.001, \phi = 0.0001, r = 0.5$$



(a) Suma dineros de los agentes



(b) Suma deudas de los agentes

Fuente: elaboración propia.

La principal causa de endeudamiento de los agentes es que existe una asimetría en la probabilidad de ganar en una transacción. Se crea una desventaja cuando un agente que tiene dinero $m_j > 0$ intercambia con otro que no tenga dinero $m_i = 0$ y esté endeudado $d_i > 0$, ya que solo hay un par de resultados posibles en esta transacción:

- Que el agente j sea el ganador y no se realice la transacción porque el agente i no tiene cómo pagar el dinero que perdió.
- Que el agente j sea el perdedor y ceda una parte de su dinero al agente i que a la vez lo destina a pagar la deuda que tiene con la entidad financiera.

Es decir, los agentes con dinero tienen mayor probabilidad de perderlo si se tiene en cuenta esta regla de bancarrota.

Otra asimetría en el sistema se encuentra al comparar el dinero pagado por interés de colocación con el dinero que recaudan los agentes por ahorrar una fracción de su dinero en la entidad financiera. El pago por interés de colocación lo recibe directamente la entidad y no debe pagar ningún interés por el recaudo, en cambio, la entidad debe pagar interés de captación a los agentes por sus ahorros. De esta forma, los pagos que recibe la entidad generan una tendencia a acumular el

dinero del sistema independiente del signo de la tasa de intermediación. Además, cuando la entidad entra en bancarrota no paga interés de captación contrastando con el comportamiento de los agentes, quienes deben pagar todo el tiempo por los servicios de la entidad.

CONCLUSIONES

Este trabajo presenta un modelo cinético de distribución de dinero tipo Drăgulescu-Yakovenko en donde agentes económicos ahorran una fracción fija de su dinero en una entidad financiera que establece un sistema de préstamos y depósitos. En este contexto, se contempla un sistema compuesto por N agentes en el que las transacciones monetarias se realizan de forma aleatoria entre dos agentes a la vez. Lo que esto implica es que, en cualquier momento dado, un par de agentes, seleccionado de manera aleatoria, intercambia una cantidad determinada de dinero. En el evento que alguno de los agentes no tenga cómo respaldar el intercambio, puede hacer uso de un préstamo en una entidad financiera que es la encargada de manejar los depósitos de dinero de agentes económicos. Semejante a la estructura del sistema financiero, la entidad cuenta con una reserva bancaria donde una fracción del dinero depositado por los agentes es usada para realizar préstamos. Así mismo, la entidad reconoce un interés a los depositantes por captación de sus recursos y cobra una tasa por los préstamos otorgados a los agentes.

Los resultados muestran que la deuda se estabiliza y las distribuciones en el equilibrio corresponden a leyes exponenciales de Boltzmann-Gibbs, si en el sistema se considera una restricción al permitir un solo préstamo por agente libre de intereses. En el caso de no tener restricciones, el sistema no se estabiliza y los préstamos crecen más rápido que los pagos, dejando a la entidad financiera en bancarrota. Situación semejante si se introducen tasas de captación y capitalización, ya que la entidad financiera recibe intereses por los pagos de préstamos haciendo que la entidad acumule todo el dinero del sistema. Estos dos hallazgos apoyan dos de las afirmaciones hechas por Yakovenko (2016) acerca del papel de la deuda y los intereses en la distribución de riqueza.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la Universidad de los Llanos el apoyo y financiación del proyecto “El impacto de una entidad financiera en la reducción de la desigualdad a partir de modelos basados en agentes” con código C01-F04-007-2019. Así mismo, al grupo de investigación Cavendish en cabeza del doctor Freddy Leonardo Dubeibe por su colaboración en la supervisión del trabajo de redacción y edición.

REFERENCIAS

1. Bonabeau, <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.082080899> E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(suppl. 3), 7280-7287.
2. Calvo-Bernardino, A., & Martín de Vidales-Carrasco, I. (2014). El rescate bancario: importancia y efectos sobre algunos sistemas financieros afectados. *Revista de Economía Mundial*, 37, 125-150. <http://dx.doi.org/10.33776/rem.v0i37.4009>
3. Chakraborti, A., & Chakrabarti, B. K. (2000). Statistical mechanics of money: how saving propensity affects its distribution. *The European Physical Journal B Condensed Matter and Complex Systems*, 17(1), 167-170. <http://dx.doi.org/10.1007/s100510070173>
4. Chakraborti, <http://dx.doi.org/10.1080/14697688.2010.539248> A., Toke, I. M., Patriarca, M., & Abergel, F. (2011a). Econophysics review: I. Empirical facts. *Quantitative Finance*, 11(7), 991-1012.
5. Chakraborti, A., Toke, I. M., Patriarca, M., & Abergel, F. (2011b). Econophysics review: II. Agent-based models. *Quantitative Finance*, 11(7), 1013-1041. <http://dx.doi.org/10.1080/14697688.2010.539249>
6. Chatterjee, A., Chakrabarti, B. K., & Manna, S. (2004). Pareto law in a kinetic model of market with random saving propensity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 335(1-2), 155-163. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2003.11.014>
7. Clara-Rahola, J., Puertas, A. M., Sánchez-Granero, M. A., Trinidad-Segovia, J. E., & De las Nieves, F. J. (2017). Diffusive and arrestedlike dynamics in currency exchange markets. *Physical Review Letters*, 118(6), 068301. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.068301>
8. Coelho, R., Richmond, P., Barry, J., & Hutzler, S. (2008). Double power laws in income and wealth distributions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(15), 3847-3851. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2008.01.047>
9. Díez, J. C. (2013). *Hay vida después de la crisis: el economista observador*. Plaza & Janés.
10. Diniz, M., & Mendes, F. (2012). Effects of taxation on money distribution. *International Review of Financial Analysis*, 23, 81-85. <http://dx.doi.org/10.1016/j.irfa.2011.06.014>
11. Drăgulescu, A., & Yakovenko, V. M. (2000). Statistical mechanics of money. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 17(4), 723-729. <http://dx.doi.org/10.1007/s100510070114>

12. Drăgulescu, A., & Yakovenko, V. M. (2001). Evidence for the exponential distribution of income in the USA. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 20(4), 585-589. <http://dx.doi.org/10.1007/PL00011112>
13. Farmer, J. D., & Foley, D. (2009). The economy needs agent-based modeling. *Nature*, 460(7256), 685-686. <http://dx.doi.org/10.1038/460685a>
14. Guala, S. (2009). Taxes in a wealth distribution model by inelastically scattering of particles. *Interdisciplinary Description of Complex Systems: INDECS*, 7(1), 1-7.
15. Gutiérrez-Rueda, J., Estrada, D. A., & Capera-Romero, L. (2011). Un análisis del endeudamiento de los hogares. *Temas de Estabilidad Financiera*, 61. <https://doi.org/10.32468/tef.61>
16. Jaramillo-Betancur, F. (2016). Tasas de interés e intermediación. *Lupa Empresarial*, 4, 26-43. <https://revistas.ceipa.edu.co/index.php/lupa/article/view/496>
17. López-García, M. N., Sánchez-Granero, M. A., Trinidad-Segovia, J. E., Puertas, A. M., & De las Nieves, F. J. (2020). A new look on financial markets co-movement through cooperative dynamics in many-body physics. *Entropy*, 22(9), 954. <https://doi.org/10.3390/e22090954>
18. Lux, T., & Alfarano, S. (2016). Financial power laws: Empirical evidence, models, and mechanisms. *Chaos, Solitons & Fractals*, 88, 3-18.
19. Lux, T., & Marchesi, M. (1999). Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, 397(6719), 498-500. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2016.01.020>
20. Macal, C. M., & North, M. J. (2005). Tutorial on agent-based modeling and simulation. Proceedings of the Winter Simulation Conference. <https://doi.org/10.1109/WSC.2005.1574234>
21. Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. (1999). *Introduction to econophysics: Correlations and complexity in finance*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511755767>
22. McCauley, J., Roehner, B., Stanley, E., & Schinckus, C. (2016). The 20th anniversary of econophysics: Where we are and where we are going. *International Review of Financial Analysis*, 47(100), 267-269. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2016.09.001>
23. Patriarca, M., & Chakraborti, A. (2013). Kinetic exchange models: From molecular physics to social science. *American Journal of Physics*, 81(8), 618-623. <https://doi.org/10.1119/1.4807852>
24. Patriarca, M., Chakraborti, A., & Kaski, K. (2004). Statistical model with a standard Γ distribution. *Physical Review E*, 70(1), 016104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.016104>

25. Pereira, E. J. A. L., Da Silva, M. F., & Pereira, H. B. B. (2017). Econophysics: Past and present. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 473, 251-261. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.01.007>
26. Poitras, G. (2018). The pre-history of econophysics and the history of economics: Boltzmann versus the marginalists. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 507, 89-98. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.05.058>
27. Puertas, A. M., Sánchez-Granero, M. A., Clara-Rahola, J., Trinidad-Segovia, J. E., & De las Nieves, F. J. (2020). Stock markets: A view from soft matter. *Physical Review E*, 101(3), 032307. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.032307>
28. Pyka, A., & Fagiolo, G. (2007). Agent-based modelling: A methodology for neo-schumpeterian economics. En H. Hanusch & A. Pyka (eds.), *Elgar companion to neo-Schumpeterian Economics* (pp. 467-487). Edward Elgar.
29. Quevedo, H., & Quevedo, M. N. (2016). Income distribution in the Colombian economy from an econophysics perspective. *Cuadernos de Economía*, 35(69), 691-707. <https://doi.org/10.4337/9781847207012.00037>
30. Rios, M. C., McConnell, C. R., & Brue, S. L. (2013). *Economics: Principles, problems, and policies*. McGraw-Hill.
31. Roza-Ceranza, J. P. (2020). *Historia del gravamen a los movimientos financieros en Colombia*.
32. Schinckus, C. (2010). Is econophysics a new discipline? The neopositivist argument. *Physica A: Statistical mechanics and its applications*, 389(18), 3814-3821. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2010.05.016>
33. Schinckus, C. (2013). Between complexity of modelling and modelling of complexity: An essay on econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(17), 3654-3665. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2013.04.005>
34. Segovia, J. E. T., Di Sciorio, F., Mattera, R., & Spano, M. (2022). A bibliometric analysis on agent-based models in finance: Identification of community clusters and future research trends. *Complexity*, 1-11.
35. Silva, A. C., & Yakovenko, V. M. (2004). Temporal evolution of the “thermal” and “superthermal” income classes in the USA during 1983-2001. *Europhysics Letters*, 69(2), 304. <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2004-10330-3>
36. Stanley, H. E., Afanasyev, V., Amaral, L. A. N., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Leschhorn, H., Maass, P., Mantegna, R. N., Peng, C.-K., Prince, P. A., Salinger, M. A., Stanley, M. H. R., & Viswanathan, G. M. (1996). Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: From DNA and physiology to econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 224(1-2), 302-332. [http://dx.doi.org/10.1016/0378-4371\(95\)00409-2](http://dx.doi.org/10.1016/0378-4371(95)00409-2)

37. Tao, Y. (2021). Boltzmann-like income distribution in low and middle income classes: Evidence from the United Kingdom. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 126114. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2021.126114>
38. Yakovenko, V. M. (2016). Monetary economics from econophysics perspective. *The European Physical Journal Special Topics*, 225(17), 3313-3335. <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2016-60213-3>
39. Yakovenko, V. M., & Silva, A. C. (2007). Two-class structure of income distribution in the USA: Exponential bulk and power-law tail. En K. Yakubo, H. Amitsuka, G. Ishikawa, S. Tanda, H. Yamada & N. Kichiji (eds.), *Topological Aspects of critical systems and networks* (pp. 49-58). World Scientific. http://dx.doi.org/10.1142/9789812708687_0007



CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772

ARTÍCULOS

- JOHN GARCÍA RENDÓN, MANUEL CORREA GIRALDO Y ALEJANDRO GUTIÉRREZ GÓMEZ
Efecto de la entrada en operación de la central hidroeléctrica más grande y de las energías renovables no convencionales en Colombia sobre el precio de bolsa 1
- ROBERTO ARPI, LUIS ARPI, RENE PAZ PAREDES Y ANTONIO SÁNCHEZ-BAYÓN
Desigualdad del ingreso laboral por grupo étnico en el Perú durante la pandemia de COVID-19 25
- DANTE DOMINGO TERRENO, JORGE ORLANDO PÉREZ Y SILVANA ANDREA SATTLER
Un modelo jerárquico para la predicción de insolvencia empresarial. Aplicación de análisis discriminante y árboles de clasificación 51
- SARA FLORES Y PAUL CARRILLO-MALDONADO
¿Mejora el comercio internacional con un tratado de libre comercio? El caso de Alianza del Pacífico 77
- MANUELA MAHECHA ALZATE
A theoretical framework to study accumulation regimes and crises in Colombia 99
- CAROLINA ROMÁN Y HENRY WILLEBALD
Transferencias de ingresos entre actividades productivas en Uruguay (1955-2022). Estabilidad, cambio y creciente dispersión 127
- JENNY LISSETH AVENDAÑO LÓPEZ, ÓSCAR HERNÁN CERQUERA LOSADA Y CRISTIAN JOSÉ ARIAS BARRERA
Modelo de probabilidad según condiciones socioeconómicas para el trabajo infantil rural y urbano en Colombia 175
- INMACULADA CEBRIÁN Y GLORIA MORENO
The path to labour stability for young spanish workers during the great recession 195
- MARÍA CRISTINA BOLÍVAR RESTREPO, LAURA CARLA MOISÁ ELICABIDE Y NICOLÁS ALBERTO MORENO REYES
Informalidad laboral femenina en Colombia: composición y determinantes socioeconómicos 231
- CÉSAR AUGUSTO GIRALDO PRIETO, JESÚS SANTIAGO SAAVEDRA SANTA Y LÍA CECILIA VALENCIA ÁLVAREZ
La educación financiera como mediadora entre la planeación financiera y el desempeño financiero en microemprendedores del sector solidario 265
- ERIKA SIERRA PÉREZ Y ALEXANDER VILLARRAGA ORJUELA
Efectos del desajuste educativo sobre los salarios de los jóvenes de 18 a 28 años: análisis en países de la Comunidad Andina 297
- ALEXANDER SANTOS NIÑO, WILDER ARLEHT ANGARITA OSORIO Y JOSÉ LUIS ALVARADO MARTÍNEZ
Estudio de la dinámica de préstamos y depósitos en un sistema económico cerrado a partir de modelos cinéticos de distribución 327
- JESÚS BOTERO, CRISTIAN CASTRILLÓN, ÁLVARO HURTADO, HUMBERTO FRANCO Y CHRISTIAN VARGAS
Formality and informality in an emerging economy: The case of Colombia 345

RESEÑA

- JUAN CARLOS VILLAMIZAR
The World that Latin America Created. The United Nations Economic Commission for Latin America in the Development Era de Margarita Fajardo, 2021

375

