

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v5i1.1716>

## Análisis de la madurez matemática en una actividad de la función cuadrática

Analysis of mathematical maturity in a quadratic function activity

**Adrián Sepúlveda Romo**

asepulveda@uts.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-7639-3512>

Universidad Tecnológica del Sur de Sonora  
Cd. Obregón, Sonora – México

**Eusebio Jiménez López**

ejimenezl@msn.com

<https://orcid.org/0000-0001-6893-3550>

ITESCA – Universidad Tecnológica del Sur de Sonora  
Cd. Obregón, Sonora – México

**Jesús Manuel Gutiérrez Villarreal**

mgutierrez@uts.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0001-9553-9786>

Universidad Tecnológica del Sur de Sonora  
Cd. Obregón, Sonora – México

**Alberto Luna Bracamontes**

aluna@uts.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-9758-2865>

Universidad Tecnológica del Sur de Sonora  
Cd. Obregón, Sonora – México

Artículo recibido: 31 de enero de 2024. Aceptado para publicación: 15 de febrero de 2024.  
Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

### Resumen

El presente trabajo aporta una propuesta didáctica para el manejo de las ecuaciones de segundo grado y los elementos emergentes que intervienen en la construcción y desarrollo de los algoritmos relacionados. El estudio se basó en las representaciones mentales de la teoría de registros semióticos de Duval, consistente en tratamientos y conversiones de objetos matemáticos en sus diferentes formas. La investigación de corte documental y con un enfoque cualitativo se aplicó a un grupo de estudiantes quienes trabajaron con material y recursos didácticos diseñados con actividades gráficas, algebraicas y verbales. El aporte más significativo que brindó esta propuesta didáctica, fue la obtención de la ecuación analítica dada la representación gráfica. Este estudio permite ampliar la comprensión de la parábola, sus características, fórmulas y estudio de los elementos emergentes como son los productos notables, la factorización y otros. Se aplicó un cuestionario a los alumnos de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora en donde se les evaluó el conocimiento algebraico y gráfico de la Parábola, y se encontraron deficiencias en cuanto a la comprensión del tema tratado. Se recomienda que se tome como referencia el instrumento aplicado en este trabajo el cual está basado en los registros semióticos de Duval para mejorar la comprensión algebraica y gráfica de las funciones.

*Palabras clave:* matemática educativa, registros semióticos, la parábola

## Abstract

The present work provides a didactic proposal for the handling of second degree equations and the emergent elements involved in the construction and development of the related algorithms. The study was based on the mental representations of Duval's theory of semiotic registers, consisting of treatments and conversions of mathematical objects in their different forms. The documentary research with a qualitative approach was applied to a group of students who worked with didactic material and resources designed with graphic, algebraic and verbal activities. A questionnaire was applied to the students of the Technological University of Southern Sonora where their algebraic and graphic knowledge of the Parabola was evaluated, and deficiencies were found regarding the comprehension of the subject treated. It is recommended that the instrument applied in this work, which is based on Duval's semiotic registers, be taken as a reference to improve the algebraic and graphic understanding of functions.

*Keywords:* educational mathematics, semiotic registers, the parabola

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons 

Cómo citar: Sepúlveda Romo, A., Jiménez López, E., Gutiérrez Villarreal, J. M., & Luna Bracamontes, A. (2024). Análisis de la madurez matemática en una actividad de la función cuadrática. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 5 (1), 1883 – 1901.  
<https://doi.org/10.56712/latam.v5i1.1716>

## INTRODUCCIÓN

A lo largo de varias décadas, las naciones han venido confrontando el desafío del rezago educativo, destacando especialmente la problemática de la reprobación en los cursos de matemáticas en instituciones universitarias. Estas serias dificultades se han intensificado aún más a raíz de la pandemia del COVID-19. Según el Instituto de Estadística de la Unesco (UIS, por sus siglas en inglés), "más de 617 millones de niños y adolescentes no están alcanzando los niveles mínimos de competencia en lectura y matemáticas" (UNESCO, 2015). Entre las pruebas estandarizadas utilizadas para medir los aprendizajes básicos de los alumnos se encuentran la prueba TIMSS (Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias) (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 2023); la prueba SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) de la UNESCO para Latinoamérica (SERCE, 2023) y la prueba PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos), desarrollada por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) (OCDE, 2016).

En México, se han implementado estrategias innovadoras en la didáctica de las matemáticas, pero a pesar de ello, no se ha logrado el avance esperado, por ejemplo, en la aplicación del examen EXHCOBA (Métrica Educativa, 2023), en los años 2006 y 2007 "Los estudiantes mostraron un aprovechamiento sumamente bajo" (Larrazolo, Backhoff, & Tirado, 2013). Otro estudio importante es la prueba PISA 2015, la cual fue aplicada a alumnos mexicanos de 15 años. En 2015, las competencias matemáticas de los alumnos mexicanos obtuvieron un rendimiento de 408 puntos, por debajo de la media de la OCDE, que fue de 493 puntos. Además, menos del 1% de los alumnos mexicanos de 15 años logran alcanzar los niveles de competencia más altos, situando a México por debajo del desempeño promedio de países como Portugal, España y Chile, pero por encima de Brasil, Colombia y Perú. Otro instrumento de medición de los aprendizajes en los alumnos de Educación Media Superior es el PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) (SEP, 2023) aplicado por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Se obtuvo que, solo el 6.4% de los alumnos evaluados de tercer grado de bachillerato en los sistemas CONALEP, lograron un dominio de los conocimientos y habilidades en matemáticas (CONALEP, 2015). Con respecto a la prueba PISA y de acuerdo (Carnoy y Khavenson, 2023), los alumnos mexicanos han mejorado relativamente poco en matemáticas y lectura en el periodo 2003 y 2018. Recientemente México obtuvo un bajo rendimiento en la Prueba PISA 2022, esto es, 126 puntos menos que Japón, el país mejor evaluado, y es el tercer país peor evaluado de la OCDE en Matemáticas y Comprensión Lectora, y con el peor puntaje en ciencia, y tuvo un retroceso similar al año 2003 (IMCO 2023). Los pobres desempeños en la educación matemática en México relacionados con la prueba PISA, deben poner en alerta a las autoridades educativas y al profesorado, ya que las implicaciones que se derivan de estos resultados son perjudiciales para la formación de los estudiantes y futuros profesionistas.

Por otro lado, los estudios en el campo de la matemática educativa señalan la necesidad de que el alumno, con apoyo de la tecnología, interactúa con las distintas formas, representaciones y algoritmos relacionados con ella para lograr un aprendizaje significativo en las ecuaciones de segundo grado (Pizarro, 2009; Hitt, 2003). En la actualidad, una gran cantidad de instituciones educativas de nivel superior, a través de sus cuerpos colegiados en el área de matemáticas, están realizando investigaciones en el campo de la matemática educativa, específicamente en lo que respecta a los currículos escolares, impactando con nuevos enfoques y acercamiento a los objetos matemáticos. Por ejemplo, Campos (2003), describe que las ecuaciones de segundo grado se pueden representar de forma analítica y gráfica, como es el caso de la parábola, y que, de hecho, este concepto es uno de los contenidos comunes en el discurso matemático escolar.

Se requiere obtener elementos de los posibles logros y dificultades de los estudiantes en la conversión entre los registros algebraico y gráfico para conocer diversas problemáticas entorno a la interpretación de las funciones. Díaz (2012), aplicó una actividad para la ecuación de segundo grado  $y=ax^2+bx+c$ , cuya finalidad fue la de analizar si los alumnos identifican la ecuación con la gráfica de una parábola. En esta investigación se mostró que los alumnos no acertaron a establecer la relación del coeficiente del término cuadrático con el comportamiento de la parábola mediante la información visual contenida en la gráfica.

Las dificultades presentes en los estudiantes alrededor del aprendizaje de las matemáticas han sido motivo por el cual varios estudiosos han desarrollado teorías para resolver esta problemática. Duval (1998) menciona que “los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción humana o de una experiencia intuitiva inmediata. Por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser otra cosa que una aprehensión conceptual y, por otro lado, solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos” (p. 174)

Duval (2006), menciona que es crucial en la educación matemática la habilidad para cambiar el registro de la representación. Por su parte, Cantoral y Montiel (2001), describen que “debido a que las gráficas se abordan en la matemática tradicional escolar como una técnica y no como una forma de visualizar procedimientos y conceptos matemáticos, los estudiantes no cuentan con habilidades para responder a preguntas con un acercamiento gráfico, entendiendo la visualización como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar la información visual en el pensamiento y en el lenguaje en el que aprende”.

Un papel muy importante para la validación de los conocimientos (Madurez Matemática) sobre el manejo de los objetos matemáticos en sus diferentes registros semióticos, es el uso de las tecnologías en todo proceso de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Lupiáñez y Moreno (2001), mencionan que “hay que entender la instrumentación de las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas como un proceso de enriquecimiento, no como sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas,” Por otra parte, Hitt (2003) afirmó que es necesario “implementar en el aula de matemáticas tareas en las que la actividad matemática demande el uso coherente de diferentes representaciones.”

## **METODOLOGÍA**

### **Problemática**

En las clases de matemática los alumnos presentan dificultades de aprendizaje relacionadas con la comprensión y manejo de diferentes conceptos, por ejemplo, las funciones y las gráficas. Algunos no tienen dificultades con las expresiones algebraicas de alguna función, pero se les complica la interpretación gráfica o viceversa. El manejo de las funciones tanto en forma algebraica como gráfica, es esencial para muchas aplicaciones, en especial en la ingeniería. La introducción de la tecnología como calculadoras o software en la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos es esencial hoy en día en parte porque se puede utilizar para comprender de una mejor manera los conceptos matemáticos y, por otro lado, son esenciales para la graficación y las aplicaciones.

Un tema relevante en las matemáticas es la geometría analítica, ya que en ella se estudian las características y propiedades de las cónicas. La parábola es un concepto relevante en geometría analítica y se utiliza para introducir a los alumnos al análisis de las curvas básicas y es ideal para la enseñanza de las ecuaciones algébricas cuadráticas y sus diferentes representaciones. Sin embargo, al trabajar la ecuación cuadrática de su forma general a su forma canónica, algunos alumnos muestran

serias deficiencias y no lo logran. Surgen los siguientes planteamientos: ¿Cuáles son las dificultades que los estudiantes enfrentan al trabajar en la ecuación cuadrática en sus diferentes formas? ¿Qué estrategias didácticas se pueden diseñar para superar esas dificultades?

### **Objetivo**

Analizar una propuesta didáctica para que los alumnos mejoren su desempeño en el tema de las ecuaciones cuadráticas a través del uso de diferentes registros de representación.

### **Pregunta de Investigación**

¿En qué medida el uso de los diferentes registros de representación en la enseñanza de la parábola puede ayudar a los estudiantes a mejorar su rendimiento y dominio del tema?

### **Teoría de las representaciones semióticas**

La manipulación de las formas de representación simbólica de la función cuadrática ofrece una amplia gama de métodos de representación con características distintivas. Cada uno de estos métodos facilita el desarrollo de actividades cognitivas y proporciona una comprensión clara de los conceptos matemáticos involucrados. Al utilizar diferentes métodos de representación, se fomenta un aprendizaje basado en la representación, lo que permite validar el conocimiento adquirido y establecer conexiones entre los diferentes métodos. Según Duval (2004), las representaciones simbólicas, que son producciones constituidas por el uso de signos (como lenguaje formal, fórmulas algebraicas, o figuras geométricas), son simplemente medios a través de los cuales los individuos pueden externalizar sus representaciones mentales, es decir, hacerlas visibles o accesibles a los demás. La transformación de la parábola en su representación analítica implica cambiar la ecuación de su forma general a su forma estándar a través de completar el trinomio cuadrado perfecto. En la representación gráfica se consideran aspectos como la concavidad, los cortes en el eje  $x$  y el eje  $y$ , además de la posición en el plano cartesiano.

La conversión entre los registros analítico y gráfico permite al estudiante identificar y comprender la parábola en diferentes representaciones de la ecuación de segundo grado, lo cual favorece un aprendizaje sólido y una conceptualización clara del objeto de estudio. La propuesta de Duval destaca que la comprensión integral de un concepto se basa en la coordinación de al menos dos registros de representación y en la habilidad de realizar conversiones de manera rápida y espontánea.

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas ha generado cambios en las metodologías educativas. Las herramientas tecnológicas, basadas en recursos gráficos e interactivos, permiten abordar las ecuaciones de segundo grado de manera más dinámica.

### **METODOLOGÍA**

La propuesta didáctica diseñada para el estudio de la parábola se implementó en el curso de Álgebra lineal en la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora, localizada en Cd. Obregón, Sonora, México, durante el periodo de septiembre a diciembre de 2022. Este curso se imparte en el primer cuatrimestre de las carreras Técnico Superior Universitario en Mecatrónica, Procesos Industriales, Mantenimiento Industrial, Tecnologías de la información y Manufactura Aeronáutica. La muestra para la implementación de la propuesta fue de 20 estudiantes con una edad promedio de 19 años seleccionados al azar. Se diseñó y aplicó un instrumento de evaluación para medir el impacto de la propuesta didáctica. Este instrumento consideró las actividades cognitivas de tratamiento y conversión entre los registros de representación verbal, algebraica y gráfico. El diseño de la investigación fue cualitativo centrado en la técnica de revisión documental, investigando en fuentes

secundarias. El primer paso consistió en elaborar el instrumento de evaluación conforme a las recomendaciones de Santibáñez (1998), asegurando su validez de contenido mediante una tabla de especificaciones y la revisión de expertos en el área. Se realizó una prueba piloto con un grupo de estudiantes para afinar la redacción de los reactivos hasta llegar a su versión final. El instrumento se aplicó al grupo y con los datos obtenidos, se realizó un análisis cualitativo descriptivo para identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en los tratamientos y conversiones evaluados. El objetivo de la presente investigación fue analizar el impacto de la propuesta didáctica en el aprendizaje de la parábola. Finalmente, se redactó el reporte correspondiente con los hallazgos y conclusiones derivados del estudio.

## **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

A continuación, se detallan los hallazgos de los conocimientos generales de los estudiantes sobre el tema de las ecuaciones de segundo grado (la Parábola) desde el enfoque teórico de Duval, con los criterios de los registros de representación semiótica.

### **Tratamientos**

#### **Tratamiento en el registro verbal**

El trabajo del tratamiento verbal lleva a parafrasear, es decir, a expresar la misma representación mental, pero con otra estructura sintáctica. En la Figura 1 se muestra el resultado del reactivo 3 (ver Apéndice A) de un alumno que asoció la ecuación de segundo grado con una parábola. Sin embargo, las representaciones mentales de una recta y la de un plano, el alumno las ubicó también como parte de las ecuaciones de segundo grado, lo que puede parecer que para él no es muy claro aún el significado verbal de una ecuación de segundo grado.

**Figura 1**

*La respuesta correspondiente al alumno en el tratamiento en el registro verbal*

3. ¿Qué figura puede ser representada por una ecuación de segundo grado?	
<input checked="" type="radio"/> A Una Parábola.	<input type="radio"/> B Una Recta
<input type="radio"/> C Rectángulo	<input type="radio"/> D Un Plano

Es lo que se presentará en el parígrafos, y una recta y un plano son ecuaciones de 2<sup>do</sup> grado.

**Fuente:** elaboración propia.

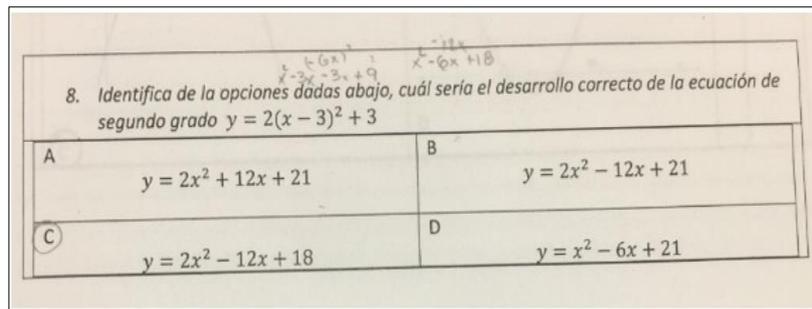
#### **Tratamiento en el registro algebraico**

Este reactivo (el número 8, ver Apéndice A) lleva implícito el desarrollo de las operaciones para llegar a la respuesta correcta. En la Figura 2 se observa el desarrollo del binomio al cuadrado realizado por el alumno, sin embargo, se puede ver que no sumó la constante numérica.

En el tratamiento del registro algebraico es una condición que el alumno tenga la aprehensión, entendiendo con esto que es necesario que conozca los fundamentos de aritmética y del álgebra y sus operaciones, así como de la memorización de los mismos.

**Figura 2**

*Respuesta en el tratamiento del registro algebraico*



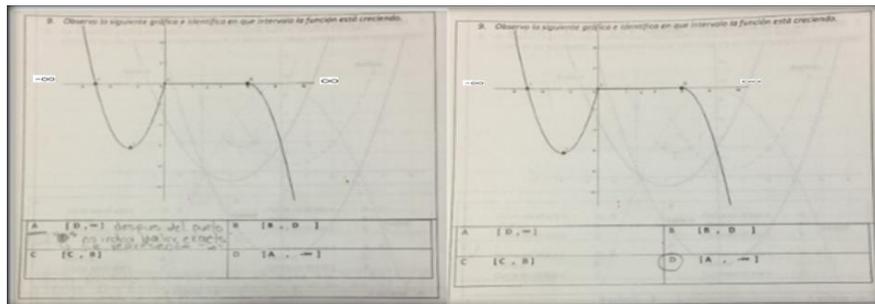
**Fuente:** elaboración propia.

**Tratamiento en el registro gráfico**

El proceso de visualizar la gráfica y la comprensión de las variables (x, y) en una relación funcional, son determinantes para dar una respuesta acertada. En la Figura 3 se puede interpretar que algunos alumnos consideraron erróneamente como respuesta la opción A (del reactivo 9, ver Apéndice A) ya que consideran el símbolo de infinito “∞” como algo que está creciendo, mientras que otros alumnos interpretaron también erróneamente, que la parte positiva de la función donde los valores de “y” que se encuentran por encima del eje “x”, es por donde la función crece.

**Figura 3**

*Respuesta de dos alumnos en la actividad del tratamiento del registro gráfico*



**Fuente:** elaboración propia.

Estas respuestas implican la falta de comprensión de la representación gráfica de una función cuando crece o decrece, es decir, la lectura de una gráfica. La opción A de la Figura 3, muestra que la mayoría relaciona el símbolo “∞” infinito con crecimiento y no exploran hacia dónde se dirigen los valores de “y” a medida que los valores de “x” tienden a infinito.

## Conversiones

### Conversión del registro algebraico al verbal

La interpretación de las ecuaciones de segundo grado a su forma conceptual se caracteriza por los conocimientos que el estudiante tiene sobre la definición de los términos algebraicos, sus grados y sus signos, destacando los productos notables como lo son el cuadrado de un binomio, el cubo de un binomio y la diferencia de cuadrados, entre otros. Los alumnos en el reactivo 6 (ver Apéndice A), mostraron una dificultad para comprender las representaciones analíticas y su expresión verbal, siendo que en un contexto matemático abstracto la aceptación de la aprehensión de estos algoritmos y su expresión conceptual son una parte crucial (ver Figura 4).

De acuerdo con la Figura 4, la opción B mostró como posible solución: "Al multiplicarlos se obtiene un binomio al cuadrado". Las reglas, signos y símbolos que caracterizan la multiplicación de dos binomios conjugados con su igualdad (la diferencia de cuadrados), son conocimientos esencialmente necesarios para los alumnos. De la misma manera, algunos alumnos contestaron erróneamente la opción D: "Al multiplicarlos se obtiene una factorización por factor común", por lo que no consideraron que la multiplicación de dos binomios en sí ya están presentados como factores  $(a+b)(a-b)$ , además, su igualdad es la forma desarrollada (forma general) para este caso especial de ecuación de segundo grado. Las respuestas a este reactivo muestran que hay una deficiencia en el lenguaje algebraico en la forma en que se enuncian verbalmente las representaciones algebraicas más utilizadas como son los productos notables.

**Figura 4**

*Respuesta de un estudiante de la conversión del registro algebraico al verbal*

<p>6. Identifica a que enunciado de los de abajo corresponde el siguiente desarrollo  <math>(a - b)(a + b) = a^2 - b^2</math></p>	
<p>A Al multiplicarlos se obtiene la resta de dos términos al cuadrado.</p>	<p><b>B</b> Al multiplicarlos se obtiene un binomio al cuadrado.</p>
<p>C Al multiplicarlos se obtiene la suma de dos términos al cuadrado.</p>	<p>D Al multiplicarlos se obtiene una factorización por término común.</p>

**Fuente:** elaboración propia.

### Conversión del registro verbal al algebraico

Los conocimientos previos adquiridos por los alumnos en su educación básica y media superior, son una herramienta necesaria para desarrollar ejercicios con procedimientos y metodologías puestas en prácticas, ya que empoderan al estudiante para obtener una madurez matemática que le facilita comprender las situaciones problemáticas que le plantea en uso de la competencia lecto-escritura de las matemáticas y que puede potenciarlo en su pensamiento lógico matemático.

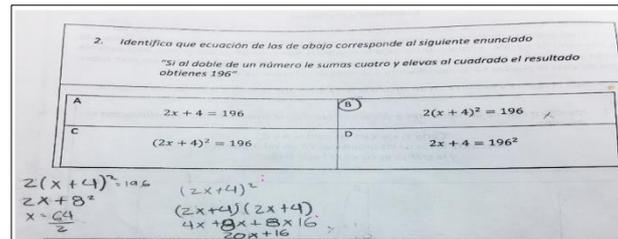
El registro de conversión (registro 2, ver Apéndice A) parte del enunciado de una determinada expresión como se muestra en la Figura 5. Se puede observar que es un registro donde convergen nociones de la aritmética, del álgebra y las leyes de los signos, que representan herramientas que le facilitan al

alumno expresar un enunciado en el logro de ecuaciones y resignificar sus elementos y validar su solución.

En la Figura 5, se puede observar que el estudiante realizó algunos procedimientos algebraicos, pero con ciertos errores, y que no eran necesarios para responder el reactivo. La definición de un número desconocido "x" como una variable algebraica, es parte de las dificultades por las que se enfrenta el alumno ya que debe ir traduciendo ciertos enunciados verbales a ciertas operaciones aritméticas con esta variable y establecer una ecuación que está conectada en su totalidad, lo que en ocasiones resulta confuso para el alumno porque el enunciado verbal (como es el caso de las ecuaciones de los incisos B y C) es muy similar en su representación algebraica.

**Figura 5**

*Interpretación de un alumno en la conversión entre registros verbal al algebraico*



**Fuente:** elaboración propia.

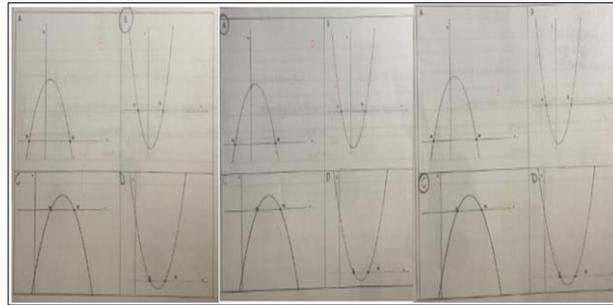
### Conversión del registro verbal al gráfico

La percepción de los objetos matemáticos es la base para construir diferentes representaciones mentales del objeto a través de los procesos cognitivos. Es aquí donde la dificultad de obtener la gráfica partiendo de un enunciado, requiere el manejo de herramientas de visualización en vez de relacionar los símbolos propios de la gráfica con su relación conceptual.

La Figura 6 muestra un ejemplo de los errores más frecuentes al trabajar con las gráficas (aplicación del reactivo 1, ver Apéndice A). Una de las condiciones del enunciado es: "corta al eje x en los puntos A y B, intercepta al eje de las ordenadas en un valor positivo y la gráfica es cóncava hacia arriba". En la Figura 6 se muestra que los alumnos no ubican los nombres y valores correctos de los ejes en el plano cartesiano.

**Figura 6**

*Respuesta de tres alumnos al reactivo 1 del registro verbal al gráfico*



**Fuente:** elaboración propia.

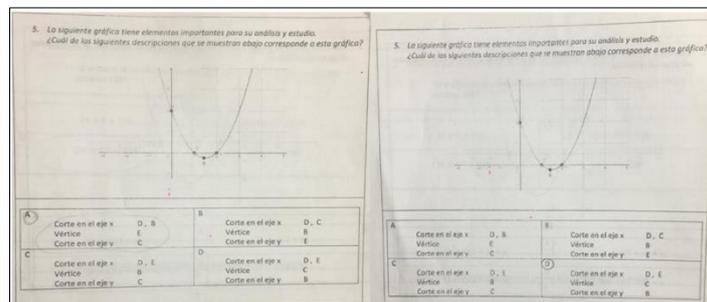
Un concepto que los alumnos no habían trabajado hasta el momento fue la prueba de concavidad. En la Figura 6 se puede observar que los alumnos expresan la concavidad de la parábola positiva en posición hacia abajo y su imprecisión al relacionar la imagen y posición de la parábola con respecto a su concavidad hacia arriba.

**Conversión del registro gráfico al registro verbal**

Los elementos gráficos que describen la posición correcta de la parábola en el plano cartesiano son características visuales que el alumno tiene que dominar para los futuros cursos de matemáticas. En la Figura 7 (que muestra el reactivo 5, ver Apéndice A) el alumno contestó la opción D evidenciando que no distingue las características de la parábola, su vértice y el corte con el eje de las ordenadas. De la misma manera, no distingue el manejo de la misma con ayuda del plano cartesiano. El segundo alumno no distingue el corte de la parábola con el eje de las abscisas ni tampoco el lugar geométrico del vértice.

**Figura 7**

*Respuesta de dos estudiantes en la actividad del registro gráfico al verbal*



**Fuente:** elaboración propia.

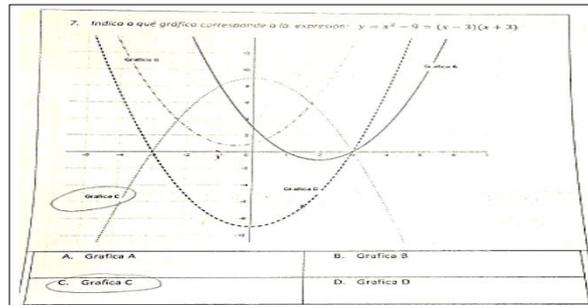
Otro alumno escribió en su hoja de respuestas la pregunta ¿Qué es un vértice? Que se interpreta como una evidencia concreta que hasta no ha tenido contacto con el objeto matemático de la parábola.

### Conversión del registro algebraico al registro gráfico

La idea principal es que los alumnos conecten el valor positivo del coeficiente del término cuadrático de la representación algebraica de la parábola con la gráfica de su concavidad en el plano cartesiano. En la Figura 8 (reactivo 7, ver Apéndice A) se puede observar que se le dificulta al alumno relacionar la concavidad de la figura mostrada con el signo de la expresión algebraica. Solo identifica las intersecciones, pero no la concavidad de la parábola.

#### Figura 8

*Respuesta de un estudiante en la actividad de conversión del registro algebraico al gráfico*

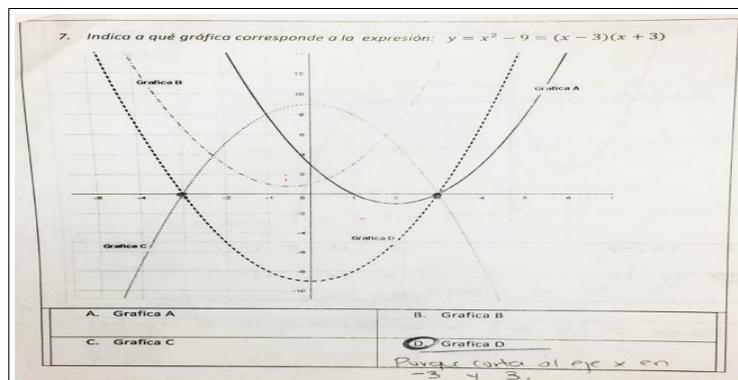


**Fuente:** elaboración propia.

Un alumno declaró en forma escrita no tener herramientas para hacer esta conversión. Por otra parte, otro alumno escribió una nota donde consideró solo los cortes con el eje  $x$ :  $x=3$ ,  $x=-3$  (ver Figura 9), por lo que solo identificó las intersecciones y no parece tomar en cuenta la concavidad de acuerdo a la respuesta.

#### Figura 9

*Respuesta de un estudiante en la actividad de conversión del registro algebraico al gráfico*



**Fuente:** elaboración propia.

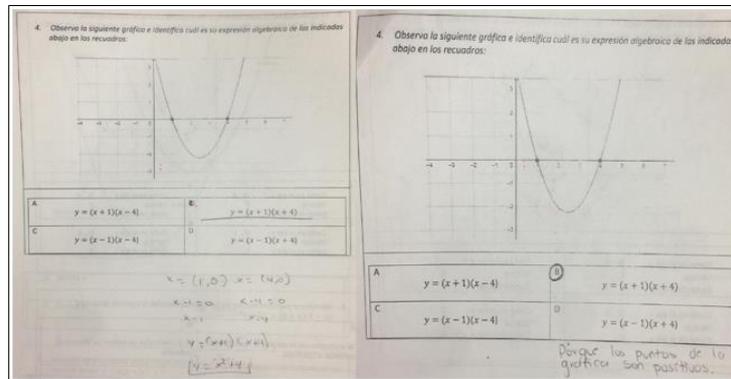
### Conversión del registro gráfico al algebraico

La elaboración de la representación algebraica a partir de la interpretación de una gráfica puede ser una tarea compleja y a veces ambigua para los alumnos, sobre todo cuando se tiene poco dominio de

los elementos que intervienen en las gráficas y su relación con las reglas propias de la función matemática. La Figura 10 muestra la respuesta de un alumno al reactivo 4 (ver Apéndice A).

**Figura 10**

*Procedimientos algebraicos inconsistentes*



**Fuente:** elaboración propia.

En la Figura 10 se puede observar que el alumno da una respuesta en base a un método donde ponderan las percepciones propias y reinventan procesos matemáticos sobre el método descrito por el docente. El estudiante tiene como registro de llegada la forma algebraica: “producto de dos binomios” y su asociación con el corte en el eje de las abscisas en el registro gráfico, lo cual es deficiente.

## DISCUSIÓN

El alumno podrá desarrollar una visión más integral con el manejo de las representaciones mentales a través de actividades de tratamientos y conversiones en el tema de las ecuaciones de segundo grado. Entre los hallazgos más notorios encontrados en este trabajo se pueden destacar la poca comprensión contextual y su relación con las variables, los coeficientes y términos, impactando en que los alumnos no relacionan las situaciones concretas con una ecuación matemática. Otros alumnos mostraron insuficiencia de conocimientos para trabajar la representación gráfica y los valores de los ejes coordenados con su correspondiente posición en los términos de la ecuación de segundo grado. El manejo del objeto matemático (la Parábola) puede resignificar su mejora de su pensamiento abstracto con actividades a lápiz y papel desde enunciados, representaciones algebraicas y la interpretación de gráficas de las ecuaciones de segundo grado, empleando la visualización de las características, como lo son la concavidad, vértice, las soluciones como el corte en el eje X, las relaciones de los coeficientes de la forma general con la gráfica. En las tareas que le solicitó el instrumento se involucró el uso y construcción de los diversos ejercicios. En trabajos como los de Ángel y Rivas (2020) y Valdivia y Pantoja (2016), se usaron actividades y tecnología para lograr un conocimiento donde el alumno tenga un rol mucho más dinámico y participativo, lo que será considerado en otro estudio como el presente. Por otra parte, una de las limitaciones de este estudio son los mismos cuestionarios y el rigor de los procesos mentales que desarrollan los estudiantes y tampoco es posible controlar al límite de tiempo para responderlos.

## **CONCLUSIÓN**

Se encontró en la aplicación de los reactivos que los alumnos tuvieron deficiencias cognitivas en el manejo de las distintas representaciones mentales de las ecuaciones de segundo grado y les faltó comprensión de los conceptos que definen a una ecuación cuadrática como son la identificación de los coeficientes y su interpretación en la representación gráfica. De la misma manera, se localizaron conocimientos muy dispersos e insuficientes para lograr la conversión entre las diferentes representaciones que se manejaron como son la verbal, la algebraica y la gráfica. Para lograr un mejor resultado en la contextualización de un caso de estudio del mundo real donde intervenga la ecuación cuadrática, es necesario desarrollar la comprensión cognitiva de lo abstracto, donde interviene un pensamiento lógico-matemático. Respecto a la pregunta de investigación planteada en este análisis sobre el papel de los diferentes registros de representación en la enseñanza de la parábola puede ayudar a los estudiantes a mejorar su rendimiento y dominio del tema, se puede considerar que la enseñanza de la geometría analítica, en especial el tema de las cónicas, debe tomar en cuenta las diferentes representaciones de las funciones para que los alumnos puedan ser capaces de alcanzar una madurez matemática al realizar actividades de tratamientos y conversiones en las ecuaciones de segundo grado. Al aplicar este proceso se puede lograr un mejor desempeño académico, y ante los resultados obtenidos en la aplicación del cuestionario, se ocupa una construcción de enfoques pedagógicos que se centre en la flexibilidad cognitiva de comprender las representaciones semióticas, por lo que se sugiere que nuevas líneas de investigación se desarrollen.

## REFERENCIAS

- Ángel, E.M., Rivas R.E. (2020). Concepciones sobre el Movimiento Parabólico: Estrategias de enseñanza y aprendizaje que contribuyen a su comprensión. *Educere*, 24(79), pp. 633-643.
- Campos, C. (2003). La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav, México.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. México: Prentice Hall.
- Carnoy, M., Khavenson T. (2023). What We Can Learn About Latin American Educational Systems from International Tests: A Brief Foray, *RLEE Nueva Época*, vol. LIII, pp. 13-50.
- CONALEP (2015). El Conalep y la prueba Planea 2015. Dirección de prospección educativa. Recuperado de: [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/208906/Planea\\_2015.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/208906/Planea_2015.pdf)
- Díaz, M. E., Haye, E. E., & Macías, M. F. (2012). Estrategias Didácticas en la elaboración de un módulo destinado a la enseñanza a distancia de Trigonometría. *Revista de Educación Matemática (RevEM)*, (1), 25, pp. 1-8
- Duval, R. (1993). Registros de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg, Francia*, 5, pp. 37-65.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real sociedad Matematica Española*. Vol 1.9, pp.143-168.
- Duval, R. (2004). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo: Curso del Doctorado en Educación con énfasis en Educación Matemática, Universidad del Valle, 1999. Universidad del Valle. Instituto de Educacion y Pedagogía. 121 p.
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión sobre la Construcción de conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2, pp. 213-223
- IMCO (2023). PISA 2022: Dos de cada tres estudiantes en México no alcanzan el nivel básico de aprendizajes en matemáticas. Instituto Mexicano para la Competitividad A.C. Recuperado el 13/12/2023 de: <https://imco.org.mx/pisa-2022-dos-de-cada-tres-estudiantes-en-mexico-no-alcanzan-el-nivel-basico-de-aprendizajes-en-matematicas/#:~:text=En%20la%20prueba%20PISA%202022,el%20peor%20puntaje%20en%20Ciencia>.
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement, I. (2023). IEA. Obtenido de IEA: <https://www.iea.nl/es/intro>
- Larrazolo, N., Backhoff, E., & Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 18(59), 1137.
- Lupianez, M. (2001). *Tecnologías y Representaciones Semióticas en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Editorial Cantabria de Granada.
- Métrica Educativa, A.C (2023). EXHCOBA EMS. Obtenido de: <https://metrica.edu.mx/examenes/examenes-de-ingreso/educacion-media-superior/exhcoba/>

OCDE (2016). oecd.org/pisa. Obtenido de: <https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf>

Pizarro, R. A. (2009). Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata).

Santibañez, J.D. (2000). Manual para la Evaluación del Aprendizaje Estudiantil. 1 edición. Trillas, México

SEP (2023). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Obtenido de: <http://planea.sep.gob.mx/>

SERCE (2023). Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE 2006)-UNESCO: Obtenido de: <https://www.unesco.org/es/fieldoffice/santiago/expertise/llece/serce>

UNESCO (2015). Replantear la educación: ¿Hacia un bien común mundial? Obtenido de: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000232697>

Valdivia, S. M., Pantoja R. (2016). Las representaciones semióticas y el tracker en el ajuste de polinomios: un estudio de caso. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (CLAME), 29, pp. 393-402

Todo el contenido de **LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades**, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) .

**ANEXOS**

**Reactivos**

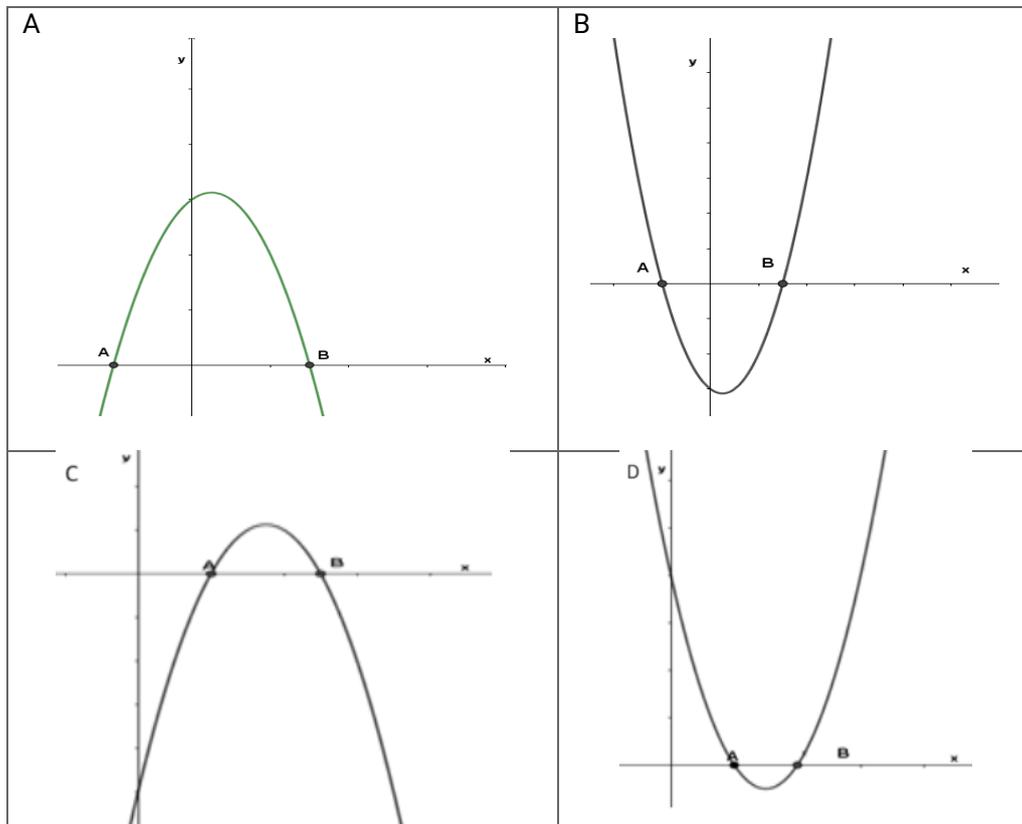
Instrucciones: A continuación, se te presentan nueve preguntas relacionadas con el tema que verás en tus próximas sesiones de clase y queremos identificar qué conocimientos tienes sobre el tema. Las preguntas son de opción múltiple, selecciona la respuesta que consideres sea la más adecuada de acuerdo a tu criterio. Contesta con seriedad cada pregunta y si tienes algo que argumentar sobre alguna de ellas lo puedes hacer, escribiendo a un lado de la respuesta seleccionada.

Analiza cada pregunta y encierra en un círculo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

**Tabla 1**

*Concentrado de los reactivos*

Identifica cuál de las siguientes gráficas corresponde al enunciado que a continuación se describe: "Corta al eje X en los puntos A y B, intersecta al eje de las ordenadas en un valor positivo y la gráfica es cóncava hacia arriba".



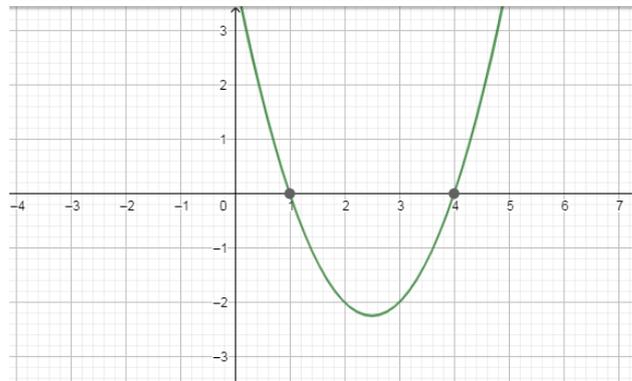
Identifica qué ecuación de las de abajo corresponde al siguiente enunciado: "Si al doble de un número le sumas cuatro y elevas al cuadrado el resultado obtienes 196"

A	$2x + 4 = 196$	B	$2(x + 4)^2 = 196$
C	$(2x + 4)^2 = 196$	D	$2x + 4 = 196^2$

¿Qué figura puede ser representada por una ecuación de segundo grado?

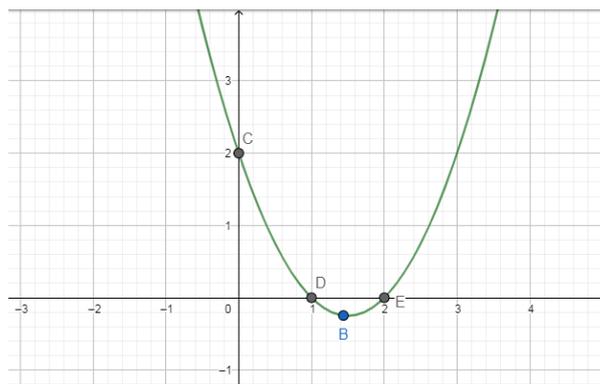
A Una Parábola.	B Una Recta
C Rectángulo	D Un Plano

Observa la siguiente gráfica e identifica cuál es su expresión algebraica de las indicadas abajo en los recuadros:



A $y = (x + 1)(x - 4)$	B $y = (x + 1)(x + 4)$
C $y = (x - 1)(x - 4)$	D $y = (x - 1)(x + 4)$

La siguiente gráfica tiene elementos importantes para su análisis y estudio ¿Cuál de las siguientes descripciones que se muestran abajo corresponde a esta gráfica?

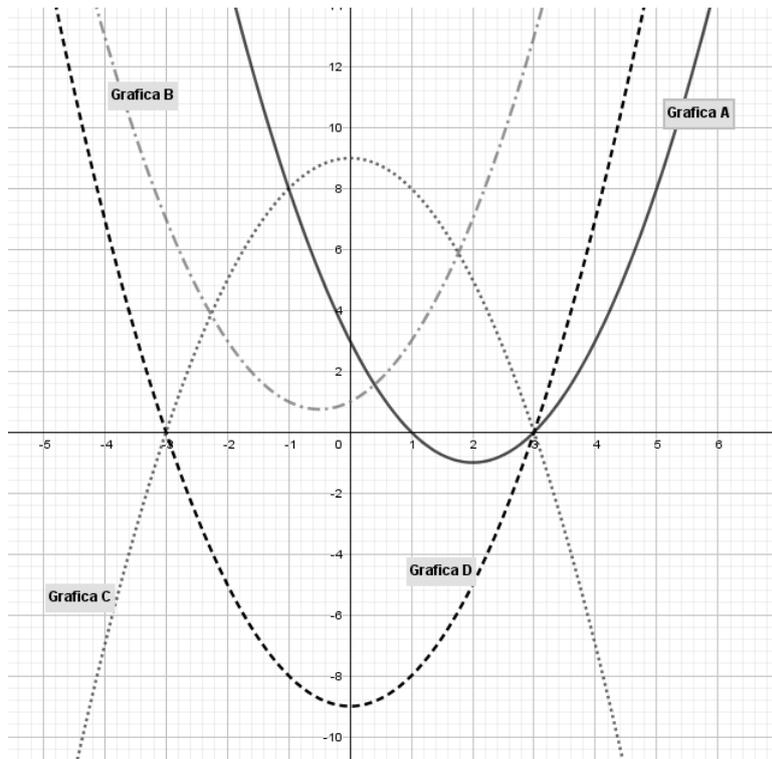


A Corte en el eje x Vértice Corte en el eje y	D, B E C	B Corte en el eje x Vértice Corte en el eje y	D, C B E
C Corte en el eje x Vértice Corte en el eje y	D, E B C	D Corte en el eje x Vértice Corte en el eje y	D, E C B

Identifica a qué enunciado de los de abajo corresponde el siguiente desarrollo:  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

A Al multiplicarlos se obtiene la resta de dos términos al cuadrado.	B Al multiplicarlos se obtiene un binomio al cuadrado.
C Al multiplicarlos se obtiene la suma de dos términos al cuadrado.	D Al multiplicarlos se obtiene una factorización por término común.

Indica a qué gráfica corresponde a la expresión:  $y = x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$



Gráfica A	Gráfica B
Gráfica C	Gráfica D

Identifica de las opciones dadas abajo, cuál sería el desarrollo correcto de la ecuación de segundo grado  $y = 2(x - 3)^2 + 3$

A $y = 2x^2 + 12x + 21$	B $y = 2x^2 - 12x + 21$
C	D

$y = 2x^2 - 12x + 18$	$y = x^2 - 6x + 21$
<p>Observa la siguiente gráfica e Identifica en qué intervalo la función está creciendo</p>	
A    [ D , ∞ ]	B    [ B , D ]
C    [ C , B ]	D    [ A , -∞ ]

**Fuente:** elaboración propia.