



Rectificación de Señales Mediante la Serie de Fourier

Autor: Henry Marcelo Lombeida Valarezo

Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, **ESPOCH**

henry.lombeida@epoch.edu.ec

Santo Domingo, Ecuador

<https://orcid.org/0000-0002-1584-9328>

Resumen

El artículo se centra en la aplicación de la serie de Fourier como una herramienta matemática poderosa para descomponer señales periódicas complejas en combinaciones de senos y cosenos, permitiendo la transformación de señales no sinusoidales en señales senoidales y cosenoidales puras. Su objetivo principal es analizar cómo la serie de Fourier y los filtros pueden rectificar señales periódicas y mejorar su calidad al eliminar interferencias no deseadas y obtener señales puras. El trabajo se realizó utilizando el software Matlab, donde se analizan señales periódicas y se aplican filtros pasa alto y pasa bajo, estudiando la influencia del número de armónicos en la aproximación a una señal sinusoidal pura. Los resultados más destacados incluyen la demostración de que la serie de Fourier puede utilizarse eficazmente para rectificar señales periódicas complejas y cómo el orden de los filtros impacta la calidad de la señal de salida. Se presentan gráficos que muestran la transformación de señales originales en señales senoidales puras, particularmente mediante el uso de filtros pasa alto y pasa bajo de diversos órdenes. Se concluye que la serie de Fourier es una herramienta valiosa para la rectificación de señales periódicas y que los filtros son esenciales para eliminar perturbaciones no deseadas y mejorar la señal. Se enfatiza la importancia de utilizar filtros de orden elevado para obtener una señal de mayor calidad. Este estudio tiene implicaciones significativas en electrónica y procesamiento de señales, destacando la utilidad de Matlab en el análisis y diseño de filtros.

Palabras clave: cálculo de filtros; armónicos; matlab.

Código de clasificación internacional: 1202.22 - Series, sumabilidad.

Cómo citar este artículo:

Lombeida, H. (2022). **Rectificación de Señales Mediante la Serie de Fourier**. *Revista Científica*, 7(25), 178-193, e-ISSN: 2542-2987. Recuperado de: <https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2022.7.25.9.178-193>

Fecha de Recepción:
24-03-2022

Fecha de Aceptación:
18-07-2022

Fecha de Publicación:
05-08-2022



Signal Rectification Using the Fourier Series

Abstract

The article focuses on the application of the Fourier series as a powerful mathematical tool to decompose complex periodic signals into combinations of sines and cosines, allowing the transformation of non-sinusoidal signals into pure sinusoidal and cosine signals. Its main objective is to analyze how Fourier series and filters can rectify periodic signals and improve their quality by eliminating unwanted interference and obtaining pure signals. The work was carried out using the Matlab software, where periodic signals are analyzed and high-pass and low-pass filters are applied, studying the influence of the number of harmonics in the approximation to a pure sinusoidal signal. Key results include the demonstration that the Fourier series can be used effectively to rectify complex periodic signals and how the order of the filters impacts the quality of the output signal. Graphs are presented showing the transformation of original signals into pure sinusoidal signals, particularly through the use of high-pass and low-pass filters of various orders. It is concluded that the Fourier series is a valuable tool for the rectification of periodic signals and that filters are essential to eliminate unwanted disturbances and improve the signal. The importance of using high-order filters to obtain a higher quality signal is emphasized. This study has significant implications in electronics and signal processing, highlighting the usefulness of Matlab in filter analysis and design.

Keywords: filter calculation; harmonics; matlab.

International classification code: 1202.22 - Series, summability.

How to cite this article:

Lombeida, H. (2022). **Signal Rectification Using the Fourier Series**. *Revista Scientific*, 7(25), 178-193, e-ISSN: 2542-2987. Recovered from: <https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2022.7.25.9.178-193>

Date Received:
24-03-2022

Date Acceptance:
18-07-2022

Date Publication:
05-08-2022



1. Introducción

Con el transcurso del tiempo, la ingeniería ha empleado distintos métodos de análisis para reducir la complejidad matemática de problemas, a través de transformaciones, como el proceso unívoco del cambio del dominio de la existencia de las variables del problema.

Una de estas transformaciones es la Serie de Fourier, nombrada en honor a Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), en vista de que es una herramienta matemática que comprende el tratamiento de una señal periódica del dominio temporal al dominio de la frecuencia mediante la descomposición de dicha señal en una suma infinita de funciones sinusoidales más simples.

Las señales resultantes son múltiplos de la señal original, y permiten comprender su naturaleza o facilitar el diseño de los sistemas, todas las funciones resultantes son múltiplos de la frecuencia de la función ω_0 . La representación de las amplitudes y el valor eficaz de los armónicos generados en función de la frecuencia se conoce como espectro de la señal (Naranjillo, Otero, Pérez y Quintana, 2021).

La distorsión armónica es una alteración no deseada en las señales eléctricas que se manifiesta en forma de componentes armónicos adicionales a la frecuencia fundamental. Esta distorsión puede tener efectos negativos en la calidad de la energía eléctrica y en el funcionamiento de los equipos eléctricos y electrónicos en un sistema de potencia.

Para eliminar todos los efectos causados por la distorsión armónica como los dispositivos de comunicación electrónica y los dispositivos relacionados a la tensión y corrientes no lineales, se emplea el diseño filtros, cuya aplicación incluye la interferencia telefónica, desde el punto de vista económico, la reducción de la interferencia telefónica, produce un ahorro en el archivamiento de la información (Velásquez y Secundino, 2017).

Con la utilización del software Matlab, en especial el Comando *Fit*,



permite visualizar el comportamiento de la función, en base al aumento del número de armónicos, al igual que el resultado al aplicar los filtros en el dominio de la frecuencia como el filtro pasa bajo, que permite el paso desde la frecuencia nula hasta una determinada frecuencia de corte (ω_c), la atenuación de la señal es de forma gradual (banda de transmisión) hasta llegar a la banda de atenuación, dependiendo de los requerimientos. Mientras que el filtro paso alto, deja pasar la frecuencia de corte hasta la frecuencia infinita (Cogollos, 2016).

En síntesis, el artículo busca demostrar cómo se puede utilizar la serie de Fourier y filtros para obtener señales senoidales y cosenoidales puras a partir de señales más complejas, lo que tiene aplicaciones importantes en el procesamiento de señales y la electrónica en general.

2. Metodología

El presente trabajo de investigación es del tipo experimental dado que se trabaja con dos tipos de filtros pasa alto y pasa bajo, con el fin de obtener la rectificación adecuada para las señales senoidales y cosenoidales. Este se sustenta bajo renombrados autores como Correa (2003); quien se basó en la investigación sobre la calidad de la potencia eléctrica y el efecto de los armónicos en los sistemas eléctricos, Pimiento, Román y Gómez (2021); realizaron un proyecto de grado sobre la simulación en Matlab/Simulink de filtros activos para la corrección de armónicos. En su trabajo utilizaron la serie y la transformada de Fourier para modelar las señales eléctricas y diseñar los filtros.

La metodología para seguir se realizó mediante el análisis de filtros a partir de una investigación ligada a un proceso matemático donde se obtuvo resultados para la rectificación de una señal a una señal senoidal, utilizando los métodos matemáticos anteriormente hablados, donde la función de



transferencia utilizada no nos permite hacerlo de manera directa.

Al plantear la función de transferencia o de atenuación tomando en cuenta su funcionamiento circuital, se realiza un análisis armónico donde es aplicable el desarrollo de la serie de Fourier en este caso para el coseno.

El texto describe el uso de la serie de Fourier como una técnica para descomponer y comprender señales eléctricas, específicamente para eliminar los armónicos no deseados. Además, se menciona que se ha desarrollado un simulador en Matlab como parte de una investigación para analizar el fenómeno de los armónicos en señales eléctricas. Este simulador proporciona una herramienta computacional para llevar a cabo este análisis de manera eficiente y precisa.

Al analizar la señal propuesta tenemos que:

$$f(x) = A \cos^5(\omega_0 t)$$

La función presentada corresponde a una función par por lo que el coeficiente:

$$b_n = 0$$

Se debe calcular los coeficientes a_0 y a_n

Cálculo de a_n

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$a_n = \frac{2A}{T} \int_0^T A \cos^5(\omega_0 t) \cos(n\omega_0 t) dt =$$

$$\frac{A}{16\pi} \left[\left(\frac{5}{1+n} - \frac{5}{1-n} + \frac{5}{2(3+n)} - \frac{5}{2(3-n)} + \frac{1}{2(5+n)} - \frac{1}{2(5-n)} \right) \sin(2\pi n) \right]$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T A \cos^5(\omega_0 t) dt = 0$$

$$n = 1; n = 3; n = 5$$

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T A \cos^5(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) dt = \frac{5}{8} A$$

$$a_3 = \frac{2}{T} \int_0^T A \cos^5(\omega_0 t) \cos(3\omega_0 t) dt = \frac{5}{16} A$$

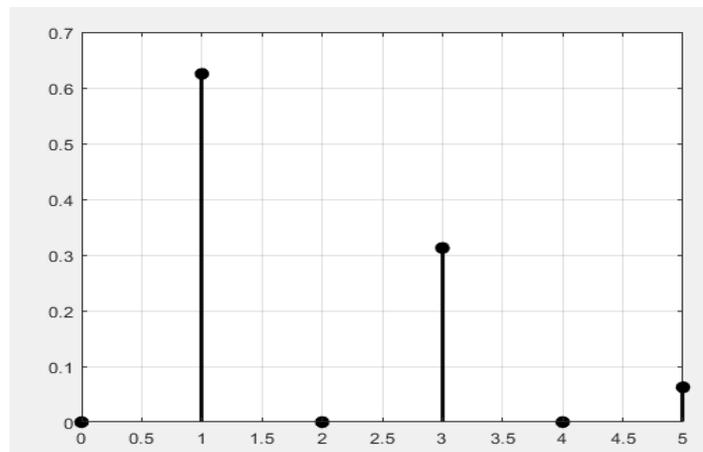
$$a_5 = \frac{2}{T} \int_0^T A \cos^5(\omega_0 t) \cos(5\omega_0 t) dt = \frac{1}{16} A$$

La serie de Fourier queda de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{5}{8} A \cos(\omega_0 t) + \frac{5}{16} A \cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{16} A \cos(5\omega_0 t)$$

Gracias a la serie de Fourier se obtienen los armónicos la cual se pueden visualizar en el gráfico 1.

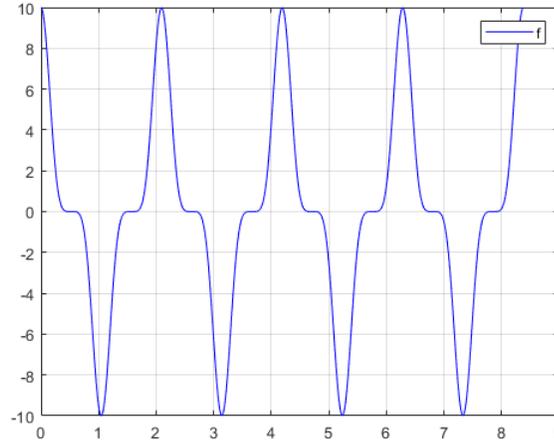
Figura 1. Armónicos de la función.



Fuente: El Autor (2022).

Para su corrección inmediata a través del análisis en el dominio de la frecuencia, así como mediante el proceso de filtrado y ajuste posterior, como se presenta en el gráfico 2.

Gráfico 2. Función de onda sin rectificar.



Fuente: El Autor (2022).

Para generar una onda senoidal o cosenoidal pura se puede generar diferentes tipos de filtros para la misma, en donde la corriente será más precisa y de alta calidad, generando mayor eficiencia para un mejor funcionamiento en la electrónica.

Para determinar esta rectificación se utiliza el proceso para realizar un filtro pasa bajo de orden 4 en donde se busca obtener la mayor eficiencia posible.

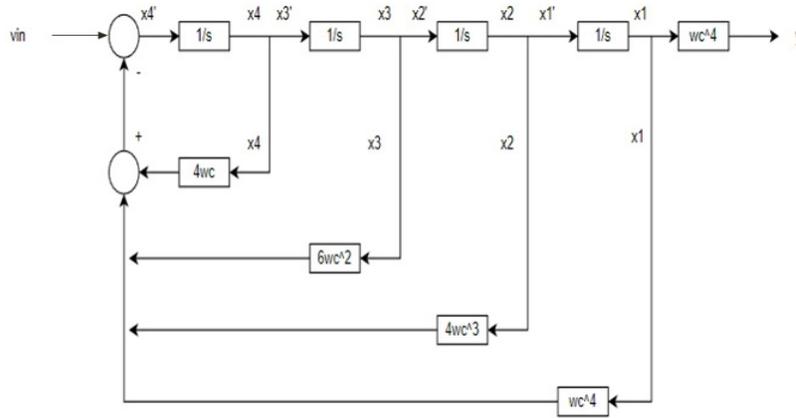
$$\left(\frac{w_c}{s + w_c}\right)^n = \left(\frac{w_c}{s + w_c}\right)^4 = \frac{w_c^4}{s^4 + 4s^3w_c + 6s^2w_c^2 + 4sw_c^3 + w_c^4}$$

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = x_3 \\ x_3' = x_4 \\ x_4' = vin - 4w_c x_4 - 6w_c^2 x_3 - 4w_c^3 x_2 - w_c^4 x_1 \\ y = w_c^4 x_1 \end{cases}$$

El gráfico 3 muestra un circuito eléctrico que implementa un filtro de cuarto orden, que es un dispositivo que permite el paso de ciertas frecuencias y elimina otras. El circuito tiene siete entradas, X1 a X7, que representan las

señales que se quieren filtrar, y una salida, y , que representa la señal filtrada. El circuito también tiene cuatro elementos controlados por voltaje, VC1 a VC4, que se usan para ajustar la frecuencia de corte del filtro.

Gráfico 3. Filtro de cuarto orden.



Fuente: El Autor (2022).

El circuito está formado por tres sumadores, cuatro inversores y tres multiplicadores, que realizan las operaciones matemáticas necesarias para obtener la salida. El circuito tiene dos bucles de realimentación, que hacen que la salida dependa de los valores anteriores de la misma. El tipo de filtro que se obtiene depende de los valores de los elementos controlados por voltaje y de las conexiones entre las secciones del circuito. El filtro de cuarto orden tiene una respuesta más rápida y precisa que los filtros de menor orden, pero también puede introducir más errores y distorsiones en la señal.

Para generar una forma cosenoidal pura se aplica un filtro pasa alto, en este caso se aplica un filtro pasa alto de orden 8 debido a que con este filtro se puede visualizar al coseno puro más estable.

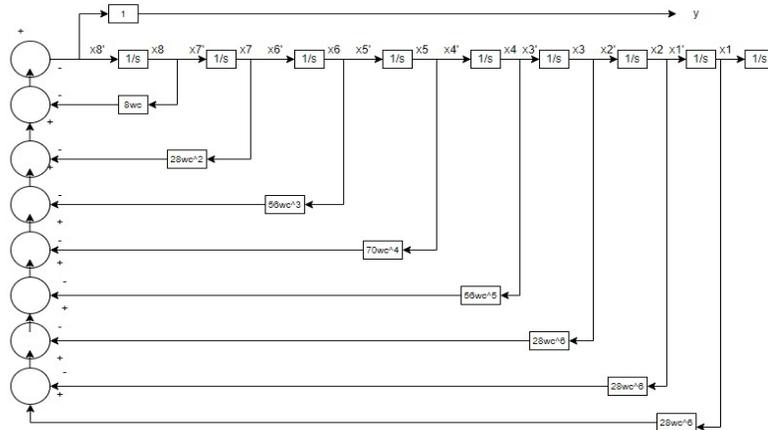
$$\left(\frac{s}{s + w_c}\right)^n = \left(\frac{s}{s + w_c}\right)^8$$

$$= \frac{s^8}{s^8 + 8w_c s^7 + 28w_c^2 s^6 + 56w_c^3 s^5 + 70w_c^4 s^4 + 56w_c^5 s^3 + 28w_c^6 s^2 + 8w_c^7 s + w_c^8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_1 = x_2 \\ x'_2 = x_3 \\ x'_3 = x_4 \\ x'_4 = x_5 \\ x'_5 = x_6 \\ x'_6 = x_7 \\ x'_7 = x_8 \\ x'_8 = vin - 8\omega_c x_8 - 28\omega_c^2 x_7 - 56\omega_c^3 x_6 - 70\omega_c^4 x_5 - 56\omega_c^5 x_4 - 28\omega_c^6 x_3 - 8\omega_c^7 x_2 - \omega_c^8 x_1 \\ y = x'_8 \end{array} \right.$$

El gráfico 4 muestra un diagrama de bloques de un filtro paso alto de orden 8. Un filtro paso alto es un circuito que permite el paso de las señales de alta frecuencia y atenúa las señales de baja frecuencia. El orden del filtro determina la pendiente de la curva de respuesta en frecuencia y el número de componentes que se necesitan para construir el filtro.

Gráfico 4. Diagrama de bloques filtro paso alto de orden 8.



Fuente: El Autor (2022).

Este diagrama ilustra cómo un filtro paso alto de orden 8 realiza una serie de operaciones matemáticas sobre la señal de entrada para obtener la señal de salida filtrada.

3. Resultados (análisis e interpretación de los resultados)

El análisis armónico se ocupa de la descomposición de funciones en tonos puros los cuales se sintetizan en una sola palabra (armónicos). Sin rigor, se consideran tonos puros a ciertos objetos que nos recuerdan a las funciones $\text{sen}(2\pi nx)$ y $\text{cos}(2\pi nx)$ con $n \in \mathbb{Z}$, las cuales hacen parte de algunos desarrollos de Fourier de forma clásica.

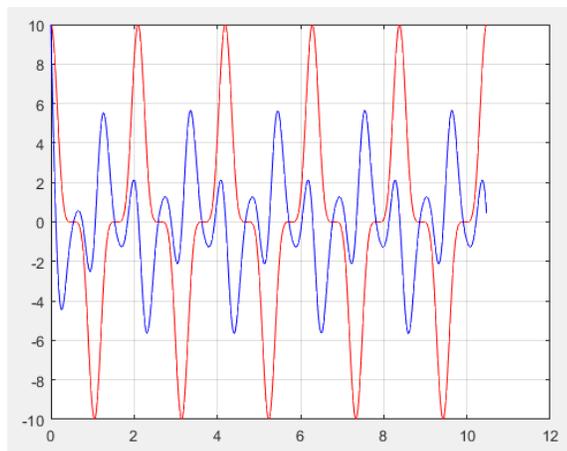
La siguiente ecuación, es la función de transferencia que se utiliza para el diseño de un filtro pasa alto:

$$G(s) = \frac{s}{s + \omega_c}$$

En los gráficos 5, 6 y 7, se puede apreciar cada uno de los filtros pasa alto aplicados a la señal. En color rojo se aprecia la señal original y en color azul se encuentran las señales rectificadas con cada filtro. Se puede apreciar que mientras se van aplicando los filtros pasa alto la señal original va tomando la forma de una señal cosenoidal pura.

En el gráfico 5, aparece la señal rectificada, pero en este caso con un filtro pasa alto de tercer orden se puede evidenciar como la señal se va rectificando cada vez más.

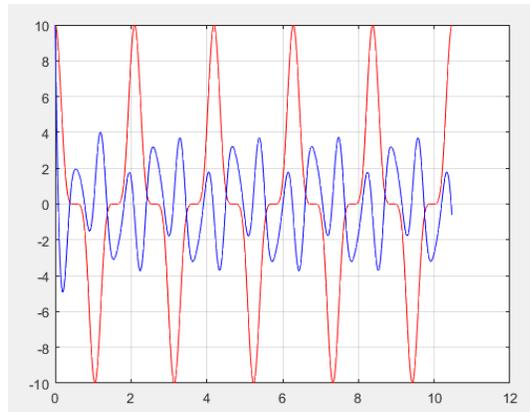
Gráfico 5. Señal rectificada con filtro pasa alto de tercer orden.



Fuente: El Autor (2022).

En el gráfico 6, se observa la señal rectificada, pero en este caso con un filtro pasa alto de quinto orden, en esta se puede ver como las frecuencias bajas son atenuadas por medio del filtro pasa alto.

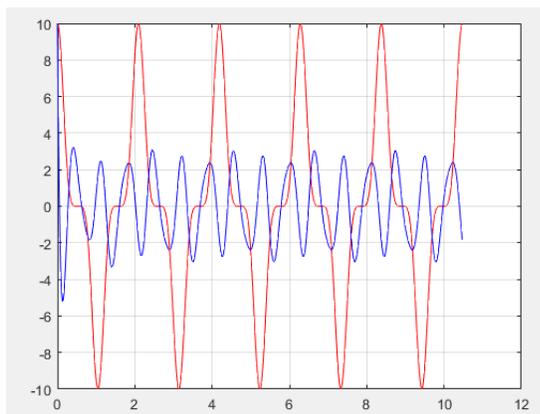
Gráfico 6. Señal rectificada con filtro pasa alto de quinto orden.



Fuente: El Autor (2022).

En el gráfico 7, se puede apreciar que al aplicar un filtro pasa alto de orden ocho la señal original toma la forma de una señal cosenoidal pura, es decir el filtro pasa alto permite eliminar las frecuencias que son menores a la frecuencia de corte y de una u otra forma obtener la señal ideal.

Gráfico 7. Señal rectificada con filtro pasa alto de octavo orden.



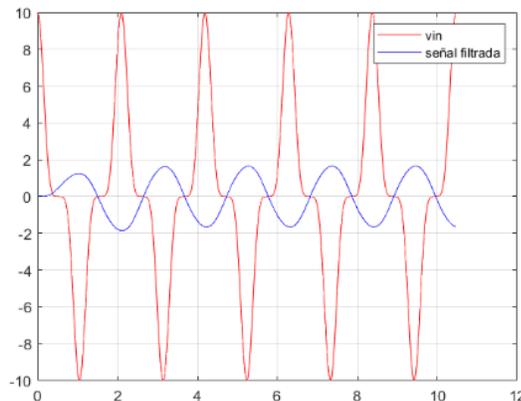
Fuente: El Autor (2022).

Para el desarrollo del filtro pasa bajo se usa la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

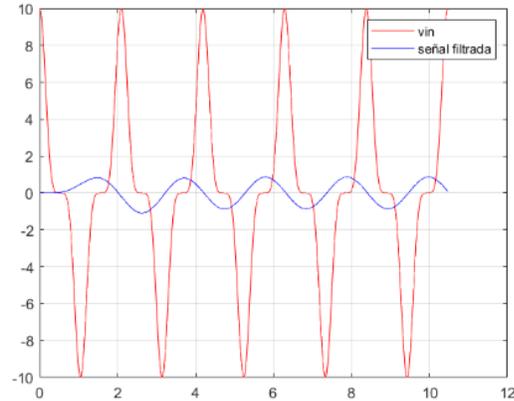
En el gráfico 8, se puede observar la señal original con color rojo y por otro lado también puede observarse el funcionamiento del filtro pasa bajo de orden 4 con color azul, el cual permite el paso de las frecuencias menores de la ω_c bloqueando las mayores, en este caso se busca eliminar los armónicos que están debajo del 5 para obtener una señal pura, del tipo senoide.

Gráfico 8. Filtro pasa bajo de cuarto orden, activo.



Fuente: El Autor (2022).

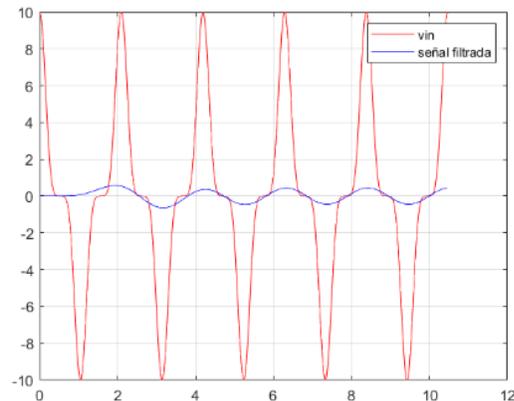
Tal cual como se observa en el gráfico 8, esta señal se podría mejorar utilizando un filtro pasa bajo de orden mayor, en el gráfico 9 y 10, se puede observar un filtro de orden 6 y 8, en esta ocasión se pretende eliminar los armónicos superiores (del 1 al 9) con el objetivo de visualizar el comportamiento de la señal filtrada.

Gráfico 9. Filtro pasa bajo de sexto orden, activo.

Fuente: El Autor (2022).

En el gráfico 9, se puede observar claramente como la amplitud de la onda seno va disminuyendo en comparación a la onda seno que se visualiza en el gráfico 8.

En el gráfico 10. Se ha eliminado las frecuencias que están por debajo del 9^{no} armónico, de igual manera que en el gráfico 8. La amplitud de la señal filtrada ha disminuido significativamente.

Figura 10. Filtro pasa bajo de octavo orden, activo.

Fuente: El Autor (2022).



Finalmente, se puede concluir que gracias al análisis de estas imágenes podemos asegurar que durante mayor sea el orden del filtro mejor será la señal de salida, por razones obvias se recomienda a los estudiantes de electrónica usar filtros de orden elevado con el fin de obtener buenos resultados en la implementación de la vida cotidiana, como, por ejemplo, eliminación de ruidos, salidas puras, entre otros.

4. Conclusiones

La serie de Fourier han tenido una gran repercusión en los campos de la matemática y física como en la rama de la electrónica e ingeniería debido a que están vinculados al trabajo con señales: sinusoidales, cuadradas y triangulares, siendo todas periódicas debido a que permite reducir funciones complejas a sumas de senos y cosenos.

Con la aplicación del software Matlab se puede visualizar la aproximación a una función sinusoidal pura y posterior a ello la eliminación de sus armónicos, con la utilización de los filtros paso alto y paso bajo, para reducir las resonancias que la mayor parte de aparatos eléctricos como motores de velocidad variable, controles de temperatura y equipos de procesamiento de datos.

Después de un prolongado estudio durante la investigación queda determinado que la serie de Fourier es una herramienta muy útil para la rectificación de señales periódicas. Los filtros son muy necesarios debido a que estos permiten eliminar perturbaciones que se pueden generar en las señales para de una u otra forma obtener una señal mejorada.

5. Referencias

- Cogollos, S. (2016). **Fundamentos de la Teoría de Filtros**. España: Editorial Universitat Politècnica de València. ISBN: 978-84-9048-443-2.
Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10251/64546>



- Correa, L. (2003). **Programa en Matlab para análisis y simulación de armónicos**. Colombia: Simposio Internacional sobre la Calidad de la Energía Eléctrica - SICEL.
- Naranjillo, A., Otero, R., Pérez, A., & Quintana, L. (2021). **Series de Fourier con Matlab**. México: Instituto Tecnológico de Celaya.
- Pimiento, J., Román, K., & Gómez, J. (2021). **Simulación en Matlab/Simulink de filtros activos para la corrección de factor de potencia y compensación de la distorsión armónica en un sistema monofásico de potencia**. Colombia: Repositorio Institucional RI-UTS.
- Velásquez, J., & Secundino, M. (2017). **Análisis de las cargas no lineales y su incidencia en la generación de armónicos en la cámara eléctrica del tren de laminación dos de la Empresa Novacero S.A. en el periodo 2016-2017. Diseño de filtros armónicos impares en baja tensión para mejorar la calidad de energía eléctrica**. Tesis. Latacunga, Ecuador: Universidad Técnica de Cotopaxi. Recuperado de: <http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/6539>

Henry Marcelo Lombeida Valarezo
e-mail: henry.lombeida@epoch.edu.ec



Nacido en Santo Domingo, Ecuador, el 25 de abril del año 2002. Actualmente, me encuentro inmerso en una emocionante etapa de mi vida como estudiante de Electrónica y Automatización; estoy persiguiendo esta apasionante carrera en la Facultad de Informática y Electrónica de la prestigiosa Escuela Superior Politécnica del Chimborazo (ESPOCH); desde mi adolescencia, me sumergí en la atmósfera de la competencia intelectual, participando activamente en diversos concursos de respuestas rápidas organizados en el Colegio “Jaime Roldós Aguilera”. Estas experiencias dejaron una huella profunda en mi espíritu curioso y me impulsaron a un continuo deseo de aprendizaje y superación. Cada día, busco la oportunidad de adquirir nuevos conocimientos y expandir mi horizonte intelectual.