



**ARGUMENTACIONES Y PRUEBAS DE VALIDACIÓN O  
REFUTACIÓN, PRODUCIDAS POR ALUMNOS EN CLASE DE  
MATEMÁTICAS EN LA FASE DE “PREPARACIÓN” DE  
“PROBLEMAS DE ENCONTRAR BIEN Y MAL DEFINIDOS”**

M<sup>a</sup> Aurelia Noda Herrera  
Josefa Hernández Domínguez  
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

**Resumen**

Tras haber elaborado una propuesta de caracterización de “problemas de encontrar bien y mal definidos” y observar el comportamiento de resolutores en la fase de “preparación” (Bourne y otros, 1971), surgen numerosas preguntas de investigación que nos llevan a la necesidad de elaborar un esquema de análisis, adaptado del modelo de Schoenfeld (1985), para observar a resolutores reales en esta fase de preparación, con “problemas de encontrar bien y mal definidos”.

En este trabajo se describen y analizan los comportamientos de algunos alumnos del primer curso de formación de profesorado de Educación Infantil, cuando se enfrentan a la resolución de “problemas de encontrar mal definidos” en contextos aritméticos, algebraicos y geométricos en la fase de “preparación”. De manera concreta, analizamos el tipo de pruebas y argumentaciones que utilizan para justificar sus actuaciones en términos de validación o refutación.

**Abstract**

After having elaborated a proposal of characterisation of problems of finding well and ill defined and to observe the solvers behaviour in the "preparation" phase (Bourne and other, 1971), numerous researches questions arise, that led us to the necessity of elaborating an analysis outline, adapted of the pattern of Schoenfeld (1985), to observe to real solvers in this preparation phase, with problems of finding well and ill defined.

In this work we are described, and we analyse the behaviours of some students of teacher training students specialising in Infant Education, when they face the solution of problems of finding ill defined in arithmetic, algebraic and geometric contexts in the "preparation" phase. In a concrete

way, we analyse the type of proofs and arguments that use to justify their performances in validation or rebuttal terms.

## **Introducción**

Después de una revisión bibliográfica de la noción de problema, en la que observamos los múltiples intentos de caracterizar, organizar y clasificar dicha noción, y la existencia de las dificultades para hacer clasificaciones precisas de los problemas, ya que muchos de ellos presentan aspectos comunes en las diferentes categorías, parece razonable pensar que la elaboración de unas categorías generales que incluyan todos los tipos de problemas que se dan en esta segmentación del continuo no es posible, a menos que nos quedemos en clasificaciones dicotómicas. Sin embargo, pensamos que estas clasificaciones dicotómicas pueden ser útiles como punto de partida para la elaboración de teorías locales.

Surge en nuestro trabajo la necesidad de elaborar unas categorías generales, a modo de “modelo de competencia”, es decir, un modelo formal abstracto de problema que caracteriza una situación ideal en relación o no con un usuario ideal, que permita, al menos a nivel “local”, una organización que incluya todos los tipos de problemas que queríamos tratar.

El análisis que proponemos de lo que es un “problema de encontrar bien definido”, está hecho considerando únicamente el problema en su organización lógico formal de los objetos implicados, es decir, conceptos, relaciones y procedimientos que lo caracterizan (Nivel I, Puig, 1993). Es claro que otras caracterizaciones o tipologías de problemas toman en cuenta al resolutor (Nivel II, Puig, 1993), algunos también consideran las intenciones educativas implícitas (Nivel III, Puig, 1993).

En esta caracterización “local”, siguiendo a Polya (1945), nos pareció

razonable considerar problemas de Matemáticas tanto, a los problemas como a los teoremas, y aceptar como una clasificación de problemas de Nivel I, a los problemas de “encontrar” y a los problemas de “probar”.

Consideramos los problemas de “encontrar” de la clasificación de Polya (1957) y adaptamos algunos elementos utilizados en la definición de espacio problema de Newell y Simon (1972). Un término que hemos tenido que introducir es el de “Estados Semióticos” de un problema de encontrar bien o mal definido, como el conjunto de representaciones semióticas del problema que el resolutor ideal generaría desde el estado inicial  $E_0$  hasta el estado final R. Las nociones de estado inicial, estados finales deseados, operadores, etc., aparecen claramente determinados en Newell y Simon (1972). Debemos señalar que, mientras estos autores se refieren en su definición a las diferentes representaciones cognitivas del problema que hace el resolutor a partir del entorno de la tarea, nosotros hablamos de un “modelo de competencia formal” y de las representaciones semióticas posibles de las soluciones del problema, realizadas por un resolutor ideal. La idea de describir los problemas en términos de estados y operadores, que permiten pasar de un estado a otro, se origina en los años cincuenta en trabajos sobre resolución de problemas en el campo de la inteligencia artificial y es utilizado en estudios en el campo de la Psicología, que concibe a los resolutores como procesadores de la información. En Newell y Simon (1972) encontramos una primera teoría de este estilo.

Este Modelo de competencia formal nos permite caracterizar los problemas que queremos tratar, y establecer categorías de análisis para analizar la existencia o no de comportamientos regulares e invariantes en las actuaciones de los resolutores en la fase de preparación al enfrentarse a estos problemas.

No pretendemos analizar todas las fases de resolución de un problema bien o mal definido, por ejemplo, *Comprensión, elaboración de un plan,*

*ejecución del plan y comprobación del resultado* (Polya, 1957); queremos mirar sólo a la primera fase de “*Comprensión de la situación problema*”, es decir, nos preguntamos ¿cómo identifican los resolutores las situaciones problema en términos de bien o mal definidas?, ¿cómo las caracterizan?, ¿cómo establecen relaciones entre los datos y el objetivo en este tipo de situaciones?, ¿cómo conviven en el contexto escolar situaciones problemas mal y bien definidas?, etc.

Para ello recurrimos a los modelos de Dewey (1933) y Bourne et al. (1971) para la resolución de problemas y consideramos en nuestro trabajo la “*fase de preparación*” y nos centramos en la actuación de los alumnos en esta fase, que traducida al modelo de Dewey se concreta en: *identificación de la situación problema, caracterización del problema y análisis de medios-fines*, esto es, cómo analizan e interpretan los resolutores los datos disponibles inicialmente, las restricciones y cómo identifican el criterio de solución.

La investigación se divide en un estudio piloto, dividido en cuatro fases, y un estudio final, que a modo de resumen, presentamos en el anexo del documento.

La fase III del estudio piloto se resume en la siguiente tabla:

<b>FASE III DEL ESTUDIO PILOTO</b>	
TEMPORALIZACIÓN	Diciembre 1996
POBLACIÓN	3 alumnos de niveles académicos: medio-alto, medio y bajo.
CUESTIONARIOS	13 problemas de encontrar, mal definidos.
TIPO DE PRUEBA	Videograbada: Individual el alumno de nivel académico medio-alto.  En pareja los alumnos de nivel académico medio y bajo.
TIPO DE ENTREVISTA	Semiestructurada (flexibles), utilizando la técnica de la explicitación
OBJETIVOS	Analizar la existencia o no de comportamientos regulares, en las transformaciones que realizan los resolutores. Observar las justificaciones que utilizan los resolutores para validar o refutar un problema de encontrar mal definido, en términos de pruebas y argumentaciones.
INSTRUMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS.	Nuestro Modelo de Competencia formal y las cuatro categorías derivadas del mismo, ampliadas a partir de la primera prueba. Nuestro esquema de análisis, modificado de la propuesta de Schoenfeld 1985. Primera fase de observación descriptiva de las justificaciones.

En este trabajo se describen y analizan los resultados de la fase III del estudio piloto, con respecto a los comportamientos de tres alumnos del primer curso de formación de profesorado de Educación Infantil, de la fase III del estudio piloto, cuando se enfrentan a la resolución de problemas de encontrar mal definidos en contextos aritméticos, algebraicos y geométricos en la fase de “preparación” (Bourne, et al., 1971). De manera concreta, analizamos el tipo de pruebas y argumentaciones que utilizan los resolutores para justificar sus actuaciones en términos de validación o refutación.

### **Fase III del estudio piloto.**

Durante el curso 1996 y 1997, llevamos a cabo la Fase III del estudio piloto, que comentaremos a continuación:

**Objetivos:** El objetivo de este tercer estudio, era seguir profundizando, en el análisis de los comportamientos de los resolutores en la fase de

“preparación” antes de abordar las fases de producción o enjuiciamiento, con el objetivo de ver de la existencia o no de comportamientos regulares e invariantes, en las transformaciones que realizan los resolutores, pero además, al ser una prueba videograbada, se añadió un nuevo objetivo, que pretendía estudiar las diferentes justificaciones que usan los alumnos en la fase de preparación ante problemas de encontrar bien y mal definidos, en términos de pruebas y argumentaciones.

**Instrumentos:** Además de nuestro Modelo de Competencia Formal y las cuatro categorías derivadas del mismo, utilizadas en la fase II del estudio piloto, construimos un esquema de análisis para observar a resolutores reales en esta fase de preparación con problemas bien y mal definidos, modificando la propuesta de Schoenfeld (1985), y que exponemos a continuación:

Lectura: ¿Se han anotado todas las condiciones del problema? ¿Se ha anotado correctamente el objetivo del problema? ¿El entorno (contexto) de la tarea condiciona la lectura del problema?

Análisis-Exploración: ¿Se busca alguna relación, verdadera o falsa, entre las condiciones y el objetivo del problema? ¿Las acciones están dirigidas por las condiciones del problema (los datos)? ¿Las acciones están dirigidas por los objetivos del problema (la pregunta)?

Actuación. ¿Reconoce explícitamente o implícitamente que el problema está bien o mal definido? ¿Lo justifica? ¿Lo replantea? ¿Lo transforma en un problema bien o mal definido? ¿Explícitamente? ¿Implícitamente? ¿Cómo? ¿Justifica la transformación realizada? ¿No lo transforma ni explícita ni implícitamente? ¿Lo justifica?

Verificación-Transición. ¿Revisa el resolutor su actuación? ¿Cómo consecuencia del proceso o del resultado obtenido? ¿Lo justifica? ¿Cambia su plan de actuación? ¿Lo justifica? ¿El plan seguido es pertinente con el cambio realizado?

De forma más concreta, lo que pretendemos en este estudio es analizar la fase de Actuación y Verificación-transición, en función de las justificaciones que utilizan los alumnos para validar o refutar los problemas de encontrar mal definidos, de manera que validar es aceptar como válido el problema presentado (tanto si es bien definido como si es mal definido) y refutar es no aceptar como válido el problema presentado (tanto si es bien definido como si es mal definido).

Para analizar las justificaciones, pensamos que los alumnos van a utilizar pruebas de naturaleza matemática o recursos lingüísticos. Pretendemos, por tanto, hacer un estudio de observación descriptiva, de las justificaciones que utilizan los resolutores en la fase de preparación, para aceptar o rechazar los problemas de encontrar mal definidos, y los métodos demostrativos y argumentativos que creemos que utilizarán.

Consideramos *métodos demostrativos* los basados en las categorías de verdad y evidencia, y *métodos argumentativos* los basados en las categorías de lo verosímil y de lo razonable.

De esta manera, partimos de la idea de que los métodos demostrativos son los asociados a la lógica formal, a la lógica de la demostración, a las pruebas de naturaleza matemática, y le llamaremos PRUEBAS. Por otra parte, los métodos argumentativos, son los asociados a una lógica no formalizada, es decir, a la retórica y a la dialéctica, y le llamaremos ARGUMENTACIONES.

En definitiva, tomaremos como criterio de PRUEBAS, cuando el resolutor usa un sistema conformado por objetos, procesos, conceptos, registros y representaciones matemáticas, que involucran y relacionan las cantidades numéricas o de magnitudes explícitas. Es decir, a los criterios de tipo conceptual y procedimental típicos de la Matemática, que manifiestan los resolutores y exponen como justificación de la validación o refutación de los espacios semióticos construidos. Tomaremos como criterio de ARGUMENTACIONES, al uso por el resolutor de formas verbales, escritas o

habladas, que exteriorizan y evidencian conceptos y procesos acerca de los problemas o situaciones problemas bien y mal definidas, pero que no ponen en relación las cantidades numéricas o de magnitudes explícitas.

**Población:** Tres alumnos de tercer curso de Maestro de la Especialidad de Educación Infantil del Centro Superior de Educación de la Universidad de La Laguna (Tenerife, España). Fueron divididos en dos grupos: El Grupo 1 formado por dos alumnos, de niveles académicos medio y bajo, que provienen de un bachillerato de Letras donde los contenidos de Matemáticas son mínimos. El Grupo 2 formado por una alumna de nivel académico medio-alto, proveniente de un bachillerato de Ciencias.

El nivel académico de estos alumnos es extraído de su expediente académico.

**Diseño y desarrollo:** Se pasaron trece problemas de encontrar mal definidos, en los contextos aritmético, algebraico y geométrico. Siete de ellos caracterizados desde la competencia como mal definidos del Tipo T<sub>2</sub> (faltan datos) y seis caracterizados desde la competencia como mal definidos del Tipo T<sub>3</sub> (sobran datos).

Esto se realiza en dos sesiones, de una hora y media cada una, en distintos días. Las sesiones son videograbadas.

En el grupo 1 la prueba se realiza mediante la discusión entre dos, de manera que un alumno hace de entrevistador y el otro de resolutor, de manera alternativa en diferentes problemas. El papel del observador es realizar la grabación, observar e intervenir con un protocolo semiestructurado.

En el Grupo 2 la prueba se realiza mediante entrevista clínica semiestructurada. En esta entrevista utilizamos la técnica del explicitación, de manera que el alumno debe explicar lo que ha visto, ha hecho, ha pensado..., evitando el investigador, preguntar “*por qué lo ha hecho*”, con el fin de que el alumno no tenga la reacción de justificarse ante el investigador.

**Resultados:** Al observar las justificaciones utilizadas por los resolutores, para validar o refutar los problemas de encontrar mal definidos, en términos de pruebas y argumentaciones, encontramos argumentaciones y pruebas de naturaleza diferente, así como algunas justificaciones que no encajan de manera clara.

De esta manera, el objetivo incorporado en el tercer estudio piloto: *Estudiar las diferentes justificaciones que usan los alumnos en la fase de preparación de un problema de encontrar bien y mal definido*, lo transformamos en: *Analizar los tipos de pruebas y argumentaciones que utilizan los alumnos para “validar” o “refutar” un problema de encontrar bien o mal definido*.

Para ello, recurrimos a los recursos Matemáticos más comunes (NCTM, 1984: Estándares n.º. 3: “Las Matemáticas como razonamiento”; Davis y Hersh, 1988; Duval, 1995 y Pluvinage) y a un tratado de las argumentaciones (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989), y tomamos los siguientes:

**PRUEBAS:** En relación con la disciplina. La justificación está en función de relaciones matemáticas observadas por el resolutor o de comportamientos matemáticos determinados por el resolutor en los procedimientos seguidos.

Los cuatro procedimientos observados inicialmente son:

- a) *El razonamiento empírico:* La justificación se realiza recurriendo a hechos físicos o experiencias cuantificables. Es decir, es un sistema o procedimiento fundado en mera práctica o rutina, de manera que la justificación se basa en imágenes mentales rudimentarias en las cuales no están presentes habilidades de verificación o transformación.
- b) *El razonamiento analítico:* La justificación se apoya en la demostración matemática, pasando del todo a las partes.
- c) *La contradicción:* La justificación se hace tomando del problema situaciones que pueden ser consideradas como falsas y verdaderas a la vez, lo que lleva al resolutor a la confusión. Razonan: si solo tomo esto, se puede

resolver, pero si tomo además esto otro, no se puede resolver.

d) El *Contraejemplo*: La justificación se hace dando un ejemplo sacado de la misma situación.

ARGUMENTACIÓN: LA justificación está en función de formas verbales, escritas o habladas, que exteriorizan y evidencian conceptos y procesos acerca de los problemas o situaciones problemas bien y mal definidas, pero que no ponen en relación las cantidades explícitas: Los tres tipos de argumentaciones observados inicialmente fueron:

a) *Comparación o simplemente analogía*: La justificación se realiza mediante la explicación verbal, pero tomando otro objeto (situación) para establecer diferencias o semejanzas.

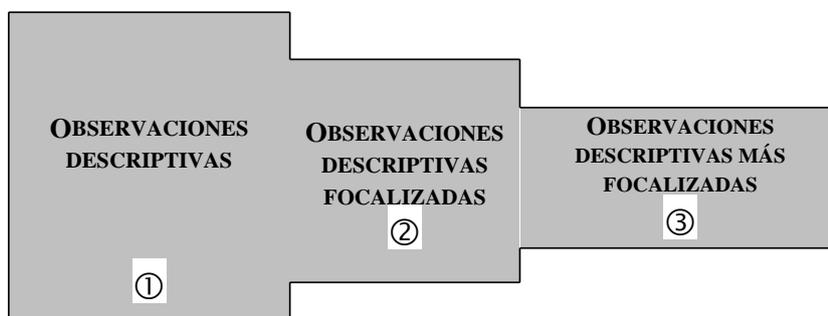
b) *Autoridad*: La justificación está basada en los juicios de una persona o grupo de personas con un prestigio social.

c) *Ridículo*: La justificación se realiza dando a entender lo contrario de lo que se dice literalmente (justificación indirecta) o donde la situación planteada, por su rareza o extravagancia puede mover a risa, e incluso cuando la situación planteada les resulta extraña, irregular y de poco aprecio y consideración.

Con esto, revisamos de nuevo las diferentes justificaciones utilizadas por los resolutores, observando, además de los mencionados, otros recursos.

Decidimos realizar en el estudio final, una observación más focalizada de las diferentes justificaciones empleadas por los resolutores en la fase de preparación, ante problemas de encontrar bien y mal definidos, pendiente de momento.

De esta manera, las fases seguidas en las observaciones realizadas, para analizar los tipos de pruebas y argumentaciones que utilizan los alumnos para “validar” o “refutar” un problema de encontrar bien o mal definido, son las siguientes:



### ① Fase de observación descriptiva

Partimos únicamente de la aceptación de los dos grandes métodos utilizados para aceptar o rechazar un “objeto”: métodos demostrativos (PRUEBAS) y métodos argumentativos (ARGUMENTACIONES).

### ② Fase de observación descriptiva focalizada

RECURSOS	
PRUEBA	ARGUMENTACIÓN
<b>Recursos de la Matemática</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Razonamiento empírico (inductivo).</li> <li>• Razonamiento analítico (deductivo).</li> <li>• Contradicción.</li> <li>• Contraejemplo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparación-Analogía</li> <li>• Autoridad</li> <li>• Ridículo</li> </ul>

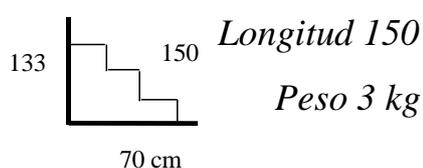
### ③ Fase de observación descriptiva más focalizada

En elaboración, un sistema de categorías de análisis de las justificaciones utilizadas, que relaciona y tipifica las justificaciones de los estudiantes.

A continuación, exponemos dos ejemplos, en los que se muestran los recursos utilizados por los resolutores:

1. *El pie de una escalera dista de la pared 70 cm. Si la escalera, que tiene 150 cm de longitud y pesa 3 kg, está apoyada en la pared a 133 cm del suelo ¿cuál es la distancia mayor, de la pared a la escalera?*

A. Lee el problema en voz alta. Pasa a la pizarra donde realiza un dibujo y comenta lo siguiente:



*Está mal, porque ¿qué tiene que ver el peso?... Se queda en silencio mirando el enunciado y comenta... De todas formas, la pregunta está mal, porque ¿cómo van a preguntar la distancia de la pared a la escalera, si están pegadas? Por ejemplo, si tengo una silla y una mesa, y*

*me pregunta la distancia entre ellas si es correcto, pero si la escalera está pegada a la pared, ya no hay distancia.*

[...]

De esta manera, el problema es refutado sin poner en relación las cantidades explícitas, recurriendo a la explicación verbal, pero tomando otro objeto (situación) para establecer diferencias o semejanzas. Es decir, refuta el problema presentado con un recurso discursivo como la comparación.

1. *Daniel para ir al trabajo utiliza su coche y éste consume 8 litros de gasolina cada 15 km, y 16 litros cada 30 km. ¿Cuántos litros consumirá en un trayecto de 150 km?*

*... Este problema se hace con una regla de tres, pero para saber si está bien planteado tendría que ver si las dos reglas de tres son*

*equivalentes.*

E. *¿Puedes explicarme lo que opinas del problema y lo de las dos reglas de tres, por favor?*

A. *Sí. Una es con 8 litros y 15 km y la otra con 16 litros y 30 km*

$$\begin{array}{ll} 8 \rightarrow 15 & 16 \rightarrow 30 \\ x \rightarrow 150 & x \rightarrow 150 \end{array}$$

Se queda mirando a la pizarra y comenta... *Sí, son equivalentes. Se puede hacer con una o con otra.*

E. *¿Puedes decirme lo que opinas del problema?*

A. *Que está bien planteado.*

De esta manera, valida el problema planteado, mediante un proceso que involucra y relaciona las cantidades explícitas, en función de relaciones matemáticas observadas por el resolutor, situándose en el campo de la demostración matemática, pasando del todo a las partes. Es decir, **valida** el problema presentado con un recurso de prueba como el razonamiento analítico transformacional.

## Referencias bibliográficas

- BOURNE, L. E; EKSTRAND, B. R.; y DOMINOWSKI, R. L. (1971). *The Psychology of Thinking*. (Traducida al castellano: 1975. *Psicología del pensamiento*. Ed. Trillas: México).
- DAVIS, P.J. y HERSH, R. (1988). *Experiencia Matemática*. MEC y Labor: Barcelona.
- DEWEY, J. (1933). *How We Think*. D. C. Heath: Boston. (Traducción al castellano: 1989. *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Paidós: Barcelona).
- DUVAL, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang. Suisse.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM: Reston, Va. (Traducción al castellano: 1991, *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. SAEM THALES: Granada).
- NODA, M., HERNÁNDEZ, J., Y SOCAS, M. M. (1999). Study of justifications made by students at the “Preparation stage” of Badly defined problems. En Zaslavsky, O. (Ed.) *Proceedings of the International Group for the PME-23*. Vol. 3, pp. 345-352 Haifa Israel.
- POLYA, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton University Press. (Traducción al castellano: 1966. *Matemáticas y razonamiento plausible*. Tecnos: Madrid).
- POLYA, G. (1957). *How to solve it*. Princeton University Press. New Jersey. (Traducción al castellano: 1976. *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas: Mexico).
- PUIG, L. (1993). *Elementos para la instrucción en resolución de problemas de matemáticas*. Tesis doctoral. Universitat de Valencia (Publicado en 1996. *Elementos de resolución de Problemas*. Colección Mathema. Ed. Comares: Granada).

SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press. New York.

## ANEXOS

	Estudios Pilotos				Estudios Definitivos	
	<b>Fase I</b>	<b>Fase II</b>	<b>Fase III</b>	<b>Fase IV</b>	<b>ESO</b>	<b>CSE</b>
TEMPORALIZACIÓN	Marzo 1996	Diciembre 1996	Diciembre 1996	Abril 1997	Marzo 1998	Marzo 1998
POBLACIÓN	9 alumnos del CSE	13 alumnos del CSE	3 alumnos de niveles académicos: medio-alto, medio y bajo.	21 alumnos del CSE.	20 alumnos de 2º curso de la E.S.O., pertenecientes al colegio público Isabel la Católica de Santa Cruz de Tenerife.  3 alumnos de 2º curso de la ESO, pertenecientes al instituto de enseñanzas medias: El Chapatal, de Santa Cruz de Tenerife, de niveles académicos: alto, medio y bajo.	3 alumnos de 1º de Educación Infantil del CSE, de niveles académicos: alto, medio y bajo.
Cuestionarios	6 problemas de encontrar, bien y mal definidos	19 problemas de encontrar, bien y mal definidos.	13 problemas de encontrar, mal definidos.	13 problemas de encontrar, mal definidos.	21 problemas de encontrar, bien y mal definidos.	21 problemas de encontrar, bien y mal definidos.

	Estudios Pilotos				Estudios Definitivos	
	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV	ESO	CSE
TIPO DE PRUEBA	Escrita	Escrita	Videograbada: Individual el alumno de nivel académico medio-alto.  En pareja los alumnos de nivel académico medio y bajo.	Escrita	Escrita, los 20 alumnos. Videograbada, individual con cada uno de los alumnos de niveles académicos: alto, medio y bajo.	Videograbada, individual con cada uno de los alumnos de niveles académicos: alto, medio y bajo.
TIPO DE ENTREVISTA			Semiestructurada (flexibles), utilizando la técnica de la explicitación		Semiestructuradas (flexibles), utilizando la técnica de la explicitación	Semiestructuradas (flexibles), utilizando la técnica de la explicitación

	Estudios Pilotos				Estudios Definitivos
	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV	ESO y CSE
OBJETIVOS	Analizar la existencia o no de comportamientos regulares, en las actuaciones de los resolutores, en la fase de preparación.	Analizar la existencia o no de comportamientos regulares, en las actuaciones de los resolutores, en la fase de preparación.	Analizar la existencia o no de comportamientos regulares, en las transformaciones que realizan los resolutores. Observar las justificaciones que utilizan los resolutores para validar o refutar un problema de encontrar mal definido, en términos de pruebas y argumentaciones.	Confirmar lo observado en las pruebas anteriores, con respecto a la “actuación de los estudiantes ante las diferentes indicaciones dadas a los diferentes grupos de problemas”.	Confirmar lo observado en el estudio piloto, con respecto a: La existencia o no de comportamientos regulares en las transformaciones que realizan los resolutores en la fase de “preparación” antes de abordar las fases de producción o enjuiciamiento. Los diferentes tipos de Pruebas y Argumentaciones, utilizadas por los resolutores, para validar o refutar los problemas de encontrar bien y mal definidos.

	Estudios Pilotos				Estudios Definitivos
	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV	ESO y CSE
Instrumentos para el análisis de datos.	Nuestro Modelo de competencia formal y las tres categorías de análisis derivadas del mismo.	Nuestro Modelo de Competencia formal y las cuatro categorías derivadas del mismo, ampliadas a partir de la primera prueba.	Nuestro Modelo de Competencia formal y las cuatro categorías derivadas del mismo, ampliadas a partir de la primera prueba. Nuestro esquema de análisis, modificado de la propuesta de Schoenfeld 1985.		Nuestro Modelo de Competencia formal y las cuatro categorías derivadas del mismo. Nuestro esquema de análisis, modificado de la propuesta de Schoenfeld 1985. Categorías de Pruebas y Argumentaciones obtenidas en la 2 <sup>a</sup> fase de observación descriptiva focalizada, de las justificaciones empleadas por los resolutores para validar o refutar los problemas de encontrar bien y mal definidos.