



ASSOCIAÇÃO ESTATÍSTICA ENTRE ESCOLHA DA OPERAÇÃO EM QUESTÕES MULTIPLICATIVAS COM NÚMEROS NATURAIS E COM NÚMEROS DECIMAIS

Thiago Beirigo Lopes¹

Ana Paula Nunes Felix²

Pedro Franco de Sá³

RESUMO

Durante os estudos de resolução de questões matemáticas, é comum o professor ser indagado por perguntas como: 'Essa conta é de vezes ou é de dividir?', 'Diz que ele dividiu, então é de dividir?', 'Está escrito que ela triplicou, então a conta é de multiplicar?'. As respostas dadas pelo professor nem sempre satisfazem a necessidade do estudante. Esse artigo traz os resultados de uma pesquisa de doutoramento em que foram analisadas questões aditivas, questões multiplicativas e questões socioeducacionais. Para esse artigo, foi realizado o recorte para a análise das questões multiplicativas, e o objetivo foi analisar se a habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números decimais está associada estatisticamente à habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números naturais. Para atingir esse objetivo, optou-se pelo uso de testes como instrumento metodológico de pesquisa para nortear a investigação e a análise estatística realizada por meio do teste de associação Qui-Quadrado. Os resultados indicam que se o estudante escolher corretamente a operação em questões multiplicativas com números naturais, tanto aritméticas quanto algébricas, ele tende também a escolher corretamente a operação em questões multiplicativas com números decimais, tanto aritméticas quanto algébricas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Escolha da operação. Questões multiplicativas. Números Naturais. Números Decimais.

¹ Doutor em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso (REAMEC/UFMT); Professor de Matemática do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT); Grupo de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática no Baixo Araguaia (GPEnCiMa). Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0001-5036-795X>. E-mail: thiago.lopes@ifmt.edu.br

² Mestra Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará (UEPA); Professora da Secretaria do Estado de Educação (SEDUC/PA); Doutoranda pelo Programa de Pós-graduação em Educação (UEPA); Grupo de Estudos em Cognição e Educação Matemática. Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0003-2571-0458>. E-mail: xapnfelix01@gmail.com

³ Doutor em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN); Professor Titular da Universidade do Estado do Pará (UEPA); Docente no Programa de Pós-graduação em Educação (UEPA); Grupo de Estudos em Cognição e Educação Matemática. Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0002-8986-2787>. E-mail: pedro.sa@uepa.br



STATISTICAL ASSOCIATION BETWEEN CHOICE OF OPERATION IN MULTIPLICATIVE QUESTIONS WITH NATURAL NUMBERS AND WITH DECIMAL NUMBERS

ABSTRACT

During the studies of solving mathematical questions, it is common for the teacher to be asked questions such as: 'Is this count of times or is it to be divided?', 'It says he divided, so is it to be divided?', 'It is written that she tripled, so the account is to be multiplied?'. The answers given by the teacher do not always satisfy the student's need. This article presents the results of a doctoral research in which additive questions, multiplicative questions and socio-educational questions were analyzed. For this article, a cut was made for the analysis of multiplicative questions and the objective was to analyze whether the ability to choose the operation in multiplicative questions that involve decimal numbers is statistically associated with the ability to choose the operation in multiplicative questions that involve natural numbers. To achieve this objective, we opted for the use of tests as a research methodological instrument to guide the investigation and the statistical analysis performed using the Chi-Square association test. The results indicate that if the student correctly chooses the operation in multiplicative questions with natural numbers, both arithmetic and algebraic, he also tends to correctly choose the operation in multiplicative questions with decimal numbers, both arithmetic and algebraic.

Keywords: Teaching Mathematics. Operation choice. Multiplicative question. Natural Numbers. Decimal numbers.

ASOCIACIÓN ESTADÍSTICA ENTRE ELECCIÓN DE OPERACIÓN EN PREGUNTAS MULTIPLICATIVAS CON NÚMEROS NATURALES Y CON NÚMEROS DECIMALES

RESUMEN

Durante los estudios de resolución de problemas matemáticos, es común que al profesor se le hagan preguntas como: '¿Esto es conteo de veces o es para dividir?', 'Dice que dividió, ¿entonces es para dividir?', '¿Está escrito que ella triplicó, entonces la cuenta debe ser multiplicada?'. Las respuestas que da el profesor no siempre satisfacen la necesidad del alumno. Este artículo presenta los resultados de una investigación doctoral en la que se analizaron cuestiones aditivas, multiplicativas y socioeducativas. Para este artículo se hizo un corte para el análisis de las preguntas multiplicativas y el objetivo fue analizar si la habilidad de elegir la operación en preguntas multiplicativas que involucran números decimales se asocia estadísticamente con la habilidad de elegir la operación en preguntas multiplicativas que involucran naturales. números. Para lograr este objetivo, se optó por el uso de pruebas como instrumento metodológico de investigación para orientar la investigación y el análisis estadístico realizado mediante la prueba de asociación Chi-Cuadrado. Los resultados indican que si el alumno elige correctamente la operación en preguntas multiplicativas con números naturales, tanto aritméticos como algebraicos, también tiende a elegir correctamente la operación en preguntas multiplicativas con números decimales, tanto aritméticos como algebraicos.



Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. Opción de operación. Problemas multiplicativos. Números naturales. Números decimales.

INTRODUÇÃO

Durante as aulas de matemática no ensino fundamental, são comuns questionamentos relacionados com o tipo de operação a ser empregada. 'Esse problema usa multiplicar ou dividir?', 'Está escrito que ela 'dividiu', então nessa questão usa divisão para resolver', entre outras perguntas ou afirmações que são feitas em sala de aula, mas nem sempre a resposta pelo professor é satisfatória, pois há questões com o termo 'dividiu' em que não cabiam a utilização direta da operação de divisão. Desse modo, perguntas modestas que aparentavam simples e com respostas evidentes, causam certo desconforto quando são respondidas de modo obscuro para o estudante. Então é perceptível que não é uma tarefa fácil dar uma explicação ao estudante sobre a existência de algumas questões com termo como 'triplicou', que são solucionadas com uso da operação de divisão, ou como 'dividiu' que são solucionadas com a operação de multiplicação. Se essa situação, que é frequente em sala de aula, não é simples de ser explicada pelo professor, também não deve ser fácil de ser compreendida pelo estudante.

Em relação aos números decimais⁴, sua utilização no dia a dia pode ser facilmente percebida. Por isso, se faz necessário que os estudantes saibam resolver questões que envolvem números decimais, tal como resolver questões que envolvem números naturais. Diante disso, há a percepção de continuidade e de ampliação do sentido de número, dos naturais para os decimais, que os estudantes possuem no ensino fundamental. Ainda, os números decimais possuem a característica de serem uma extensão tanto dos números naturais quanto dos números racionais e podem ser interpretados sob qualquer uma dessas óticas. Como extensão dos números naturais, os decimais podem ser considerados como uma ampliação do

⁴ Antes de prosseguir, é importante destacar que no texto é utilizado o termo 'números decimais' para representar os 'números racionais em sua representação decimal', tal escolha foi realizada para fluidez de leitura (ou legibilidade) do texto para o leitor.



sistema de numeração de base dez ao incluir os décimos, centésimos, milésimos, etc.

Sobre as operações com os números decimais, são conservados algoritmos similares aos utilizados para operar com números naturais, com algumas adaptações. Desde a década de 1980, para Greer (1987) já era estabelecido que a escolha da operação realizada para um estudante solucionar uma questão verbal que envolvia uma única operação era frequentemente afetada pelos tipos de números no problema, pois com números naturais o estudante acreditava que o resultado aumentasse ao efetuar uma multiplicação e que diminuísse ao efetuar uma divisão. No entanto, isso não ocorre com os números racionais estabelecidos entre 0 e 1 (visto que nesse nível de estudo ainda não há questões com números negativos). Em uma observação mais específica realizada pelo autor supracitado, é apontado que a escolha de diferentes operações ocorre mesmo quando dois problemas, diferindo apenas nos números envolvidos, são justapostos e a atenção é chamada para a similaridade entre eles. Ou seja, mesmo entre questões matemáticas similares, que diferem entre si somente o tipo de número utilizado, o estudante pode escolher operações distintas para resolvê-las.

Com alicerce nas situações sobre escolha de operação em sala de aula mencionadas anteriormente e sobre os números decimais poderem ser vistos como extensão dos números naturais em que mantêm a base de algoritmos para realizar operações, emerge a questão orientadora da pesquisa apresentada neste artigo: Os estudantes que escolhem corretamente as operações em questões multiplicativas que envolvem números naturais conseguem também escolher corretamente as operações em questões multiplicativas que envolvem números decimais?

Diante dessa questão norteadora, é pré-estabelecida a hipótese de que: A habilidade em escolher corretamente a operação em questões multiplicativas de uma operação que envolvem números decimais está estatisticamente associada à habilidade em escolher corretamente a



operação em questões multiplicativas de uma operação que envolvem números naturais.

Com a finalidade de validar essa hipótese de pesquisa, a investigação apresentada nesse artigo teve como objetivo analisar se a habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números decimais está associada estatisticamente à habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números naturais. Para atingir tal objetivo, foi escolhido o uso de testes como instrumento metodológico de pesquisa para nortear a investigação e a análise estatística realizada por meio do Teste Qui-Quadrado.

A estrutura do texto foi dividida em 3 partes, com exceção desta Introdução e das Considerações Finais, a saber: Produção de informações; O teste multiplicativo; e Análise do teste multiplicativo.

Na seção de Produção de informações, inicialmente, é indicado e contextualizado o lócus onde a pesquisa foi realizada. Há o relato sobre os procedimentos realizados junto aos órgãos competentes junto à escola para a solicitação de permissão de realização da pesquisa no ambiente escolar. Junto aos estudantes, foi solicitado que cada responsável pelo estudante assinasse o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e que cada estudante, visto que todos eram menores de 18 anos, assinassem o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Só após, foram iniciadas as aplicações dos testes e questionários nas turmas.

Em seguida, há o detalhamento de como o teste multiplicativo foi construído. Também há o detalhamento sobre a testagem desse instrumento com estudantes de 7º ano, que não são os mesmos da pesquisa de tese que foram estudantes de 6º ano. Desse modo, antes de realizar a pesquisa de tese com a utilização do teste multiplicativo, foi aplicado um piloto com outros estudantes, que não são os estudantes participantes da pesquisa de tese, para verificar se havia necessidade de ajustes no instrumento de produção de informações.

Por fim, na Análise do teste multiplicativo, são apresentados e analisados os resultados do teste de associação Qui-Quadrado para o teste



multiplicativo aplicado. Os resultados são explorados com entrelaçamentos entre os dados obtidos e os estudos que serviram de referencial para a elaboração de tese.

PRODUÇÃO DE DADOS

A produção dos dados ocorreu durante o primeiro bimestre de 2020 em uma escola estadual situada na região metropolitana de Belém/PA. Os participantes da pesquisa foram estudantes cujo único requisito para poderem participar da pesquisa foi estarem matriculados no 6º ano do ensino fundamental dessa escola. A escolha de estudantes matriculados no 6º ano se deu por constar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que no fim do segundo ciclo é esperado que os estudantes já tenham adquirido competências e habilidades para resolver questões envolvendo operações com números decimais.

Para poder realizar a aplicação do teste multiplicativo, houve necessidade de solicitar permissão à gestão escolar, sob a responsabilidade do diretor, e aos professores titulares das turmas. Para que a solicitação fosse aceita, foi necessária uma explanação sobre os objetivos da pesquisa, afirmando que não seria avaliado o desempenho da escola ou dos professores com a realização do teste. A escola contava com 4 turmas de 6º ano no período matutino e 2 turmas de 6º ano no período vespertino. No total, foram 207 estudantes que participaram das atividades.

Todas as atividades relacionadas com essa pesquisa foram realizadas no interstício de um mês. Em cada turma, as atividades foram iniciadas com apresentação do pesquisador realizada pelo professor titular da turma, momento em que o pesquisador explicou sobre a pesquisa com destaque para seus pontos principais como objetivo, resultado esperado e a importância dos estudantes nesse processo. Então foi solicitado que cada responsável pelo estudante assinasse o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e que cada estudante, visto que todos eram menores de 18 anos, assinassem o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Para a atividade da assinatura, foi disponibilizada a semana para sua conclusão,



pois alguns estudantes faltavam, esqueciam os documentos em casa ou até perdiam e necessitavam de outra cópia. Assim, foi possível maximizar a quantidade de estudantes que tinham interesse em participar da pesquisa, pois todos os responsáveis permitiram que estudantes participassem e nenhum estudantes se recusou a participar. Cabe destacar que não foi utilizado qualquer tipo de subsídio como avaliação ou outro meio para que houvesse participação dos estudantes, sendo de vontade espontânea.

Na semana seguinte, foram iniciadas as aplicações dos testes nas turmas e na mesma semana aplicados os questionários aos estudantes. Como todas as turmas contavam com 3 encontros semanais para as aulas de matemática, esses 3 instrumentos foram aplicados um a cada encontro e nessa ordem: teste aditivo, teste multiplicativo e questionário socioeducacional. É importante evidenciar que este artigo apresenta, devido à sua extensão textual, somente os resultados da aplicação do teste multiplicativo. Também é importante indicar que estudantes não tiveram auxílio no que tange especificamente a responder as questões do teste multiplicativo.

7

O TESTE MULTIPLICATIVO

Elaboração do teste multiplicativo

Para ser elaborada a interpretação dos resultados, além de uma coerente fundamentação teórica relacionada com o objeto a ser estudado e em conformidade com o tratamento quantitativo, a aplicação de testes representa uma alternativa para constituir uma base para a interpretação dos resultados obtidos (GOMES, 2009).

Como parte integrante da pesquisa, foi escolhido o instrumento tipo teste que, segundo Marconi e Lakatos (2002), são instrumentos utilizados com a finalidade de obter dados que permitam mensurar o rendimento, a competência e a capacidade individual, em um modelo quantitativo. Sob o enfoque das autoras supracitadas, o teste multiplicativo aplicado é um teste de aptidão no qual se procura prever a capacidade de rendimento de um indivíduo ao executar uma tarefa específica.



Para subsidiar a construção do teste multiplicativo, Sá e Fossa (2012) apontam duas categorias de questões verbais: questões aritméticas e questões algébricas. Estas categorias estão relacionadas à modelação, ou seja, à conversão dos dados semânticos para a matemática. Nas questões aritméticas a incógnita fica isolada em um dos membros da igualdade, sendo utilizada para indicar o resultado da operação. Ainda, segundo Sá e Fossa (2008, p. 269), as questões aritméticas são aquelas “[...] que, em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade”. Já nas questões algébricas, a incógnita fica isolada em um dos membros da igualdade, e esta é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados. De acordo com Sá e Fossa (2008, p. 270), as questões algébricas são aquelas “[...] em que, na sua resolução operacional, são usadas de maneira explícita ou implícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade”.

Com base nessa concepção, cada dupla de questão foi elaborada com o propósito de diagnosticar se o estudante que escolhe corretamente a operação com números naturais também o faz com os decimais. Cabe destacar que foi tomado cuidado para que a sentença natural de cada questão fosse evidenciada, pois um estudante na fase inicial dos seus estudos não imagina naturalmente que vai dividir uma quantidade de bolinhas por outra quantidade de bolinhas e vai resultar na quantidade de potes que comportam essas bolinhas. Nesse estágio de estudos, o estudante imagina que divide as bolinhas pela quantidade de potes e resulta a quantidade de bolinha em cada pote. As questões são mostradas no Quadro 1.

**QUADRO 1** – Equilíbrio das questões em relação à sua estrutura aritmética ou algébrica

		Questões	Sentença	Tipos de números envolvidos
Questões Multiplicativas	Questões Aritméticas	Questão 1: Uma barra de chocolate custa 6 reais. Quanto pagarei se comprar 9 dessas barras?	$9 \times 6 = ?$	Natural \times Natural = Natural
		Questão 4: Uma caixa de bombons custa R\$8,45. Quanto será pago se comprar 12 dessas caixas?	$12 \times 8,45 = ?$	Natural \times Decimal = Decimal
		Questão 2: Débora enche três garrafas de leite a cada minuto. Quantas garrafas de leite encherá em 12 minutos?	$3 \times 12 = ?$	Natural \times Natural = Natural
		Questão 5: Suzy enche 10 copos de suco a cada minuto. Quantos copos de suco ela encherá em 5,5 minutos?	$10 \times 5,5 = ?$	Natural \times Decimal = Natural
		Questão 3: Lucas tem 18 litros de óleo. O óleo será dividido em 9 latas iguais. Quantos litros de óleo caberá em cada lata?	$18 \div 9 = ?$	Natural \div Natural = Natural
		Questão 6: Lucas tem 3,9 quilogramas de farinha. Essa farinha será dividida em 3 potes iguais. Quantos quilogramas de farinha vão ser colocados em cada pote?	$3,9 \div 3 = ?$	Decimal \div Natural = Decimal
	Questões Algébricas	Questão 7: Comprei cinco camisas de mesmo preço. Se gastei um total de 70 reais quanto custou cada?	$5 \times ? = 70$	Natural \times Natural = Natural
		Questão 10: Comprei cinco camisas de mesmo valor por R\$73,50. Quanto custou cada uma?	$5 \times ? = 73,50$	Natural \times Decimal = Decimal
		Questão 8: O quádruplo de um número é 30. Qual é esse número?	$? \times 5 = 30$	Natural \times Natural = Natural
		Questão 11: O triplo de uma certa quantidade é 12,6. Qual é essa quantidade?	$? \times 3 = 12,6$	Decimal \times Natural = Decimal
		Questão 9: Distribui 28 brinquedos igualmente entre algumas crianças. Cada criança recebeu 4 brinquedos. Quantas crianças participaram da distribuição?	$28 \div ? = 4$	Natural \div Natural = Natural
		Questão 12: Ana distribuiu igualmente 2,8 litros de refrigerante entre algumas crianças. Cada criança recebeu 0,2 litros de refrigerante. Quantas crianças participaram da distribuição?	$2,8 \div ? = 0,2$	Decimal \div Decimal = Decimal

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Sá e Fossa (2008).

Como pode ser percebido nas questões, foram elaboradas questões que envolvessem somente números naturais, somente números decimais e esses dois tipos de números.



Sistematização das respostas nas questões do teste multiplicativo

Assim como no teste aditivo, as questões do Teste Multiplicativo aplicado foram sintetizadas por agrupamentos de turma em planilhas eletrônicas. Cada questão foi analisada em relação à escolha da operação, em seguida categorizadas como acerto (S) e não acerto (N). Cabe destacar que as questões deixadas em branco não foram consideradas para serem contabilizadas, por não ser possível verificar se o estudante faz relação ou não faz relação na escolha da operação das questões. O quantitativo de questões em branco está disponível no Quadro 2.

QUADRO 2 – Quantidade de questões deixadas em branco pelos estudantes no teste multiplicativo

Pares de questões	Questão Aritmética			Questão Algébrica		
	1-4	2-5	3-6	7-10	8-11	9-12
Quantidade de questões em branco	15	27	27	49	69	56

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

10

Para exemplificar, uma marcação do tipo S indica que acertou a operação e N que não acertou ou não foi escrita a escolha da operação (Figura 1). É pertinente destacar que para cumprir os objetivos da pesquisa, há a análise somente em relação à escolha da operação, não sendo considerado acerto ou não acerto em relação ao resultado obtido.

FIGURA 1 – Exemplo de N (não acerto) à esquerda e de S (acerto) à direita

<p>3. Lucas tem 18 litros de óleo. O óleo será dividido em 9 latas iguais. Quantos litros de óleo caberá em cada lata?</p> $\begin{array}{r} 318 \\ \times 9 \\ \hline 62 \end{array}$	<p>3. Lucas tem 18 litros de óleo. O óleo será dividido em 9 latas iguais. Quantos litros de óleo caberá em cada lata?</p> $\boxed{\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ 2 \end{array}}$
--	--

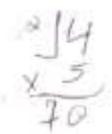
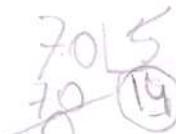
Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Ainda sobre a análise de cada questão, também foi estabelecido que se o estudante escolheu a operação na forma algébrica ou sua equivalente na forma aritmética, este escolheu corretamente a operação da questão.



Para ilustrar, na Figura 2 estão relacionados dois exemplos, sendo que à esquerda a resolução está na sentença $a \times ? = b$ (algébrica) e à direita a resolução está na sentença $a \div b = ?$ (aritmética), no entanto ambas são recíprocas em relação à forma.

FIGURA 2 – Exemplo de sentença natural algébrica à esquerda e de sua equivalente na forma aritmética

<p>7. Comprei cinco camisas de mesmo preço. Se gastei um total de R\$70,00 quanto custou cada camisa?</p> 	<p>7. Comprei cinco camisas de mesmo preço. Se gastei um total de R\$70,00 quanto custou cada camisa?</p> 
---	--

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Observa-se que a primeira sentença está em forma algébrica e a segunda sentença em sua forma equivalente aritmética.

Análise do teste multiplicativo

Após a tabulação, para a análise dos resultados obtidos no teste multiplicativo foi selecionado o Teste Qui-Quadrado. Essa escolha se deu devido aos instrumentos utilizados gerarem informações não-paramétrica, não-normal e a possibilidade de informar se os dados são dependentes ou independentes (questões com números naturais e questões com números decimais) e, para atingir o objetivo da pesquisa realizada, foi estabelecido um nível de significância (alfa) de 0,05 para o p-valor obtido no teste, que remete a uma confiança de 95% em que a amostra se repita na população.

Para realização do Teste Qui-Quadrado foi empregado o programa Prism⁵ em sua versão 8.2 para o sistema operacional Windows, desenvolvido pela empresa GraphPad Software. A escolha desse programa se deu por, apesar de ser apresentado no idioma inglês, este ter uma interface bem intuitiva e possuir recurso de Prism Labs, que é um novo modo de detectar

⁵ Software utilizado sob a licença de teste GPS-*****-****-B4934 com validade de 30 dias. Disponível em: <https://www.graphpad.com/>.



ajustes “ruins”, além de fornecer indicação de ajuste no teste ou um teste mais apropriado, conforme os dados introduzidos em sua interface (GRAPHPAD SOFTWARE, 2020).

Com base nos resultados obtidos, a escolha da operação das questões correspondentes 1 e 4 obtiveram os resultados apresentados no Quadro 3. Cabe destacar que ambas são aritméticas do tipo $a \times b = ?$, idealizado por SÁ (2003), e que essas questões correspondentes foram as que tiveram maior incidência de êxito dentre todas as demais multiplicativas, 178 acertos.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 4 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 1, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 3.

QUADRO 3 – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 1 e 4

Questões analisadas	Questões 1 e 4		
Tipo de questões	Multiplicativas Aritméticas		

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	118	25	143	Resultado obtido	59,190
Não Acerto (Naturais)	5	26	31	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	123	51	174	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Para o resultado sobre a escolha da operação em relação às questões correspondentes 2 e 5, foram obtidos os dados apresentado no Quadro 4. Como as questões 1 e 4, as questões 2 e 5 também são aritméticas do tipo $a \times b = ?$. E, apesar de serem do mesmo tipo, o êxito no estabelecimento de



relações corretas nas questões 2 e 5 foi quantitativamente inferior às questões 1 e 4, com um total de 106 certos.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 5 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 2, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 4.

QUADRO 4 – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 2 e 5

Questões analisadas	Questões 2 e 5			X² para haver associação	X² > 3,841
Tipo de questões	Multiplicativas Aritméticas			Resultado obtido	23,290
	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Acerto (Naturais)	106	30	136	Resultado obtido	<0,0001
Não Acerto (Naturais)	8	18	26		
Totais	114	48	162		
Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais				

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Para a última correspondência das questões do tipo aritmética, mas com a sentença $a \div b = ?$, as questões 3 e 6 obtiveram os resultados apresentados no Quadro 5. Pode ser percebida uma queda brusca na quantidade de estabelecimento correto de relação na escolha da operação das duas questões.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 6 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 3, conforme pode ser observado no Quadro 5.

**QUADRO 5** – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 3 e 6

Questões analisadas	Questões 3 e 6
Tipo de questões	Multiplicativas Aritméticas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	73	32	105	Resultado obtido	45,500
Não Acerto (Naturais)	8	49	57	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	81	81	162	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Para iniciar as correspondências das questões multiplicativas do tipo algébrica, com a sentença $a \times ? = c$, as questões 7 e 10 obtiveram os resultados apresentados no Quadro 6. Pode ser percebido que nessas questões o valor de escolha correta da operação cai bastante em relação às questões multiplicativas aritméticas. Além da maior dificuldade em serem resolvidas por serem questões algébricas, enquanto as multiplicativas anteriores eram aritméticas, dificuldade já preconizada por Jucá (2014) e Santos (2017) conforme a subseção anterior, também se constata que, apesar da sentença parecer ser de multiplicação, é utilizada a divisão em sua resolução.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 10 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 7, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 6.

**QUADRO 6** – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 7 e 10

Questões analisadas	Questões 7 e 10
Tipo de questões	Multiplicativas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	47	18	65	Resultado obtido	67,450
Não Acerto (Naturais)	4	71	75	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	51	89	140	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

A segunda correspondência de questões do tipo algébrica, com a sentença $a \times b = c$, as Questões 8 e 11, obteve os resultados apresentados no Quadro 7. Nessas questões houve a menor quantidade de acerto dentre todas as duplas de questões, somente 28. Também tiveram maior quantidade de erros na escolha da operação nas duas questões, 73 no total.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 11 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 8, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 7.

QUADRO 7 – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 8 e 11

Questões analisadas	Questões 8 e 11
Tipo de questões	Multiplicativas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	28	11	39	Resultado obtido	48,060
Não Acerto (Naturais)	8	73	81	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	36	84	120	Resultado obtido	0,0037



Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

A última correspondência das questões multiplicativas do tipo algébrica, as Questões 9 e 12 com sentença $a \div ? = c$, obteve os resultados apresentados no Quadro 8. Essas duas questões, além de serem algébricas, utilizam a multiplicação como operação para resolução.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, foi indicado que a escolha da operação da Questão 12 do teste multiplicativo está associada à escolha da operação da Questão 9, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 8.

QUADRO 8 – Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões multiplicativas aritméticas 9 e 12

Questões analisadas	Questões 9 e 12
Tipo de questões	Multiplicativas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	49	26	75	Resultado obtido	24,210
Não Acerto (Naturais)	13	45	58	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	62	71	133	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Ainda no intuito de traçar um panorama geral, foram realizados agrupamentos de questões multiplicativas aritméticas (Quadro 9), questões multiplicativas algébricas (Quadro 10) e o total de questões (Quadro 11).

Com a realização do Teste Qui-Quadrado, é indicado que a escolha da operação nas questões aritméticas do teste multiplicativo com números decimais está associada à escolha da operação das questões aritméticas



do teste multiplicativo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 9.

QUADRO 9 – Resultado do teste Qui-Quadrado para todas questões multiplicativas aritméticas

Questões analisadas	Questões 1, 2, 3, 4, 5 e 6
Tipo de questões	Multiplicativas Aritméticas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	297	87	384	Resultado obtido	132,200
Não Acerto (Naturais)	21	93	114	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	318	180	498	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

No agrupamento de questões multiplicativas algébricas, o Teste Qui-Quadrado indica que a escolha da operação nas questões algébricas do teste multiplicativo com números decimais está associada à escolha da operação das questões algébricas do teste multiplicativo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 10.

QUADRO 10 – Resultado do teste Qui-Quadrado para todas questões multiplicativas aritméticas

Questões analisadas	Questões 7, 8, 9, 10, 11 e 12
Tipo de questões	Multiplicativas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	124	55	179	Resultado obtido	137,300
Não Acerto (Naturais)	25	189	214	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	149	244	393	Resultado obtido	<0,0001



Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Com o último agrupamento, com todas questões multiplicativo (aritméticas e algébricas), o Teste Qui-Quadrado indica que a escolha da operação nas questões do teste multiplicativo com números decimais está associada à escolha da operação das questões do teste multiplicativo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 11.

QUADRO 11 – Resultado do teste Qui-Quadrado para todas questões multiplicativas

Questões analisadas	Questões 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12
Tipo de questões	Multiplicativas Aritméticas e Multiplicativas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X² para haver associação	X² > 3,841
Acerto (Naturais)	421	142	563	Resultado obtido	306,700
Não Acerto (Naturais)	46	282	328	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	467	424	891	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Conforme o objetivo traçado na pesquisa, com esses Testes Qui-Quadrados realizados, como nos testes aditivos, pode ser concluído que a escolha da operação em questões multiplicativas com números naturais está associada à escolha da operação em questões multiplicativas com números decimais, seja da relação individual das questões, da relação em questões multiplicativas aritméticas, da relação em questões multiplicativas algébricas seja em todas as relações multiplicativas estudadas. A síntese dos resultados é apresentada no Quadro 12.

**QUADRO 12** – Síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões multiplicativas

Questões	Tipo de questão	Qui-quadrado obtido ($X^2 > 3,841$)	Significância obtida (P-valor < 0,5)	Associação
1 e 4	Multiplicativa aritmética	59,190	<0,0001	Há associação
2 e 5	Multiplicativa aritmética	23,290	<0,0001	Há associação
3 e 6	Multiplicativa aritmética	45,500	<0,0001	Há associação
7 e 10	Multiplicativa algébrica	67,450	<0,0001	Há associação
8 e 11	Multiplicativa algébrica	48,060	0,0037	Há associação
9 e 12	Multiplicativa algébrica	24,210	<0,0001	Há associação
1 a 6	Multiplicativa aritmética	132,200	<0,0001	Há associação
7 a 12	Multiplicativa algébrica	137,300	<0,0001	Há associação
1 a 12	Multiplicativa aritmética ou algébrica	306,700	<0,0001	Há associação

Fonte: Dados da pesquisa realizada.

Ao realizar uma comparação entre questões multiplicativas aritméticas e questões multiplicativas algébricas, pode ser percebida a diminuição de estabelecimentos de relações de acertos na escolha da operação das questões aritméticas (natural para decimal) para as questões algébricas (natural para decimal). Sem considerar as relações de escolha de operação entre naturais e decimais, os resultados dos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017) já indicaram que há dificuldade maior em resolver questões do tipo algébrico em comparação às questões do tipo aritmético.

Além das comparações entre questões aritméticas e questões algébricas, agora há a possibilidade de fazer comparação entre as questões aditivas e questões multiplicativas. Novamente os resultados obtidos nessa pesquisa convergem com os dados obtidos nos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017), em que os estudantes mostraram maior dificuldade nas questões multiplicativas do que nas questões aditivas.



Novamente, assim como nos testes aditivos, no teste multiplicativo houve menor dificuldade para resolver as questões do tipo aritmético em relação às questões do tipo algébrico. O que, conforme indicado anteriormente, pode ser vestígio relacionado à ineficiência de resolução de questões matemáticas baseada diretamente nas palavras-chave, como estudado por Neshier e Teubal (1975), Bell, Swan e Taylor (1981), Justo (2004), Guimarães (2009), Moretti e Brandt (2014), Miranda (2014), Beck e Silva (2016) e Xin (2019).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em sala de aula, é comum perceber estudantes com dificuldades em resolver questões que envolvam álgebra, mesmo que essas sejam relativamente simples para o nível de ensino em que o estudante está inserido. Dentre essas dificuldades está a escolha da operação a ser utilizada em determinadas questões matemáticas, situação essa que se aprofundava quando as operações necessárias são de multiplicação ou divisão.

Na Introdução deste artigo, foram elencadas frases que os estudantes comumente enunciam durante os estudos em matemática. As perguntas e afirmações eram em relação a qual operação deveria ser empregada na resolução de alguma questão específica: “Esse problema usa multiplicação ou divisão?” ou “Está escrito que ela ‘dividiu’, então nessa questão usa divisão”. As explicações dadas pelo professor podem nem sempre satisfazer o estudante, pois como usar multiplicação em uma questão que claramente alguém dividiu algo? Então as noções de questões aritméticas e algébricas podem servir de aporte para o professor esclarecer o motivo pelo qual algumas questões com o termo “dividiu” são resolvidas com divisão e outras com o mesmo termo ‘dividiu’ são resolvidas com multiplicação.

Diante dessa problemática, essa pesquisa foi elaborada com o objetivo analisar se a habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números decimais está associada



estatisticamente à habilidade de escolha da operação em questões multiplicativas que envolvem números naturais.

Diante desse objetivo, pode ser estabelecido que a pesquisa realizada o atingiu de forma satisfatória, pois os resultados obtidos pelo teste composto por questões multiplicativas do tipo aritmético e do tipo algébrico com números naturais e com números decimais, após processamento do teste de associação Qui-Quadrado, indicaram que há associação estatística entre a escolha da operação tanto em questões com números naturais como em questões com número decimais.

Como um resultado adjacente à pesquisa principal, no teste multiplicativo foi possível averiguar que a quantidade de erros em questões do tipo algébrico foi maior do que a quantidade de erros em questões do tipo aritmético. Tal fato é alinhado com os resultados das pesquisas de Jucá (2014) e Santos (2017).

Em comparação com os resultados dos testes aditivos, pôde ser percebido que a quantidade de erros em questões multiplicativas é maior do que a quantidade de erros em questões aditivas. Desse modo, tem-se que as questões aditivas aritméticas são as que tiveram menos erros e as questões multiplicativas algébricas são as que tiveram mais erros.

Portanto, pode ser concluído que as questões aditivas oferecem menos dificuldade ao estudante do que as questões multiplicativas, e as questões aritméticas oferecem menos dificuldade ao estudante do que as questões algébricas. Assim, explicita-se que, em sua combinação, as questões aditivas aritméticas são as que oferecem menor dificuldade de resolução e as questões multiplicativas algébricas são as que oferecem maior dificuldade de resolução, mais uma vez indo de encontro aos resultados já obtidos por Jucá (2014) e Santos (2017).

Em relação aos resultados dos testes aplicados, há a necessidade de destacar que alguns estudantes deixaram algumas questões em branco. Por isso, a análise dessas questões em específico ficou prejudicada, visto que não há a possibilidade de compreender o motivo pelo qual determinada questão tenha ficado em branco, seja por não conseguir escolher a



operação ou por não querer responder a questão, mesmo sabendo como o fazer. Assim, teria sido interessante voltar ao lócus de pesquisa para realizar uma entrevista com o estudante, mas essa oportunidade não foi possível porque houve a pandemia de covid-19 pouco tempo após a aplicação do teste multiplicativo.

Com a publicação dessa pesquisa, é esperado que o trabalho docente no ambiente escolar tenha também foco na escolha da operação de questões matemáticas com números naturais. E também que, após os estudantes estarem familiarizados com essa escolha, a transição da resolução de questões com números naturais para a resolução de questões com números decimais possa ser mais específica sobre os procedimentos das operações com números decimais do que na escolha da operação para resolver questões matemáticas. Isto porque se o estudante estiver familiarizado com a escolha da operação ao estudar questões com números naturais, essa familiaridade de escolha da operação é estendida ao estudo com questões com números decimais.

Pesquisas posteriores podem estudar pontualmente como explorar a escolha da operação em casos específicos ao serem compostas com números decimais. Um exemplo desse tipo de pesquisa foi a de Bell, Fischbein e Greer (1984), autores que já evidenciaram uma maior dificuldade em resolver questões multiplicativas em que há os números decimais entre 0 e 1, pois, conforme Bell, Swan e Taylor (1981) e Prediger (2009), devido a conceitos equivocados, como a multiplicação sempre tornar o valor inicial maior ou a divisão sempre tornar um valor inicial menor, estas dificuldades são levadas para estágios de estudos mais elevados se não forem corrigidas em um estágio inicial.

REFERÊNCIAS

BECK, V. C.; SILVA, J. A. A busca por valor desconhecido em problemas aditivos: uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico na alfabetização. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 64-85, 2016. Disponível em:



<https://www.revista.pgsskroton.com/index.php/jjeem/article/view/3174>.
Acesso em: 23 jul. 2020.

BELL, Al.; FISCHBEIN, E.; GREER, B. Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context. **Educational Studies in Mathematics**, v. 15, p. 129–147, 1984. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00305893>. Acesso em: 20 ago. 2020.

BELL, A.; SWAN, M.; TAYLOR, G. Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. **Educational studies in Mathematics**, v. 12, n. 4, p. 399-420, 1981. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%252FBF00308139>. Acesso em: 13 jul. 2020.

GOMES, R. Análise e interpretação de dados de pesquisa. In: DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu; MINAYO, Maria Cecília (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2009. p. 79-108.

GRAPHPAD SOFTWARE. Prism Labs. **GraphPad**, 2020. Disponível em: <https://www.graphpad.com/guides/prism/8/user-guide/prism-lab-feature.htm>. Acesso em: 13 Mar 2020.

GREER, B. Nonconservation of multiplication and division involving decimals. **National Council of Teachers of Mathematics**, v. 18, n. 1, p. 37-45, 1987. Disponível em: <http://www.jstor.com/stable/749535>. Acesso em: 6 jul. 2020.

GUIMARÃES, S. D. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 5-17, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/13056>. Acesso em: 15 jul. 2020.

JUCA, R. De S. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais**. 2014. 283 f. Belém: Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2224044. Acesso em: 10 set. 2017.

JUSTO, J. C. R. **Mais. ou menos?.**: a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas. 2004. 131 f. Porto Alegre: Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/5552>. Acesso em: 12 jul. 2020.



MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. 5ª. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

MIRANDA, M. de S. **Uma investigação sobre a (re)construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo**. 2014. f. São Paulo: Dissertação (Mestrado) - Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em:

<https://repositorio.pgskroton.com.br/bitstream/123456789/3621/1/Mirtes%20de%20Souza%20Miranda.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2020.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. **Acta Scientiae**, v. 16, n. 3, p. 553-577, 2014.

Disponível em:

<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1173>. Acesso em: 15 jul. 2020.

NESHER, P.; TEUBAL, E. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. **Educational Studies in Mathematics**, v. 6, p. 41-51, 1975. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00590023>. Acesso em: 15 jun. 2020.

PREDIGER, S. "...Because 'of' is always minus...": students explaining their choice of operations in multiplicative words problems with fractions. In: TZEKAKI, Marianna; KALDRIMIDOU, Maria; SAKONIDIS, Haralambos (Org.). **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Thessaloniki, Greece: [s.n.], v. 4, 2009. p. 401-408. Disponível em: https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/09-Prediger_PME-choice-of-operation.pdf. Acesso em: 12 jul. 2020.

SÁ, P. F. de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear**. 2003. 203 f. Natal: Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2003.

SÁ, P. Fr. de; FOSSA, J. A. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 33, n. 12, p. 253-278, dez. 2008. Disponível em:

<https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/3936>. Acesso em: 10 maio 2018.

SÁ, P. F. de; FOSSA, J. A. Arithmetic word problems and algebra word problems. **Estudos em Educação Matemática**, v. 5, n. 1, p. 38-53, 2012. Disponível em: **Erro! A referência de hiperlink não é válida..** Acesso em: 9 jun. 2020.



SANTOS, R. V. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais.** 2017. 393 f. Belém: Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

XIN, Y. P. The effect of a conceptual model-based approach on ‘additive’ word problem solving of elementary students struggling in mathematics. **ZDM**, v. 51, n. 1, p. 139-150, 2019. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-018-1002-9>. Acesso em: 19 jul. 2020.

Recebido em: 04 de abril de 2022.
Aprovado em: 19 de junho de 2022.
Publicado em: 25 de junho de 2022.

