

Workshop sobre GeoGebra na aula de matemática: reflexões sobre sua influência no processo de ensino e aprendizagem

Taller sobre GeoGebra en la clase de matemática: reflexiones sobre su influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje

MARÍA ELINA VERGARA¹

AMALIA INÉS CASSETTA²

MARTÍN AVILA³

Resumen

El trabajo que reportamos aquí pretende dar cuenta de las reflexiones didácticas que es necesario generar para analizar el tipo de problemas para los cuales el software GeoGebra, es la herramienta más adecuada, en la clase de matemática.

El proyecto se desarrolló enlazando dos espacios, Matemática y su enseñanza II y un taller de resolución de problemas con GeoGebra. Buscamos que el alumno indague, explore, establezca conexiones internas y externas entre los contenidos y las herramientas de manera que pueda elaborar criterios que guíen la selección de problemas para el trabajo áulico.

Este recorrido permitió a los alumnos darle entidad a la complejidad de la enseñanza de la matemática en entornos informáticos, en el paso de elaboración a priori.

Palabras claves: formación docente; problemas de funciones; reflexiones didácticas

Resumo

O trabalho aqui relatado visa dar conta das reflexões didáticas que devem ser geradas para analisar os tipos de problemas para os quais o software GeoGebra é a ferramenta mais adequada na aula de matemática.

O projeto foi desenvolvido, ligando dois espaços, o ensino da Matemática II e uma solução de problemas GeoGebra workshop. Procuramos que os alunos possam inquirir, explorar, fazer conexões internas e externas entre o conteúdo e as ferramentas para que eles possam desenvolver critérios para orientar a seleção de problemas para o trabalho na aula.

Este trajeto permitiu aos alunos dar corpo à complexidade do ensino da matemática em ambientes informáticos, na etapa do elaboração a priori.

Palavras-chave: formação de professores, problemas de funções; reflexões didático

¹ Instituto José C Paz – melinavv@gmail.com

² Instituto José C Paz – inescasetta@yahoo.com.ar

³ Instituto José C Paz – martinavila777@gmail.com

Introducción

La experiencia que reportamos se ha desarrollado en un Instituto de formación docente, en el área del profesorado de Matemática. Se trata de las actividades que fueron planteadas y elaboradas en un espacio conformado por la materia Matemática y su Enseñanza II (MyE) y un taller de resolución de problemas con GeoGebra. (TG)

La conformación de este espacio tuvo como objetivo que entre las acciones de las clases de MyE y las del TG se reflexione sobre las actividades propuestas, las condiciones de posibilidad de que estas se constituyan en verdaderos problemas y la reflexión didáctica sobre la inclusión de GeoGebra como herramienta de resolución.

La concepción del hacer matemática que sustenta la tarea hace centro en las actividades que el docente propone en el aula, establece con claridad el rol de los problemas constructivos. El docente es pensado como quien puede diseñar, seleccionar y gestionar las secuencias de aula. El alumno es quien actúa, conjetura y argumenta sobre las actividades propuestas.

Partiendo de esta concepción trabajamos en la formación de criterios para la selección de actividades que integrarán las secuencias didácticas que en otros momentos de su formación llevarán a las aulas. Las que además, deben reconocerse como posibles para ser resueltas con GeoGebra.

A favor de la inclusión tecnológica encontramos las argumentaciones de los lineamientos que la política educativa pone de manifiesto en los diseños curriculares tanto del profesorado como de la educación secundaria. Los primeros, solicitan que los futuros docentes desarrollen habilidades relacionadas con las nuevas tecnologías. Los de la educación secundaria resaltan la importancia de que los alumnos puedan hacer matemática mediada por recursos tecnológicos adecuados. Potenciado esto por la masividad de las netbooks en las escuelas secundarias, distribuidas dentro del Programa conectar-igualdad⁴.

Por otra parte, en todos los casos se propone una búsqueda de respuestas a preguntas vinculadas con los problemas, tanto en lo extra como en lo intramatemático. Para lograr la conceptualización de un objeto matemático se hace necesario el “hacer” sobre el problema y la reflexión sobre ese “hacer”.

⁴Política de inclusión digital de alcance federal (Argentina, decreto 459/10)

Frente a esto entendemos que las actividades y las secuencias que las incluyen deberán transitar por dos estadios de análisis. En el primero nos preguntamos acerca de las características de los buenos problemas, sabemos que tipos de problemas son constructivos.

En el segundo estadio nos interrogamos acerca de cómo interviene la tecnología en ellos.

¿Son válidos los mismos criterios de selección que los utilizados para problemas que se resuelven con lápiz y papel? ¿Qué características particulares deben tener los problemas que se resuelven con el software GeoGebra? ¿Cuáles de las prestaciones del software son más aptas para el trabajo con problemas constructivos?

Entre las decisiones metodológicas que hemos considerado, elegimos realizar un taller que aborde problemas de funciones y geométricos, para la educación secundaria, que acompañe la tarea que se realiza en la materia Matemática y su Enseñanza. Buscando que el alumno indague, explore, establezca conexiones internas y externas entre los contenidos y las herramientas.

Al finalizar el taller se espera, entre otras cosas, que puedan seleccionar problemas para los cuales el GeoGebra es una herramienta privilegiada. Por lo que analizaremos en esta presentación un problema de funciones trabajado en las clases, sus resoluciones y las características del mismo.

En el contexto señalado anteriormente en este escrito se presenta una articulación teórica entre diferentes autores que caracterizan problemas constructivos, su aplicación a la selección de problemas, el desarrollo de los mismos realizado por los alumnos utilizando el software GeoGebra y por último proponemos las primeras conclusiones, junto con el estado de discusión.

1. La selección de los problemas

El antecedente de esta experiencia es la tarea que se realiza habitualmente con los alumnos en MyE, donde se favorece la reflexión acerca de las actividades en el doble aspecto, desde las características propias de las actividades y desde los diferentes modos de construcción de los saberes mediados por la computadora.

Entendemos por actividades asistidas por la computadora aquellas que lejos de caer en

el activismo se inscriben en el proceso de aprendizaje para favorecer la construcción de los conocimientos a través del juego de desequilibrios y reequilibrios. Es desde ese lugar que se seleccionan los problemas que serán analizados tanto desde el saber matemático que desarrollan como desde la potencia didáctica que permiten desplegar.

La propuesta didáctica aspira a generar una reflexión transformadora de la tarea del docente en el aula, supone la puesta en juego de estrategias, de modos de pensar, de formas de razonamientos específicos del dominio y adaptados a las nuevas tecnologías.

La selección de los problemas se realizó mediante una “Matriz analizadora de problemas”(Améndola,2006) que surge de la reorganización del texto Enseñar a partir de las actividades de Mithiaud Michèle (1996) y la cita a Régine Douady se realiza en el mismo, donde explica las características deseadas en un problema.

Características deseadas en un problema		Si-No
El enunciado es fácil de comprender y el alumno es capaz de pensar una posible respuesta al problema.		
La respuesta no es evidente.		
Es abierto y permite utilizar diferentes caminos de resolución.		
Puede formularse al menos en dos marcos.		
Permite construir el conocimiento que se desea enseñar.	Permite que el alumno sea capaz de desarrollar una estrategia de su elección que conduzca, a respuestas parciales o totales del problema.	
	Existe un medio y una necesidad de justificar sus respuestas.	
	El enunciado le da al alumno la responsabilidad de elegir instrumentos y estrategias de resolución.	
	No es necesario conocer previamente los objetos matemáticos que resolverán el problema.	
	El objeto matemático buscado es solución del problema.	

Cuadro1. Reorganización realizada por Améndola (2006)

Los problemas que se analizaron con la matriz anterior responden a los núcleos temáticos de MyE y TG que se detallan a continuación.

Núcleo temático: El rol de los problemas en los modelos funcionales.

- Los problemas como fuente y como resignificación de conocimientos. Situaciones de enseñanza: contexto, variables didácticas, conocimientos necesarios para abordarlas, procedimientos y dificultades.
- Los problemas de modelización de funciones: las distintas representaciones (gráfica, tabla, fórmula, lenguaje coloquial). La modelización mediante software.
- Los problemas de articulación entre registros. Discusión sobre la información que cada registro proporciona. Los diferentes registros en los software específicos
- Nociones asociadas a la noción de función: variabilidad, dependencia, dominio e imagen
- Análisis de las propuestas que potencian la argumentación y la prueba en la resolución de los problemas de función
- Secuenciación de actividades. Criterios de secuenciación. Análisis de situaciones que muestren las diferencias en el tratamiento de la función y sus gráficas

El núcleo que se muestra a continuación se corresponde con los contenidos desarrollados en el taller de GeoGebra

Núcleo temático: La alfabetización digital

- Lectura y alfabetismo en la sociedad de la información.
- El modelo colaborativo en la enseñanza de la matemática con herramientas informáticas.
- Los software dinámicos: GeoGebra, análisis y características del mismo.
- La utilización de diferentes características del software como recurso de enseñanza de las funciones.
- La web como recurso didáctico. Los Edublogs.

La enseñanza de las funciones ha cambiado mucho a través de los años, pero hoy sabemos que debemos promover el análisis de la variabilidad de los fenómenos sujetos a cambios, donde las funciones encuentran el verdadero sentido.

Las concepciones que los estudiantes poseen del concepto de función a esta altura de su formación no les permite verlas como un todo. Se refieren en su mayoría al uso de rutinas y procedimientos algorítmicos, tales como la construcción de tablas, las representaciones gráficas o el cálculo de dominios, pero todos como procesos independientes, que muestran algo de la función pero no la función en su conjunto.

Nos interesa modificar esa mirada sobre el concepto función a través de la elaboración de actividades que promuevan la verdadera construcción del sentido como también identificar las características de las actividades asistidas por computadoras para cumplir con ese fin⁵.

2. Análisis de la actividad propuesta

Decisiones acerca de la consigna de trabajo

- Resuelve individualmente el problema que te presentamos a continuación.
En el cuadrado ABCD, de 8 cm de lado, se ubica un punto M que puede desplazarse sobre el lado AD.
Se construye un cuadrilátero uniendo los puntos MBCD.
¿Cuál es el área máxima de MBCD?
Sugerencia: Construye la figura utilizando Geogebra.
- Cuando tengas elaborada tu conjetura busca analizarla con tu grupo.
- La resolución acordada será presentada en la puesta en común.

FIGURA 1: consigna de trabajo

FUENTE: adaptado de “Introducción al Diseño Curricular Matemática 3° ES” (Crippa et al, 2009)

La formulación de la consigna se sostuvo directamente en la pregunta ¿Cuál es el área máxima de MBCD? Evitamos una formulación detallada guiando un recorrido único de resolución o el uso de registros pautados por el docente como las que enunciamos a continuación:

¿Qué valores puede tomar el segmento MD ¿Cuál es la fórmula que te permite calcular el área? Completa la tabla ¿Podés decir cuál es el cuadrilátero que tiene el área mayor? Vuelca los datos en un gráfico cartesiano.

MD	1	2	3
Área					

FIGURA 2: Formulación a evitar

Mirando las resoluciones de los alumnos

⁵ Ruiz Higuera, citada en HANFLING, M. (2000) Estudio didáctico de la noción de función en *Carpeta de Estrategias de la Enseñanza de la Matemática*. Buenos Aires, UVQ.

Los alumnos responden a la pregunta del problema indicando el valor de área máxima, a partir del trabajo con la fórmula de área y la exploración con GeoGebra

Algunos en la exploración, desplazan el punto E sobre el segmento AB, buscando con el comando “Área”, el valor máximo como se muestra en las figuras 3 y 4.

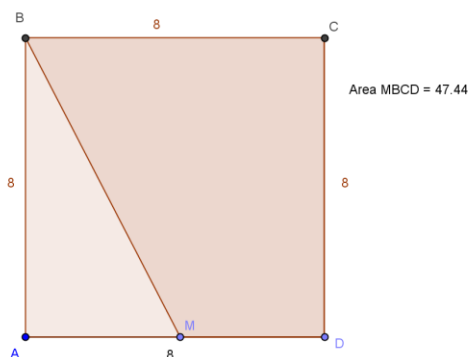


Figura 3: Exploración desplazando el punto M y el comando área

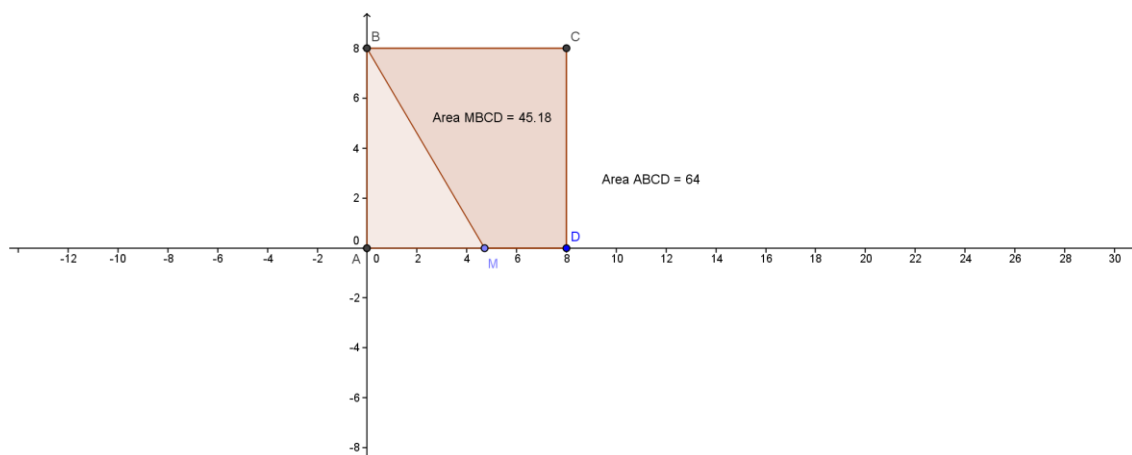


Figura 4: Exploración utilizando el gráfico cartesiano y el comando área.

Otros alumnos utilizan directamente las fórmulas de área componiendo y descomponiendo el cuadrado, como se muestra en las figuras 5 y 6.

$$\begin{aligned} \text{Área } MBDE &= \frac{(MB + DE) \cdot EB}{2} \\ \text{Área } MBDE &= \frac{((8 - x) + 8) \cdot 8}{2} \\ \text{Área } MBDE &= 64 - 4 \cdot x \end{aligned}$$

Figura 5: Con área del trapecio

$$\begin{aligned} \text{Área } MBDE &= \text{Área } ABDE + \text{Área } AMD \\ \text{Área } MBDE &= 64 - \frac{x \cdot 8}{2} \\ \text{Área } MBDE &= 64 - 4 \cdot x \end{aligned}$$

Figura 6: Restando áreas

En las resoluciones en que utilizan fórmulas obtienen el área máxima al asignar diferentes valores a x .

De la mirada sobre estas resoluciones se desprende que los alumnos trabajan en el marco geométrico, prueban con GeoGebra, conjeturan sobre el valor del área máxima, reconocen la variabilidad del área y trabajan algebraicamente sobre la base de las fórmulas de área.

En ningún caso reconocen la función que está implícita en el problema por lo cual no utilizan la potencia del GeoGebra para la representación gráfica de las funciones y el análisis a partir de ella.

Para modificar esta situación una intervención del docente fue preguntar ¿podríamos hacer el gráfico que da el área del cuadrilátero en función del lado variable $|MD|$?

Esto dio como resultado el pasaje de un registro a otro, trabajando en el programa simultáneamente con la vista gráfica, hoja de cálculo, vista algebraica y con la fórmula en la barra de entrada.

Conclusiones

Orientando la mirada hacia los interrogantes que nos llevaron a la organización del TG y a la elaboración de estrategias que pusieran en diálogo a MyE con TG, vemos que los criterios de selección de buenos problemas utilizados para otros tipos de resoluciones, son válidos también para aquellos que tienen como herramienta principal el GeoGebra ya que todas las cuestiones tratadas en el cuadro 1, hacen a la forma de construir el conocimiento.

De todos los problemas posibles, en el caso del tema funciones, son particularmente interesantes aquellos problemas que abordan el concepto de variabilidad y la determinación de dominios, ya que la dinámica del programa colabora con la comprensión del mismo como ocurrió en el caso que aquí presentamos.

Nos interesó trabajar el enlace entre registros, y vimos que requiere de la intervención del docente, al menos en los primeros problemas, para que los alumnos lo adquieran como una herramienta indiscutida en el programa.

Lo dicho anteriormente da respuesta al tercer interrogante, considerando que de lo

trabajado en este proyecto en el tema funciones, la dinámica de las construcciones y la posibilidad de presentar simultáneamente el registro gráfico, el algebraico, la tabla y nuevamente la posibilidad de producir la variación en cada uno de ellos lo hace altamente útil para el trabajo en el aula.

Bibliografía

AMENDOLA, M.J.; VERGARA, M.E. (2006). *Enseñar geometría a partir de las actividades, ¿es posible?* XXIX Reunión de educación matemática. Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca.

BERTÉ, A.,(2000) *Matemática dinámica*, Buenos Aires: a-Z editora.

CAMUYRANO, B. (1998). Algunos aspectos de la enseñanza de las funciones. En: LIBEDINSKY, M. (Coord). *Matemática Temas de su didáctica*. Pro ciencia, Conicet, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, Buenos Aires, 105-138.

CHEMELLO, G. (coord) y otros. *Matemática. Propuestas para el aula. Nivel Polimodal*. Buenos Aires, Ministerio de Educación. Disponible en: <http://www.me.gov.ar/curriform/matematica.html>. Fecha de consulta:30 /1/2012.

CRIPPA, A (Coord) y otros, (2009) *Introducción al Diseño Curricular. Matemática 3°ES*, Dirección General de Cultura y Educación, Buenos Aires.

GRUPO LYCÉE, (1996) *Introducción al concepto de función en 2°de BUP*. En DOUADY, Régine (Comp.) *La enseñanza de las matemáticas: puntos de referencia entre los saberes, los programas y las prácticas*. Francia: Topiques, 159-170.

HANFLING, M. (2000) *Estudio didáctico de la noción de función en Carpeta de Estrategias de la Enseñanza de la Matemática*. Buenos Aires, UVQ.

MATHIAUD, M, (1996) *Enseñar a partir de actividades ¿resulta razonable?* En DOUADY, Régine (Comp.) *La enseñanza de las matemáticas: puntos de referencia entre los saberes, los programas y las prácticas*. Francia: Topiques, 139-158.