





ANÁLISIS DIDÁCTICO DE MATERIALES CURRICULARES POR FUTUROS PROFESORES

-  Bethzabe Cotrado^I
 María Burgos^{II}
 Pablo Beltrán-Pellicer^{III}
 Alfredo Castro^{IV}

^I Universidad Nacional del Altiplano (UNA), Puno, Perú; bcotrado@unap.edu.pe

^{II} Universidad de Granada (UGR), Granada, España; mariaburgos@ugr.es

^{III} Universidad de Zaragoza (Unizar), Zaragoza, España; pbeltran@unizar.es

^{IV} Universidad Nacional del Altiplano (UNA), Puno, Perú; acastroq@unap.edu.pe

Resumen

Se describe el diseño e implementación de una experiencia formativa con futuros profesores de matemáticas peruanos, destinada a desarrollar la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de materiales curriculares sobre probabilidad. Desde un enfoque cualitativo y con el apoyo de las pautas propias de la ingeniería didáctica basada en el Enfoque Ontosemiótico, se dispone de los protocolos de respuestas escritas de 38 participantes. Los resultados muestran limitaciones en la valoración de indicadores de idoneidad y dificultades para elaborar un juicio razonado sobre esta. Se concluye la necesidad de potenciar la práctica reflexiva en torno al uso de los materiales curriculares y las propuestas de cambios de mejora en todas las facetas de la idoneidad didáctica de manera conjunta.

COMPETENCIA PROFESIONAL • MATERIAL DIDÁCTICO • MAESTRO • ESCUELA SECUNDARIA

ANÁLISE DIDÁTICA DE MATERIAIS CURRICULARES POR FUTUROS PROFESSORES

Resumo

Descrevemos a concepção e implementação de uma experiência de treinamento com futuros professores de matemática peruanos, destinada a desenvolver a competência de analisar a adequação didática dos materiais curriculares sobre probabilidade. A partir de uma abordagem qualitativa e com o apoio das diretrizes da engenharia didática baseada na Abordagem Ontosemiótica, foram gerados e analisados os protocolos de respostas escritas de 38 participantes. Os resultados mostram limitações na avaliação dos indicadores de idoneidade e dificuldades na elaboração de um julgamento fundamentado de idoneidade. Conclui-se que existe a necessidade de promover uma prática reflexiva no uso de materiais curriculares e propostas de melhoria em todas as facetas da adequação didática de forma conjunta.

COMPETÊNCIA PROFISSIONAL • MATERIAL DIDÁTICO • PROFESSOR • ENSINO MÉDIO

DIDACTIC ANALYSIS OF CURRICULAR MATERIALS BY FUTURE TEACHERS

Abstract

The design and implementation of a training experience with future Peruvian mathematics teachers is described, aimed at developing the competence of analyzing the didactic suitability of curricular materials on probability. From a qualitative approach and with the support of the guidelines of didactic engineering based on the Ontosemiotic Approach, the protocols of written responses of 38 participants are available. The results show limitations in the assessment of suitability indicators and difficulties to elaborate a reasoned judgment on it. It is concluded that there is a need to promote reflective practice on the use of curricular materials and proposals for improvement changes in all facets of didactic suitability in a joint manner.

PROFESSIONAL COMPETENCE • TEACHING MATERIALS • TEACHER • SECONDARY SCHOOL

ANALYSE PÉDAGOGIQUE DES MATÉRIAUX CURRICULAIRES PAR DES FUTURS ENSEIGNANTS

Résumé

On décrit la conception et la mise en place d'une expérience d'entraînement avec de futurs enseignants de mathématiques péruviens, destinée à développer leur compétence d'évaluation de l'adéquation didactique des matériaux curriculaires portant sur la probabilité. A partir d'un approche qualitatif et avec l'appui des lignes directrices de l'ingénierie didactique basée sur l'Approche Ontosémiotique, on a examiné les protocoles de réponses écrites de 38 participants disponibles. Les résultats dévoilent des limitations dans l'évaluation des indicateurs d'idoneité, et des difficultés à formuler un jugement fondé sur l'idoneité. On conclue qu'il faut encourager/une pratique réflexive compréhensive sur l'emploi des matériaux curriculaires, et des propositions de perfectionnement dans toutes les facettes de l'adéquation didactique.

COMPÉTENCE PROFESSIONNELLE • MATÉRIAL DIDACTIQUE • PROFESSEUR • LYCÉE

Recibido el: 22 ENERO 2023 | Aprobado para publicación el: 22 MARZO 2023



Este es un artículo de acceso abierto que se distribuye en los términos de la licencia Creative Commons, tipo BY-NC.

DIVERSAS PERSPECTIVAS DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA ASUMEN QUE el profesor debe tener los conocimientos matemáticos y didácticos para describir, explicar y valorar de manera sistemática los procesos instruccionales, previstos, planificados o efectivamente implementados, así como para aplicar dichos conocimientos de forma competente en su mejora (Giacomone et al., 2018).

La importancia de los materiales curriculares como apoyo de la labor docente ha motivado que, en las últimas décadas, el análisis de dichos recursos haya recibido especial atención desde la comunidad de investigación en educación matemática (Burgos et al., 2020; Thompson, 2014). Los materiales curriculares son “herramientas” (Stein et al., 2007) o “artefactos” (Brown, 2009) que apoyan la planificación y la práctica del profesor. Dentro de este “conjunto específico de recursos, diseñados para apoyar un programa concreto de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes a lo largo del tiempo” (Remillard & Kim, 2020, p. 3), se encuentran los programas curriculares, libros de texto, cuadernos de trabajo para los estudiantes, y las guías didácticas, diseñadas para el profesorado.

Ante el diseño de un proceso instruccional propuesto en un libro de texto o en los cuadernos de trabajo para el estudiante, el profesor debe ser capaz de analizar, establecer críticas y realizar adaptaciones que solventen sus limitaciones considerando las particularidades del contenido (Thompson, 2014; Yang & Liu, 2019). Valorar los materiales curriculares según su capacidad para ayudar a los estudiantes a lograr los objetivos de aprendizaje establecidos en las directrices curriculares, supone un análisis profundo. Dicho análisis debe permitir identificar elementos potencialmente conflictivos que, durante su implementación, requieran de una modificación de la trayectoria didáctica planificada.

Ante esta demanda, investigaciones previas (Breda et al., 2017; Giacomone et al., 2018) proponen la aplicación de las herramientas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino et al., 2007), para desarrollar en los profesores la competencia específica de análisis didáctico de los procesos instruccionales (Burgos & Godino, 2021; Giacomone et al., 2018; Godino et al., 2017). Esta competencia supone la capacidad del profesor para describir y explicar las prácticas matemáticas puestas en juego al resolver problemas y estudiar los contenidos matemáticos pretendidos (competencia de análisis ontosemiótico), así como la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva (competencia de análisis de idoneidad didáctica) (Godino et al., 2017). Esto permitirá al profesor utilizar los materiales curriculares de manera crítica como guía para el diseño instruccional en un contexto determinado, valorando y efectuando las adaptaciones que solventen sus limitaciones (Yang & Liu, 2019).

A pesar de que los cuadernos de trabajo para el estudiante son considerados como recursos curriculares de práctica, evaluación y de seguimiento (Hoadley & Galant, 2016) gran parte de la literatura sobre materiales curriculares se ha centrado en los libros de texto y no hemos encontrado investigaciones con futuros profesores que exploren el desarrollo de la competencia de análisis didáctico sobre los cuadernos de trabajo de estudiantes. Esto motiva que en este estudio pongamos atención en dicho recurso. Además, dado que el contenido matemático que abordan estos cuadernos de trabajo es muy amplio, resulta pertinente centrarse en un tema específico: la probabilidad. Escasas investigaciones sobre el tratamiento de la probabilidad en el currículo y en los libros de texto, ponen de manifiesto importantes deficiencias que obstaculizan una adecuada alfabetización probabilística: el contexto prioritario es el de los juegos de azar, las situaciones propuestas no son suficientemente representativas y equilibradas de otros significados distintos del clásico, faltan situaciones que impliquen experimentación y simulación con manipulativos o software, entre otros (Cotrado et al., 2022; Vásquez & Alsina, 2015).

En este trabajo se describe el diseño e implementación de una acción formativa con futuros profesores de matemática de educación secundaria, dirigida a desarrollar su competencia de análisis

de la idoneidad didáctica de los cuadernos de trabajo sobre probabilidad, empleando la guía diseñada y desarrollada en Cotrado et al. (2022).

Marco teórico y problema de investigación

La investigación está basada en el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos (CCDM) del profesor de matemáticas desarrollado en el marco del EOS (Godino et al., 2017). Se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica que consiste en “diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora” (Breda et al., 2017, p. 1897). Esta competencia se articula por medio de cinco subcompetencias, asociadas a herramientas conceptuales y metodológicas del EOS: análisis de significados globales, análisis ontosemiótico de las prácticas, gestión de configuraciones y trayectorias didácticas, análisis normativo y análisis de la idoneidad didáctica (Godino et al., 2017). En este trabajo se atiende a la subcompetencia de análisis de idoneidad didáctica.

La idoneidad didáctica se define como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), considerando las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Supone la articulación sistemática y coherente de las facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica que interactúan entre sí y pueden ser particularizados a cada unidad instruccional de estudio (Godino, 2013). Para cada una de estas facetas, se desarrollan sistemas de componentes e indicadores empíricos generales que dirigen el análisis y aportan criterios para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Breda et al., 2018; Godino, 2013).

Los criterios de idoneidad, entendidos como “una norma de corrección que establecen cómo debería realizarse un proceso de enseñanza y aprendizaje” (Breda et al., 2018, p. 264), surgen del consenso de la comunidad científica en educación matemática, que por un lado orientan cómo se deberían hacer las cosas y por otro, permiten valorar los procesos instruccionales previstos o implementados en relación a un contenido específico. A continuación, se describen los criterios en relación con los procesos de estudio de la probabilidad (el lector puede ampliar esta información en Cotrado et al., 2022):

- Idoneidad epistémica. Los significados institucionales pretendidos deben ser representativos del significado de referencia que debe contemplar de forma articulada los significados: intuitivo, subjetivo, frecuencial, clásico y axiomático (Batanero & Borovcnik, 2016; Beltrán-Pellicer et al., 2018). Esto supone en particular, explicitar la definición de casos favorables, no favorables y posibles de manera previa a la introducción de la regla de Laplace, insistir en la necesidad de finitud y equiprobabilidad de los sucesos elementales para poder aplicar dicha regla, diferenciar entre probabilidad teórica y su valor estimado por medio de frecuencias relativas, así como destacar que la estabilidad de las frecuencias requiere la realización de ensayos repetidos con diferentes tamaños de muestra.
- Idoneidad cognitiva. Es preciso garantizar que el estudio de la probabilidad se logra de manera progresiva e integral, desde sus diversos significados, considerando los conocimientos previos necesarios de los estudiantes. Esto supone iniciar la trayectoria didáctica con situaciones-problema en las que se conjetura sobre experimentos aleatorios sencillos, distinguir entre lo

aleatorio y lo determinista, frecuencia relativa utilizando diversos registros de representación de la información (por ejemplo, diagramas de barras y tablas); usar la regla de Laplace en casos sencillos. Los materiales curriculares deben proponer situaciones para detectar sesgos o dificultades previas que los estudiantes puedan tener al resolver problemas de probabilidad facilitará superar errores frecuentes.

- Idoneidad afectiva. Debe haber espacios para explicitar estados emocionales ante la resolución de problemas, situaciones que resalten las cualidades de estética y precisión de las matemáticas, así como situaciones contextualizadas y elementos que puedan resultar motivadores como humor o juegos. Se valora también que haya situaciones que motiven al estudiante a participar activamente y sienta seguridad para explorar ideas, formular hipótesis y plantear diferentes estrategias de solución de forma flexible.
- Idoneidad interaccional. Conviene observar si se hace una presentación clara y bien organizada de las situaciones-problemas, que enfatice los conceptos claves de la probabilidad y facilite la interacción por medio de preguntas que exijan reflexión compartida. Específicamente, la secuencia debe permitir que los estudiantes inicialmente expresen su idea acerca del resultado de un experimento aleatorio o juegos donde el azar juega un papel clave. Conforme se experimenta y se simula, surgen oportunidades para elaborar conjeturas y matizar las ideas de partida, buscando que los estudiantes asuman la responsabilidad del trabajo autónomo.
- Idoneidad mediacional. Un alto grado de idoneidad mediacional supone promover el uso pertinente de recursos como dados, monedas, cartas, ruletas, tablas de números aleatorios, calculadoras, recursos virtuales o applets interactivos, que permiten tanto explorar conceptos básicos de probabilidad como producir representaciones gráficas con mayor formalidad y abstracción.
- Idoneidad ecológica. Se valora que los contenidos se adecuen a las directrices curriculares y establezcan conexiones intra e interdisciplinarias para favorecer la alfabetización probabilística.

Desde el modelo CCDM se considera que el profesor de matemáticas debe conocer, comprender y valorar esta herramienta y adquirir competencia para su uso pertinente (Godino et al., 2017). La competencia de análisis de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio matemáticos permite al profesor reflexionar sobre los procesos de instrucción planificados o implementados y tomar decisiones fundamentadas de mejora (Godino et al., 2017). Esto ha motivado que, en los últimos años, se hayan realizado en el campo de formación de profesores numerosas investigaciones empleando el constructo idoneidad didáctica y su desglose en componentes e indicadores (Breda et al., 2018; Burgos et al., 2020; Castillo Céspedes & Burgos, 2022; Esqué & Breda, 2020; Giacomone et al., 2018; Seckel & Font, 2020). La idoneidad didáctica también se ha aplicado para analizar y evaluar programas de formación o materiales curriculares (Castillo Céspedes et al., 2022; Cotrado et al., 2022). En ese sentido, esta investigación tiene el propósito de desarrollar en futuros profesores de matemática su competencia de análisis de la idoneidad didáctica, empleando como recurso los cuadernos de trabajo del estudiante en el tema de la probabilidad. Se plantean las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué observaciones realizan los futuros profesores al valorar los indicadores de idoneidad didáctica? ¿Qué dificultades encuentran?
2. ¿Cuál es el nivel de pertinencia de sus valoraciones para cada una de las idoneidades parciales y en general para la idoneidad didáctica del material?
3. ¿Tienen en cuenta la valoración de la idoneidad didáctica para decidir cómo usar el cuaderno de trabajo? ¿En qué manera?

A continuación, describimos el diseño de la acción formativa y el proceso de análisis de los informes entregados por los participantes.

Metodología

En la experiencia formativa, seguimos la metodología propia de una ingeniería didáctica entendida en el sentido generalizado propuesto por el EOS (Godino et al., 2014), que lleva a distinguir cuatro fases: estudio preliminar en sus diferentes dimensiones, diseño del experimento, implementación y análisis retrospectivo. Adoptamos un enfoque metodológico cualitativo caracterizado por el análisis sistemático de datos cuya interpretación permite explicar fenómenos sociales, como el de una experiencia educativa (Strauss & Corbin, 1990). En ese sentido, aplicamos el análisis de contenido (Cohen et al., 2011) para examinar los protocolos de respuesta de los futuros profesores.

Contexto de la investigación, participantes y recogida de datos

La experiencia formativa se desarrolla con 38 futuros profesores (FP en adelante) de la Especialidad de Matemática, Física, Computación e Informática en la Universidad Nacional del Altiplano (Perú) durante el año 2022,¹ que cursaban la asignatura de Estadística Descriptiva en la modalidad virtual. En este formato se contemplan acciones sincrónicas a través de videoconferencia (Google Meet) y asincrónicas para facilitar material de estudio y subir trabajos encargados mediante la plataforma Google Classroom. La implementación del taller comprende tres sesiones sincrónicas virtuales de dos horas cada una: intervinieron 38 FP en la primera sesión; mientras que a la segunda y tercera asistieron 35 FP, de los que solo 30 llegaron a completar la tarea de evaluación planteada.

La formadora encargada de la gestión del taller cumple también el rol de investigadora. Como instrumentos de recogida de información, se dispone de las anotaciones de la formadora y de los protocolos de respuestas escritas de los participantes.

Diseño e implementación de las sesiones

Cada una de las sesiones síncronas se complementa con actividades asincrónicas en las que el FP debe trabajar sobre lecturas guiadas y desarrollar individualmente sus informes. En todo momento puede plantear las consultas que precise a la formadora.

Sesión 1. Exploración inicial e introducción a una herramienta para la reflexión

Los participantes reflexionan y comparten sus opiniones sobre las posibles características ideales de un material curricular y responden a la interrogante ¿cómo debería ser un buen material curricular de matemática? A continuación, la formadora presenta la ficha 9 dedicada a la probabilidad en el cuaderno de trabajo de primer grado de educación secundaria (Ministerio de Educación [Minedu], 2019) y les pregunta:

¿Podrías decir si la ficha 9 del cuaderno de trabajo de primer grado es un buen material curricular? ¿Lo utilizarías en un aula de matemáticas? ¿Por qué?

Los FP, de forma individual, reflexionan, describen y explican las razones por las que creen que deben utilizar o no dicha ficha en un aula. El objetivo es que los FP hagan un análisis a partir de sus significados personales sin ninguna pauta que pueda influir en su valoración. Seguidamente, comparten sus respuestas en clase.

¹ La formación del profesor de educación secundaria de matemáticas en Perú se realiza en universidades públicas y privadas, así como en Institutos Superiores Pedagógicos, con una duración de diez semestres.

Después de la puesta en común, la formadora introduce la noción de la idoneidad didáctica y su estructura en criterios como normas emanadas del consenso en la comunidad educativa e investigadora. A continuación, se presentan de manera resumida los componentes e indicadores para las distintas facetas, haciéndolos más precisos en caso de la probabilidad. La actividad asíncrona correspondiente consiste en la lectura de un documento sobre los criterios e indicadores de idoneidad didáctica de materiales curriculares en probabilidad elaborada por los autores a partir de Cotrado et al. (2022).

Sesiones 2 y 3. Puesta en práctica de la guía de indicadores de idoneidad didáctica de materiales curriculares en probabilidad

La sesión abre con la reflexión sobre la lectura propuesta en la sesión anterior. En seguida, se identifican tres configuraciones didácticas tomadas como unidades de análisis en la ficha 9: Aplicamos (UA1), Comprobación (UA2) y Evaluación (UA3). Los FP deben responder de manera individual a las consignas:

1. Teniendo en cuenta las unidades de análisis en que se descompone la ficha 9 del cuaderno de trabajo, identifica y justifica si se cumplen los indicadores de cada idoneidad parcial descritos en la lectura previamente facilitada.
2. Elabora un juicio razonado y valorativo sobre la idoneidad didáctica de la ficha 9 en cada una de las facetas.
3. ¿Cómo crees que se debe gestionar el uso de la ficha 9 para incrementar su idoneidad didáctica? Describe los cambios o mejoras que podrías introducir para cada vacío o conflicto que identificaste en la sección.

Dada la complejidad de la tarea, se dedican dos sesiones para que los FP completen las tres consignas. Además, para apoyar y supervisar las producciones de los participantes, se les pide que compartan su archivo de trabajo con la formadora.

Resultados

El estudio de las valoraciones de los FP de la idoneidad didáctica de la ficha 9 nos permite observar las dificultades de comprensión de las consignas, las posibilidades ofrecidas por cada tarea y finalmente los logros alcanzados por los participantes.

Exploración inicial e introducción a una herramienta para la reflexión

La intención de la primera tarea es explorar las concepciones previas de los FP sobre qué es un material curricular. Los participantes de esta sesión lo conciben como cualquier elemento, herramienta o recurso utilizado por los profesores. Pusieron como ejemplos de materiales curriculares: libros, videos, *software*, pizarra, páginas *web*, simuladores y enciclopedias, pero no así los cuadernos de trabajo, considerados como material curricular según Remillard y Kim (2020).

En este momento, se pregunta *¿cómo debería ser un buen material curricular de matemáticas?* Como resultado se obtienen las opiniones de 19 FP de 38 que se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1
Opiniones de los FP sobre características de un buen material curricular según facetas

| Facetas | Descripción | Frecuencia |
|---------------|--|------------|
| Epistémica | Tareas significativas concretas, definiciones breves | 4 |
| Afectiva | Atractivo, bien ilustrado, llama la atención del alumno, motivador | 9 |
| Interaccional | Claro y preciso, didáctico | 5 |
| | Promueve la interacción entre docente y estudiante | 1 |
| Cognitiva | Acorde a la edad e interés del estudiante, conecta con la vida real del alumno | 5 |
| Mediacional | Fácil uso o manejo | 5 |
| Ecológica | Finalidad o propósito definido | 3 |
| Otras | General, no precisa característica | 4 |

Fuente: Elaborado por los autores.

Tras esta reflexión general, los FP debían valorar inicialmente la ficha 9 (sin instrucción sobre la idoneidad didáctica) y justificar si les parecía un buen material, si la utilizarían y por qué en clase de matemáticas. En este caso, 15 FP valoraron a la ficha como adecuada o buena, dos FP como medianamente buena y solo FP19 consideró que la ficha no era adecuada y no la utilizaría en el aula. En las valoraciones de estos 18 FP se reconocen rasgos incipientes de indicadores, aunque poco precisos y basados en características superficiales del material curricular. Estos aparecen resumidos según facetas en la Tabla 2.

Tabla 2
Rasgos incipientes de indicadores de idoneidad didáctica por facetas

| Facetas | Indicios de indicadores | Frecuencia |
|---------------|--|------------|
| Epistémica | Problemas contextualizados y de la vida cotidiana | 7 |
| | Propone varios ejercicios | 2 |
| | Hace uso de representaciones gráficas | 7 |
| | Presenta algunas definiciones de probabilidad | 3 |
| | Explica las fórmulas y utiliza la regla de Laplace | 3 |
| | Los pasos están muy bien explicados | 2 |
| | Permite que los estudiantes justifiquen sus respuestas | 1 |
| Afectiva | Contiene imágenes y colores atractivos | 12 |
| | Motiva al estudiante con ejercicios sencillos | 7 |
| | Incentiva un papel activo del estudiante | 2 |
| Interaccional | Muestra preguntas abiertas, ejemplos y soluciones para guiar los problemas posteriores | 6 |
| | Los problemas son claros y están bien ordenados | 6 |
| | Muestra interacción entre docente y estudiante | 2 |
| Cognitiva | Los enunciados son comprensibles y para diferentes niveles de aprendizaje | 4 |
| | Tiene un apartado de evaluación | 2 |
| | Los problemas contienen interrogantes que generan conflicto cognitivo | 1 |
| | Usa el error como fuente de aprendizaje | 1 |
| Mediacional | Presenta espacios para resolver los problemas | 6 |
| Ecológica | Es un material acorde con el Minedu | 2 |

Fuente: Elaborado por los autores.

Desde el punto de vista epistémico, siete FP priorizan la contextualización de las situaciones-problema (“El enunciado-problema se relaciona con el contexto del estudiante, y esto hace que pueda aplicar los conocimientos aprendidos en cualquier situación de la vida cotidiana”, FP20) y otros siete FP destacan la pertinencia de las representaciones gráficas (“utiliza gráficos del área de matemática como por ejemplo el gráfico circular o de pastel”, FP21).

En menor medida, señalan que la ficha incluye breves definiciones de probabilidad (“Presenta algunas definiciones de probabilidad para que el estudiante entienda las diferencias de cada uno”, FP24), el uso correcto de la Regla de Laplace (“Presenta el uso correcto de la fórmula del tema”, FP33), el detalle procedimental (“Los pasos del desarrollo de las soluciones de cada problema están muy bien explicados para la mejor comprensión del estudiante”, FP20) y la posibilidad de argumentar (“los estudiantes puedan justificar los resultados del problema”, FP26).

La mayoría de los FP consideran “buena” la ficha porque su diseño es llamativo (“es atractivo para el estudiante, tiene imágenes y colores”, FP22). Otros siete FP observan que las situaciones-problemas fomentan la motivación y la actitud positiva (“tiene problemas fáciles de responder y eso lo ayuda al estudiante a motivarse a responder los ejercicios”, FP31; “esta ficha tiene varios ejercicios con pocas letras de manera que no genera aburrimiento”, FP21). Estos son aspectos referidos a la dimensión afectiva.

Desde lo interaccional consideran que la ficha muestra ejemplos y soluciones que ayudan al estudiante (“Presenta la resolución de algunos ejercicios para guiar la solución de situaciones similares”, FP24); presenta orden y secuencia (“Contiene un buen orden, para una mejor comprensión y para que el estudiante no se complique al momento de leer”, FP20) y promueve interacción entre profesor y estudiante.

En menor medida recomiendan el uso de la ficha por motivos de tipo cognitivo: contiene problemas que responden a diferentes grados de complejidad (“El enunciado que nos plantean es comprensible y adecuado para el nivel de aprendizaje de los estudiantes”, FP20) o contempla la evaluación (“tiene un apartado de autoevaluación”, FP25).

Por otro lado, las escasas opiniones que mostraban rasgos relacionados a la faceta mediacional se referían al espacio para trabajar la resolución de problemas (“tiene espacios para desarrollar problemas”, FP27) y en lo ecológico se mencionaba el currículo (“la ficha presenta secuencias didácticas que el ministerio propone”, FP24).

FP19, que no consideró adecuada la lección, se basó en que “propone muchos ejercicios verbales y aburridos porque los estudiantes ya no están como para solucionar esos problemas”.

Aplicación de los indicadores de idoneidad didáctica para valorar materiales curriculares

La segunda sesión se centró en los criterios e indicadores de idoneidad didáctica de materiales curriculares en probabilidad, tomando como punto de partida de reflexión los rasgos que ellos mismos mencionaron en la sesión anterior. Para ello, los FP realizan el análisis del material curricular por medio de la aplicación de la guía de idoneidad didáctica (Cotrado et al., 2022). Se entregó la actividad 30 FP. En esta sección mostramos el resultado del análisis realizado por los 30 FP que entregaron la tarea.

Faceta epistémica

Los FP lograron identificar y valorar los indicadores de idoneidad epistémica de forma específica, lo que supuso un gran avance respecto de las descripciones genéricas de la sesión anterior. También se observó la particularización de los componentes en situaciones-problemas, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos, relaciones y conflictos epistémicos para analizar la ficha. Los 30 FP reconocieron 14 situaciones-problemas en todo el material curricular

y las relacionaron en su mayoría con el significado clásico de la probabilidad. Sin embargo, no las justificaron en base a las condiciones de equiprobabilidad, tampoco de finitud del espacio muestral, aunque algunos mencionaron el contexto de juego de azar. La Tabla 3 resume los indicadores correctamente valorados y justificados por los FP.

Tabla 3
Indicadores de idoneidad epistémica correctamente identificados por los FP

| Componentes | Valoración de indicadores | Frecuencia |
|------------------------|---|------------|
| Situación-problema | Ausencia de situaciones-problema que relacionan diferentes significados de la probabilidad | 4 |
| | Carece de situaciones de un contexto familiar al estudiante | 2 |
| | Faltan situaciones donde el estudiante puede generar, experimentar y simular problemas | 9 |
| Lenguajes | Utiliza diferentes registros y representaciones | 19 |
| | Los registros lingüísticos son adecuados al nivel educativo al que se dirigen | 19 |
| Conceptos | Los conceptos son relativos al nivel educativo de los estudiantes, pero no son claros | 4 |
| | Faltan situaciones donde el estudiante pueda generar o negociar definiciones | 5 |
| Procedimientos | Algunos pasos no están explicados y justificados | 2 |
| | Faltan situaciones en las que el estudiante pueda generar o negociar procedimientos | 1 |
| Proposiciones | Utiliza la regla de Laplace, las demás propiedades son insuficientes (no involucran suceso imposible y suceso seguro) | 2 |
| | No hay situaciones en las que el estudiante genere proposiciones | 4 |
| Argumentos | Hay pocos argumentos que justifiquen las proposiciones y procedimientos | 1 |
| Relaciones | Los significados de la probabilidad no se articulan | 2 |
| | Los objetos matemáticos se conectan entre sí | 1 |
| Conflictos epistémicos | Se presentan algunos errores o conflictos epistémicos | 6 |
| | Ausencia de definiciones (suceso probable, imposible) | 5 |

Fuente: Elaborado por los autores.

De los 22 FP que se refirieron a indicadores del componente situaciones-problemas, solo cuatro observaron correctamente la ausencia de tareas que relacionen los diferentes significados de la probabilidad. Por ejemplo:

En las tres unidades de análisis solo se presentan problemas de tipo clásico. No hay problemas de significado frecuencial, a menos que en la UA3 el problema 3 presente un gráfico de sector circular que se puede relacionar con el significado frecuencial. (FP8).

En efecto, la ficha solo propone situaciones-problemas que priorizan el significado clásico frente a lo intuitivo y frecuencial, sin relacionarlos entre sí. Asimismo, la ausencia de situaciones de un contexto próximo al del estudiante en las que se discutan las diferencias entre experimento aleatorio y determinista, fue observado correctamente por dos FP (“las situaciones no necesariamente incluyen contextos reales del estudiante donde se pueda distinguir lo aleatorio de lo determinista”, FP21). Otros nueve FP establecieron convenientemente que la ficha carece de situaciones donde el estudiante pueda generar, experimentar y simular problemas.

La mayoría de los FP (19) indicaron que la ficha utiliza diferentes lenguajes precisando lo verbal, simbólico-numérico (desigualdad, igualdad, enteros, decimales, fracciones, porcentajes y

escala de probabilidad), gráfico (diagrama de árbol y circulares) y tabular (tabla de doble entrada), considerando su adecuación al nivel educativo al que se dirige el recurso. Sin embargo, no observaron el uso de diagramas de árbol y tabla de doble entrada, que no se contemplan en el programa curricular de primer grado de educación secundaria.

Respecto del componente conceptos, 23 FP identificaron su diversidad, vinculándolo a las diferentes situaciones-problemas. Entre los más citados se encuentran: probabilidad, sucesos, suceso simple, suceso compuesto, suceso seguro, probable e imposible, casos favorables y posibles, azar, espacio muestral. De ellos, cuatro refirieron correctamente que los conceptos se adecúan al nivel educativo correspondiente, aunque las nociones de experimento aleatorio simple y compuesto, así como suceso compuesto, no parecen reconocidas en el programa curricular. Además, los FP no lograron reconocer en la ficha la falta de referencias a situación determinista, simulación, ensayos y experimentación que deben ser contempladas en primer grado para garantizar una adecuada idoneidad epistémica.

En la UA2 se presentan tres situaciones resueltas donde se observa la variedad de procedimientos con la habitual prevalencia del significado clásico frente al frecuencial. Al respecto, 23 FP identificaron como procedimientos: listado de sucesos elementales, construcción del espacio muestral, distinción de casos favorables y posibles, cálculo de la probabilidad usando la regla de Laplace. Sin embargo, solo dos de ellos observaron correctamente que algunos procedimientos carecen de explicación y justificación. Ningún FP reflexionó sobre la ausencia de procedimientos importantes para una adecuada enseñanza de la probabilidad. Entre ellos, distinguir fenómenos aleatorios de los deterministas, comparar cualitativamente probabilidades o aquellos característicos del significado frecuencial, como realizar predicciones a partir de observaciones de experimentos o datos, estimar probabilidades a partir de repeticiones de un mismo experimento aleatorio y simular experimentos aleatorios.

La mayoría de FP presentó dificultades para identificar y valorar adecuadamente los indicadores en los componentes proposiciones y argumentos. Si bien 16 FP reconocieron la regla de Laplace, “el espacio muestral es finito”, “la probabilidad del éxito seguro es 1” (o “la suma más probable es 7” en UA2) como proposiciones, ningún participante refirió la equiprobabilidad, ni echó en falta las propiedades del significado frecuencial o si lo hacían, era de manera imprecisa. Por otro lado, tres de ellos comentaron de forma incorrecta y sin justificación que la ficha contempla todas las proposiciones y propone situaciones donde el estudiante puede generar o negociar proposiciones.

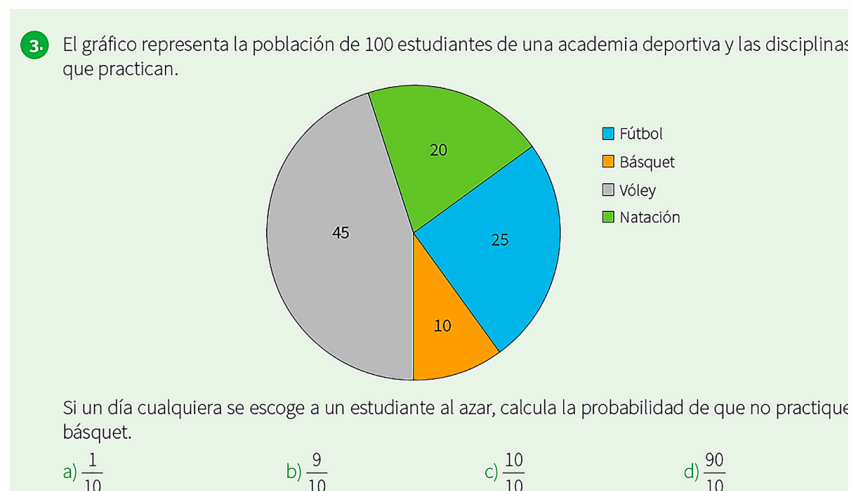
En la ficha se observan pocos argumentos que justifiquen las proposiciones y procedimientos (“los procedimientos se explican y argumentan de una forma vaga”, FP8) aunque estos se apoyan en diversos registros: lenguaje natural, numérico-simbólico, tabular y gráfico (diagrama de árbol). En este sentido, sólo cinco FP mencionaron que los argumentos se basan en tablas o gráficos (refiriéndose a la proposición de la UA2 “la suma más probable es 7”) o la regla de Laplace (“Se basa en la aplicación de la regla de Laplace, también otros argumentos se basan en la definición de suceso elemental y compuesto, y en algunos casos no se justifica”, FP8).

El indicador relativo al componente relaciones fue valorado por 19 FP. Sin embargo, solo dos identificaron de forma adecuada la falta de articulación entre los diferentes significados (“los diversos significados de la probabilidad no se articulan en las situaciones planteadas de la ficha”, FP8), mientras que los demás dieron valoración positiva sin reflexión o de forma vaga.

Por fin, los FP debían valorar si el material curricular presenta conflictos epistémicos, es decir, ambigüedades o errores en las definiciones, procedimientos, proposiciones o enunciados de los problemas. Este fue el único indicador en el que los participantes plantearon alguna consulta a la formadora. De los 28 FP que reflexionaron sobre este indicador, tres identificaron la poca claridad de las definiciones (de suceso, suceso probable, seguro e imposible) y comentaron que la regla de Laplace no ha sido justificada.

Nueve FP reconocieron la ausencia de título en el diagrama circular de la situación-problema que corresponde a la UA3 (ver Figura 1).

Figura 1
Gráfico de sectores propuesto en UA3



Fuente: Minedu (2019, p. 126).

Por ejemplo, FP21 refiere “En el problema 3 de la UA3, se puede ver que el gráfico circular estadístico no tiene un título, lo cual es un error grave estadístico”. Cinco FP observaron la confusión que puede ocasionar el uso de “caso”, “resultado” y “suceso” de manera indistinta (ver Figura 2). Al respecto, FP24 reflexiona:

En la UA2, en el primer ejemplo, hasta cierto punto habla de sucesos, suceso A, suceso B, eso está permitido porque según el significado clásico es un concepto que se debería tener de sucesos, pero cuando aplica la regla de Laplace habla de número de casos favorables, ¿no sería ahí poner sucesos favorables? Este sería un conflicto porque no se diferencia qué es un caso y un suceso.

Figura 2
Situación introductoria en UA2

El espacio muestral (Ω) es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Por lo tanto, primero determinamos el espacio muestral (Ω), es decir, todos los posibles resultados que se dan al lanzar un dado.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

El suceso es un subconjunto del espacio muestral formado por los resultados del experimento. Entonces, realizamos una lista de las posibilidades de cada suceso:

- Suceso A, que salga par: $A = \{2, 4, 6\}$
- Suceso B, que salga un número compuesto mayor que 4: $B = \{6\}$
- Suceso C, que salga primo mayor que 5: $C = \{ \}$
- Suceso D, que salga menor que 10: $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Luego, calculamos la probabilidad de cada suceso aplicando la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables al suceso A}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

Fuente: Minedu (2019, p. 120).

También señalaron frecuentemente que se comete el error de multiplicar por 100 % cuando lo correcto es multiplicar por el número 100, el símbolo % se escribe al final para indicar que se expresa el porcentaje (ver Figura 3).

Figura 3
Conflicto con la multiplicación por 100%

El suceso A de que salga par es probable porque:
 $P(A) = \frac{3}{6}$, entonces $P(A) = 0,5$
 Para expresar la probabilidad en porcentajes, multiplicamos por 100 %.
 $P(A) = 0,5 \times 100 \%$, entonces $P(A) = 50 \%$
 Significa que tiene 3 (casos favorables) posibilidades de 6 (casos posibles), el 50 % de probabilidad de que salga un número par al lanzar un dado.

Fuente: Minedu (2019, p. 121).

Por otro lado, ocho FP hicieron comentarios poco precisos o incomprensibles, así como otros ocho señalaron que en la ficha no encontraron errores ni ambigüedades (“desde mi punto de vista no encuentro errores ni ambigüedades en la ficha”, FP20).

Faceta cognitiva

En general los participantes no mostraron dudas en la interpretación de los indicadores que debían examinar en esta faceta. Solo FP23 consultó cómo debía valorar el grado de dificultad.

Tabla 4
Indicadores de idoneidad cognitiva correctamente identificados por los FP

| Componentes | Valoración de indicadores | Frecuencia |
|--------------------------|---|------------|
| Evaluación | La UA3 presenta situaciones de evaluación con distintos niveles de comprensión | 16 |
| | Faltan situaciones de autoevaluación | 3 |
| Diferencias individuales | Las situaciones responden a diferentes grados de dificultad | 11 |
| Conocimientos previos | Faltan situaciones introductorias que lleven a diferenciar experimentos aleatorios de deterministas | 3 |
| Conflictos cognitivos | En la UA2 se emplea el error como fuente de aprendizaje | 2 |
| | No se prevén los sesgos de equiprobabilidad | 3 |

Fuente: Elaborado por los autores.

Como se observa en la Tabla 4, la mayoría de los FP identificaron adecuadamente la presencia de situaciones de evaluación con distintos niveles de comprensión, pero no aprecian que dichas situaciones se refieren solamente a la aplicación de la regla de Laplace. También identificaron correctamente que las situaciones propuestas responden a diferentes grados de dificultad, así como que se incluyen situaciones de ampliación y refuerzo. Sin embargo, la valoración de los indicadores sobre conocimientos previos fue más limitada. Solo tres FP reconocieron pertinentemente que la ficha no presenta situaciones introductorias para diferenciar experimentos aleatorios de deterministas, ni situaciones donde se puede reconocer la convergencia de la frecuencia relativa bajo la repetición de un experimento. Por ejemplo, FP24 observa que la ficha: “No indica la definición de probabilidad ni a que se refiere, no presenta un ejemplo de situación determinista de forma explícita para que el estudiante pueda distinguir entre aleatorio y determinista”. Para los demás FP los conocimientos previos quedan contemplados al mostrar la definición de espacio muestral, suceso, casos favorables y posibles, o la regla de Laplace.

De igual forma, los FP tuvieron dificultades para reconocer los indicadores sobre conflictos cognitivos en la ficha. Solo dos participantes identificaron explícitamente que en la UA2 se propone una situación que emplea el error como fuente de reflexión (Figura 4) y otros tres FP indicaron que no se proponen situaciones para detectar el sesgo de equiprobabilidad. Ciertamente en la ficha no se prevén los errores y sesgos más comunes de razonamiento probabilístico, dado que las situaciones propuestas están orientadas a la aplicación de la regla de Laplace, incluso en situaciones donde los sucesos no son equiprobables. Algunos FP no lograron identificar ningún conflicto cognitivo, por ejemplo, FP13 señala “No encuentro ningún conflicto, porque toda la ficha se expresa de manera clara”. Además, 11 FP confundieron los conflictos cognitivos con los epistémicos.

Figura 4
El error como fuente de aprendizaje en UA2

Aprendemos a partir del error

Resolución

Los mellizos de la profesora podrán resultar:

- Dos hombres: (H; H)
- Dos mujeres: (M; M)
- Un hombre y una mujer: (H; M)
- Una mujer y un hombre: (M; H)

Por lo tanto, el espacio muestral es:

$$\Omega = \{(H; H); (M; M); (H; M); (M; H)\}$$

Se puede observar que hay cuatro posibilidades de que los mellizos de la profesora sean de distinto sexo.
Se puede corroborar aplicando la regla de Laplace, considerando que C representa el suceso de que los bebés sean de distinto sexo:

$$P(C) = \frac{N.º \text{ de casos favorables a C}}{N.º \text{ de casos posibles}}$$

$P(C) = \frac{1}{4} = 0,25$

$P(C) = 0,25 \times 100 \%$

$P(C) = 25 \%$

Respuesta: La probabilidad de que los mellizos sean de distinto sexo es $\frac{1}{4}$.

1. Revisa el procedimiento. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Fuente: Minedu (2019, p. 124).

Faceta afectiva

Los resultados en la valoración de esta faceta fueron bastante deficientes. En el componente emociones, si bien, como indicaron 12 FP, la ficha propone situaciones-problemas contextualizados que podrían motivar a los estudiantes y favorecer emociones positivas, estas situaciones no permiten valorar la utilidad real de la probabilidad en la vida cotidiana y socio profesional del estudiante. Al respecto, FP24 reflexiona: “No se da un valor significativo de la matemática, solo el uso de juegos poco comunes en las situaciones”.

Cinco FP consideran las cualidades de estética y precisión de las matemáticas en la ficha, y aunque no justifican su afirmación, posiblemente se refieran a las ilustraciones que acompañan a las situaciones (“En algunas situaciones si se presentan cualidades estéticas”, FP8). Nueve FP indican que la ficha ofrece oportunidades para la resolución creativa de problemas (“hay espacios donde el estudiante tiene que resolver los problemas según su criterio de análisis”, FP27). Sin embargo, la ausencia de situaciones de experimentación y simulación impide la flexibilidad para explorar ideas

matemáticas en la resolución de problemas sobre probabilidad. Asimismo, no se considera de forma explícita las emociones, actitudes y creencias del alumnado ante la resolución de problemas. Solo FP4 pudo observar de forma parcial dichos indicadores y FP8 señaló que: “No se toma en cuenta para nada las creencias sobre la probabilidad o algo relacionado a este concepto”.

Faceta interaccional

El indicador del componente interacción entre estudiantes fue valorado correctamente únicamente por nueve FP que señalaron la ausencia de tareas que permitan trabajar en grupo y favorezca el diálogo. El resto de los FP no respondió o hicieron comentarios poco precisos.

Siete FP observaron que la ficha propone cuestiones y situaciones resueltas que permiten que el estudiante asuma la responsabilidad de estudio. Aunque la ficha facilita el trabajo autónomo del estudiante especialmente en las UA1 y UA2 por medio de estas actividades, hay escasas oportunidades de que los estudiantes por sí mismos investiguen sobre cuestiones propuestas.

En el componente interacción material curricular-estudiante, sólo cinco FP señalaron que en la ficha no se destacan algunos conceptos claves de la probabilidad y la presentación no es suficientemente clara. Aunque esto es especialmente importante en lo que se refiere a las condiciones de aplicación del significado clásico y el frecuencial, los participantes no lograron percibir esta carencia en el material, a pesar de disponer de la guía.

Faceta mediacional

En esta faceta diez FP identificó correctamente que la ficha promueve suficientemente el espacio temporal, incluso dedica mayor extensión a las situaciones que presentan mayor dificultad de comprensión. Respecto a los recursos materiales, solo tres FP señalaron coherentemente que la ficha no prevé el uso de materiales manipulativos ni informáticos. En la ficha las situaciones se describen verbalmente y es el estudiante quien debe imaginar la situación aleatoria sin indicaciones de uso de recursos para la experimentación o simulación. Sin embargo, 17 FP consideraron erróneamente que la ficha incentiva el uso de materiales manipulativos refiriéndose a las ilustraciones (urnas, dados, ruletas) y descripciones que presenta las situaciones. Por ejemplo, FP22 menciona: “En la ficha se muestra ruletas, monedas, dados, lo que incentiva al docente y estudiantes a ser utilizados”.

Faceta ecológica

La mayoría de los FP no logra aplicar coherentemente los indicadores de los diversos componentes al material curricular. No obstante, diez de ellos reconocieron y afirmaron que el material curricular no muestra expresiones verbales discriminatorias, tres observaron la ausencia de conexión con otros contenidos de la matemática y dos afirman correctamente que no se incentiva la investigación o el uso de estrategias de innovación tecnológica por medio de las situaciones propuestas. Además, 11 FP reconocen (aunque de forma parcial y sin detalles) que los propósitos de la ficha se corresponden con las normativas curriculares. Aunque como mencionábamos los conceptos de experimento aleatorio simple y compuesto no están previstos en el programa curricular, pero se desarrollan en la ficha, sólo FP8 señaló cierto desajuste entre los significados de la probabilidad y la evaluación con el currículo (“Los significados, conceptos y evaluación planteadas en la ficha, no son suficientemente acordes con el currículo”, FP8).

Juicios de valor y propuestas de gestión sobre el material curricular

Los FP debían tener en cuenta el análisis previo por medio de los componentes e indicadores de idoneidad didáctica para elaborar un juicio razonado sobre la pertinencia de la ficha en cada una de las facetas. Doce FP (de 30) no respondieron a esta consigna y otros siete lo hicieron de forma general, considerando la importancia de que el material cumpla con los indicadores de idoneidad

didáctica, pero sin precisar cómo se observan en la ficha o si es igual en todas las facetas. Sólo tres de ellos muestran cierta tendencia a considerarla de alta idoneidad (En la faceta afectiva, si está desarrollada de manera muy presente al igual que las demás facetas”, FP20). En la Tabla 5 se observan las frecuencias en la valoración de la idoneidad didáctica de los 11 FP que si elaboraron un juicio más preciso.

Tabla 5

Valoración de la idoneidad didáctica de la ficha de trabajo por los FP (n=11)

| Categorías | Facetas | | | | | |
|------------|------------|-----------|----------|---------------|-------------|-----------|
| | Epistémica | Cognitiva | Afectiva | Interaccional | Mediacional | Ecológica |
| Alta | 6 | 6 | 9 | 4 | 7 | 8 |
| Media | 5 | 3 | 2 | 6 | 4 | 3 |
| Baja | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Fuente: Elaborado por los autores.

El análisis por el equipo investigador de la idoneidad por medio de la aplicación de la guía nos llevó a considerar (en base al número de indicadores que cumplían de manera total, parcial o nula en cada faceta) la idoneidad como media en todas las facetas (tendencia a baja en lo interaccional y mediacional) salvo en la ecológica, considerada como baja. Cuando los FP valoran como alta la idoneidad en cada faceta, se basan en el cumplimiento total de los indicadores asociados. Al valorarla como media o baja (en escasas ocasiones) mencionan las carencias que encuentran en las distintas facetas en base a la parcialidad o nulo cumplimiento de ciertos indicadores. Así, en la faceta epistémica se basan en que la ficha omite o define de manera incompleta conceptos importantes de la probabilidad. Por ejemplo, FP5 menciona: “Debe hacer explícita la definición de casos favorables, no favorables y posibles de manera previa a la introducción de la regla de Laplace. Por ello en esta faceta se encuentra en la parte media de la idoneidad didáctica”.

También consideran la falta de representatividad (“[la idoneidad epistémica]”), que se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o previstos, respecto de un significado de referencia; en este caso se presentó en media”, FP22). Los demás FP valoran la idoneidad epistémica de la ficha como adecuada o bien hacen comentarios poco precisos al respecto. Las carencias en la faceta cognitiva se refieren fundamentalmente a que no se tienen en cuenta todos los conocimientos previos o que no se atienden las diferencias individuales. Por ejemplo, FP24 señala: “Cómo se mencionó anteriormente los indicadores a conocimientos previos, diferencias individuales, conflictos cognitivos y evaluación no van de acuerdo a lo que se debe de mostrar al material de idoneidad buena”.

Las carencias indicadas en la faceta afectiva tienen que ver con la falta de imágenes o ilustraciones más motivadoras para acompañar a las situaciones propuestas. En la faceta interaccional los FP echaron en falta situaciones-problemas que se deben plantear para resolver en grupo. Por otro lado, cinco FP valoran de forma positiva la ficha porque consideran que presenta de manera clara y bien organizada las situaciones problemas. Esta valoración no es adecuada pues, como hemos mencionado, la presentación de la ficha en referencia a los diferentes significados de la probabilidad y como se articulan no es suficientemente clara ni completa. Las carencias en el aspecto mediacional insistían en la falta de herramientas tecnológicas como medio para resolver o comprobar los resultados de los ejercicios. En el aspecto ecológico, se observan carencias en relación con las conexiones inter e intra disciplinares (“la idoneidad ecológica si cumple con las indicaciones, salvo con las conexiones intra e interdisciplinares”, FP7).

Tabla 6
Propuestas de mejora indicadas por los FP

| Faceta | Descripción de mejora | Frecuencia |
|---------------|---|------------|
| Epistémica | Incluir explicación teórica completa de los conceptos Abordar los diferentes significados de la probabilidad Corregir los errores en los enunciados (títulos en los gráficos, eliminar imágenes que confunden) y cuidar el uso de símbolos, tablas, gráficos Plantear situaciones con múltiples soluciones | 11 |
| Interaccional | Proponer actividades para trabajar en grupo, fomentando el diálogo y la comunicación | 5 |
| Mediacional | Incluir el uso de materiales y recursos físicos o tecnológicos | 3 |
| Afectiva | Destacar la utilidad del contenido Usar situaciones más próximas al alumno, motivadoras Fomentar la reflexión emocional del estudiante sobre las matemáticas | 5 |
| Cognitiva | Considerar o advertir sobre los conocimientos previos requeridos Diversos métodos de solución Más ejemplos con mayor diversidad, grado de complejidad progresiva Emplear soluciones incorrectas para insistir en el error como fuente de aprendizaje Rúbrica de autoevaluación | 9 |

Fuente: Elaborado por los autores.

Finalmente, los FP debían tomar decisiones sobre el uso de la ficha de trabajo y proponer cambios o mejoras para incrementar su idoneidad didáctica. Como se observa en la Tabla 6, de los 30 FP, ocho no respondieron a esta consigna y cinco lo hicieron de forma no concluyente, indicando que es una ficha aplicable en el aula o que “se puede mejorar en muchos aspectos” (FP25), sin indicar en cuales. Estos FP no habían respondido a la valoración global de la lección o bien lo habían hecho de forma confusa. Los restantes 17 FP plantearon propuestas pertinentes de mejora, en las facetas epistémica, interaccional, cognitiva, afectiva y en menor medida mediacional.

Conclusiones

Llevar a cabo un análisis crítico que oriente los modos de uso de materiales curriculares, como pueden ser los cuadernos de trabajo del estudiante, constituye una tarea profesional docente que puede resultar difícil y requiere una formación específica (Beyer & Davis, 2012; Godino et al., 2017). Así, desde la formación de profesores se debe atender al desarrollo de conocimientos y competencias que permitan que los docentes reflexionen críticamente sobre la gestión de los materiales curriculares de matemáticas, empleando criterios específicos que les ayuden a realizar con éxito esta tarea (Beyer & Davis, 2012).

Con este interés, en este trabajo hemos descrito la implementación y resultados de una acción formativa dirigida a desarrollar en FP peruanos de matemáticas su competencia para el análisis crítico de materiales curriculares en probabilidad. La reflexión *a priori* de los FP nos ha permitido identificar sus conocimientos previos y creencias sobre lo que define un buen material y cómo lo identifican en uno en concreto. En este caso, las facetas que menos mencionan fueron la epistémica (el contenido matemático) y la ecológica (correspondencia con el entorno curricular, académico y social), destacando aspectos parciales de la faceta afectiva (que sea atractivo y motive a los alumnos). Al fijar la atención en la ficha de trabajo para su análisis, salvo uno de ellos que no la consideró

adecuada, todos la valoraron como un material adecuado para usar en su aula. En estas valoraciones los aspectos que se destacaron fundamentalmente fueron de tipo epistémico y afectivo, seguidos del interaccional (las dos últimas no mencionadas en las características generales de un buen material, lo que sugiere que disponer de un ejemplo concreto les ayuda a concretar su reflexión).

Tras la formación, facilitar a los FP una guía con los indicadores de idoneidad didáctica para analizar la ficha de trabajo, perseguía dirigir su atención hacia aspectos fundamentales que condicionan los procesos instruccionales. Observamos que, incluso con este instrumento, los participantes tuvieron dificultades para valorar el grado de cumplimiento de indicadores en las diferentes facetas. Esto les llevó a omitir deficiencias importantes en la faceta epistémica (prevalencia del significado clásico frente al frecuencial, omisión de las condiciones de aplicabilidad de la regla de Laplace y las propiedades de la probabilidad, carencia y desarticulación de los diferentes significados de la probabilidad), cognitiva (falta de atención a los conocimientos previos y previsión de sesgos probabilísticos) interaccional (presentación confusa y deficiente del contenido), mediacional (ausencia de actividades para incorporar recursos materiales y tecnológicos) y ecológica (ausencia de conexión con otras disciplinas, contenidos no contemplados en el currículo). Solo la tercera parte de los participantes logró expresar un juicio razonado de la idoneidad didáctica, que fue considerada mayoritariamente alta en todas las facetas, salvo en la interaccional. En este caso, se observa que su discurso se apoya en el grado de cumplimiento de los indicadores y las carencias encontradas.

En la tercera consigna, son más de la mitad de los participantes los que plantean propuestas de mejora pertinentes, lo que supone que algunos de los FP que no respondieron o lo hicieron de forma no concluyente a la emisión del juicio de valor sobre la idoneidad didáctica, sí tuvieron en cuenta los indicadores para presentar propuestas de cambio en base a su grado de cumplimiento. Sin embargo, quedan importantes deficiencias en la ficha por corregir: ampliar el rango de problemas con tareas que conecten los diferentes significados de la probabilidad, experimentaciones y simulaciones; fomentar la experimentación y simulación de experimentos aleatorios, evitar el uso predominante de dispositivos equiprobables (datos, monedas) que lleve los alumnos a extender la aplicación de la regla de Laplace a todas las situaciones probabilísticas, entre otras. Además, se observa que la faceta ecológica sigue ausente, cuando hay un desajuste entre lo contemplado en la ficha y las directrices curriculares.

No es suficiente ofrecer la oportunidad de reflexionar sobre la práctica docente; los profesores necesitan herramientas para dirigir su atención hacia elementos relevantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Seckel & Font, 2020; Sun & Van Es, 2015). Estas herramientas deben incorporarse a las actividades de formación inicial y continua, donde se puede observar a su vez, otras carencias en los conocimientos del futuro profesor. En nuestro caso, los resultados de la investigación nos llevan a plantear la necesidad de reforzar los conocimientos didáctico-matemáticos en probabilidad desde el punto de vista epistémico (prácticas, objetos y procesos característicos de los diferentes significados de la probabilidad y como se relacionan), cognitivo (factores que influyen en la complejidad de las situaciones de probabilidad y sesgos), así como en las demás facetas, donde se observa una idea confusa de los aspectos afectivos, lo que supone el trabajo autónomo del estudiante, o la importancia de adoptar el currículo en los materiales para garantizar una progresión de aprendizaje sin saltos.

Agradecimientos

Trabajo desarrollado dentro del proyecto PID2019-105601GB-I00/AEI/10.13039/50110001103, con el apoyo de los grupos S60_20R – Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo) y FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8>
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J., & Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: Aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 526-548. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a11>
- Beyer, C., & Davis, E. (2012). Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge. *Science Education*, 96(1), 130-157. <https://doi.org/10.1002/sc.20466>
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Brown, M. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. Remillard, B. Herbel-Eisenmann, & G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17-36). Routledge.
- Burgos, M., Castillo Céspedes, M. J., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., & Godino, J. (2020). Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(66), 40-68. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a03>
- Burgos, M., & Godino, J. (2021). Assessing the epistemic analysis competence of prospective primary school teachers on proportionality tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 367-389. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0>
- Castillo Céspedes, M. J., & Burgos, M. (2022). Reflexiones de futuros maestros sobre la idoneidad didáctica y modo de uso de una lección de libro de texto. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(72) 555-579. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a25>
- Castillo Céspedes, M. J., Burgos, M., & Godino, J. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, Artículo e238787. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634202248238787esp>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.
- Cotrado, B., Burgos, M., & Beltrán-Pellicer, P. (2022). Idoneidad didáctica de materiales curriculares oficiales peruanos de educación secundaria en probabilidad. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(73), 888-922. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a13>
- Esqué, D., & Breda, A. (2020). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta idoneidad didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Giacomone, B., Godino, J., Wilhelmi, W., & Blanco, T. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1109-1131. <https://doi.org/10.5209/RCED.54880>
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (11), 111-132. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720>
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>

- Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godino, J., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., & Wilhelmi, M. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 167-200. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_ID-EOS_31mayo2014.pdf
- Hoadley, U., & Galant, J. (2016). An analysis of the grade 3 Department of Basic Education workbooks as curriculum tools. *South African Journal of Childhood Education*, 6(1), 1-12. <https://doi.org/10.4102/sajce.v6i1.400>
- Ministerio de Educación (Minedu). (2019). *Cuaderno de trabajo de matemática: Resolvamos problemas secundaria I*. Minedu. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/6862>
- Remillard, J., & Kim, O. K. (2020). *Elementary mathematics curriculum materials: Designs for student learning and teacher enactment*. Springer Nature. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-38588-0>
- Seckel, M. J., & Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12(25), 127-144. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m12-25.crfp>
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-370). Information Age Publishing.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications, Inc.
- Sun, J., & Van Es, E. (2015). An exploratory study of the influence that analyzing teaching has on preservice teachers' classroom practice. *Journal of Teacher Education*, 66(3), 201-214. <https://doi.org/10.1177/0022487115574103>
- Thompson, D. (2014). Reasoning-and-proving in the written curriculum: Lessons and implications for teachers, curriculum designers, and researchers. *International Journal of Educational Research*, (64), 141-148. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.013>
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (7), 27-48. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5682820>
- Yang, K., & Liu, X. (2019). Exploratory study on Taiwanese secondary teachers' critiques of mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0>

Nota sobre la autoría

Este artículo es parte de la tesis de doctorado *Idoneidad didáctica de la probabilidad en documentos normativos y materiales curriculares de educación secundaria. Implicaciones para la formación de profesores* desarrollada por Bethzabe Cotrado, responsable de la recolección de información, descripción, análisis y redacción del artículo. María Burgos y Pablo Beltrán-Pellicer, son los directores de la tesis, quienes han contribuido en orientar el marco teórico, analizar y validar los datos, así como en la revisión y redacción del artículo. Alfredo Castro, ha participado en la recolección de la información y análisis de los resultados obtenidos.

Disponibilidad de datos

Los datos subyacentes al texto de la investigación se informan en el artículo.

Cómo citar este artículo

Cotrado, B., Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., & Castro, A. (2023). Análisis didáctico de materiales curriculares por futuros profesores. *Cadernos de Pesquisa*, 53, Artículo e10031. <https://doi.org/10.1590/1980531410031>