ciones, que después se tomaron, para impedir la proyección y caída de las pastillas.

En vez de beneficiar, creemos que perjudica enormemente al progreso científico el prurito, muy extendido, de deducir de unos cuantos experimentos leyes generales, que sólo deben ser hijas de minuciosos y largos estudios, y en tal concepto, el autor de esta nota se abstiene, por ahora, de dar números que marquen la influencia de la porosidad de las placas de los acumuladores en su capacidad; su objeto, al redactar este breve trabajo, ha sido tan sólo contribuir, con el resultado de algunos de sus ensayos, al esclarecimiento de un asunto de indudable importancia, aún no estudiado con todo el esmero que merece.

SOBRE LA TRAYECTORIA DE LOS RAYOS CATÓDICOS EN UN CAMPO MAGNÉTICO CUALQUIERA, *por* **Blas Cabrera Felipe**

La trayectoria de un rayo catódico en un campo magnético ha sido determinada analíticamente por J. J. Thomson ([1]) en el caso en que éste es uniforme, y por H. Poincaré ([2]) y Birkeland ([3]) para el campo radial engendrado por un polo magnético único; pero las conclusiones á que han llegado estos físicos tienen cierto carácter de generalidad que vamos á señalar.

Consideremos una partícula catódica de masa m y carga e, animada de una velocidad v en un punto donde el campo magnético F tiene por componentes X, Y, Z. Siendo v muy pequeña con relación á la velocidad de la luz, la acción del campo es la misma que sobre la unidad de longitud de una corriente de intensidad $e\,v$ y se tendrá

$$(1)\quad \begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = e\,v\left(Y\dfrac{dz}{ds} - Z\dfrac{dy}{ds}\right) = e\left(Y\dfrac{dz}{dt} - Z\dfrac{dy}{dt}\right) \\[2ex] m\dfrac{d^2z}{dt^2} = e\,v\left(Z\dfrac{dx}{ds} - X\dfrac{dz}{ds}\right) = e\left(Z\dfrac{dx}{dt} - X\dfrac{dz}{dt}\right) \\[2ex] m\dfrac{d^2z}{dt^2} = e\,v\left(X\dfrac{dz}{ds} - Y\dfrac{dx}{ds}\right) = c\left(X\dfrac{dz}{dt} - Y\dfrac{dx}{dt}\right) \end{cases}$$

---

(1) *Recent Researches in Electricity and magnetism.*—Oxford, 1893.

(2) *Comptes Rendus.* t. CXXIII, pág. 530.

(3) *Archives de Genève,* 4.º período. t. VI, pág. 219.

de donde se deduce inmediatamente que

$$\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2}+\frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2}=o$$

é integrando

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=v=const.$$

Resulta, pues, que la velocidad de la partícula catódica es constante y, por tanto, la acción del campo está dirigida según el radio de curvatura: pero como, por otra parte, la fuerza es perpendicular á la dirección del campo y á la trayectoria, el plano osculador de esta curva será constantemente normal á la superficie que engendran las líneas de fuerza cortadas por el rayo catódico, propiedad que caracteriza á las líneas geodésicas ó de mínima distancia de cualquier superficie. Esta ley ha sido explícitamente enunciada por H. Poincaré y está implícitamente contenida en el trabajo de J. J. Thomson.

Además del sistema de ecuaciones (1), se deduce el siguiente:

$$\frac{d^2x}{ds^2}=\frac{e}{mv}\left(Y\frac{dz}{ds}-Z\frac{dy}{ds}\right)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2}=\frac{e}{mv}\left(Z\frac{dx}{ds}-X\frac{dz}{ds}\right)$$

$$\frac{d^2z}{ds^2}=\frac{e}{mv}\left(X\frac{dy}{ds}-Y\frac{dx}{ds}\right)$$

Elevando al cuadrado y sumando, se halla:

$$\frac{I}{R^2}=\frac{e^2}{m^2v^2}\left[X^2+Y^2+Z^2-\left(X\frac{dx}{ds}+Y\frac{dy}{ds}+Z\frac{dz}{ds}\right)^2\right]$$

ó también

$$\frac{I}{R}=\frac{e}{mv}F\,sen.\alpha \tag{2}$$

designando por R el radio de curvatura y por α el ángulo que la trayectoria forma con la intensidad del campo F.

Esta fórmula, hallada por J. J. Thomson para un campo uniforme, es completamente general y podemos traducirla al lenguaje vulgar diciendo que *la curvatura de la trayectoria de una partícula catódica en un campo magnético es proporcio-*

nal á la intensidad del campo y al seno del ángulo que forma el vector F *con la velocidad, é inversamente proporcional á esta magnitud.*

Fácilmente se observa, sin más que considerar la posición, en cada caso, del plano osculador con relación á la curva, que cuando la partícula catódica se dirige en el sentido en que el campo disminuye, la acción de éste hace variar el ángulo α de forma que el seno tiende constantemente hacia cero, y por tanto, en este supuesto, la curvatura será decreciente. Si, por el contrario, la partícula encuentra campos cada vez más intensos, *sen* α, crecerá hasta valer 1, y en el punto en que esto tenga lugar, es decir, cuando la trayectoria sea normal á las líneas de fuerza, la curvatura será máxima y la trayectoria presentará un punto de inflexión, retrocediendo la partícula hacia la F decreciente. Este retroceso fué por primera vez señalado por Birkeland (1) para el campo radial, y en él ha buscado la razón de los anillos que se presentaban sobre las paredes del tubo de Crookes en sus experiencias, y que H. Poincaré dejó sin explicar.

No es necesario advertir que las consideraciones anteriores únicamente son aplicables á los puntos ordinarios del tubo de fuerza definido por el rayo catódico, pues en los puntos singulares pueden no ser verdaderas. Así, por ejemplo, si suponemos que en el punto en que el rayo es normal á la línea de fuerza el plano tangente á la superficie la atraviesa, separando aquellas líneas, el rayo no retrocederá.

Aplicando estos resultados generales á los casos especiales estudiados por los físicos citados, llegaremos inmediatamente á sus conclusiones:

Cuando el campo es constante, los tubos de fuerza son cilindros y, por consiguiente, la trayectoria del rayo catódico será una hélice, que es la línea geodésica de la expresada superficie, y como además la curvatura es constante, el cilindro definido por el rayo será de revolución. Tal es la conclusión de J. J. Thomson.

Cuando el campo está engendrado por un polo magnético único, de masa μ, los tubos de fuerza son superficies cónicas. Ahora bien, si trazamos por el vértice una normal á la velocidad de la partícula en un punto, y designamos por r_m su longitud, se tendrá

(1) Loc. cit., pág. 222.

$$sen.\alpha = \frac{r_m}{r}$$

y, por consiguiente, podemos escribir la expresión general de la curvatura, después de sustituir F por su valor $\frac{\mu}{r^2}$, de la manera siguiente:

$$\frac{1}{R} = \frac{e\,\mu}{m\,v\,r_m}\,\frac{sen.^2\,\alpha}{r}$$

que es la forma que toma la fórmula de Euler para el caso de la superficie cónica. El radio de curvatura máxima será

$$R_1 = \frac{m\,v\,r_m}{e\,\mu}\,r$$

y como $r_m = const.$, por ser la trayectoria una línea geodésica, R será proporcional á r, lo cual nos dice que la superficie cónica es de revolución, como lo ha demostrado por otro procedimiento H. Poincaré.

DENSIDADES DE VAPORES: DETALLES PRÁCTICOS DEL PROCEDIMIENTO DE MEYER, *por* **José Muñoz del Castillo.**

El método para determinar densidades gaseosas ideado en 1878 por los Sres. V. y C. Meyer va generalizándose en nuestros laboratorios en los casos en que su aplicación permite el empleo del conocido aparato sencillo de cristal (fig. 1.ª). Y á fin de prevenir á los principiantes respecto de algunas dificultades en que hemos tropezado, consideramos oportuna la publicación de la presente Nota.

1.º

La distinta volatilidad de los líquidos, y la poca escrupulosidad con que varios constructores observan la regla de dar al depósito D, donde se verifica la vaporización, unos 100 cc. de cabida, y al tubo T, que lo continua, unos 60 cm. de longitud, hacen deficiente, muchas veces, así el empleo del tapón recomendado por L. Meyer y M. Crafts, como la costumbre de cerrar las ampollitas M sólo cuando se trata de sustancias demasiado volátiles.