

# Análisis de la reflexión de ondas electromagnéticas a través de placas paralelas isotrópicas

Analysis of Electromagnetic Wave Reflection through Isotropic Parallel Plates

German Caro<sup>\*†1</sup>, Eduardo Acosta<sup>†</sup> Liliana Perez<sup>†</sup> Francisco Veiras<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ingeniería.

Grupo de Láser, Óptica de Materiales y Aplicaciones Electromagnéticas. Buenos Aires, Argentina.

<sup>\*</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, (CONICET)

Godoy Cruz 2290, C1425FQB, Buenos Aires, Argentina

<sup>1</sup>gcaro@fi.uba.ar

Recibido: 18/11/23; Aceptado: 14/12/23

**Resumen**—Este estudio se enfoca en la reflexión de ondas electromagnéticas a través de placas paralelas isotrópicas utilizando el método interferométrico, en lugar de tratar el sistema como un todo y resolverlo con las condiciones de contorno. Esto consiste en considerar cada una de las múltiples reflexiones que se dan en este tipo de sistemas, de forma de obtener un desarrollo con distintos términos que convergen a la solución exacta. Así buscamos examinar si las primeras reflexiones son suficientes para una buena aproximación. Se derivaron expresiones para los coeficientes de reflexión para polarizaciones paralelas (p) y perpendiculares (s). Los resultados muestran que considerar solo la primera reflexión no es una buena aproximación, pero si lo es considerar los primeros dos términos.

**Palabras clave:** isotropos; reflexión de ondas; placas plano-paralelas.

**Abstract**—This study focuses on the reflection of electromagnetic waves through isotropic parallel plates using the interferometric method, instead of treating the system as a whole and solving it with boundary conditions. This involves considering each of the multiple reflections that occur in these types of systems to obtain a development with different terms that converge to the exact solution. Thus, we aim to examine whether the initial reflections alone are sufficient for a good approximation. Expressions for the reflection coefficients for parallel (p) and perpendicular (s) polarizations were derived. The results demonstrate that relying solely on the first reflection is not a suitable approximation, whereas considering the first two terms proves to be accurate.

**Keywords:** isotropic; wave reflection; plane-parallel plate.

## I. INTRODUCCIÓN

Las ondas planas que inciden en una interfaz que separa dos medios dieléctricos generan campos reflejados y transmitidos que pueden calcularse a partir de la ecuación de Snell y las condiciones de contorno [1]. Esta premisa se mantiene en el caso de sistemas multicapas y en particular en el caso de una placa dieléctrica inmersa entre dos medios dieléctricos. Sin embargo, se nos presenta otra opción para este último escenario: podemos considerar que la onda plana se refleja y transmite infinitas veces y sumar cada una de

estas contribuciones [2] [3]. El método interferométrico nos permite visualizar la relevancia de cada término en la serie de reflexiones y transmisiones [4]. De esta manera se puede emplear los cambios en la intensidad de la luz reflejada y/o transmitida para obtener las características de los materiales involucrados [5]. En este trabajo se analiza cuántos términos son necesarios para obtener una buena aproximación en el módulo del coeficiente de reflexión.

Este estudio tiene interés tecnológico para el diseño de sensores [6] y la selección de los parámetros constructivos [7] [8], como son las características de los medios, espesor de la placa o ángulo de incidencia. Si alguno de los parámetros no es conocido resulta difícil a partir de mediciones experimentales calcularlo. Con estas aproximaciones intentamos disminuir la dificultad de resolver el problema inverso [9] y poder así hallar configuraciones que permitan tener una mayor sensibilidad a pequeños cambios en uno de los medios.

## II. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN EN INTERFACES ISÓTROPAS

En una interfaz entre dos medios distintos, las componentes tangenciales de los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  en la interfaz son continuas, así como las componentes normales de  $\vec{D}$  y  $\vec{B}$ . Si la normal a la interfaz es  $\hat{n}$ , estas condiciones de continuidad pueden escribirse de la siguiente manera:

$$(\vec{D}^2 - \vec{D}^1) \cdot \hat{n} = 0 \quad (1)$$

$$(\vec{B}^2 - \vec{B}^1) \cdot \hat{n} = 0 \quad (2)$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}^2 - \vec{E}^1) = 0 \quad (3)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}^2 - \vec{H}^1) = 0 \quad (4)$$

donde el supraíndice 1 indica a los campos en el medio desde el que incide la onda y el supraíndice 2 a los campos transmitidos. A partir de ellas se obtiene que en general al incidir una onda desde un medio isotrópico con índice de refracción  $n_1$  y velocidad de fase  $u_1$  a uno de índice de refracción  $n_2$  y velocidad de fase  $u_2$  habrá una onda reflejada y una transmitida. A partir de ellas se obtiene

también que la frecuencia  $\omega$  es la misma en ambos medios (condición de igualdad de fases) [10],

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (5)$$

Además, se obtiene que el ángulo formado por el rayo reflejado y la normal a la interfaz es igual al formado por el rayo incidente y la normal.

En cambio, para el ángulo de refracción  $\beta$  formado por el rayo transmitido y la normal, se tiene que éste se relaciona con el ángulo de incidencia a partir de la conocida Ley de Snell [10],

$$n_2 \text{sen} \beta = n_1 \text{sen} \alpha \quad (6)$$

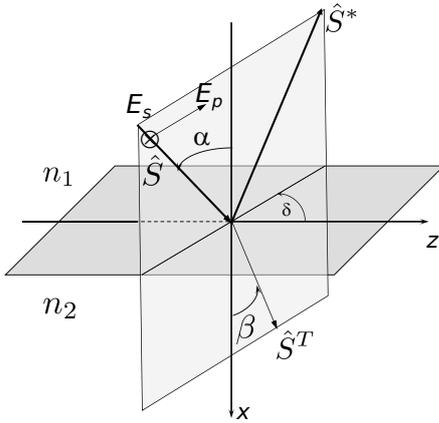


Figura 1. Sistema de coordenadas. El plano  $yz$  representa a la interfaz plana. El plano de incidencia está caracterizado por  $\delta$ .  $\hat{S}$  rayo incidente,  $\hat{S}^*$  rayo reflejado y  $\hat{S}^T$  rayo transmitido.

El rayo reflejado es el que vuelve hacia el mismo medio de incidencia formando el mismo ángulo que el incidente con la normal a la interfaz pero en dirección al semiplano opuesto. El rayo refractado o transmitido es el que se propaga con la dirección dada por la Ley de Snell hacia el segundo medio.

Para calcular los campos asociados a las ondas reflejadas y refractadas deberán utilizarse las condiciones de contorno (1)-(4). Llamando  $\hat{S}$  a la normal al frente de onda de la onda incidente, las componentes de los campos eléctrico y magnético están relacionados por

$$\vec{E} \cdot \hat{x} = -\frac{\hat{S} \cdot \hat{y}}{\hat{S} \cdot \hat{x}} \vec{E} \cdot \hat{y} - \frac{\hat{S} \cdot \hat{z}}{\hat{S} \cdot \hat{x}} \vec{E} \cdot \hat{z} \quad (7)$$

$$\vec{H} \cdot \hat{x} = -\frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} (\hat{S} \cdot \hat{z}) (\vec{E} \cdot \hat{y}) \quad (8)$$

$$\vec{H} \cdot \hat{y} = \frac{-1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \left[ (\hat{S} \cdot \hat{x}) (\vec{E} \cdot \hat{z}) + (\hat{S} \cdot \hat{z}) \left( \frac{\hat{S} \cdot \hat{y}}{\hat{S} \cdot \hat{x}} \vec{E} \cdot \hat{y} + \frac{\hat{S} \cdot \hat{z}}{\hat{S} \cdot \hat{x}} \vec{E} \cdot \hat{z} \right) \right] \quad (9)$$

$$\vec{H} \cdot \hat{z} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} (\hat{S} \cdot \hat{x}) (\vec{E} \cdot \hat{y}) \quad (10)$$

Como  $S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 1$ , se puede escribir la relación entre las componentes del vector número de onda

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \mu_v \omega^2 \epsilon_1 \quad (11)$$

donde  $\mu_v$  es la permeabilidad magnética del vacío. Con el objeto de hacer más sencillo el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión consideraremos que la incidencia se produce en el plano  $x, z$ . De esta forma, el modo de polarización  $s$  corresponderá a que el campo eléctrico incidente tenga solo componente  $y$ , y el modo de polarización  $p$  tendrá solo componentes  $x$  y  $z$  (fig 2).

De la continuidad de las componentes normales del campo

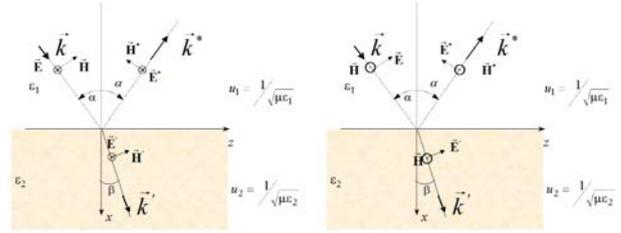


Figura 2. Diagrama de las ondas y campos reflejados y transmitidos para ambos modos de polarización.

dieléctrico  $\vec{D}$  y el campo magnético  $\vec{B}$  y de la componente tangencial de  $\vec{E}$ :

$$\vec{D} \cdot \hat{x} + \vec{D}^* \cdot \hat{x} = \vec{D}^T \cdot \hat{x} \quad (12)$$

$$\vec{E} \cdot \hat{y} + \vec{E}^* \cdot \hat{y} = \vec{E}^T \cdot \hat{y} \quad (13)$$

$$\vec{E} \cdot \hat{z} + \vec{E}^* \cdot \hat{z} = \vec{E}^T \cdot \hat{z} \quad (14)$$

$$\vec{H} \cdot \hat{y} + \vec{H}^* \cdot \hat{y} = \vec{H}^T \cdot \hat{y} \quad (15)$$

donde los campos con asterisco se refieren a los reflejados y con el supraíndice  $T$  a los refractados. Estas condiciones permiten determinar los campos reflejados y transmitidos.

### III. COEFICIENTES DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN

Si se incide con una onda monocromática con polarización  $s$  (Fig. 2), a partir de las condiciones de contorno ecs. (12), (13), (14) y (15) la relación entre los campos incidentes, reflejados y transmitidos resulta [3] [11]

$$\vec{E} \cdot \hat{e}_s = (\vec{E} \cdot \hat{y}) \cdot \hat{y} \quad (16)$$

$$R_s \equiv \frac{\vec{E}^* \cdot \hat{y}}{\vec{E} \cdot \hat{y}} = \frac{\vec{E}_y^*}{\vec{E}_y} = \frac{k_x - k_x^T}{k_x + k_x^T} \quad (17)$$

$$T_s \equiv \frac{\vec{E}^T \cdot \hat{y}}{\vec{E} \cdot \hat{y}} = \frac{\vec{E}_y^T}{\vec{E}_y} = \frac{2k_x}{k_x + k_x^T} \quad (18)$$

donde  $R_s$  y  $T_s$  son los coeficientes de reflexión y transmisión para el modo perpendicular y

$$k_x^2 + k_z^2 = \mu_v \omega^2 \epsilon_1 \quad (19)$$

$$k_x^{T2} + k_z^2 = \mu_v \omega^2 \epsilon_2 \quad (20)$$

Si, en cambio la onda incidente tiene solo polarización  $p$

$$\vec{E}_p = (\vec{E} \cdot \hat{x}) \hat{x} + (\vec{E} \cdot \hat{z}) \hat{z} \quad (21)$$

De la Fig. (2)

$$\vec{E}_p = -|\vec{E}_p| \text{sen} \alpha \hat{x} + |\vec{E}_p| \text{cos} \alpha \hat{z} \quad (22)$$

$$\vec{E}_p^* = -|\vec{E}_p^*| \text{sen} \alpha \hat{x} - |\vec{E}_p^*| \text{cos} \alpha \hat{z} \quad (23)$$

$$\vec{E}_p^T = -|\vec{E}_p^T| \text{sen} \beta \hat{x} + |\vec{E}_p^T| \text{cos} \beta \hat{z} \quad (24)$$

por lo que es posible definir dos coeficientes de reflexión

$$R_x = \frac{|E_p|^*}{|E_p|} \quad (25)$$

$$R_z = -\frac{|E_p|^*}{|E_p|} \quad (26)$$

es decir

$$R_z = -R_x \quad (27)$$

También es posible definir dos coeficientes de transmisión

$$T_{px} = \frac{E_x^T}{E_x} \quad (28)$$

y

$$T_{pz} = \frac{E_z^T}{E_z} \quad (29)$$

de (22) y (24)

$$T_{pz} = T_{px} \frac{n_1 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha} \quad (30)$$

Consideraremos como coeficientes de reflexión y transmisión a los obtenidos con la componente  $z$  de los campos. Así

$$R_p \equiv \frac{\vec{E}^* \cdot \hat{z}}{\vec{E} \cdot \hat{z}} = \frac{\epsilon_1 k_x^T - \epsilon_2 k_x}{\epsilon_2 k_x + \epsilon_1 k_x^T} \quad (31)$$

$$T_p \equiv \frac{\vec{E}^T \cdot \hat{z}}{\vec{E} \cdot \hat{z}} = 2 \frac{\epsilon_1 k_x^T}{\epsilon_2 k_x + \epsilon_1 k_x^T} \quad (32)$$

#### IV. REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN EN PLACAS DIELECTRICAS

Consideraremos una placa de espesor  $d$  inmersa en medios isótropos (Fig. 3). En esta incide una onda plana donde la normal al frente de ondas forma un ángulo  $\alpha$  con la interfaz. Todos los medios son dieléctricos y su permeabilidad puede ser aproximada a la del vacío.

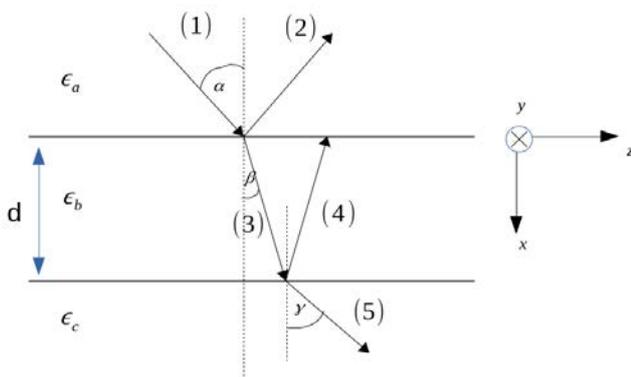


Figura 3. Sistema de placas plano paralelas formado por tres medios isótropos.

La onda se transmite al segundo medio de manera tal que la normal al frente de ondas forme un ángulo  $\rho$  con la normal a la interfaz, y al tercer medio con un ángulo  $\gamma$ . Los tres medios son descritos por su permitividad dieléctrica  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  y  $\epsilon_c$ . Esta onda plana puede tener una polarización arbitraria.

Así definidos, los campos eléctricos y magnéticos asociados a cada onda cumplen con:

$$\vec{E}_j = \left( -\frac{S_{jz}}{S_{jx}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_j \cdot \hat{z}) + (\vec{E}_j \cdot \hat{y}) \hat{y} \quad (33)$$

$$\vec{H}_j = \left( -\frac{S_{jz}}{S_{jx}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{H}_j \cdot \hat{z}) + (\vec{H}_j \cdot \hat{y}) \hat{y} \quad (34)$$

Ambos modos de polarización son independientes entre sí, por lo que pueden ser estudiados por separado.

IV-1. Polarización  $p$ : Se definen relaciones de reflexión y transmisión para cada interfaz para la polarización paralela ( $p$ ) de acuerdo a:

$$R_{ab}^p = \frac{\vec{E}_2 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_1 \cdot \hat{z}} \quad (35) \quad T_{ab}^p = \frac{\vec{E}_3 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_1 \cdot \hat{z}} \quad (38)$$

$$R_{bc}^p = \frac{\vec{E}_4 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_3 \cdot \hat{z}} \quad (36) \quad T_{bc}^p = \frac{\vec{E}_5 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_3 \cdot \hat{z}} \quad (39)$$

$$R_{ba}^p = \frac{\vec{E}_3 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_4 \cdot \hat{z}} \quad (37) \quad T_{ba}^p = \frac{\vec{E}_2 \cdot \hat{z}}{\vec{E}_4 \cdot \hat{z}} \quad (40)$$

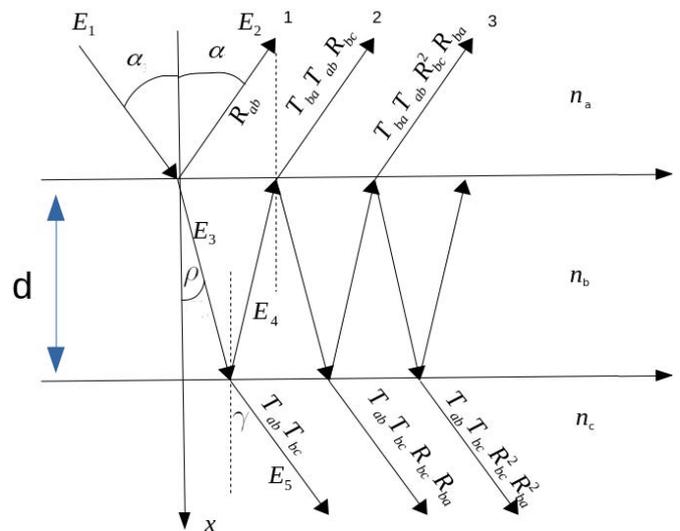


Figura 4. Sistema de placas plano paralelas formado por tres medios isótropos. En cada una de las múltiples reflexiones y transmisiones se muestra la amplitud relativa a la de la onda incidente.

El campo  $\vec{E}_1$  es el campo incidente en la primer interfaz, el campo  $\vec{E}_2$  es el campo total reflejado por el sistema, el campo  $\vec{E}_3$  es el campo total transmitido dentro de la placa, el campo  $\vec{E}_4$  es el campo total reflejado por la segunda interfaz dentro de la placa, y el campo  $\vec{E}_5$  es el campo total transmitido por el sistema. Cada uno de los medios puede ser descrito, además de sus permitividades, por su índice de refracción, y se numeran como  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

De esta manera, por ejemplo,  $R_{ab}^p$  se refiere al coeficiente reflexión para una onda plana que incide desde el medio  $a$  al medio  $b$  con polarización  $p$ , y de la misma manera para los coeficientes de transmisión con la letra  $T$ .

Para hallar los campos reflejados y transmitidos a través de toda la capa, se deberán tener en cuenta las múltiples

reflexiones y refracciones (Fig. 4), sumando cada contribución. Por ejemplo, el campo eléctrico que corresponde a la onda reflejada en la primera interfaz numerada como 2, está dado para la polarización paralela ( $p$ ):

$$\vec{E}_2^2 = \left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_2^2 \cdot \hat{z}) = \left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) T_{ab}^p R_{bc}^p T_{ba}^p (\vec{E}_2^2 \cdot \hat{z}) \quad (41)$$

En un medio dieléctrico, el rayo que describe la dirección de propagación de la energía tiene la misma dirección que la normal al frente de onda y cada una de sus componentes será nombrada como  $S_{ij}$  donde el subíndice  $i$  se refiere a cuál de los campos está asociado, y el subíndice  $j$  a que componente cartesiana. Sumando todas las contribuciones de los campos reflejados en la primera interfaz

$$\vec{E}_2 = \left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) \left( R_{ab}^p + T_{ab}^p R_{bc}^p T_{ba}^p e^{i\delta} \right) (\vec{E}_1 \cdot \hat{z}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (42)$$

donde  $\delta$  indica la diferencia de fase entre el segundo y el primer campo reflejado. A partir de la figura (4) surge claramente que el campo reflejado debido a  $N$  reflexiones

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= \sum_{j=1}^N \vec{E}_2^j e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} = \\ &\left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_1 \cdot \hat{z}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ &\left( R_{ab}^p + \sum_{j=2}^N T_{ab}^p T_{ba}^p R_{bc}^p R_{ba}^p e^{i\delta} \right) = \\ &\left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_1 \cdot \hat{z}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ &\left( R_{ab}^p + T_{ab}^p T_{ba}^p \sum_{j=2}^N R_{bc}^p R_{ba}^p e^{i\delta} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

Haciendo un cambio de índices se obtiene

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= \left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_1 \cdot \hat{z}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ &\left( R_{ab}^p + T_{ab}^p T_{ba}^p R_{bc}^p e^{i\delta} \sum_{j=0}^{N-2} (R_{bc}^p R_{ba}^p e^{i\delta})^j \right) \end{aligned} \quad (44)$$

Haciendo el límite para infinitas reflexiones obtenemos

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= \left( -\frac{S_{2z}}{S_{2x}} \hat{x} + \hat{z} \right) (\vec{E}_1 \cdot \hat{z}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ &\left( R_{ab}^p + \frac{T_{ab}^p T_{ba}^p R_{bc}^p e^{i\delta}}{1 - R_{bc}^p R_{ba}^p e^{i\delta}} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

Por lo que finalmente el coeficiente de reflexión total es

$$\mathbb{R}_p = \left( R_{ab}^p + \frac{T_{ab}^p T_{ba}^p R_{bc}^p e^{i\delta}}{1 - R_{bc}^p R_{ba}^p e^{i\delta}} \right) \quad (46)$$

donde en todos los casos la diferencia de camino óptico está dada por [3]

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos\alpha_2 = k_{bx} d \quad (47)$$

con  $\lambda_0$  la longitud de onda en el medio 1,  $n_2$  el índice de refracción del medio 2.

IV-2. *Polarización s*: Procediendo de una manera análoga, es posible hallar los coeficientes de reflexión para la polarización  $s$  por el método interferométrico. Para ello se definen los coeficientes de reflexión y transmisión

$$R_{ab}^s = \frac{\vec{E}_2 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_1 \cdot \hat{y}} \quad (48) \quad T_{ab}^s = \frac{\vec{E}_3 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_1 \cdot \hat{y}} \quad (51)$$

$$R_{bc}^s = \frac{\vec{E}_4 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_3 \cdot \hat{y}} \quad (49) \quad T_{bc}^s = \frac{\vec{E}_5 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_3 \cdot \hat{y}} \quad (52)$$

$$R_{ba}^s = \frac{\vec{E}_3 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_4 \cdot \hat{y}} \quad (50) \quad T_{ba}^s = \frac{\vec{E}_2 \cdot \hat{y}}{\vec{E}_4 \cdot \hat{y}} \quad (53)$$

Luego, el campo total reflejado para la polarización  $s$  es:

$$\vec{E}_2 = (\vec{E}_1 \cdot \hat{y}) e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \left( R_{ab}^s + \frac{T_{ab}^s T_{ba}^s R_{bc}^s e^{i\delta}}{1 - R_{bc}^s R_{ba}^s e^{i\delta}} \right) \quad (54)$$

donde el coeficiente de reflexión puede escribirse, de manera análoga a la ec. (46)

$$\mathbb{R}_s = \left( R_{ab}^s + \frac{T_{ab}^s T_{ba}^s R_{bc}^s e^{i\delta}}{1 - R_{bc}^s R_{ba}^s e^{i\delta}} \right) \quad (55)$$

donde se utilizó la misma notación que en la sección anterior para comparar los resultados.

## V. ANÁLISIS

Utilizando las ecuaciones obtenidas en la secciones III y IV, se pueden comparar gráficamente los coeficientes de reflexión  $R_s$  y  $R_p$  teóricos y aproximados. Para esto se considera un sistema de placas plano paralelas separadas por una distancia  $d = 4,5\lambda_v$ , con un índice de refracción  $n = 1,5$ , sumergidas en aire.

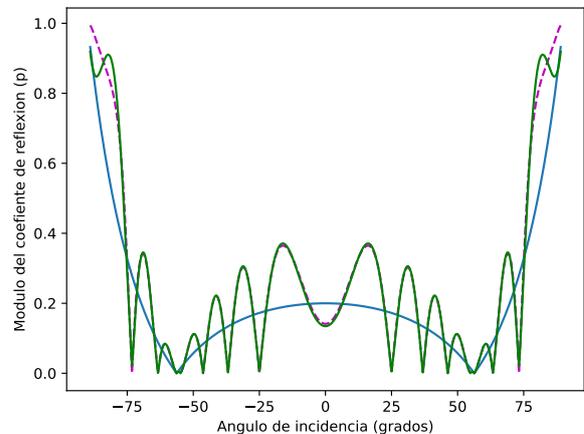


Figura 5. Módulo del campo  $p$  reflejado para los siguientes casos: reflexión teórica (magenta punteada), considerando solo primera reflexión (azul), y para el caso teniendo en cuenta también la segunda reflexión (verde)

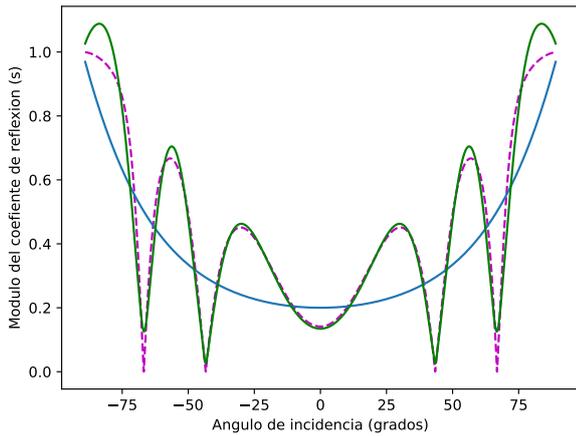


Figura 6. Módulo del campo  $s$  reflejado para los siguientes casos: reflexión teórica (magenta punteada), considerando solo primera reflexión (azul), y para el caso teniendo en cuenta también la segunda reflexión (verde).

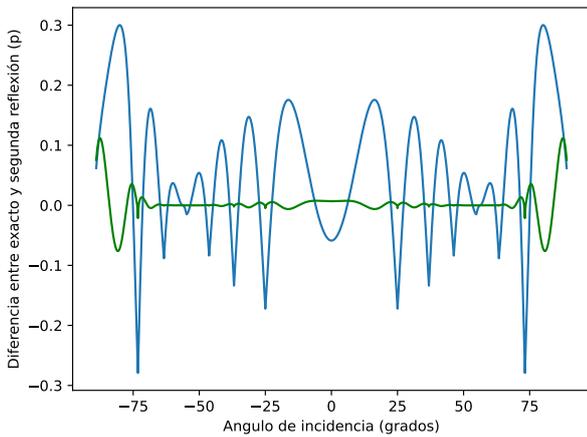


Figura 7. Diferencia entre el módulo del coeficiente de reflexión teórico y el aproximado para: primera reflexión azul (azul) primera y segunda reflexión (verde), en función del ángulo de incidencia (grados)

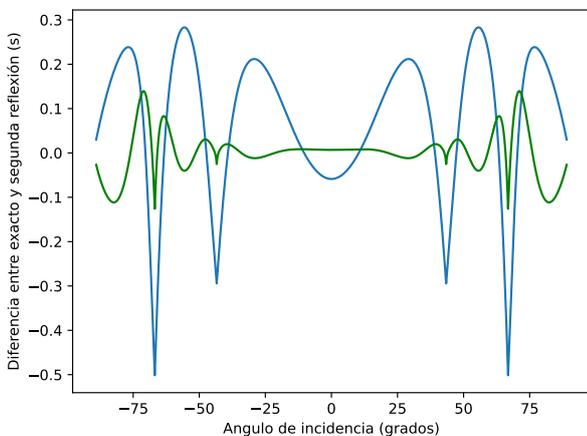


Figura 8. Diferencia entre el módulo del coeficiente de reflexión teórico y el aproximado para: primera reflexión azul (azul) primera y segunda reflexión (verde), en función del ángulo de incidencia (grados)

En la figuras (5) y (6) se muestra que para ambos modos de polarización el coeficiente de reflexión teórico tiene oscilaciones en función del ángulo de incidencia<sup>1</sup>. En ambas figuras se grafica el coeficiente de reflexión correspondiente a la primera reflexión y la aproximación considerando las dos primeras reflexiones. Observamos que la segunda reflexión es la que introduce la oscilación en los coeficientes. La primera reflexión no es una buena aproximación de la reflexión teórica ya que no posee información sobre la segunda interfaz mientras que las sucesivas reflexiones poseen información de todo el sistema. Se observa que al agregar la segunda reflexión ya se obtiene un comportamiento cualitativo y cuantitativo similar a la reflexión teórica (excepto para ángulos cercanos a  $\pm 90^\circ$ ). Este comportamiento se logra observar con mayor facilidad al graficar la diferencia entre cada aproximación con la reflexión teórica como se hizo en la figura (7) y 8).

Este desarrollo separado en las múltiples contribuciones de las sucesivas reflexiones permite observar el peso de cada una. Más allá de los errores de aproximación, hemos visto que la respuesta está dominada por la suma de la primera y la segunda reflexión (fundamentalmente para ángulos bajos). Por lo tanto, si por ejemplo se desea optimizar la sensibilidad [12] en un dispositivo que sense cambios en el índice de refracción del medio  $c$  usando la luz reflejada (modo  $p$ ), no sería necesario optimizar los parámetros de acuerdo a la ecuación 46, sino que alcanza con ajustar los parámetros que afectan el coeficiente  $R_{bc}$  de acuerdo a la ecuación 41.

## VI. CONCLUSIONES

En este estudio, calculamos los coeficientes de reflexión para una placa paralela isótropa sumergida entre dos medios isótropos, enfocándonos en el caso particular en el que ambos medios son idénticos. Nuestro análisis se llevó a cabo mediante el método interferométrico, que implica considerar las infinitas reflexiones que ocurren dentro de la placa y calcular la reflexión total como la suma de todas ellas. Este método nos permitió examinar posibles aproximaciones y su proximidad al valor total.

Para el módulo del coeficiente de reflexión, encontramos que considerar solo la primera reflexión no es una buena aproximación del coeficiente real, ya que se pierde toda la información interferométrica de los demás términos que inducen oscilaciones. Además, descubrimos que considerar la suma de la primera y la segunda reflexión ya proporciona una buena aproximación a la reflexión real. La incorporación de un tercer término mejora aún más la aproximación, aunque solo de manera marginal.

Mostramos que lejos de incidencia rasante la suma de la primera y la segunda reflexión (que contiene la información de la segunda interfaz), dominan el comportamiento general de la reflectividad. Esto resulta de suma utilidad al momento de diseñar sensores y de la resolución de problemas inversos.

## REFERENCIAS

- [1] E. Hecht, *Optics 4th Ed.* Addison-Wesley, 2002.
- [2] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics. 2.ed.* Wiley, 1975.

<sup>1</sup>Para el caso de la Fig. (6) el valor aproximado superior a uno solo se debe a haber considerado solo hasta la segunda reflexión.

- [3] M. B. . E. Wolf, *Principle of Optic: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light, 7ma ed.* Cambridge University Press, 1999.
- [4] G. E. Caro, F. E. Veiras, E. O. Acosta, and L. I. Perez, "Influence of multiple reflections on the transmission coefficients of uniaxial plane-parallel plates," *Applied Optics*, vol. 60, no. 16, pp. 4573–4581, 2021.
- [5] A. Kazemipour, M. Wollensack, J. Hoffmann, M. Hudlička, S.-K. Yee, J. Rüfenacht, D. Stalder, G. Gäumann, and M. Zeier, "Analytical uncertainty evaluation of material parameter measurements at thz frequencies," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 41, pp. 1199–1217, 2020.
- [6] X. Zhu, Z. Huang, G. Wang, W. Li, D. Zou, and C. Li, "Ultrasonic detection based on polarization-dependent optical reflection," *Optics letters*, vol. 42, no. 3, pp. 439–441, 2017.
- [7] G. Caro, E. O. Acosta, F. Veiras, and L. Perez, "Interfaces isotropo-anisótropo: un código numérico para caracterizar la reflexión y refracción," *Elektron*, vol. 3, no. 2, pp. 103–111, 2019.
- [8] R. D. Araguillín, F. E. Veiras, L. I. Perez, J. C. Cepeda, and L. C. Brazzano, "Sensitivity optimization of kretschmann's optical sensors," in *2022 IEEE ANDESCON*, 2022, pp. 1–6.
- [9] J. Lekner, "Theory of reflection," *Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics*, vol. 87, 2016.
- [10] M. Ware and J. Peatross, *Physics of Light and Optics (Black & White)*. Lulu. com, 2015.
- [11] R. Azzam and N. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light*. North-Holland Personal Library, 1988.
- [12] G. E. Caro, E. O. Acosta, F. E. Veiras, and L. I. Perez, "Analytical study of optical dielectric interfaces for sensing applications," *Optik*, p. 171534, 2023.