Polo del Conocimiento
Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1
Enero 2021, pp. 1175-1196
ISSN: 2550 - 682X
DOI: 10.23857/pc.v6i1.2216

CC BY NC SA

Teoría de grafos como herramienta didáctica en el ejercicio físico

Graph theory as a didactic tool in physical exercise

A teoria dos grafos como ferramenta didática no exercício físico

Armando José García-Ortiz [I]
argarcia1969@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-1334-6417

Miguel Israel Bennasar-García [II]
miguelbennasar7884@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3856-0279

Pedro Leonardo Peña-Duarte [III]
plpd1976@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3746-0030

Ranier Vicente Sánchez-Camacho [IV]
rainiersan76@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-6739-5102

Correspondencia: armac710@gmail.com

Ciencias del deporte
Artículo de revisión

***Recibido:** 30 de noviembre de 2020 ***Aceptado:** 20 de diciembre de 2020 *** Publicado:** 09 de enero de 2021

I. Doctor en Matemáticas, Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana.
II. Doctor en Ciencias de la Educación, Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana.
III. Doctor en Matemáticas, Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana.
IV. Magíster Scientiarum en Matemática, Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana.

Resumen

En esta investigación se propuso estudiar la teoría de grafos como herramienta didáctica en el ejercicio físico. El trabajo se realizó como un estudio de campo, en estudiantes del Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina en la República Dominicana y su diseño fue descriptivo. La población estuvo constituida por los estudiantes de la asignatura Álgebra Superior II que en total fueron 58, de los cuales se seleccionaron de manera aleatoria, 28 de ellos, a quienes se les aplicó un taller y posteriormente un cuestionario para el proceso de retroalimentación. Los resultados del taller fueron positivos para la investigación. Los procesos de retroalimentación que se ejecutaron se obtuvieron a través de una encuesta, donde se pudo evidenciar la satisfacción de las actividades realizadas y el empleo de la teoría de grafos en los ejercicios físicos en un contexto lúdico. Dentro de las conclusiones más resaltantes, se pueden mencionar: El uso de grafos en forma de esquematizaciones es una herramienta que utilizaron los estudiantes, de manera favorable. La aplicación de la matemática en esta experiencia, permitió apreciar los contenidos de la teoría de grafos como una herramienta útil por parte de los estudiantes que participaron en el taller.

Palabras clave: Teoría de grafos; ejercicio físico; herramienta didáctica; contexto lúdico.

Abstract

In this research, it was proposed to study the theory of graphs as a didactic tool in physical exercise. The work was carried out as a field study, in students of the Salomé Ureña Higher Teacher Training Institute, Luis Napoleón Núñez Molina Campus in the Dominican Republic and its design was descriptive. The population consisted of the students of the Higher Algebra II subject, a total of 58, of whom 28 were randomly selected, to whom a workshop was applied and later a questionnaire for the feedback process. The results of the workshop were positive for the investigation. The feedback processes that were carried out were obtained through a survey, where it was possible to demonstrate the satisfaction of the activities carried out and the use of graph theory in physical exercises in a playful context. Among the most outstanding conclusions, we can mention: The use of graphs in the form of schematizations is a tool that the students used, favorably. The application of mathematics in this experience made it possible to appreciate the contents of graph theory as a useful tool for the students who participated in the workshop.

Keywords: Graph theory; physical exercise; didactic tool; playful context.

Resumo

Nesta pesquisa, propôs-se estudar a teoria dos gráficos como ferramenta didática no exercício físico. O trabalho foi realizado como um estudo de campo, em alunos do Instituto Superior de Formação de Professores Salomé Ureña, Campus Luis Napoleón Núñez Molina na República Dominicana e seu desenho foi descritivo. A população foi constituída pelos alunos da disciplina de Álgebra Superior II, num total de 58, dos quais 28 foram selecionados aleatoriamente, aos quais foi aplicado um workshop e posteriormente um questionário para o processo de feedback. Os resultados do workshop foram positivos para a investigação. Os processos de feedback realizados foram obtidos através de um inquérito, onde foi possível demonstrar a satisfação com as atividades realizadas e a utilização da teoria dos gráficos em exercícios físicos em contexto lúdico. Entre as conclusões mais destacadas, podemos citar: A utilização de gráficos na forma de esquematizações é uma ferramenta que os alunos utilizaram favoravelmente. A aplicação da matemática nesta experiência permitiu apreciar os conteúdos da teoria dos grafos como uma ferramenta útil para os alunos que participaram no workshop.

Palavras-chave: Teoria dos grafos; exercício físico; ferramenta de ensino; contexto lúdico.

Introducción

En el tiempo del matemático suizo Leonard Euler, en el siglo XVIII, los ciudadanos de la ciudad de Konigsberg, hoy llamada Kaliningrado en la Rusia actual, se preguntaban si era posible recorrer los siete puentes sobre el río Pregel, a saber: el puente del herrero, el conector, verde, del mercado, de madera, el alto y el de la miel, que para ese entonces poseía la ciudad, de tal manera, que si se iniciaba el recorrido en un determinado punto y se pasaba una sola vez por cada uno de los puentes, en cualquier orden y regresando al punto de inicio.

Este hecho se constituyó en uno de los retos más difíciles y atractivos de la época, poniendo a prueba la preparación y habilidad de los matemáticos de ese entonces. Esta motivación abrió de una manera muy particular los primeros pasos en la construcción de la teoría de grafos. Esto lo corrobora Calderón (2019, p.10) al afirmar que “La teoría de grafos surge en el año 1736 con Leonhard Euler en el artículo “Solutio problematisad geometriam situs pertinentis” y más tarde su aplicación en ciencias naturales con “Chemistry and Algebra” por James Silvester en 1878”.

Estos acontecimientos dieron origen a la aplicación de esquemas o dibujos para ilustrar problemas cotidianos, y que en la actualidad recibe el nombre de teoría de grafos. "Más tarde llegaría el famoso problema de los cuatro colores, formulado por el estudiante Francis Guthrie en el año 1852, al conjeturar que cualquier mapa geográfico con regiones continuas, este se puede colorear con cuatro colores diferentes, de forma que no queden regiones adyacentes con el mismo color", para abordar este problema se utilizó teoría de grafos. Podemos ver claramente que la estructura matemática de los grafos se origina en la resolución de problemas del mundo real.

Las posibilidades de dilucidar situaciones específicas que devienen de modelos matemáticos, dan pertinencia a las alternativas que permiten dibujar o esquematizar posibles soluciones en los diferentes escenarios científicos y académicos donde se generan. Patiño y Charry (2013, p.28), al referirse a esta teoría, exponen:

> La teoría de grafos es uno de los contenidos matemáticos que permiten la modelación o matematización de distintas situaciones problema en forma intuitiva y sencilla. A pesar de no estar incluida en los currículos oficiales de los colegios vale la pena mostrarla a nuestros estudiantes, pues no necesita una base matemática muy compleja y tiene múltiples aplicaciones en distintas áreas del conocimiento.

Los grafos son en su conjunto, esquemas gráficos para la descripción de una situación determinada en la ubicación de un objeto en una zona, para indicar una dirección o para realizar un circuito de recorrido en áreas como Educación Física, es decir, no son de uso exclusivo de la Matemática como disciplina, sino que se puede aplicar a otras sin ningún tipo de restricción.

Esta apreciación la describen Álvarez y Parra (2013, p.7) de manera muy puntual y didáctica, por cuanto su uso en situaciones de la cotidianidad es totalmente permisible, por su versatilidad y forma de abordar situaciones que ameritan esquematización para su comprensión y estudio. En este sentido apuntan lo siguiente:

> Nuestro mundo cultural no solo tiene letras y números, hoy en día está repleto de imágenes. Las imágenes que forman parte de nuestras vidas son, además, de tipos muy diversos. Junto a las de nuestro entorno natural, nos rodea fotografías de todo tipo, y en medio de todas ellas, esquemas no convencionales. Hay esquemas en los logos de una empresa, en las indicaciones del tráfico, en los mapas, en los recorridos de un autobús, etc. La teoría de grafos es un

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

> esquema que permite resolver muchos problemas interesantes y forman ya parte de la matemática actual.

En términos prácticos se puede caracterizar un grafo como una serie de puntos, que comúnmente se denominan elementos, en otros casos adquieren el nombre de nudos o nodos, y dentro de las especificidades matemáticas son considerados como elementos, y que se empalman con el uso de líneas para juntar dos vértices formando una especie de malla, por lo que en algunos casos adquiere el nombre de red en sustitución de la palabra "grafo".

De acuerdo con Merayo (s/f, p.5): "Los grafos son dibujos o trazos y se utilizan en diversas áreas de la ingeniería para modelar trayectos, pero también se utilizan para representar conocimiento, como los mapas conceptuales, entre otras muchas aplicaciones (Grafos en la educación básica)".

Se hace la siguiente referencia: ¿Por qué enseñar teoría de grafos en educación básica? En primer lugar, el surgimiento histórico de la misma proporciona un excelente ejemplo de lo que significa la elaboración de un modelo matemático para abordar un problema real (un ejemplo, es el de los puentes de Konigsberg, resuelto por Euler) y sugiere un camino muy claro para organizar una secuencia didáctica encaminada a la práctica de la modelación.

Según Álvarez, y Parra, (2013, p.49): "A lo largo del siglo XX, el gran desarrollo de la teoría de grafos y la cantidad de aplicaciones a los problemas más diversos ha asegurado un interés educativo por esa teoría en el nivel superior de formación". En virtud de esto último, ¿Por qué no utilizar esta herramienta en el nivel de educación superior dominicana?, para que el estudiante vea que las matemáticas no son sólo abstractas, sino que mediante ellas, se pueden resolver problemas de la vida real, esto por la factibilidad de modelización de experiencias que contribuyen a visualizar las situaciones ideales o abstractas, en simulaciones que comunican formas y posibilidades de solución a situaciones específicas.

Con relación a Torres (2018, pp. 68-69):

> En suma, la teoría de los grafos permite realizar un análisis de redes, articulando las escalas macrosocial y microsocial, más específicamente el modo como las redes interpersonales y las estructuras puente entre los micro y macrosistemas permiten la movilidad social, la organización política y potencialmente la cohesión social.

La teoría de grafos es de una relevancia particular no solo a nivel universitario, sino en niveles secundario, donde muchas veces se trata este tema para despertar y formar a los estudiantes en una herramienta con múltiples aplicaciones en otras áreas del saber.

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

En efecto, Vergel, Molina y Echeverry (2016, pp. 440-441), reflexionan sobre tres aspectos vitales al respecto:

> Por qué enseñar Teoría de Grafos en la educación básica? En primer lugar, el surgimiento histórico de la misma proporciona un excelente ejemplo de lo que significa la elaboración de un modelo matemático para el análisis de un problema real (el problema de los puentes de Könisberg resuelto por Euler) y sugiere un camino muy claro para organizar una secuencia didáctica encaminada a la práctica de la modelación. En segundo lugar, los contenidos y aplicaciones de la Teoría de Grafos están relacionados con muchos campos de la matemática (topología, combinatoria, matemática recreativa) y con otras disciplinas científicas (física, química, arquitectura, sociología). En tercer lugar, permite una presentación de los problemas en el marco dela matemática recreativa, lo que le da a los mismos una fuerte componente de motivación para los estudiantes.

Con respecto a la universidad como institución educativa, cuya función primigenia es la formación de recursos humanos y profesionales, debe ser un centro de debates en cuanto a los tópicos propios de las disciplinas diversas que se tratan en su claustro. En el caso de la matemática y la teoría de grafos como elementos constitutivos para explicar y educar de manera integral a los estudiantes, existe una conjugación interesante con la educación física, que Estrada (2020, p.66) refiere de forma general, lo siguiente:

> La totalidad de los temas u orientaciones interpretativas en el devenir del presente trabajo, es muestra de las inmensas posibilidades y potencialidades, que la universidad posee. A partir de ahí se puede visualizar una educación matemática y una formación docente, cuyo repliegue, asuma como corolario, la necesidad histórica y necesaria de otros aprendizajes, de otros discursos, y por supuesto, de otras universidades. Esto implica establecer diferencias con el término instrucción, que en algunos casos es confundido, por muchas personas, por cuanto la instrucción implica asimilar conocimientos sin las transformaciones y carente de valores, mientras que la formación es un proceso más significativo, más trascendente, cuya concepción va más allá de los límites de la universidad y de un campo de saber en particular.

En tal sentido, se puede afirmar que se trata de una teoría cuyas aristas educativas invitan a su abordaje con el propósito de discernir sobre su uso como herramienta didáctica en el ejercicio físico y como elemento constitutivo en el establecimiento de posibilidades organizativas y de

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

planificación, en la solución de situaciones que se suscitan en las diferentes disciplinas incluyendo las deportivas.

Argumentación teórica

La teoría de grafos y la lúdica

La pregunta que sigue es la siguiente: ¿qué tipo de problema aplicado, puede ser divertido y que entusiasme al estudiante? La respuesta a esta interrogante la podemos dar siguiendo lo expresado por Bennasar (2020, p.25), quien sostiene:

> Promover el uso de la lúdica es fomentar la capacidad creativa de los estudiantes, es propiciar el pensamiento libre, en armonía espiritual y es cultivar la satisfacción, deleitarse con el entusiasmo del aprender; todo ello en función del desarrollo de las capacidades a través de las cuales el individuo pueda apropiarse de los saberes y de esta manera intentar romper con ciertas barreras que forman parte de práctica rutinaria de nuestra cultura pedagógica.

Lo expresado por el autor es de suma importancia, sobre todo en lo que se refiere a que la lúdica porque fomenta la capacidad creativa de los estudiantes, puesto que, en matemática al desarrollarse esta capacidad, se abren las puertas para atacar un problema planteado desde varios puntos de vista, evidentemente, que unos serán mejores que otros y será el estudiante quien decidirá cuál es el mejor desde su óptica y experticia. Por otra parte, Bennasar (2019, p.36), señala:

> La pedagogía y la lúdica son componentes muy importantes en la concepción de un docente. El primero significa la integralidad total en la formación del sujeto con el destino de sus conocimientos. De hecho, la palabra “docencia” ubica al que se ha preparado para formar y difundir el aprendizaje. Como dimensión del crecimiento humano, fomenta la adquisición de saberes, la creatividad, la crítica constructiva y la innovación. Por lo que resulta necesario indagar: ¿Podemos calificar ambos temas de vital interés para la formación integral de los educandos? Indudablemente. No puede existir una dimensión humana sin que se plieguen las voluntades intelectuales y de fuerza física en el finiquito de sus instintos, los cuales constituyen un paso hacia adelante que el ser humano debe intuir en la realización de sus deberes y obligaciones, ambas de forma táctica.

El autor comenta la armonía que existe entre la pedagogía y la lúdica en la formación del docente. En el desarrollo humano e integral de este, dos aspectos que son fundamentales en cualquier profesión, más aún en un formador, como lo es quien ejerce esta indispensable función. “La Lúdica como método de enseñanza, se percibe como un ejercicio, que se orienta hacia la formación, utilizando estrategias para potenciar estados de felicidad en su realización, las cuales estimulan positivamente el aprendizaje" (Jiménez, 2000, p.17). Motivado a las afirmaciones de los autores Bennasar y Jiménez, se pensó en que la manera a introducir la teoría de grafos en el nivel superior dominicano se hiciera a través del deporte, en este caso muy específico, utilizando un circuito de ejercicios físicos, para estudiantes de la licenciatura de matemática de nivel secundario que cursan estudios en el Instituto Superior de formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina, República Dominicana.

Se comenzó dando las definiciones básicas de un grafo con sus respectivos ejemplos, esta parte se ha tomado de Vasudev (2006).

Definición 1 (Grafo)

Un grafo G es un conjunto de objetos $V = \{v_1, v_2, \dots v_n\}$, llamados vértices (también se les llama puntos o nodos) y otro conjunto $E = \{e_1, e_2, \dots e_n\}$, cuyos elementos se llaman lados (también se conocen con el nombre de líneas o arcos).

El conjunto V (G) se denomina conjunto de vértices de G y E (G) es el conjunto de lados. Usualmente un grafo se denota por G= (V, E).

Sea G un grafo y $\{u, v\}$ un lado de G. Como $\{u, v\}$ es un conjunto de dos elementos, se puede escribir $\{v, u\}$ en lugar de $\{u, v\}$. A menudo es más conveniente representar este lado por uv o vu.

Si e=uv es un lado de un grafo G, entonces diremos que u y v son vértices adyacentes en G y que e une a u y v (diremos que u es adyacente a v o que v es adyacente a u).

Ejemplo 1

Se define un grafo de la siguiente manera:

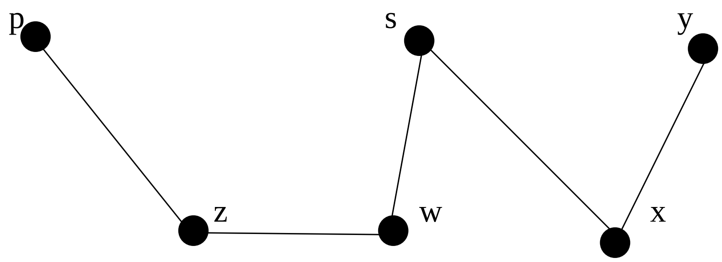
$$V(G) = \{x, y, z, w, p, s\}$$

y

$$E(G) = \{xy, zw, zp, sw, sx\}$$

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

Figura 1



Fuente: Autores, 2020

Cada grafo tiene un diagrama al cual se le asocia. El vértice w es incidente al lado e, así como el vértice s es incidente al lado e. Si dos lados distintos e y f son incidentes a un vértice en común diremos que estos lados son adyacentes.

Ejemplo 2

Los lados zp y zw son adyacentes.

Definición 2 (Grafo dirigido)

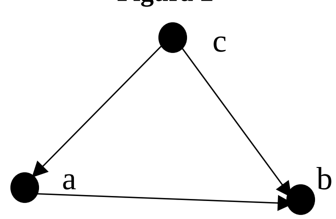
Un grafo dirigido o dígrafo G consiste de un conjunto de vértices V y de un conjunto de lados E, tales que $e \in E$ está asociado a un par ordenado de vértices.

En otras palabras, si cada lado de un grafo G tiene una dirección, entonces se llama grafo dirigido. En el diagrama de un grafo dirigido, cada lado e=(u, v), está representado por una flecha o curva dirigida desde el punto inicial u hasta el punto terminal v.

Ejemplo

A continuación, se muestra el diagrama de un grafo dirigido.

Figura 2



Fuente: Autores, 2020

Supongamos ahora que e=(u, v)es el lado de un grafo dirigido, entonces:

I. u se llama vértice inicial de e y v es el vértice terminal de e.
II. e se dice que es incidente a u y a v.

III. u es adyacente a v y v es adyacente a u.

Un grafo no dirigido G consiste de un conjunto de vértices V y de un conjunto de lados E, tales que cada lado $e \in E$ está asociado a un par no ordenado de vértices. El grafo del ejemplo 1, es un grafo no dirigido.

Definición 3 (Matriz de adyacencia)

a. Representación de un grafo no dirigido.

La matriz de adyacencia de un grafo G, con n vértices y lados no paralelos es una matriz $A = [a_{ij}]$ de nxn, cuyos elementos están dados por:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, si\ existe\ un\ lado\ entre\ el\ i-ésimo\ vértice\ y\ el\ j-ésimo\ vértice. \\ 0, si\ no\ existe\ un\ lado\ entre\ ellos. \end{cases}$$

b. Representación de un grafo dirigido.

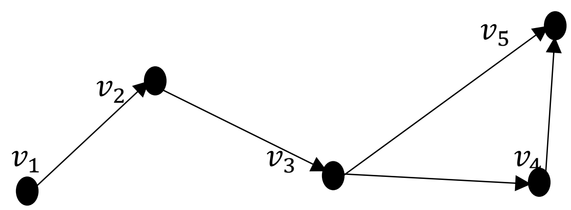
La matriz de adyacencia de un grafo dirigido G, con n vértices y lados no paralelos es una matriz $A = [a_{ij}]$ de nxn,, cuyos elementos están dados por:

$$a_{ij=} \begin{cases} 1, si\ el\ vértice\ inicial\ es\ el\ i-ésimo\ vértice\ y\ el\ vértice\ terminal\ es\ el\ j-ésimo\ vértice\ . \\ 0, si\ el\ i-ésimo\ vértice\ y\ \ el\ j-ésimo\ vértice\ no\ forman\ el\ lado\ dirigido\ (i,j). \end{cases}$$

Ejemplo

Se muestra un grafo dirigido y su respectiva matriz de adyacencia D.

Figura 3



$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fuente: Autores, 2020

Nota importante: en los grafos a utilizar, no existirán lados paralelos (estos son lados formados por los mismos vértices), tampoco se considerarán arcos formados por un mismo vértice.

Una vez que se dio la teoría básica de grafos, se procedió a dar un ejemplo que ilustrara la situación problema para luego realizar un taller con los estudiantes. De igual manera, se recordó que un circuito está compuesto por varias estaciones, en cada una de ellas se cumple una tarea específica que desarrolla diferentes cualidades (ejercicios de fuerza, velocidad, coordinación, entre otras capacidades físicas). Además se pueden establecer estaciones que fortalecen y potencian habilidades técnico-deportivas.

Ejemplo (ilustrativo del ejercicio a realizar en el taller).

Supongamos que se desea realizar un circuito de ejercicios físicos, el cual consta de seis estaciones:

a) Realizar ejercicio cardiovascular en una caminadora
b) Ejercitar el bíceps, utilizando para ello el curl con mancuernas
c) Efectuar trabajo con los tríceps, por medio del jalón alto con polea.
d) Ejercitar la espalda, haciendo dominadas.
e) Ejercitar las piernas, con el excelente ejercicio de sentadillas con barra en hombros.
f) Ejercitar los músculos de los hombros (en especial los deltoides), haciendo uso de la elevación lateral con mancuernas.

Se utiliza el término repetición para describir la realización completa de un ejercicio físico determinado y series para señalar un conjunto de repeticiones (un cierto número de repeticiones). De igual manera se empleó la estructura de un grafo dirigido para hacer el diagrama de este circuito y la matriz de adyacencia de este para almacenar la información del grafo, que no es otra cosa que la información de nuestro circuito deportivo. El circuito de ejercicios físicos consta de seis estaciones. Los nodos que representarán las estaciones, se etiquetaron de la siguiente manera:

T_1:Estación para ejercitar los bíceps.

T_2: Estación para ejercitar los tríceps.

T_3: Estación para ejercitar los hombros.

T_4: Estación para ejercitar la espalda.

T_5: Estación para ejercitar las piernas.

T_6: Estación para realizar ejercicio cardiovascular.

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

Se consideró que en cada estación se debían realizar dos (2) series del ejercicio que corresponde a dicha estación, exceptuando la relacionada con la ejercitación cardiovascular, la cual tendrá una duración de 20 minutos sobre la caminadora en su modo, sin mucha resistencia.

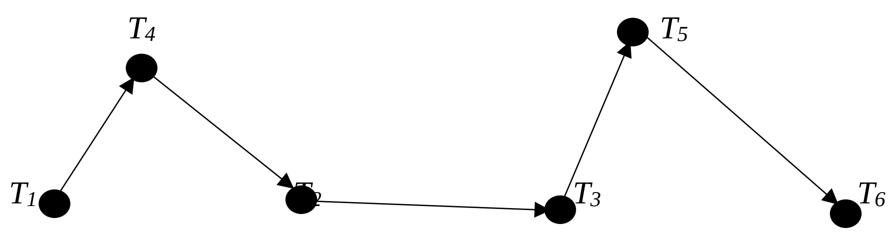
Cuando vamos de la estación Ti a la estación Tj, se forma el lado (Ti, Tj) (el cual es un lado de un grafo dirigido), entonces habrá una flecha que une al vértice Ti con el vértice Tj (en ese sentido, recuerde que $i \neq j$). Supongamos que deseamos realizar el siguiente circuito: Primero ejercitamos los bíceps, luego la espalda, seguido de ejercicios para los tríceps, seguimos con ejercicios para los hombros, luego continuamos trabajando las piernas y finalmente realizaremos ejercicios para el sistema cardiovascular. Se solicita lo siguiente:

Construya el grafo dirigido que representa al circuito de ejercicios físicos y luego almacene esa información en la matriz de adyacencia del grafo obtenido.

Si deseamos comenzar el circuito deportivo con el ejercicio cardiovascular y luego seguir la misma secuencia de la parte (a). Muestre el grafo que representa este nuevo circuito y la matriz de adyacencia correspondiente a ese grafo.

Solución.

Figura 4



$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fuente: Autores, 2020.

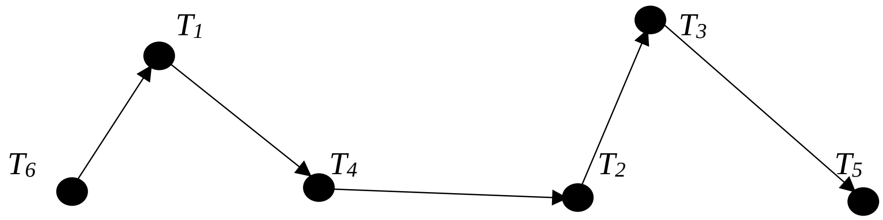
La construcción del grafo se llevó a cabo a través del etiquetamiento de los vértices que representan a las estaciones y la construcción de los lados según lo dispuesto para ello. Observe que aquí se está aplicando la definición de matriz de adyacencia, por ejemplo, en la posición (1,4) de la matriz

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

D, aparece un 1, porque el vértice T1 es el vértice inicial y el vértice T4 es el vértice terminal del lado dirigido (T1, T4). Otro ejemplo, en la posición (5,3) de la matriz D aparece un cero, puesto que el vértice T5 y el vértice T3 no forman el lado dirigido (T5, T3).

Se hace lo mismo que en la parte (a), pero ahora hay un cambio en el orden de las estaciones, lo cual conlleva a la construcción de otro grafo y por ende de otra matriz de adyacencia.

Figura 5



$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fuente: Autores, 2020.

Una vez culminada la explicación del ejemplo, se estableció en consenso con los estudiantes una fecha para aplicar el taller, la cual fue una semana después de este encuentro. La actividad fue realizada en grupo de dos personas y consistió en el siguiente enunciado, con sus respectivas preguntas:

Si se sigue el etiquetamiento de las estaciones de la misma forma que se hizo en el ejemplo ilustrativo y que ahora, se desea realizar el siguiente circuito de ejercicios físicos: Primero se ejercita el sistema cardiovascular, luego los hombros, seguido de ejercicios para los tríceps, seguimos con ejercicios para los bíceps, luego continuamos trabajando la espalda y finalmente se realizan ejercicios para trabajar las piernas. Ante lo planteado, se solicita al estudiante:

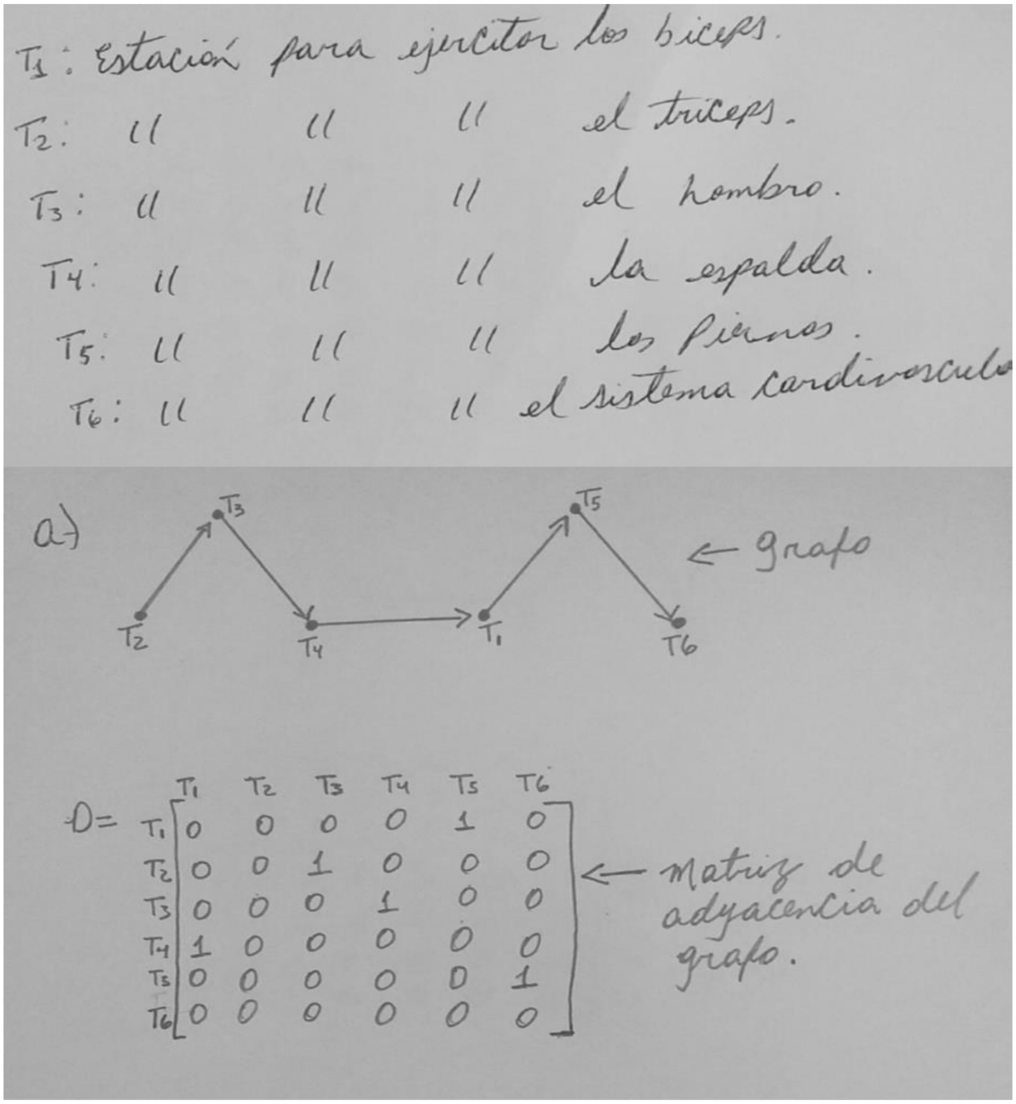
Construya el grafo dirigido que representa al circuito de ejercicios físicos y luego almacene esa información en la matriz de adyacencia del grafo obtenido.

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

Si sólo se desea que se intercambien el orden de ejercitación de los hombros y los tríceps, entonces, muestre el grafo que representa este nuevo circuito y la matriz de adyacencia correspondiente a ese grafo.

Ahora se muestra una respuesta de uno de los grupos de estudiantes.

Figura 6



Fuente: Autores, 2020.

Igual 1: perfecto.

Metodología

La investigación estuvo circunscrita dentro de los estudios de campo, debido a que su ejecución se realizó en el lugar donde cursan estudios los estudiantes consultados, es decir, en el Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, Recinto Luis Napoleón Núñez Molina, República Dominicana.

Para Hernández, Fernández y Baptista (2010, p.192). Los estudios de campo tienen como característica común el hecho de que los sujetos se les aplican los tratamientos o instrumentos de recolección de datos, en el sitio donde se practica la experiencia indagatoria.

Con respecto al nivel de la investigación es descriptivo, pues se trata de caracterizar los efectos de la teoría de grafos cuando se aplica a los ejercicios físicos, de esta manera el o los investigadores pueden realizar apreciaciones en función de los resultados de la aplicación de los instrumentos seleccionados para tal fin.

En este sentido Arias (2012, p.24) expresa:

> La investigación descriptiva consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno, individuo o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento. Los resultados de este tipo de investigación se ubican en un nivel intermedio en cuanto a la profundidad de los conocimientos se refiere.

En este caso la población estuvo constituida por cincuenta y cuatro (54) estudiantes, de donde se extrajo una muestra aleatoria de veintiocho (28). El muestreo probabilístico o aleatorio es un proceso en el que se conoce la probabilidad que tiene cada elemento de integrar la muestra. (Arias, 2006. p.83), a quienes se les aplicó un instrumento de diecinueve (19) ítems para conocer su apreciación con respecto al uso de la teoría de grafos y su relación con la Educación Física. Cabe resaltar que todos los grupos aprobaron el taller. La respuesta del grupo que se mostró arriba fue excelente. Una vez finalizado el taller y corregido, se procedió a dar la retroalimentación a todos los grupos (de dos estudiantes) que participaron en el taller. Finalmente se aplicó una encuesta a estos estudiantes, pero de forma individual, para conocer algunas de sus opiniones con respecto a la experiencia vivida con la herramienta didáctica que utiliza la estructura de los grafos en un contexto lúdico. A esta encuesta se le aplicó el alfa de Cronbach arrojando un valor de 0.96, que según Estrada (2019, p.81) se aplica cuando el instrumento tiene un número igual de alternativas de respuesta, en este caso son cuatro (4), además:

Se aplica una sola vez, y es útil para Cuestionarios, Encuestas, Escalas de Estimación, Likert, etc porque discrimina de manera practica la consistencia del instrumento aplicado. Este coeficiente exige que el número de las alternativas sean iguales para todas las preguntas o ítems, para su aplicación.

Para los efectos de los cálculos y los resultados obtenidos, el mismo autor considera aceptable un coeficiente igual o mayor a 0,60.

Resultados

Las opciones de las respuestas al cuestionario aplicado a los estudiantes en este estudio fueron:

a. Totalmente de acuerdo.
b. De acuerdo.
c. En desacuerdo.
d. En total desacuerdo.

Las preguntas del cuestionario se agruparon en tres (3) categorías, las cuales fueron las siguientes:

Tabla 1: Categorías

Categorías	Ítems
Educación Física, lúdica y conocimiento matemático	1, 2, 5, 6, 7, 8 ,10 y 12
Conocimientos de grafo, matrices y sus aplicaciones	3, 4, 9, 11, 18 y 19
Grafos como ente planificador y motivador	13,14,15,16 y 17

Fuente: Autores, 2020.

Para medir cada categoría, se analizó el porcentaje de cada ítem y luego se procedió a promediar estos porcentajes. También los resultados de las preguntas se dividieron en dos partes:

1era) De acuerdo y totalmente de acuerdo (DA y TDA).

2da) En desacuerdo y En total desacuerdo (ED y ETD).

Esta división de las respuestas de cada ítem en dos partes fue conveniente por el tipo de reacción que generó el cuestionario. Los resultados fueron los que se muestran a continuación:}

Tabla 2: Categoría 1

Preguntas	1	2	5	6	7	8	10	12	Promedio %
DA y TD	100	100	96.42	78.57	100	96.42	96.42	100	95.97
ED y ETD	0	0	3.58	21.43	0	3.58	3.58	0	4.03

Fuente: Autores, 2020.

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

En la Categoría 1, el porcentaje de estar totalmente de acuerdo y de acuerdo está en el 95%, lo que pone de manifiesto la importancia de la interdisciplinaridad de las áreas Matemática y Educación Física. Muñiz, Alonso y Rodríguez (2014), realizan una metodología en una asignatura de Matemáticas donde plantean una serie de competencias matemáticas en las clases de Educación Física y en donde ponen de manifiesto la importancia de la interdisciplinariedad y el uso de las redes sociales para difundir el uso de la Matemática en la Educación Física.

En esta categoría, se buscaba examinar si los individuos encuestados consideran que la lúdica, el conocimiento matemático y la Educación Física pueden vincularse. En tal sentido, los resultados de esta categoría arrojan que es si es posible vincularlos. Por otro lado, los resultados de los ítems que mostraban en desacuerdo y totalmente en desacuerdo, constituyen solo el 4%, mostrando esto último, lo importante que son las aplicaciones de la Matemática, la lúdica y la Educación Física.

Tabla 3: Categoría 2

Preguntas	3	4	9	11	18	19	Promedio %
DA y TD	100	100	82.15	82.15	96.42	60.71	86.90
ED y ETD	0	0	17.85	17.85	0	39.29	13.10

Fuente: Autores, 2020.

En esta categoría, las respuestas de acuerdo y totalmente de acuerdo representan el 86%, lo que significa la importancia que perciben los encuestados sobre los conocimientos de la teoría de matrices y grafos para la aplicabilidad en la Educación Física. Además, este alto porcentaje en favor de los conocimientos matemáticos para el desarrollo de una actividad tan aparentemente distante de la Matemática, ponen de manifiesto tratar de buscar los contenidos comunes entre estas dos áreas. Por otro lado, las respuestas en desacuerdo y totalmente en desacuerdo representan el 13%, esto significa que hay una población que todavía no tiene una visión clara de como vincular la teoría de matrices con el ejercicio físico. Además, es importante la relación de las aplicaciones de la Matemática a diferentes disciplinas del conocimiento. Garrido, Giménez, Gil, Luciañez, Rodríguez, Romera, Rubio y Sánchez, J. (2010), señalan la importancia de las actividades lúdicas en el aprendizaje de las matemáticas. En dicho trabajo, los autores desarrollan una experiencia de aprendizaje y enseñanza de la Matemática a través del juego.

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

Tabla 4: Categoría 3

Preguntas	13	14	15	16	17	Promedio %
DA y TD	100	100	100	96.42	82.14	95.71
ED y ETD	0	0	0	3.58	17.86	4.03

Fuente: Autores, 2020.

En la Categoría 3, los resultados de acuerdo y totalmente de acuerdo representan el 95%, lo que muestra la evidente necesidad de la utilización de los grafos como elementos motivantes para el aprendizaje y desarrollo del ejercicio físico. Estos resultados fueron producto de la vinculación que tienen los grafos con sistemas que son cambiantes y su relación con gráficas del tipo de flechas, elementos que pueden asociarse fácilmente con los circuitos de ejercicios físicos y deportivos. Por otro lado, solo el 4% reportó no estar en acuerdo al uso de la teoría de grafos como elemento motivador para la enseñanza de la Matemática.

De las tres tablas que se muestran podemos concluir la pertinencia de la investigación, puesto que las tres categorías superan el 85% de promedio de estar de acuerdo o totalmente de acuerdo. Cabe resaltar que la categoría 2 que es la que posee el menor porcentaje, se debe a ciertos porcentajes bajos en lo que respecta a las preguntas asociadas con las aplicaciones de los grafos y las matrices.

Conclusiones

La teoría de grafos es aplicable a situaciones cotidianas esquematizando rutas, sitios y posibilidades orientadoras a situaciones específicas. Es un conocimiento que a pesar de la profundidad matemática, sus aplicaciones en diversas áreas es posible, dada sus cualidades científicas.

Los resultados del taller fueron positivos. Los procesos de retroalimentación que se ejecutaron se apreciaron mediante la aplicación de una encuesta donde se pudo evidenciar la satisfacción de las actividades realizadas y el uso de la teoría de grafos en ejercicios físicos, como elemento lúdico.

En los ejercicios físicos y en casi todos los deportes, el uso de grafos en forma de esquematizaciones es una herramienta que utilizaron los estudiantes de manera favorable, esto significa que las actividades de enseñanza en las cuales se combinaron las áreas de Matemática y Educación Física, fueron asimiladas de manera adecuada por los alumnos.

Los alcances didácticos como las aprehensiones de la teoría de grafos, permitieron establecer circuitos, estableciendo las estaciones que se iniciaron con la ejercitación de los sistemas vasculares, las extremidades superiores y los hombros, los bíceps y los tríceps, para continuar con la espalda y los miembros inferiores.

La aplicación de la matemática en esta experiencia, permitió apreciar los contenidos de la teoría de grafos como una herramienta útil para los estudiantes que participaron en el taller.

Recomendaciones

Se sugiere que en las instituciones de formación universitaria, se integren la planificación y realización de talleres o cursos relacionados con la Matemática y la Educación Física, pues existen puntos coincidentes y ambas áreas se complementan de manera proactiva.

La complementariedad entre las disciplinas es una posibilidad que se debe implementar de manera rutinaria y normal, como una forma de dar sentido a los diferentes temas que dentro de los programas de las asignaturas se establecen.

Reflexiones finales

La teoría de grafos es un contenido propio del área de Matemática, pero no exclusivo. En esta investigación se pudo comprobar que áreas de formación continua diferentes pueden hacer uso de esta herramienta, y que su aplicación puede ser una manera de reforzar y contextualizar su enseñanza y comprensión.

Esta teoría en disciplinas deportivas como el fútbol o el béisbol es fundamental para su conocimiento y manejo, con relación a la planificación y realización de los ejercicios físicos y prácticas, a fin de establecer la adecuabilidad de su ejecución y el establecimiento de tácticas y estrategias, muy útiles en competencias de alto nivel.

El carácter abstracto de una asignatura como la matemática puede ser concebida como una ayuda ideal y necesaria en otros campos del saber, pues permiten la resolución de problemas puntuales y concretos, así como la esquematización de posibilidades en las experiencias prácticas que de ello se deviene.

Referencias

1. Álvarez, M. y Parra, J. (2013). Teoría de grafos. Seminario para optar al título de Profesor de enseñanza media en educación matemática. Universidad del Bio-Bio, Chile.

Documento en línea, disponible en: http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1953/3/Alvarez_Nunez_Marcelino.pdf

2. Arias, F. (2006). El Proyecto de Investigación: Introducción a la metodología científica (6ta ed.). Editorial Episteme, C.A. Caracas, Venezuela. Documento en línea, disponible en: https://ebevidencia.com/wp-content/uploads/2014/12/EL-PROYECTO-DE-INVESTIGACI%C3%93N-6ta-Ed.-FIDIAS-G.-ARIAS.pdf
3. Bennasar, M. (2020). Perspectivas curriculares para la enseñanza y aprendizaje de la Educación Física aplicada a la lúdica. Metrópolis. Revista de Estudios Globales Universitarios. Metropolitan International University, Estados Unidos. Fecha de publicación: 29/06/2020. Documento en línea, disponible en: https://metropolis.metrouni.us/index.php/metropolis/article/view/7/2 pp. 19-41
4. ____________ (2019). Pedagogía y Lúdica: Un desafío en la educación universitaria. En el contexto de la Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre "Clodosbaldo Russián". Tesis Doctoral. Universidad Latinoamericana y del Caribe, Venezuela.
5. Calderón, I. (2019). Interacciones en la red de colaboración de los editores independientes en México. Trabajo de grado de Maestro. Instituto Politécnico Nacional de México. Documento en línea, disponible en: https://www.academia.edu/43537692/INTERACCIONES_EN_LA_RED_DE_COLABORACI%C3%93N_DE_LOS_EDITORES_INDEPENDIENTES_EN_M%C3%89XICO
6. Garrido, R., Giménez, M., Gil, P., Luciañez, A., Rodríguez, M., Romera, B., Rubio, M y Sánchez, J. (2010). Experiencia con la competencia Matemática en la clase de Educación Física. Pp. 84-106. Documento en línea, disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3396079
7. Estrada, J. (2020). Educación y formación matemática universitaria: retos y realidades. Revista Multidisciplinaria Saber Universitario, Vol. II, Nº 4, pp. 59-68. Universidad Politécnica Territorial del Norte de Monagas "Ludovico Silva" Estado Monagas, Venezuela. Documento en línea, disponible en:

Pol. Con. (Edición núm. 54) Vol. 6, No 1, Enero 2021, pp. 1175-1196, ISSN: 2550 - 682X

https://saber755.webnode.com.ve/_files/200000017-4aab34aab6/Saber%204%20-%202020-1.pdf

8. _________ (2019). Evaluación de los aprendizajes. Fumaprif Ediciones. Maturín-Venezuela.
9. Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Quinta edición. McGraw-Hill / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V. Documento en línea, disponible en: https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf
10. Jiménez (2000). Lúdica y Recreación para el Siglo XXI. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.
11. Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación.
12. Martínez, A., Fernández, M. y Ruanes, E. (2017). Prospectiva de una investigación en educación matemática en un contexto de teoría de grafos. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 360-367). Madrid, España: FESPM.
13. Merayo, F. (s/f). La magia de los grafos. ACTA (Autores científico-técnicos académicos). Documento en línea, disponible en: https://www.acta.es/medios/articulos/matematicas/034029.pdf
14. Muñiz L., Alonso P. y Rodríguez L. (2014). El uso de juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. Pp. 19-23 Documento en línea, disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4870030
15. Patiño, B. y Charry, O. (2013). La enseñanza de la teoría de grafos como estrategia para desarrollar procesos de matematización. Trabajo de grado de Maestría. Universidad Sergio Arboleda. Bogotá, Colombia. Documento en línea, disponible en: https://repository.usergioarboleda.edu.co/bitstream/handle/11232/844/La%20ense%C3%B1anza%20de%20la%20teor%C3%ADa%20de%20grafos%20como%20estrategia.%20procesos%20de%20matematizaci%C3%B3n.pdf?sequence=2&isAllowed=y

16. Ramírez, S. (2012). La estrategia de aprender en red: grafos, matrices y nodos. Conferencia foro internacional de innovación docente. Estrategias docentes para la formación interdisciplinar.
17. Vasudev, C. (2006). Graph theory with applications. New age internacional publisers. New Delhi, India.
18. Vergel, C., Molina, B. y Echeverry, E. (2016). Grafos en la Educación Básica. Revista EMA. VOL. 10, Nº 2, - VOL. 10, Nº 3, 440-451. Documento en línea, disponible en: file:///D:/Users/barretot/AppData/Local/Temp/EMA2005.pdf

2020 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).