



Modelo de optimización dual y análisis de sensibilidad en programación de recursos en las pymes

Dual optimization model and sensitivity analysis in resource scheduling in SMEs

Modelo de otimização dupla e análise de sensibilidade no escalonamento de recursos em PMEs

Josefina del Carmen Salas Giler ^I
jsalas@espam.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0001-9101-9983>

Enrry José Cox Figueroa ^{II}
ecox@espam.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-0883-1090>

Correspondencia: jsalas@espam.edu.ec

Ciencias Económicas y Empresariales
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 30 de octubre de 2023 * **Aceptado:** 20 de noviembre de 2023 * **Publicado:** 06 de diciembre de 2023

- I. Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López Manabí, Ecuador.
- II. Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López Manabí, Ecuador.

Resumen

El objetivo de este artículo fue analizar las teorías referente a los modelo de optimización dual y análisis de sensibilidad para lo cual se realizará un análisis, de las principales teorías del modelo matemático y la importancia de la sensibilidad, para la solución óptima en la programación de recursos en las pequeñas y medianas empresas (pymes). Este análisis se realizó en base a la revisión de fuentes bibliográficas inherentes a la temática, en su mayoría actualizadas. Se ha encontrado que la optimización dual y el análisis de sensibilidad ayudan a identificar las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones, para así lograr formular el modelo de Programación Lineal, cuya ejecución se realiza en un software computacional. Se concluye que un modelo es la abstracción de un problema real; al cual se le aplican ciertas consideraciones matemáticas, permitiendo obtener resultados óptimos. Se comprende que la optimización consiste en buscar la solución óptima y eficiente frente a una situación problema mediante la formulación de un modelo matemático, en este modelo se puede inclinar a una maximización o minimización del resultado final, sujeto a una serie de restricciones.

Palabras Clave: Optimización; Modelo; Programación lineal.

Abstract

The objective of this article was to analyze the theories regarding the dual optimization models and sensitivity analysis, for which an analysis will be carried out of the main theories of the mathematical model and the importance of sensitivity, for the optimal solution in the programming of resources in small and medium-sized enterprises (SMEs). This analysis was carried out based on the review of bibliographic sources inherent to the subject, most of them updated. It has been found that dual optimization and sensitivity analysis help to identify the decision variables, the objective function and the restrictions, in order to formulate the Linear Programming model, whose execution is carried out in computer software. It is concluded that a model is the abstraction of a real problem; to which certain mathematical considerations are applied, allowing optimal results to be obtained. It is understood that optimization consists of seeking the optimal and efficient solution to a problem situation through the formulation of a mathematical model, in which this model can be inclined to maximize or minimize the final result, subject to a series of restrictions.

Keywords: Optimization; Model; Linear programming.

Resumo

O objetivo deste artigo foi analisar as teorias a respeito dos modelos de otimização dual e análise de sensibilidade, para o qual será realizada uma análise das principais teorias do modelo matemático e da importância da sensibilidade, para a solução ótima na programação de recursos nas pequenas e médias empresas (PME). Esta análise foi realizada com base na revisão de fontes bibliográficas inerentes ao tema, a maior parte delas atualizadas. Verificou-se que a otimização dupla e a análise de sensibilidade auxiliam na identificação das variáveis de decisão, da função objetivo e das restrições, para a formulação do modelo de Programação Linear, cuja execução é realizada em software de computador. Conclui-se que um modelo é a abstração de um problema real; ao qual certas considerações matemáticas são aplicadas, permitindo a obtenção de resultados ótimos. Entende-se que a otimização consiste em buscar a solução ótima e eficiente para uma situação problema por meio da formulação de um modelo matemático, no qual esse modelo pode ser inclinado a maximizar ou minimizar o resultado final, sujeito a uma série de restrições.

Palavras-chave: Otimização; Modelo; Programação Linear.

Introducción

A día de hoy, la programación lineal constituye un importante campo dentro de la optimización; muchos problemas prácticos de la investigación operativa pueden plantearse como problemas de programación lineal. Algunos casos especiales, tales como los problemas de flujo de redes y de flujo de mercancías, se consideraron en el desarrollo de las matemáticas lo suficientemente importantes como para generar por sí mismos mucha investigación sobre algoritmos especializados en su solución. Del mismo modo, la programación lineal es usada en la microeconomía y la administración de empresas, tanto para aumentar al máximo los ingresos o reducir al mínimo los costos de un sistema de producción. Algunos ejemplos son la mezcla de alimentos, la gestión de inventarios, la cartera y gestión de finanzas, asignación de recursos humanos y recursos de máquinas, solución a problemas de transporte y planificación de campañas de publicidad, entre otros (Havas, Olsson, Persson, Schierscher, 2013)

Ahora bien, para Mokhtar (2012) la optimización es la parte más importante de la Investigación de Operaciones, el cual tuvo sus inicios durante la segunda guerra mundial en Inglaterra, nace con la finalidad de poder darle solución a los problemas de optimización para una mejora en las

operaciones militares de ese entonces. La optimización consiste en la elección de la mejor alternativa de solución, dentro de todas las alternativas posibles y aceptables

El concepto de optimización ha ido adquiriendo importancia a lo largo del tiempo, según Saldaña, Oliva, Pradenas, (2007) por ser una herramienta que ayuda a la toma de decisiones con el objetivo de satisfacer las necesidades que presentan las empresas. La optimización consiste en buscar la solución óptima y eficiente frente a una situación problema mediante la formulación de un modelo matemático, en este modelo se puede inclinar a una maximización o minimización del resultado final, sujeto a una serie de restricciones. Los diferentes modelos de optimización que plantea la investigación operativa son clave fundamental para la toma de decisiones, ya que ayuda a darle solución a los diversos problemas que se presentan dentro de una empresa y/o organización.



Ilustración 1 Modelo de optimización matemática
 Fuente: Saldaña, Oliva, Pradenas, (2007)

Dentro de los modelos de optimización, el modelo de Programación Lineal, es una técnica de optimización que consiste en la maximización o minimización de una función lineal, llamada función objetivo, sujeta a restricciones también lineales. El criterio de optimización es por lo general un objetivo económico, por ejemplo, maximizar un beneficio o minimizar un costo y por esta razón recibe el nombre de función económica o función objetiva (Álvarez, 2014, p.37). Es una herramienta para resolver problemas de optimización.

El modelo de programación lineal es la más utilizada dentro de la investigación operativa, esto debido a que todas las funciones incluidas dentro de este modelo serán del tipo lineal y la cantidad de restricciones será finitas.

En este sentido, el uso de modelos matemáticos para la toma de decisiones no es una práctica novedosa. Desde 1970 John Little, al discutir la relación entre los administradores y los números, sugiere que un modelo matemático diseñado para un administrador, nunca será adoptado a no ser que el administrador confíe en él, por lo tanto, debe poder comprender el modelo. Esto implica que sea capaz de interrogarlo, y que la información de salida le proporcione una mayor comprensión del problema, mejorando así la claridad del proceso de la toma de decisiones. (Borgonovo, 2017)

En la actualidad, los tomadores de decisiones se apoyan de una computadora para llevar a cabo su tarea. Sin embargo, los modelos generados por ellas poseen una complejidad que en ocasiones dificulta el trabajo, y aunque el ordenador provee un resultado puntual, este resultado puede no satisfacer en su

El problema que motiva este artículo es el modelo de optimización dual y análisis de sensibilidad para lo cual se realizará un análisis , de las principales teorías del modelo matemático y la importancia de la sensibilidad , para la solución óptima en la programación de recursos en las pequeñas y medianas empresas (pymes).

Desarrollo

Los modelos matemáticos como apoyo a la solución de problemas existentes en las empresas poseen una complejidad que en ocasiones dificulta el trabajo, y aunque el ordenador provee un resultado puntual, este resultado pueden no satisfacer en su totalidad al decisor. Cuando la decisión se realiza en un entorno incierto para el decisor, la complejidad aumenta debido a la presencia de entradas cuyo valor no se encuentra totalmente definido, lo que desencadena en la toma de una decisión informada por los datos de salida de los modelos y otras consideraciones adicionales como, por ejemplo, la legislación relacionada con el fenómeno sobre el cual se decide. (Borgonovo, 2017)

Es por ello que el desarrollo de un modelo para la toma de decisiones requiere la participación de un equipo multidisciplinario, que proporcionen diferentes ideas, juicios y datos. Y el proceso de toma de decisiones se encuentra definido por la identificación del problema, identificación de las alternativas, implementación del modelo, evaluación de las alternativas, análisis de sensibilidad e

implementación de la mejor alternativa. En el caso de que se considere necesario mayor estudio después de la aplicación del análisis de sensibilidad, se puede volver a cualquiera de las primeras tres etapas del proceso según se requiera (Bradley, 2014).

En la etapa de evaluación de las alternativas, el decisor debe asegurarse de que los resultados del modelo tengan credibilidad dentro de las políticas de decisión del entorno, de lo contrario, el modelo podría ser rechazado (Gass, 1983). Es en este momento que el análisis de sensibilidad toma importancia, pues puede ser utilizado para comprender de mejor forma el funcionamiento de un modelo (Borgonovo, 2017). Otras funciones del análisis de sensibilidad son las de proveer un criterio objetivo en el proceso de modelaje, identificar el modelo, discriminarlo, calibrarlo o corroborarlo. (Saltelli et. al. 2004)

Además los análisis de sensibilidad aportan información sobre las consecuencias de una decisión de acuerdo a los valores de los parámetros involucrados en ella. Por lo tanto, el análisis de sensibilidad es considerado como una herramienta importante dentro de la toma de decisiones, ya que dirige la atención a los aspectos fundamentales del problema, y muestra las consecuencias de un cambio o una variación.(Borgonovo, 2017

La definición del término “análisis de sensibilidad”, varía entre las comunidades técnicas y de acuerdo a la definición del problema en el que se utiliza, por lo tanto, una definición precisa requiere especificar la salida del análisis (Saltelli et al., 2004). Sin embargo, durante los últimos años, de manera general, se considera al análisis de sensibilidad como una “medida local del efecto de una variable de entrada sobre una variable de salida, que permite comprender mejor el funcionamiento de un modelo” (Borgonovo, 2017). En la práctica, un análisis de sensibilidad significa “permitir la variación de todo lo incierto (variables, relaciones matemáticas, condiciones de frontera, etc.), a la vez que se corre el modelo, produciendo un rango de predicciones” (Saltelli et al., 2004, 2020)

De manera general, los análisis de sensibilidad pueden clasificarse en globales y locales. Estos pueden diseñarse para resolver un problema en específico y actualmente existen muchos que se encuentran en la espera de más aplicaciones para explorar sus contenidos. Cada uno de ellos hace uso de distintas herramientas como por ejemplo programación lineal, diagramas de influencia, árboles de eventos y fallas, modelos de optimización, modelos de simulación, entre otros. Sin embargo, existen ciertas características deseables que los análisis de sensibilidad deben considerar durante su diseño (Borgonovo, 2017; Saltelli et al., 2004).

El modelo dual de optimización es una alternativa de solución que utiliza el modelo dual para hallar la solución óptima al modelo, puesto que brinda las bases teóricas para comprender como cambia la solución óptima cuando cambian las constantes del modelo matemático utilizando un análisis de sensibilidad que permite identificar las áreas fuertes y débiles de las pequeñas y medianas empresas y si posible impacto al maximizar los beneficios y/o minimizar los costos y los gastos.

Según Del Río (2021):

La programación matemática (o teoría de optimización) es la rama de las matemáticas que trabaja con las técnicas de maximizar o minimizar una función objetivo sujeta a restricciones sobre los valores de las variables. Un caso especial es la programación lineal que trata sobre el proceso de maximizar o minimizar una función objetivo lineal en varias variables sujeta a restricciones lineales, que pueden ser de igualdad o desigualdad. (p.7).

La programación lineal resulta fundamental para la economía entre otras aplicaciones. Las restricciones se entienden como los recursos finitos que se utilizan y la función objetivo como, por ejemplo, los gastos que hay que minimizar para producir algo o el beneficio que debe maximizarse, por el método primal y dual, utilizando las variables de estudio, variables de holgura y variables artificiales.

Programar y asignar recursos es un proceso crítico en la gestión empresarial, que permite a las empresas aprovechar al máximo sus recursos limitados, como lo mencionan Gámez, Morales y Ramírez (2018):

La forma como una empresa maneja sus recursos es fundamental para la duración y buenos resultados de ella, debido a que una incorrecta planificación o asignación de recursos ocasiona desbalances en las finanzas o pérdidas, que frecuentemente tienen un alto impacto sobre las pymes. Por lo cual, se hace necesario revisar cuales son los factores por los que estas empresas no le dan importancia a la administración y gestión de recursos. (p.82)

La asignación efectiva de recursos permite usar correctamente los recursos del equipo, maximizar los resultados y respaldar los objetivos del equipo. Para crear un plan de asignación de recursos, se necesita identificar los recursos adecuados (miembros del equipo, herramientas, presupuesto, etc.)

A propósito de lo anterior, Delfín y Acosta (2016), define que:

Existen diferentes factores que condicionan la productividad y rentabilidad de las organizaciones; estos son: la globalización, la competencia, los desequilibrios en el comercio internacional, el

capital humano, los avances tecnológicos, etc. Lograr un crecimiento económico sostenible requiere que el empresario tenga la capacidad de ver en estos factores una oportunidad o ventaja. (p. 190)

Es esencial la programación de recursos en las pymes, para maximizar la eficiencia y la productividad de la organización. Para Andrés y Poler (2014):

La asignación de recursos es un tema relevante en la ejecución de procesos de negocio en las organizaciones, e influyente en el rendimiento de una organización. La asignación adecuada de los recursos es un tema clave en su uso eficiente para la ejecución de procesos de negocio, que asegura que cada elemento de trabajo es realizado por el recurso correcto y el momento oportuno. (p. 5).

Uno de los aspectos fundamentales en la economía es la asignación y programación eficiente de los recursos y la mejor combinación, en tanto que pueda reportar el mayor beneficio, con la utilización de un método que aportará a conseguir los objetivos empresariales; a lo cual, Pérez (2019) enfatiza que:

El concepto de dualidad tiene una interpretación económica natural que se considera muy útil en los problemas de programación lineal que tienen que ver con la asignación de recursos limitados entre actividades competitivas. Interpretación típica del problema PRIMO; donde x_j es el nivel de la actividad j , c_j es la ganancia unitaria de la actividad o el precio de venta unitario o el costo unitario de la actividad j ; b_j es la cantidad de recurso i disponible, y a_{ij} es la cantidad de recurso i usada para cada unidad de actividad j . (p.76)

Desde las ideas anteriores, obtener un modelo de optimización dual que permita la asignación y programación eficiente de los recursos en las pequeñas y medianas empresas, particularmente el modelo dual del método simplex permitirá mejorar la solución de la función objetivo obteniendo el valor óptimo mayor (maximizar) u obtener el valor óptimo menor (minimizar).

El modelo dual de optimización brinda las bases para comprender la solución óptima de un problema cuando cambian las constantes del modelo matemático, en el que si el primal es un problema de maximización su dual será un problema de minimización y viceversa, Los coeficientes de la función objetivo del problema primal se convertirán en los coeficientes del vector de la disponibilidad en el problema dual.

Conclusiones

Las ideas de programación lineal han inspirado muchos de los conceptos centrales de la teoría de la optimización tales como dualidad, descomposición y la importancia de la convexidad y sus generalizaciones

Los análisis de sensibilidad aportan información sobre las consecuencias de una decisión de acuerdo a los valores de los parámetros involucrados en ella. Por lo tanto, el análisis de sensibilidad es considerado como una herramienta importante dentro de la toma de decisiones, ya que dirige la atención a los aspectos fundamentales del problema, y muestra las consecuencias de un cambio o una variación.

El análisis consiste en la observación de los nuevos resultados que se obtendrían del modelo formulado si ahora se introduce una variación, pequeña o considerable, en las restricciones, variables o en los parámetros dados. El interés de esto radica en que la solución óptima de un problema de programación lineal, en cierto modo, depende completamente de los datos del problema a modelar.

Referencias

- Álvarez, J. (2014). Programación lineal Investigación de Operaciones (3ra ed.). Universidad Nacional de Ingeniería.
- Andrés B., y Poler R., (2014). Metodología de asignación de recursos para el establecimiento de procesos colaborativos: Modelo de inversión para pymes. Dirección y Organización. 53. p. 4-18. <https://doi.org/10.37610/dyo.v0i53.449>
- Borgonovo, E. (2017). Sensitivity Analysis. An Introduction for the Management Scientist. En International Series in Operations Research & Management Science (Vol. 251, p. 291). Springer
- Bradley, R. (2014). Decision Theory : A Formal Philosophical Introduction Introduction : Making Decisions. En Introduction to Formal Philosophy (pp. 1–42). https://doi.org/10.1007/978-3-319-77434-3_34
- Del Río Gómez D. (2021). Un método simplex en programación lineal multiobjetivo. Universidad de Valladolid. <https://n9.cl/topes>
- Delfín-Pozos F. y Acosta-Márquez M. (2016). Importancia y análisis del desarrollo empresarial. Pensamiento & Gestión, 40, p. 184-220. <https://doi.org/10.14482/pege.40.8810>

- Gamez, A., Morales, M. y Ramirez, C. (2018). Estado del arte sobre problemáticas financieras de las pymes en Bogotá, Colombia y América Latina. *Económicas CUC*, 39(2). 77-94. <http://dx.doi.org/10.17981/econcuc.39.2.2018.05>
- Gass, S. I. (1983). Decision-Aiding Models: Validation, Assessment, and Related Issues for Policy Analysis. *Operations Research*, 31(4), 603–631.
- Havas,, J. ; Olsson, A. ; Persson, J.; Schierscher, M. (2013) Modeling and optimization of university timetabling, URL <https://odr.chalmers.se/bitstream/20.500.12380/185558/1/185558.pdf>.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza-Torres, C. (2018) Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta (First edition). McGraw-Hill Education.
- Mokhtar , S. (2012) . Programación Lineal y Flujo en Redes. Limusa, second edition,.
- Pérez Peña, R. (2019). Introducción a los modelos de optimización. (Primera Edición) Editorial Universidad Piloto de Colombia. <https://n9.cl/633cz>
- Saldaña, A; Oliva, C. ; Pradenas., M.(2007).Modelos de programación entera para un problema de programación de horarios para universidades. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 15(3):245–259.
- Saltelli, A., Bammer, G., Bruno, I., Charters, E., Fiore, M. Di, Didier, E., Espeland, W. N., Kay, J., Piano, S. Lo, Mayo, D., Jr, R. P., Portaluri, T., Porter, T. M., Puy, A., Ravetz, J. R., Reinert, E., Sarewitz, D., Stark, P. B., Stirling, A., ... Vineis, P. (2020). Five ways to ensure that models serve society : a manifesto. *Nature*, 582, 482–484.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., y Ratto, M. (2004). *Sensitivity Analysis in Practice. A Guide to Assessing Scientific Models*. John Wiley & Sons Inc.