



## O game Slice Fractions como espaço para ensinar frações e a abertura à constituição de conhecimento matemático

**Resumo:** Neste trabalho se pretende discutir o game *Slice Fractions*, identificando as potencialidades abertas para ensinar frações e as significações possibilitadas aos alunos que jogam. Como metodologia articula-se o *Digital Game Based Learning* (DGBL) e a fenomenologia husserliana. Na vivência trazida à discussão, os participantes apresentaram os significados de frações como parte-todo; número; operações; comparações; ordenação. Entende-se que o jogar situa-se como um elemento de nossa presencialidade, então a significação dos objetos matemáticos, frações, se desdobra como constituição de conhecimentos no ato de jogar *Slice Fractions* em articulação com a resolução de problemas. Entrelaçados aos elementos do game, vê-se que emerge no processo de jogar a atividade da pessoa que constitui conhecimento matemático e se abre ao diálogo com o outro.

**Palavras-chave:** Game. Slice Fractions. Educação Matemática. Conhecimento.

### The game Slice Fractions as a space to teach fractions and openness to the constitution of mathematical knowledge

**Abstract:** This work intends to discuss the game *Slice Fractions*, identify the open potentialities to teach fractions and the meanings made possible to the students who play. For the methodology, the Digital Game Based Learning (DGBL) and the husserlian phenomenology are articulated. In the experience with the game brought to the discussion, the participants presented the meanings of fractions as part-whole; number; operations; comparisons; ordination. Playing the game is situated as an element of our presence, so the meaning of mathematical objects, fractions, is revealed as the constitution of knowledge in the act of playing *Slice Fractions* articulated with the resolution of problems in the game. Intertwined with the elements of the game, it emerges in the process of playing with the person's activity that constitutes mathematical knowledge and opens up to dialogue with the other.

**Keywords:** Game. Slice Fractions. Mathematics Education. Knowledge.

### El juego digital Slice Fractions como espacio de enseñanza de fracciones y apertura a la constitución del conocimiento matemático

**Resumen:** Este trabajo pretende discutir el juego digital *Slice Fractions*, identificar las potencialidades abiertas para la enseñanza de las fracciones y los significados posibles para los alumnos que juegan. Para la metodología se articula el Aprendizaje Basado en Juegos Digitales — *Digital Games Based Learning* (DGBL) y la fenomenología husserliana. En la experiencia con el juego traída a la discusión, los participantes presentaron los significados de las fracciones como parte-todo; número; operaciones; comparaciones; ordenación. El juego se sitúa como un elemento de nuestra presencia, por lo que el significado de los objetos matemáticos, fracciones, se revela como la constitución del conocimiento en el acto de jugar *Slice Fractions* articulado con la resolución de problemas en el juego digital. Entrelazado con los elementos del juego, emerge en el proceso de jugar con la actividad de la persona que constituye el

**Cristiano Natal Toneis**

Universidade Estadual Paulista

Guaratinguetá, SP — Brasil

0000-0002-7828-8521

cristoneis@gmail.com

**Rosa Monteiro Paulo**

Universidade Estadual Paulista

Guaratinguetá, SP — Brasil

0000-0001-9494-0359

rosa.paulo@unesp.br

Recebido em: 30/03/2023

Aceito em: 12/10/2023

Publicado em: 03/11/2023

conocimiento matemático y se abre al diálogo con el otro.

**Palabras clave:** Juego Digital. *Slice Fractions*. Educación Matemática. Conocimiento.

## 1 Introdução<sup>1</sup>

As tecnologias digitais da informação e da comunicação têm modificado a forma como nos comunicamos e o modo como aprendemos. Aplicativos de mensagens instantâneas, compartilhamentos de vídeos, notificações de notícias (*feed* de notícias), movimentações financeiras, entre outros, estão na “palma de nossas mãos”.

No entanto, a educação nem sempre tem acompanhado essas rápidas modificações e extensões que as tecnologias digitais têm provocado no mundo-da-vida<sup>2</sup>. Papert (1980), com a história de um viajante do tempo, permite ilustrar essa distância ainda hoje sentida. O viajante empresta sua máquina a um médico cirurgião do século XIX que, ao chegar nas salas cirúrgicas do século XX, não sabe o que fazer. Porém, ao emprestar a mesma máquina a um professor do século XIX ele, ao entrar em uma sala de aula do século XX, quer apenas saber onde o colega de profissão havia “parado” a matéria para dar continuidade a aula.

Essa alegoria é, no mínimo, intrigante, pois considerando que as pessoas vivem em um mundo em constante atualização, a não manutenção dos modos de ensino torna a escola um espaço desagradável e obsoleto conforme destacava D’Ambrosio (2013). A presença das tecnologias digitais no ambiente educacional denota uma possível atualização destes espaços, embora não caracterize uma mudança de ações.

Dentre as diversas tecnologias digitais destacamos os jogos digitais<sup>3</sup> ou *videogames* para nos atermos neste texto. A história dos jogos digitais não é recente. Juul (1989, p. 7)<sup>4</sup> considera que “a história do jogo de computador é, em partes, uma história da tecnologia” e Wolf (2008) traz um panorama da história dos *videogames* (ou *games*) que se inicia em 1962<sup>5</sup>.

---

<sup>1</sup> Este artigo é uma versão completa de um resumo, relato de experiência, apresentado no XV Encontro Paulista de Educação Matemática, escrito pelo primeiro autor e orientado pela segunda autora como parte de uma pesquisa de pós-doutorado em Educação Matemática e Jogos Digitais.

<sup>2</sup> Ales Bello (2006) traduz o *Lebenswelt* por mundo da vida, entendido como mundo das culturas; sempre que nos dirigimos ao mundo é ao mundo da vida que estamos nos direcionando. E o movimento indissociável do “ser-com” se dá no mundo da vida.

<sup>3</sup> Ao nos referirmos aos jogos estamos utilizando uma estrapolação linguística para os jogos digitais, “jogo de computador”, ou *games* ou *videogames*, distintos daqueles de tabuleiro, cartas ou que envolvem competições atléticas como os jogos olímpicos.

<sup>4</sup> Tradução livre do texto original: *The history of the computer game is, in parts, a history of technology*.

<sup>5</sup> Wolf (2008, p. 16) apresenta a criação do “tênis para dois” no osciloscópio (1958) sem propósitos de “ser

Emblematicamente, podemos afirmar que os *games* demarcam um “avanço tecnológico” do século XX para o século XXI ao pressuporem fatores como a imersão e a interatividade que originam potencialidades diversas daquelas vividas nos jogos tradicionais. Com os *games* há novas experiências que, ao serem tratadas com objetivos didáticos, podem favorecer o processo de significação em diferentes áreas do conhecimento, como na Matemática.

Porém, mesmo para *games* com fins educacionais é fundamental manter as características de diversão, pois conforme Brown (2009), psiquiatra e pesquisador em brincadeiras e jogos, a ação de brincar é um fator essencial ao desenvolvimento criativo de modo que a ausência de tempo e espaço para as atividades lúdicas, principalmente na infância, pode comprometer a capacidade humana de aprender, a empatia e o que chamamos de felicidade.

Pode-se dizer que, das salas de informática<sup>6</sup> aos *mobiles*<sup>7</sup> estamos conectados a um o universo digital em que as tecnologias não podem ser coadjuvantes ou meros materiais didáticos para ensinar ou aprender, elas modificam o ambiente escolar e os sujeitos nele envolvido (Paulo, Firme e Tonéis, 2019).

Atentos ao potencial dessa mudança de paradigmas e as políticas educacionais, vê-se que os documentos curriculares vão incentivando ações com novas tecnologias digitais, de lousas digitais ao ensino híbrido, na tentativa de promover atualização para uma educação contemporânea. Nessa tendência, o Brasil incorpora o tema tecnologia à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) publicada em 2017. O desafio que se anuncia é “ser-com” a tecnologia digital (Paulo, Firme e Tonéis, 2019), buscando superar uma visão da “simples mudança de mídia” para entender os processos de constituição de conhecimentos nesse novo cenário.

Conforme Rosa e Bicudo (2018, p. 42) a constituição de conhecimento “diz da articulação dos dados sensórios, sentidos que fazem ao corpo-encarnado e que vão se articulando na própria carnalidade desse corpo, e no movimento dessa articulação vai

---

um *game*” e em 1962 o *game Spacewar!* para *mainframe*.

<sup>6</sup> Nas décadas de 1980 e 1990, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) começa também a se preocupar com o uso de programas que associassem educação e informática (Valente e Almeida, 1997).

<sup>7</sup> De acordo com um levantamento, nas famílias em que os pais possuem um *smartphone* com acesso à Internet, cerca de 44% das crianças com idade entre 0 e 12 anos também possuem um celular próprio para consumo de jogos ou entretenimento. Fonte: Panorama Mobile Time/Opinion Box - Crianças e smartphones no Brasil. Outubro de 2022. (Disponível em: <https://www.mobiletime.com.br/pesquisas/criancas-e-smartphones-no-brasil-outubro-de-2022>; acesso em jan. 2023).

definindo unidades, percebendo fenômenos e articulando e expressando compreensões”. É, portanto, um processo da pessoa que conhece; de quem se envolve com o que faz para compreender o feito. O que é percebido e compreendido pela pessoa é articulado e expresso, abrindo-se ao diálogo, a intersubjetividade, portanto, caminhando para a produção de conhecimento.

Assumimos a abertura à constituição de conhecimento ao focarmos as especificidades dos *games*, interessados nas diversas formas de a pessoa aprender ou significar o objeto (matemático) que se apresenta a ela com sentido no ato de jogar o *game*. Como recursos tecnológicos os *games*, na educação básica, oportunizam “compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) [...] produzir conhecimentos, resolver problemas”, conforme destaca a BNCC (Brasil, 2017, p. 11).

A proposta da BNCC para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é a progressão das múltiplas aprendizagens, o que requer a articulação do trabalho de sala de aula com as vivências, valorizando as situações lúdicas. Para destacar o aprender com *games* considera-se que o estudante/jogador é também um produtor de tecnologia digital, podendo organizar imagens (*screenshots*) e gravar/editar vídeos (*gameplay*). Rompemos, assim, com a ideia de “consumidores de tecnologia” para caminharmos na direção daquilo que se produz com textos, imagens, vídeos etc., isto é para uma visão do *ser-com* tecnologias digitais (Paulo, Firme e Tonéis, 2019).

Os espaços educacionais podem e devem fomentar a criatividade e a autoria, permitindo formar pessoas para o exercício de “ser-com” as tecnologias digitais. O *game* para *mobile Slice Fractions* é um convite ao desafio de ajudar um pequeno Mamute a encontrar sua manada. Para enfrentar tal desafio, oferece ao jogador uma mecânica e jogabilidades na qual “cortam-se” pedaços de gelo ou lava produzindo partes e criam-se quantidades. Com o *game* o tema frações e suas operações vão sendo entendidos no “deslizar dos dedos” pelo ecrã do *mobile*. Esse *game* impulsiona o jogador a um processo de descobertas em que “o desenvolvimento das habilidades de observação, abstração, generalização e simulação estão intrinsecamente ligados à resolução de problemas” (Tonéis, 2016, p. 406).

Elegemos para a discussão neste texto o jogo *Slice Fraction* por entender que o tema “frações” permeia o desenvolvimento do pensamento matemático e está presente ao

longo de toda a educação básica. Ao explorá-lo, pode-se identificar as potencialidades abertas para ensinar frações entendendo o modo pelo qual as significações são possibilitadas aos alunos que jogam.

## 2 Procedimentos metodológicos e participantes

O *game Slice Fractions* (Figura 1) para *mobile* (Android e iOS)<sup>8</sup> foi desenvolvido pela Ululab (Canadá) com auxílio de especialistas em educação da *Université du Québec à Montréal* (UQAM) com o objetivo de criar um *game* para apresentar frações. O *game* se tornou parte de um pacote de *games Math Makers*<sup>9</sup> da mesma empresa — Frações e Frações Avançadas. A mecânica do *game* é “cortar pedaços” ao deslizar o dedo sobre formas geométricas e gerar as partes necessárias para liberar o caminho de um pequeno Mamute. Resolver *puzzles*, que envolvem o cortar formas e estourar bolhas, permite criar estratégias para retirar os obstáculos e deixar que o Mamute continue sua jornada.

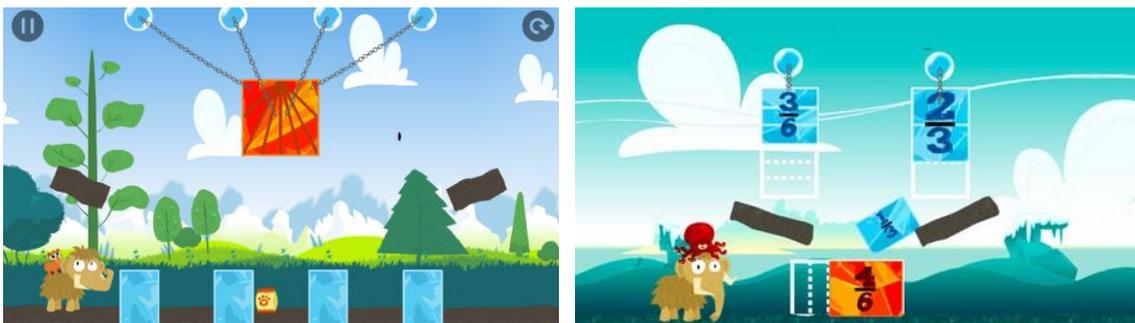


Figura 1: Screenshots do *game Slice Fractions*

As potencialidades do jogo digital, segundo Aarseth (2003), podem ser analisadas considerando-se três aspectos igualmente relevantes e que se articulam. 1. O projeto do *game*, suas regras e mecânicas; 2. Os jogadores ao jogarem ou relatos<sup>10</sup> e opiniões; 3. Jogar o Jogo, ou seja, assumir o papel de jogadores. Já o ambiente educacional com *games*, segundo Tonéis (2022), deve ser um espaço para exploração e posteriormente para

<sup>8</sup> O aplicativo pode ser instalado em versões do Android igual ou superior a 8 e do iOS igual ou superior ao 10.

<sup>9</sup> Em *Math Makers* estudantes (ou não) podem explorar: adição e subtração de frações; relações entre frações; equivalência etc. Números e operações até 3 dígitos, igualdade; etc. A Ululab em 2022 ofereceu gratuitamente o *game* para escolas de Quebec. “Ululab offers the Math Makers application free of charge to Quebec elementary schools to help young people in mathematics”. Setembro 2022. (Disponível em <https://ecolebranchee.com/english/ululab-offre-lapplication-math-makers-gratuitement-aux-ecoles-primaires-du-quebec-pour-aider-les-jeunes-en-mathematiques>; acesso em dez 2022. Atualmente é gratuito para qualquer instituição que fizer o cadastro como “school” (escola), liberando uma sala com 23 lugares, equivalente a 23 licenças gratuitas. *Slice Fractions* e *Slice Fractions 2* compõem dois mundos em *Math Makers*.

<sup>10</sup> Compreendemos a leitura, dita por Aarseth (2003), como registros escritos (fóruns, *blogs*, *wikis* etc.) ou visuais (vídeos, ilustrações etc.) e toda manifestação do jogador no jogo.

uma proposta de atividades gamificadas que visem à interpretação do que foi significado ao jogar o *game*.

Como modo de exemplificar esse “ambiente” constituído *com e para* o *game*, traremos, no Quadro 1, o que foi feito com alunos do curso de Licenciatura em Matemática<sup>11</sup>, de uma Universidade pública do estado de São Paulo, para que eles explorassem o *Slice Fraction*.

Quadro 1: Organização e Proposta de tarefa com *Math Mackers – Slice Fractions*

Participantes: 10 alunos do quarto semestre do curso de Licenciatura em Matemática. Duração: 2 encontros de 2h cada. O <i>game</i> foi instalado em <i>tablets</i> e, embora os alunos se sentassem em grupo, devido a organização do espaço físico, cada um jogou em um <i>tablet</i> .	
<i>Primeiro encontro</i> — 1 fev. 2023	<i>Segundo encontro</i> — 8 fev. 2023
Explorar a organização do <i>game</i> para entender que suas regras são metáforas de regras matemáticas usadas em operações aritméticas e para estabelecer relações de comparação.	Fazer a “tradução” das metáforas e elaborar tarefas decorrentes do jogar.
Com um <i>tablet</i> para cada aluno, foi feito o convite para jogar o <i>game Slice Fractions (Math Mackers – Frações)</i> . Os estudantes/jogadores jogaram livremente, explorando e descobrindo as regras e mecânicas (Parte 1).	O jogar foi direcionado por uma proposta do professor/jogador <sup>12</sup> . A proposta, como apresentamos a seguir na Parte 2 e a proposta extra, visavam à organização das ações para traduzir e formalizar os elementos (ou metáforas) apresentados pelo <i>game</i> .
Tarefas propostas	
<b>Parte 1</b> 1. Jogar o jogo <i>Slice Fractions</i> : 30-50 min 2. Jogar o jogo identificando: 2.1. Qual o objetivo do <i>game</i> ? 2.2. Qual (is) a (s) regra (s) do <i>game</i> ? 2.3. Identifique e apresente dois <i>levels</i> que demonstram essas regras.	<b>Parte 2</b> Jogar o <i>game</i> considerando a tarefa proposta (30 min) 1. Quais representações o <i>game</i> apresenta para alcançar o objetivo proposto? Dê exemplos. 2. Qual (is) significado (s) dessas representações? 3. Selecionar dois <i>levels</i> que representem diferentes significados de frações e comentá-los. 4. Se você chegou ao <i>level</i> em que teve que somar frações o que observou? Apresente um exemplo e suas considerações a respeito da operação “adição de frações”.
<b>Proposta extra</b> Escolha um <i>level</i> e grave um <i>mini pitch</i> explicando o objetivo; a regra; representações e significados de frações que identifica no <i>level</i> escolhido.	

Fonte: Elaboração própria

Com a nossa tarefa proposta (Quadro 1) buscamos uma contextualização do *Digital Game Based Learning* (GEE, 2013, 2008), DGBL, Aprendizagem baseada em jogos digitais, para as salas de aula, particularmente na formação de professores.

Destaca-se que a exploração do *game* pelos licenciandos foi uma atividade da pesquisa ainda em desenvolvimento. Pode-se dizer que foi uma primeira ação de análise do *game*, antes de nos lançarmos ao desafio com a formação continuada de professores.

<sup>11</sup> Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

<sup>12</sup> O professor/jogador é aquele que conhece o *game* e suas possibilidades e, então, organiza o tempo e as propostas de atividades como consequências do ato de jogar.

Essa formação teve início em maio de 2023 e a intenção é, com professores dos anos iniciais do ensino fundamental, mapear as metáforas do *game* para o ensino de frações e analisar a viabilidade do *game* para as ações em sala de aula.

Na continuidade deste texto apresentamos o modo pelo qual assumimos a constituição do conhecimento e com ela o papel do *game* descrevendo a vivência com os licenciandos e destacando aspectos significativos ao que interrogamos na pesquisa, quais as potencialidades abertas para ensinar frações e as significações possibilitadas aos alunos que jogam o *game* *Slice Fractions*?

### **3 A constituição do conhecimento matemático e as significações de frações: um olhar fenomenológico**

Bicudo (2011) enfatiza que na postura fenomenológica não se objetiva definir “algo”, mas interessa um voltar-se atentamente para o que esse “algo” pode tornar-se possível de ser para quem o interroga intencionalmente. Portanto, na perspectiva fenomenológica a pessoa constitui conhecimento na vivência, o que significa que há um movimento dessa pessoa que se volta de modo intencional para algo. Esse “algo” se mostra em distintos modos de “aparições” sendo apreendido em diversos estímulos sensoriais do que aparece (ou se mostra).

A síntese dessa diversidade ou multiplicidade de sentidos dá-se no corpo-próprio de modo que a constituição de conhecimento é um processo contínuo que tem início na experiência sensível (percepção) e caminha na direção da unidade do objeto (no sentido husserliano, como conteúdo tematizado pela consciência).

Com isso se pode falar em movimento de constituição de conhecimento da pessoa, um processo subjetivo. No entanto, o objeto ou “o algo” percebido, desdobra-se em compreensões e interpretações que vem à fala, sendo nomeado e predicado, comunicado, tornando-se intersubjetivo. Pela linguagem, esse “algo percebido” se perpetua e ganha objetividade.

O conhecimento matemático revela-se no encontro do sujeito com os objetos matemáticos que, conforme Husserl (Bicudo, 2010), são atemporais, pois se mantem na temporalidade e são ideais, pois sustentados na linguagem e constituídos na intencionalidade. “É uma idealidade constituída na intencionalidade da subjetividade [...] no solo em que as experiências ocorrem e fazem sentido, tanto para o sujeito como para comunidade de cosujeitos” (Bicudo, 2010, p. 38).

Vale destacar que, com Bicudo (2021, p. 545), estamos considerando “conhecimento como um movimento em busca de compreender o mundo, a realidade, o modo do ser humano viver, sendo com os outros na singularidade individual de cada um e na igualdade de cada um com todos os outros”, sempre presentes ao mundo da vida.

Então, para a compreender os objetos matemáticos em sala de aula ou constituir conhecimento matemático, deveria se propiciar momentos para o encontro, nos quais, pela linguagem, fosse possível nos identificarmos como sujeitos e cosujeitos em um espaço múltiplo de compreensão e expressão.

Entendemos que ao jogar o *game*, fazer “corpo” com o jogo sendo protagonista em uma aventura na qual nossas ações permitem a continuidade do jogo, constituímos conhecimento, nos envolvemos com as sensações e emoções, compreensões subjetivas, mas também com a linguagem, expressão, comunicação. O DGBL (Gee, 2008) evidencia que as pessoas aprendem com suas experiências ao receberem *feedback* imediato durante a vivência com o jogo, identificando e avaliando os “erros” cometidos e buscando ver onde suas expectativas falharam para mudar o rumo e encontrar outras “saídas”.

Jogando *Slice Fractions*, há uma abertura para compreender o objeto matemático “frações”, tendo em vista à mecânica do *game*. Em termos escolares, as frações representam um tema tratado desde a educação infantil (como ideia) e nos anos iniciais da educação básica, desdobrando-se em termos de sistematização e linguagem. Com o *game* pode-se explorar o tema com uma tecnologia digital tendo como foco a constituição de conhecimento do aluno, isto é, o sentido que o objeto matemático fração vai fazendo para ele enquanto joga o jogo.

#### **4 O game *Slice Fractions* e suas possibilidades para o ensino de frações**

Novaes e Pinto (2021) apresentam um amplo resumo de pesquisas que narram os desafios para o ensino de frações desde o final do século XIX ao século XX, indicando a necessidade de um olhar histórico para o ensino de frações e da cultura escolar em desenvolvimento.

No âmbito da História da educação matemática (Hem), [...], este olhar histórico, que leva em conta o ponto de vista epistemológico da matemática escolar, estimula uma leitura de tais problemáticas e sugere visitar a matemática do ensino de frações em diferentes momentos históricos. (Novaes e Pinto, 2021, p. 5)

Entre os desafios apontados por Novaes e Pinto (2021) para explorar a compreensão da ideia de fração, estão as diferentes significações que as frações podem assumir. Kieran (1988), Nunes *et al.* (2008) e Behr *et al.* (1983) dizem que essas significações revelam as frações como “número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo” (Behr *et al.*, 1983, p. 92).

- Fração como número — frações, como os inteiros, são números que não precisam, necessariamente, referir-se a quantidades específicas. Existem duas formas de representação fracionária: ordinária e decimal;
- Fração como uma relação parte-todo — a ideia é a da partição de um todo em  $n$  partes iguais, em que cada parte pode ser representada como  $\frac{1}{n}$ ;
- A fração como medida — algumas medidas envolvem fração por se referirem a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade;
- A fração como quociente — indica uma divisão e seu resultado;
- A fração como um operador multiplicativo — como o número inteiro, as frações podem ser vistas como o valor escalar aplicado a uma quantidade. No caso do inteiro, por exemplo, podemos dizer 2 balas; no caso da fração, poderíamos dizer  $\frac{3}{4}$  de um conjunto de balas.

É possível que a mesma fração alcance infinitas possibilidades de escrita, pois a equivalência de fração, razão e proporção permite que os números racionais se manifestem em diferentes escalas:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \dots$$

Assumindo que o conhecimento matemático se constitui no encontro do sujeito com os objetos matemáticos, explorar diferentes situações problemas nas quais possam ser observadas diferentes significações, é uma possibilidade para significar fração, uma vez que a pessoa se dispõe a olhar para o que se mostra.

Akamine e Proença (2022) relatam uma experiência com resolução de problemas que foca a soma de frações e, na atividade com os alunos, surgiram significados como a equivalência de frações e parte-todo, com auxílio de representação pictórica (geométrica). Esses autores observam que “os principais resultados sobre as dificuldades dos alunos nas etapas de resolução de problemas revelaram que a estratégia escolhida (planejamento) foi

única e que a sua execução foi incorreta” (Akamine e Proença, 2022, p. 320).

No *game Slice Fractions*, quando o jogador “erra” ele recomeça traçando novas estratégias (planejamentos), estando aberto às descobertas. Ele reconhece o erro e aprende com ele, encara-o como um elemento do processo. O *game* oportuniza a vivência que se configura na problematização e resolução de problemas; o jogador resolve *puzzles* para avançar nas jogadas. Uma pergunta que acompanha o jogador a cada *level* é “o que tenho que fazer aqui?”. Com isso, o sujeito da ação que se abre ao jogar fazendo “descobertas”, está com o olhar voltado para as significações e constantes re(significações).

No *game* somos convidados a vivenciar o que se mostra como desafio e no diálogo com o outro, cosujeito, vê-se que “algo ainda carece de ser dado” e se abre a novas explorações e significações. Se considerarmos, por exemplo, as relações de equivalência<sup>13</sup> (Figura 2), falar sobre o que nos acontece na ação de jogar, expondo as significações que se manifestam, é fundamental para, em sala de aula, o professor organizar questões que possam encaminhar o visto para uma formalização/sistematização matemática.



Figura 2: Screenshots do *game Slice Fractions*. Levels iniciais com representações de frações com igualdade e equivalência. Composição própria

Esse modo de ser com o jogo, lançados às possibilidades, evidenciou-se na ação de jogar dos licenciandos. No primeiro encontro, os estudantes/jogadores jogaram

<sup>13</sup> Cf. Silva Júnior (2020, p. 26), “frações equivalentes constituem-se em um dos tópicos importantes que antecedem a propriedade fundamental das proporções”.

livremente o *game Slice Fractions/Math Mackers*. Jogaram sem a pretensão de olhar para as possibilidades que no *game* se abre para o conteúdo a ser tratado em aula. De forma indireta, eles estavam avaliando a interatividade, o engajamento e a diversão propiciados pelo *game*; avaliando o *game design* e seu *level design* bem como suas mecânicas e regras.

Estes aspectos foram compartilhados no diálogo com o professor/pesquisador ao final do primeiro encontro. Mesmo surgindo elementos que remetem a aspectos da aula com o *game*, esses diálogos destinavam-se ao papel de estudante/jogador, no qual o foco estava no jogar o *game* (parte 1 da proposta de tarefas).

No segundo encontro, com a proposta de tarefas (Quadro 1), os licenciandos jogaram buscando identificar aspectos específicos do *game* (parte 2 das propostas de tarefas). Destacaram metáforas do *game* em relação as frações, suas representações e como estas se revelaram no jogar.

Transcrevemos e organizamos no Quadro 2, dois aspectos do diálogo ocorrido no segundo encontro.

Quadro 2: Diálogos e organizações do segundo encontro.

Como a fração se mostra no <i>game</i> ?	De forma pictórica Com a simbologia matemática
Significados das frações	Fração como medida, “tamanho”, quantidade ou equivalência; Equivalência de áreas; Parte/Todo; Valor ou fração como um número; Soma de frações

Fonte: Elaboração própria

O primeiro aspecto que chamou a atenção dos estudantes foi a ideia de equivalência de áreas e as formas geométricas (Figura 3) que expressavam as frações. O modo pelo qual, no decorrer do jogo, as formas deveriam ser fracionadas (cortadas) variava em tamanho e aspecto.



Figura 3: Produzindo  $4 \cdot \frac{1}{4}$  para resolver o *level* (Fonte: Screenshot do *game*)

Os estudantes/jogadores avaliaram o *game Slice Fractions* como divertido e engajador, com *game design* fino e bem-acabado<sup>14</sup>. Já no segundo encontro, com um olhar

<sup>14</sup> *Games* de alta qualidade englobam um tipo intermediário em termos de investimento e equipe de desenvolvedores, em geral oferecem uma boa experiência ao jogador em relação a *interface*, *design* e jogabilidades como em *Slice Fractions*.

mais direcionado, os diálogos trouxeram outros aspectos.

Os licenciandos identificaram que o “errar” no *game* não é um problema; inclusive se errar muitas vezes o *game* “dá uma dica”. Segundo interpretaram, essa é uma forma positiva de tratar o erro, especialmente no fazer matemática. O prazer de jogar está envolto na clareza de que o errar é parte do jogo, como também deveria ser compreendido como parte da constituição do conhecimento.

A discussão dos alunos evidenciou que eles consideram importante transpor essa forma de ver o erro para as aulas; “eu posso errar e posso recomeçar!”, afirmam. O efeito positivo das ações que se manifesta no jogar é tratado por Juul (2013) ao considerar que os *games* oferecem liberdade para errar e, por vezes, o “errar” pode ser mais divertido que “acertar na primeira”.

Há, no *game*, uma gradação no avançar de cada *level*, porém, em alguns momentos, o jogador é “pego de surpresa” com desafios emergentes que oferecem um nível diferente que faz o jogador “parar e pensar”. Essa característica em um *game* não permite que o jogador se lance no automatismo do jogar. Esse é o conceito de cadência dos *levels* que se mostra progressivo e emergente (Juul, 2005).

Na Figura 4 ilustramos dois *levels* do *Slice Fractions* que estão ligados por um tema de habilidade<sup>15</sup> e desafio. No nível mais inicial elementos como equivalência de frações (parte-todo) e representação pictórica estão no tema de habilidade. Ao avançarmos para outro *level* existe “algo de familiar”, embora algo novo também seja inserido: figura e símbolo. O tema de habilidade foi ampliado devido a cadência oferecida pelo *game*. Essa estrutura do *game* ilustra o que discutimos acerca do que é revelado e não revelado (ocultado); o que se mostra para um sujeito pode se ocultar para outro. O diálogo é, desse modo, relevante para as articulações, para expressar o visto (revelado) e poder lançar-se na aventura da “descoberta” do que está oculto. Nesse movimento do percebido, compreendido, expresso e (re)visto é que temos a constituição (subjativa) e produção (articulado na linguagem) de conhecimento matemático.

---

<sup>15</sup> Cf. HOLLEMAN, Patrick. *How to Design Levels With the "Super Mario World Method"*, disponível em <https://gamedevelopment.tutsplus.com/articles/how-to-design-levels-with-the-super-mario-world-method-cms-25177>, para a produção de *game design*, descrevemos, em Tonéis (2018), o método conhecido como “desafio, cadência, tema-de-habilidade — DCTH” (em inglês: *challenge, cadence, skill-theme* — CCST). Um desafio é uma tarefa curta (*errand*). Uma cadência é a maneira como todos os desafios em um nível se relacionam uns com os outros, mantendo a habilidade desenvolvida e propondo evoluções e extensões para desafios presentes no mesmo nível e temas de habilidade são coleções de níveis que exigem do jogador as mesmas habilidades para superar os desafios.

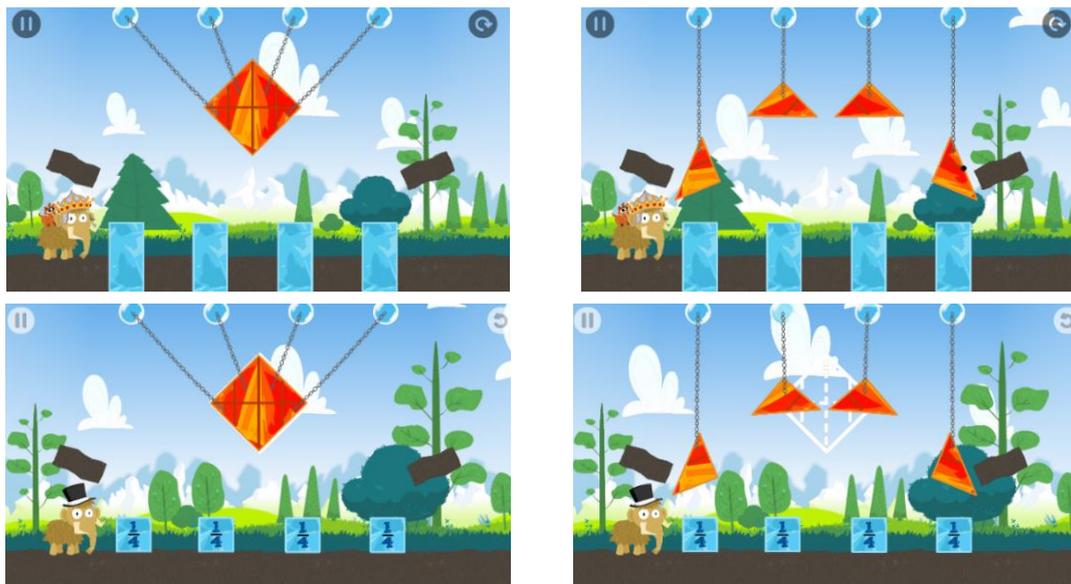


Figura 4: Desafio, cadência e tema de habilidade em *Slice Fractions* (Fonte: Screenshot, composição própria)

Estes *levels* da Figura 4 não são sequenciais, apenas o organizamos dessa maneira para expor o modo como foi aplicada a técnica de *game design*.

Os aprendizes precisam de amplas oportunidades para aplicar suas experiências anteriores — conforme interpretadas — a novas situações semelhantes, para que possam “depurar” e melhorar suas interpretações dessas experiências, generalizando-as gradualmente além de contextos específicos. (Gee, 2008, p. 21)<sup>16</sup>.

*Slice Fractions* oferece oportunidade para “depurar” e melhorar as interpretações ou significações por meio do diálogo. No diálogo que emergiram da atividade gamificada (Tarefas propostas, parte 2) mostra-se que jogar o jogo não se trata de resolver operações matemáticas com frações, mas de solucionar *puzzles* que estão envoltos em frações, ou seja, é necessário um processo de investigação no jogar.

Um dos aspectos destacados pelo grupo de alunos foi a fração como número, ou seja, a possibilidade de se compreender frações como objeto matemático, números, e então delimitar esse conjunto e suas operações.

O *game* traz de modo direto e objetivo a operação adição de frações. A fração como um número, portanto, designando uma quantidade possível de ser verificada na equivalência de diferentes formas com mesma área (Figura 4) — neste exemplo a fração

<sup>16</sup> Tradução do texto original: *learners need ample opportunities to apply their previous experiences — as interpreted — to similar new situations, so they can “debug” and improve their interpretations of these experiences, gradually generalizing them beyond specific contexts.*

$\frac{1}{4}$ . Ao considerar a fração como número se estende a sua representação matemática, dada por:  $Q = \left\{ \frac{a}{b} / a; b \in Z, \text{ com } b \neq 0 \right\}$  (Conjunto Q dos números Racionais).

Ao analisar esse “aspecto” da fração, os licenciandos destacam que, na escola, ao olhar para uma fração, “muitos entendem [a expressão] como um número em cima e outro número em baixo, mas não [identificam] a fração como *um número*, uma coisa só!”. Esta observação do aluno traduz uma “fala” comum em sala de aula, muitas vezes sem atenção ao que se faz. Por exemplo, ao escrever a fração  $\frac{2}{3}$  (lê-se dois terços) é comum ler-se “dois sobre três”. Esta frase é, no mínimo, ambígua, se comparamos com outro objeto matemático expresso por  $3^2$  (não teríamos também “um número em cima e outro em baixo”?). Ainda, em um erro muito frequente na soma de frações, pode ser consequência desse “modo de ler” que leva a considerar “um número em cima e outro embaixo”:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4}{6}.$$

Outro aspecto destacado pelos licenciandos foi relativo à postura do professor. Eles compreenderam que o *game* é uma atividade livre e que o jogar deve ser um convite aceito pelos alunos. Porém, o que fazer se, em sala de aula o convite para jogar não for aceito? Algumas experiências foram compartilhadas reforçando-se a importância da manutenção da liberdade para a atividade, entendida sempre como uma ação do aluno que se dispõe a fazer. Pode-se mesmo associar a atividade com o *game* a outras como aquelas que recorrem aos materiais manipulativos, ou mesmo a de resolução de problemas, o que fazer quando o convite não é aceito? Certamente, o critério não pode ser o de punição, restando ao professor a habilidade de saber “lidar com a situação”, sem desespero, pois se a tarefa for atrativa ela irá desencadear certa atividade do aluno.

No diálogo com os licenciandos ficou claro que o *game* oferece oportunidades para planejar e realizar muitas aulas articuladas com situações diversas. Salientou-se que, abordar e sistematizar os conceitos/ideias mediante a ação de jogar, requer muitas aulas, o que deve ser bem planejado. Ainda, sempre se pode, na aula, retornar ao *game* e trazer as experiências dos jogadores como exemplo para resolver juntos alguns *levels* ou oferecer espaço para quem deseja apresentar seus exemplos de jogadas e, por meio da linguagem, fazer as sistematizações requeridas por um contexto formal de ensino.

Conforme dissemos, neste trabalho, além da vivência com o grupo de estudantes

de Licenciatura em Matemática, procuramos mapear as significações de frações possíveis no game *Slice Fractions* e analisar como podemos traduzir suas metáforas em sala de aula. Como temas relacionados à ideia de fração, identificamos no jogo, além do mencionado pelos alunos, a Fração como Proporção e divisão; Comparações entre frações; ordenação e operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Nos *levels* que apresentamos na Figura 5 vê-se que as explorações podem ir além do inicial. Inicialmente a ação exige que se corte partes da figura que equivalem a  $\frac{1}{4}$ , logo a ideia que emerge é de equivalência. Porém, para além da representação pictórica e simbólica de frações, a subtração e a adição de frações podem ser identificadas em algumas situações. Por vezes, o jogar exige que o jogador some frações para superar os obstáculos que o Mamute deve vencer. No entanto, ao cortar um inteiro, podemos estar subtraindo dele ou ainda dividindo-o (quando o “inteiro é uma parte”, Quadro 3).

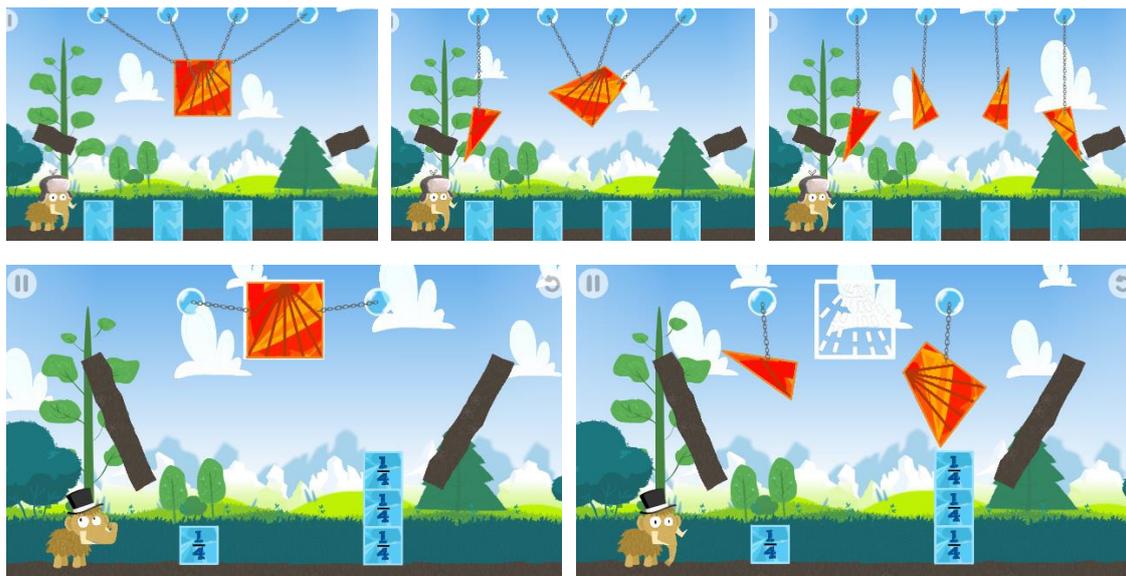


Figura 5: Equivalência e representações de frações, acima *level* inicial e abaixo (Figura e símbolo) e subtração e adição de frações (Fonte: *Screenshot*, composição própria)

Na Figura 5 ilustra-se algumas dessas possibilidades:  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

Trazemos, na Figura 6, outro *level*.

Pelo que se mostra na ação de jogar, expressa nesse *level* da figura 6, pode-se interpretar a fração como Proporção. A solução do desafio está em liberar o bloco composto pela soma de frações, pois, embora se deseje a fração  $\frac{1}{2}$ , mesmo que se tente, não há como liberar o bloco com o símbolo ( $\frac{1}{2}$ ). Logo,  $\frac{1}{2}$  deve ser obtido pela adição das frações  $\frac{1}{6}$  e é preciso identificar a proporcionalidade, uma vez que  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ .

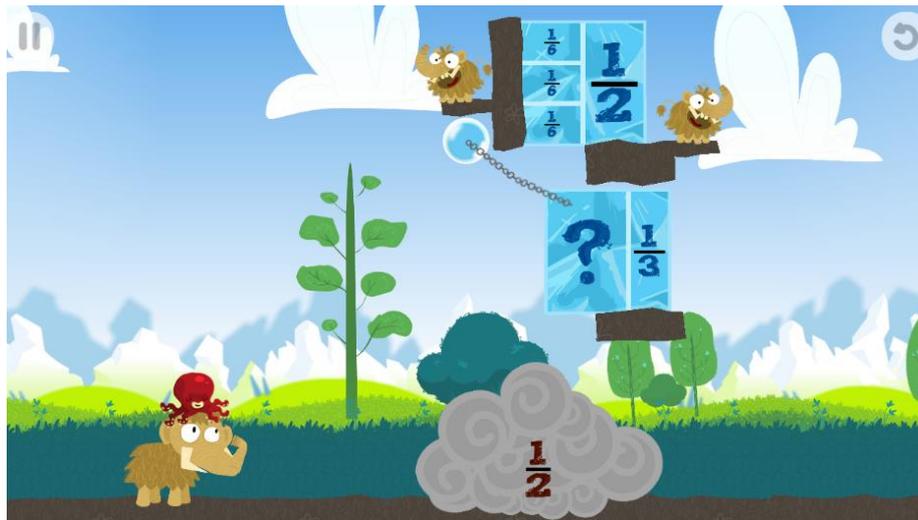


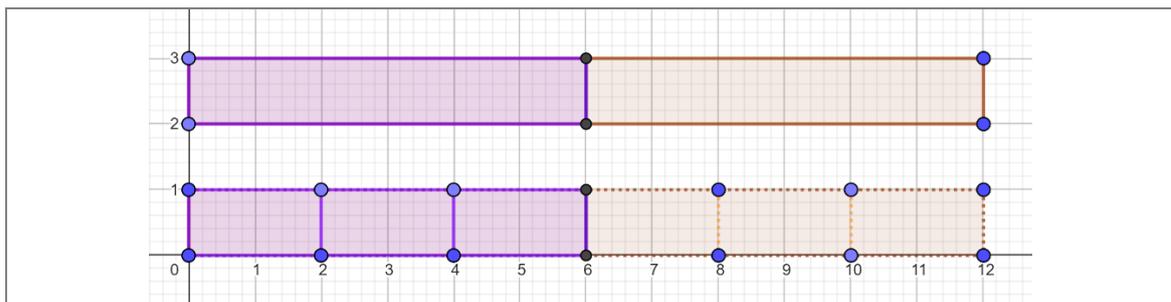
Figura 6: Solução para fração como proporção (Fonte: Screenshot do game, composição própria)

Portanto, ao escrever  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ , o símbolo de igualdade é uma extrapolação, sendo utilizado como equivalência. Formalmente deveríamos escrever:  $\frac{3}{6} \equiv \frac{1}{2}$ .

Em outras situações no *game*, desafios envolvendo a divisão de fração e o produto, quando o “inteiro é uma parte” (Quadro 3), também podem ser aspectos a serem tratados na aula. Exemplificamos no Quadro 3.

Quadro 3: Exemplo de *level* com divisão de frações e formalizações possíveis

Formalizações	Level com divisão e soma de frações
$\frac{1/2}{3} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ <p>Ou <math>3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{6}</math></p> $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$	
<p>Exemplo de Resolução geométrica</p> <p>Dividir metade em três partes iguais significa dividir o inteiro em seis partes iguais.</p>	



Fonte: Screenshot do game e Geogebra on line, composição própria

Esta forma de tratar as frações desde os anos iniciais oportuniza a constituição de conhecimento pelo aluno, uma vez que dá a eles a possibilidade de realizar explorações, errar, tirar conclusões, dialogar, tentar novamente e ver o que se mostra com sentido no ato de jogar. Defendemos que a presença dos *games* no ambiente educacional e, particularmente, o modo de “ser-com” as tecnologias digitais, amplia “o modo pelo qual, na era da tecnologia, se pode produzir conhecimento”. (Paulo, Firme e Tonéis, 2019, p. 24). É importante dar a oportunidade de diálogo ao aluno e oferecer espaço para que eles possam compartilhar os momentos de descobertas, uma vez que a expressão é um modo da pessoa organizar o percebido e interpretado.

Vale destacar que o tema frações encontra-se discutido desde os Parâmetros Curriculares Nacionais — PCN (Brasil, 1997). Nesse documento o ensino de frações e números racionais, proposto para o segundo ciclo do ensino fundamental, é considerado primordial para a continuidade da aprendizagem matemática no terceiro ciclo. Os PCN indicam e aconselham que, no segundo ciclo do Ensino Fundamental, sejam trabalhados três significados de frações: parte-todo, razão e quociente; no terceiro ciclo do Ensino Fundamental poderia, então, ser introduzido o significado de operador multiplicativo.

O conjunto dos números racionais não é algo trivial; se a sequência dos números naturais permite que, ao se escolher um número, seja estabelecido o seu sucessor e antecessor, para os racionais isso não é verdadeiro, pois entre dois números racionais quaisquer sempre será possível encontrarmos outro número racional (Figura 7). As frações oferecem uma abordagem fundamental para compreender os aspectos de ordenação do conjunto dos números racionais e, conseqüentemente, a premissa de continuidade ou as bases para o cálculo infinitesimal (teoria dos limites).

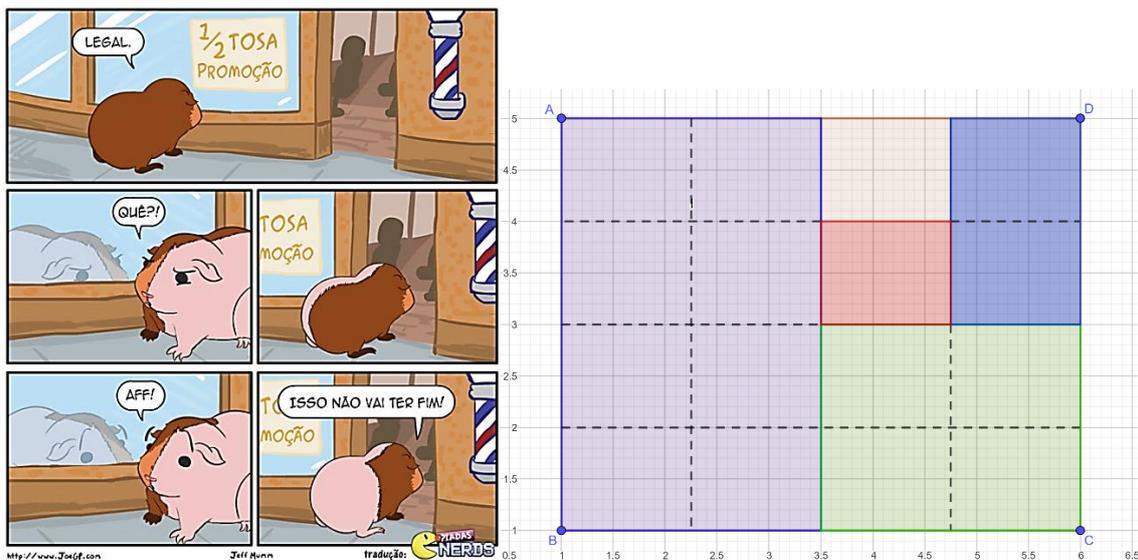


Figura 7: À esquerda “Um corte infinitesimal” (Fonte: Jeff Mumm, em <http://joyreactor.com/post/734586>) e à direita representação geométrica de uma soma infinitesimal fracionária (Geogebra *on line*), composição própria

Escrevemos em termos de uma somatória de frações o inteiro da Figura 7 (à esquerda, representado por um quadrado de lado 1 — qualquer unidade de medida); também, ironicamente representado por Jeff Mumm na tirinha (à direita):

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Nota-se que, enquanto o valor de cada fração (parcelas) tende a zero, a soma será igual a 1. Este diálogo aberto pela característica do conjunto dos números racionais pode e deve ser tratado em diferentes níveis escolares. A ordem de grandeza está entre os desafios para o ensino de frações (Silva Júnior, 2020). Por meio dessa analogia (expressa no quadrado de lado 1 ou na tirinha) podemos “deixar o estudante concluir” que:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \frac{1}{16} \dots$$

Portanto, embora não seja uma forma de superar o desafio, certamente é um meio de enfrentá-lo com uma linguagem que o estudante possa compreender ou significar.

## 5 Considerações finais e próximas etapas

Nossa proposta para o trabalho com *games* na sala de aula envolve três aspectos fundamentais e articulados que devem ser considerados pelo professor/jogador que se dispõe a ensinar com *games*<sup>17</sup>:

<sup>17</sup> Conforme procuramos destacar, compreende-se que a constituição do conhecimento se dá no mundo da vida e, portanto, não se limita aos espaços escolares, porém as formalizações são, em geral, objetivos destes

- Tempo para jogar o *game* livremente — *game* em sala de aula — ou seja, oportunizar o encontro e fazer o convite para jogar, para estar com o *game* e fazer a exploração livre como jogador;
- O *game* em sala de aula (Tonéis, 2022) não se fecha em si, mas abre possibilidades de conexões entre a experiência vivida no jogar e a formalizações requeridas nos espaços educacionais; o jogo pelo jogo não ensina matemática, ele ensina a jogar, ensina o jogo;
- O professor oferece uma proposta para que, ao jogar o *game*, sejam registrados alguns aspectos dessa atividade, como: o objetivo e as regras do *game* (metáforas). Esses aspectos, ao serem compartilhados, abrem-se à discussão, oferecendo a oportunidade para as significações que ultrapassam o *game* em direção as formalizações de temas de aulas (desenvolvimento de planos de aulas) que não são isolados, mas estão articulados com as experiências vividas no jogar o *game*.

Destaca-se, com Tonéis (2015), que a ação nos jogos digitais demanda potencial para a resolução de problemas, para a problematização de situações e para a contextualização, sendo relevante ao desenvolvimento matemático, uma vez que envolve o levantamento de dados, a análise, conjecturas, quantificações e testes de hipóteses.

A liberdade favorecida pela atividade do jogar e a possibilidade de compartilhar as “descobertas” podem promover o engajamento e se tornam uma oportunidade para inserir atividades gamificadas que conduzam as ações para os elementos formais do ensino da matemática. No caso que tratamos neste texto, o *game Slice Fractions* permite sistematizar ideias relativas às frações e suas operações.

Consideramos a abrangência da experiência vivida ao jogar o *game* em articulação com as recomendações da BNCC (para os Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental)<sup>18</sup>. Mapeamos e sintetizamos, para este texto, as habilidades sugeridas pela BNCC relativas às frações.

Para os Anos Iniciais, tem-se:

- (EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e

---

espaços.

<sup>18</sup> Cf. Brasil (2017, p. 27), interpretação livre do autor: Atualmente a organização curricular no Brasil apresenta os anos iniciais do Ensino Fundamental 1º ao 5º ano (estudantes com 6 a 10 anos de idade). Os anos finais se dividem entre 6º ao 9º ano (de 11 a 14 anos).

terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais;

- (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais;
- (EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes;
- (EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$  e  $1/100$ ) como unidades de medida menores do que uma unidade;
- (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo;
- (EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

Para os Anos Finais do Ensino Fundamental, pode-se destacar a presença das frações nas seguintes habilidades:

- (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes;
- (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador;
- (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração  $2/3$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza;
- (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias;
- (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Vale lembrar que

a BNCC é uma referência obrigatória, mas não é o currículo. A Base estabelece as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas pelos alunos em cada etapa da Educação Básica e o currículo define o conjunto de decisões que possibilitam materializar tais aprendizagens, tais como a contextualização dos conteúdos, as estratégias educacionais, a forma de organização dos componentes curriculares, as metodologias a ser empregadas, entre outras.

(Sobre a BNCC, 2023)<sup>19</sup>

Portanto, caberá ao professor que conhece a sua turma e o *game* estabelecer o número de aulas que considera suficiente para a vivência com o *game*, para as explorações e compartilhamento de descobertas e quais habilidades pretende considerar.

Em continuidade a nossa pesquisa estamos realizando uma atividade com professores que ensinam matemática nos anos iniciais, em uma escola da rede pública municipal, de modo semelhante ao que foi feito com os estudantes da Licenciatura em Matemática. Nossa intenção é, com professores em atuação, analisar a viabilidade do trabalho em sala de aula. Como se trata de uma proposta de formação continuada, além da exploração do *game Slice Fractions*, pretende-se discutir frações com materiais manipulativos (como tangram e ficha de duas cores) abrindo oportunidade para se diferenciar os modelos contínuo e discreto.

O trabalho até aqui realizado apresenta um caminho possível para as atividades envolvendo *games* na sala de aula. Gadamer (1999) nos diz que ao jogar um jogo é sempre um “ser jogado”, pois o jogo só se torna “plenamente o jogo” com a presença do jogador. Encontramos nas tecnologias digitais dos jogos digitais ou *games* este espaço para um “ser jogado” tornando possível a constituição de conhecimento.

No jogar o jogo, o pensar, o agir, o fazer, o planejar, são atos de um mesmo movimento que visam resolver um problema ou transpor um desafio a partir de uma situação que se abre na percepção. O jogo dispõe o sujeito para... o faz atento a. Nesse dispor-se ele joga, investiga, dialoga e se lança. Instaura-se o movimento do pensar criador que atribui significado às ações. (Paulo, Firme e Tonéis, 2019, p. 27).

Na ação com *games* considera-se que os jogadores sempre aprendem em contextos específicos, pois eles aprendem nas experiências corporificadas específicas que são vividas no mundo (GEE, 2008), em que o virtual é apenas uma modalidade. Independente do ano escolar (enquanto organização de turma), quem joga, isto é, o sujeito da ação, é que constitui conhecimento no encontro com os objetos matemáticos. O constituído, na subjetividade daquele que joga, que enfrenta os desafios, que supera os obstáculos com estratégias próprias, é, pela linguagem, articulado e expresso, compartilhado, (re)conhecido, revelado no ato de jogar com o outro, companheiro com quem se dialoga.

---

<sup>19</sup> Cf. SOBRE A BNCC. FAQ — Perguntas frequentes. 3. Qual a Diferença entre BNCC e currículo? Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/faq>; acesso em jan. 2023.

Com isso, o jogo não é mais um “jogar solitário”, ele é coletivo e está sendo jogado em um encontro de descobertas compartilhadas.

### Agradecimentos

A Ululab, na pessoa de Rami Nuseir, *Marketing Director*, por disponibilizar e orientar como instalar o *game* gratuitamente criando uma “sala de aula”. A Unesp, pela oportunidade de realizar o *postdoc*, pelo incentivo a pesquisa, extensão e formação contínua. A amiga Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo que se revelou uma grande jogadora ao abraçar o tema dos *games* em seus espaços de ensino, pesquisa e extensão.

### Referências

- AARSETH, Espen. O jogo da investigação: abordagens metodológicas à análise de jogos. *Caleidoscópio*, Lisboa, n. 4, p. 9-23, 2003.
- AKAMINE, Caio Shindi; PROENÇA, Marcelo Carlos de. [Ensino-aprendizagem de adição de frações via resolução de problemas](#). *Tecné, Episteme y Didaxis*, n. 52, p. 303-322, 2022.
- BEHR, Merlyn J.; LESH, Richard; POST, Thomas R.; SILVER, Edward A. Rational number concepts. In: LESH, Richard.; LANDAU, M. (Ed.), *Acquisition of Mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983, p. 91-125.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. [A lógica da pesquisa qualitativa e os modos de procedimentos nela fundados](#). *Revista Pesquisa Qualitativa*, v. 9, n. 22, p. 540-552, 2021.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. [The constitution of mathematical science from a phenomenological perspective](#). *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Brasília, v. 1, n. 1, p. 54-67, 2011.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). *Filosofia da Educação Matemática: Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. São Paulo: Editora da Unesp, 2010, p. 23-46.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. [Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental](#). Brasília: MEC/SEB, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. [Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática \(1ª a 4ª séries\)](#). Brasília: MEC/SEF, 1997.
- ALES BELLO, Angela. *Introdução à Fenomenologia*. Tradução de Miguel Mahfoud e Marina Massimi. Bauru: EDUSC, 2006.
- BROWN, Stuart L. *Play: how it shapes the brain, opens the imagination, and invigorates the soul*. Londres: Penguin, 2009.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Por que se ensina Matemática?*. Brasília: SBEM, 2013.

GADAMER, Hans-Georg. *Verdade e método: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica*. Tradução de Flávio Paulo Meurer. 3.ed. Petrópolis: Vozes, 1999.

GEE, James Paul. *Games for learning*. *Educational Horizons*, v. 91, n. 4, p. 16-20, apr. 2013.

GEE, James Paul. Learning and Games. In: SALEN, Katie. (Ed). *The Ecology of Games: connecting youth, games and learning*. Cambridge: The MIT Press, 2008, p. 21-40.

JUUL, Jesper. *The art of failure: an essay on the pain of playing video games*. Cambridge: The MIT Press, 2013.

JUUL, Jesper. *Half-Real: video games between real rules and fictional worlds*. Cambridge: The MIT Press, 2005.

JUUL, Jesper. *A clash between game and narrative: a thesis on computer games and interactive fiction*. Copenhagen: University of Copenhagen, 1989.

KIEREN, Thomas E. Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: HIEBERT, James; BEHR, Merlyn. (Ed.) *Number concepts and operations in the middle grades*. Reston: NCTM, 1988, p. 162-181

NOVAES, Barbara Winiarski Diesel; PINTO, Neuza Bertoni. *Estudos recentes sobre frações no campo da História da Educação Matemática: avanços e desafios*. *REnCiMa*, São Paulo, v. 12, n. 5, p. 1-20, 2021.

NUNES, Terezinha; BRYANT Peter; PRETZLIK, Ursula; BELL, Daniel; EVANS, Deborah; WADE, Joanna. *Children's understanding of fractions: a compreensão das crianças sobre frações*. *Contrapontos*, São Paulo, v. 8, n. 3, p. 509-517, set./dez. 2008.

PAPERT, Seymour. *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*. New York: Basic Books, 1980.

PAULO, Rosa Monteiro; FIRME, Ingrid Caroline; TONÉIS, Cristiano Natal. *Tecnologias digitais como possibilidade para compreender a produção de conhecimento em Matemática*. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, Cascavel, v. 3, n. 1, p. 17-39, 2019.

ROSA, Mauricio; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, Rosa Monteiro; FIRME, Ingrid Cordeiro; BATISTA, Carolina Cordeiro. (Org.). *Ser professor com tecnologias: sentidos e significados*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 13-44.

VALENTE, José Armando; ALMEIDA, Fernando José de. Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 45-60, 1997.

SILVA JÚNIOR, Wander Moraes da. *Frações e seus diferentes significados em alguns materiais didáticos de Matemática*. 2020. 586f. Dissertação (Mestrado em Ensino de

Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte.

TONÉIS, Cristiano Natal. *Os games na sala de aula: games na educação ou a gamificação da educação*. Clube de Autores, 2022.

TONÉIS, Cristiano Natal. Criando e articulando desafios nos jogos digitais: Puzzles; tasks e quests. In: LEMES, David de Oliveira. (Org.). *Level design, jogabilidade e narrativa para games*. São Paulo: Editora C0D3S, 2018, p. 28-41.

TONÉIS, Cristiano Natal. [O design de Puzzles nos jogos digitais](#). *Proceedings of XV SBGames*. São Paulo: SBC, 2016, p. 404-411.

TONÉIS, Cristiano Natal. [A experiência matemática no universo dos jogos digitais: o processo do jogar e o raciocínio lógico e matemático](#). 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Universidade Anhuera de São Paulo. São Paulo.

WOLF, Mark J. P. (Ed). *The video game explosion: a history from Pong to PlayStation and Beyond*. Westport: Greenwood Press, 2008.