10.46551/emd.v7n13a15 eISSN 2526-6136

Educação Matemática Debate

As variadas concepções de Álgebra no contexto da Educação Matemática

Maria Vanísia Mendonça de Lima
Instituto Federal do Ceará
Cedro, CE — Brasil
0000-0002-0373-6043
vanisia@multimeios.ufc.br

Hermínio Borges Neto
Universidade Federal do Ceará
Fortaleza, CE — Brasil
0000-0003-4854-6953
herminio@multimeios.ufc.br

Recebido em: 17/06/2023
Aceito em: 08/10/2023
Publicado em: 05/11/2023

Resumo: Este estudo é parte de uma pesquisa de doutorado em andamento pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará. Tem como objetivo apresentar as concepções de Álgebra no campo da Educação Matemática e concepções próprias sobre essa área. Para desenvolvê-lo, realizamos inicialmente uma Revisão Sistemática de Literatura a fim de identificar as concepções de Álgebra em publicações. Posteriormente, fizemos um estudo teórico para descrever as categorias das concepções existentes e formular as nossas próprias compreensões. Os resultados do estudo apontam que existem categorizações de concepções de Álgebra já instituídas por diversos autores, prevalecendo a ideia de que essa área da Matemática consiste em: generalização da aritmética; ferramenta de resolução de problemas; relações entre grandezas; linguagem simbólica; conjunto de técnicas algorítmicas; entre outras compreensões.

Palavras-chave: Álgebra. Concepções. Educação Matemática.

The various various concepts of Algebra in the context of Mathematics Education

Abstract: This study is part of an ongoing doctoral research by the Postgraduate Program in Education at the Federal University of Ceará. It aims to present the conceptions of Algebra in the field of Mathematics Education and our own conceptions about this area. To develop it, we initially carried out a Systematic Literature Review in order to identify the conceptions of Algebra in publications. Subsequently, we carried out a theoretical study to describe the existing categories of Algebra conceptions and formulate our own understandings. The results of the study indicate that there are categorizations of Algebra conceptions already established by several authors, with the prevailing idea that this area of Mathematics consists of: arithmetic generalization, problem-solving tool, relationships between quantities, symbolic language and set of algorithm techniques, among other understandings.

Keywords: Algebra. Conceptions. Mathematics Education.

Los diversos conceptos de Álgebra en el contexto de la Educación Matemática

Resumen: Este estudio forma parte de una investigación de doctorado en curso del Programa de Posgrado en Educación de la Universidad Federal de Ceará. Tiene como objetivo presentar las concepciones del Álgebra en el campo de la Educación Matemática y concepciones propias sobre esta área. Para desarrollarlo inicialmente realizamos una Revisión Sistemática de la Literatura con el fin de identificar las concepciones del Álgebra en las publicaciones. Posteriormente, realizamos un estudio teórico para describir las categorías de concepciones existentes y formular nuestras propias comprensiones. Los resultados del estudio indican que existen categorizaciones de concepciones del Álgebra ya establecidas por varios autores, prevaleciendo la idea de que esta área de la Matemática consiste en: generalización de la aritmética; herramienta de resolución de problemas; relaciones entre cantidades; lenguaje simbólico; conjunto de técnicas algorítmicas; entre otros entendimientos.

Palabras clave: Álgebra. Concepciones. Educación Matemática.

1 Introdução

Sabemos da relevância da Álgebra e das dificuldades para trabalhar o seu ensino de maneira significativa, dado os obstáculos que os estudantes apresentam em lidar com o formalismo e simbolismo algébrico, assim como fazer generalizações e desenvolver o pensamento abstrato. Ademais, tem a questão do distanciamento entre a Álgebra Científica ou Acadêmica e a Álgebra Escolar. A primeira apresenta uma estrutura axiomática fundamentada em definições formais, em provas matemáticas rigorosas centradas em postulados e conceitos primitivos que têm legitimidade para uma comunidade científica. Já a segunda está associada a uma prática pedagógica que tem como finalidade uma aprendizagem que possibilite ao aluno ver significados nos conceitos algébricos estudados, para desenvolver habilidades de utilizá-los de maneira coerente, tanto em sua vida escolar como em situações cotidianas.

Dias e Noguti (2023) destacam que existem muitos desafios no ensino da Álgebra Escolar, sendo essencial que futuros professores identifiquem os diferentes aspectos associados ao ensino e aprendizagem dessa área da Matemática. Nesse sentido, consideramos relevante conhecer as concepções que docentes e educadores matemáticos apresentam a respeito da Álgebra, por acreditarmos que as concepções formadas interferem diretamente em questões relacionadas ao seu ensino, que consequentemente reverbera na aprendizagem dos conteúdos algébricos.

Além disso, concordamos com Silva *et al.* (2015, p. 135) ao afirmarem: “Conhecer as concepções de Álgebra e de educação algébrica é fundamental para um professor de Matemática, quando organiza as suas atividades de ensino, assim como para os envolvidos na definição dos conteúdos matemáticos a serem ensinados.”

Thompson (1997) destaca que, em Matemática, as concepções formadas por professores sobre um conteúdo e seu ensino apresentam papel importante quanto à eficiência dos docentes como mediadores primários entre o conteúdo e os alunos. Já Veiga (2016) reconhece que as concepções influenciam o pensamento e as ações docentes. Como esses autores, acreditamos que as visões e crenças formadas a respeito de uma área de conhecimento exercem influência na forma de pensar e agir do professor. De certa forma, isso poderá intervir na sua prática pedagógica e na aprendizagem dos conteúdos. Assim, entendemos ser relevante conhecer e estudar as concepções sobre a Álgebra.

Destacamos que este estudo é um recorte de uma pesquisa em andamento relacionada ao ensino de Álgebra desenvolvida no doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará. O interesse em estudar as concepções sobre Álgebra surgiu a partir dos estudos desenvolvidos no grupo de pesquisa da Faculdade de Educação (FACED) da Universidade Federal do Ceará (UFC), nominado de Grupo de Ensino de Matemática Multimeios (GEM^2), quando, no segundo semestre de 2021, estudávamos o livro de Lins e Gimenez (2001), intitulado *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Além disso, outro ponto que nos impulsionou a desenvolver este estudo foi a necessidade de ter uma noção de como a Álgebra é compreendida por professores e educadores matemáticos, já que o nosso projeto de doutoramento está associado a essa área da Matemática.

No livro citado, Lins e Gimenez (2001) apresentam quatro concepções de Álgebra — letrista, facilitadora, modelagem matemática e Álgebra como Aritmética generalizada — que, doravante, no desenvolvimento deste texto, iremos descrever. Ao estudar as concepções desses autores a respeito da Álgebra, tivemos interesse em saber se existiam outras concepções sobre esse campo no contexto da Educação Matemática e, se sim, quais seriam.

Com a pesquisa, identificamos que já existem categorias específicas de concepções de Álgebra — que serão apresentadas neste artigo — criadas por autores nacionais e internacionais, entre eles: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (2001) e Lee (2001). Para além disso, apresentaremos as nossas compreensões de Álgebra, que resultaram das reflexões dos estudos dos autores citados e de outros, como: Flavell (1975), Machado (2013), Badiou (1989), Stanat e McAllister (1977). O intuito em apontar as concepções próprias sobre a Álgebra é ampliar o debate em torno dessa área de conhecimento no âmbito das pesquisas em Educação Matemática.

2 Metodologia

Para encontrar e sistematizar as possíveis concepções ou percepções referentes à Álgebra nas pesquisas em Educação Matemática, realizamos uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) que, de acordo com Galvão e Ricarte (2019, p. 58), corresponde a "uma modalidade de pesquisa, que segue protocolos específicos, e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental, especialmente, verificando o que funciona e o que não funciona num dado contexto".

Para desenvolver a RSL sobre as concepções de Álgebra, seguimos a proposta de Costa e Zoltowski (2014), que apresentam as seguintes etapas: *i*) delimitação da questão de pesquisa; *ii*) escolha das fontes de dados; *iii*) eleição das palavras-chave para a busca; *iv*) busca e armazenamento dos resultados; *v*) seleção dos trabalhos encontrados (definir os critérios de inclusão e exclusão); *vi*) extração dos dados; *vii*) avaliação dos trabalhos selecionados; e *viii*) síntese e interpretação dos dados.

Seguindo a proposta de Costa e Zoltowski (2014), primeiramente, determinamos a questão de pesquisa, que consistiu na indagação: Quais as concepções de Álgebra existentes no âmbito das pesquisas em Educação Matemática? Posteriormente, iniciamos a procura por trabalhos relacionados à temática nas seguintes bases de dados: Periódicos Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), *Google* Acadêmico, *Scientific Electronic Library Online* (SciELO) e *Educational Resources Information Center* (ERIC). Referente aos idiomas elegemos quatro vernáculos: português, inglês, francês e espanhol. Consideramos o intervalo de 2011 a 2021, visto que executamos a revisão de literatura em 2022. Ademais, acreditamos que um período de 10 anos para a busca possibilitaria uma amostragem de trabalho maior para identificar um conjunto amplo de concepções de Álgebra.

Consideramos estudos em formato de teses, dissertações, artigos de revistas de Qualis A até B3 e trabalhos publicados em anais de congresso. Optamos por utilizar um descritor abrangente: "Concepções de Álgebra". Justificamos que o emprego de apenas um descritor foi suficiente para executar a busca, pois apresenta as variáveis principais que procurávamos nos estudos.

Para a seleção das pesquisas encontradas, estabelecemos alguns critérios de inclusão e de exclusão. Os critérios de inclusão foram: (1) dissertações; teses e artigos científicos com discussões referentes às concepções de Álgebra; (2) trabalhos publicados no período de 2011 a 2021; (3) pesquisas com acesso livre na *web*; (4) artigos de revistas científicas de Qualis A até B3 e (5) trabalhos publicados em anais de congresso.

Já os critérios de exclusão foram: (1) Pesquisas duplicadas; (2) Estudos em formato de resumo; (3) pesquisas cujas discussões não estavam alinhadas com a nossa questão norteadora; (4) estudos que não apresentavam o descritor “Concepções de Álgebra” ou termos similares (visões de Álgebra, compreensões a respeito da Álgebra, ideias sobre Álgebra, papel da Álgebra etc.) no título e/ou nas palavras-chave ou, também, quando o autor não deixava explícito no resumo se abordaria as concepções de Álgebra no desenvolvimento do trabalho.

Os trabalhos que passaram pela triagem foram arquivados em uma pasta e catalogados em uma tabela no *Word*. Na catalogação, colocamos as principais informações referentes aos estudos, tais como: autor(es), ano de publicação, título, objetivos e instituição/revista em que foram publicados. Com os trabalhos organizados, refinamos os estudos por meio da leitura na íntegra dos resumos, introdução e conclusão. Após o refinamento, ficamos apenas com as investigações alinhadas ao nosso interesse de pesquisa.

Encontramos um total de 626 pesquisas. Dessa quantidade, removemos 17 trabalhos duplicados; 43 publicações que se tratavam de livros, resumos, monografias, estudos aos quais não foi possível o acesso; e artigos publicados em revistas cujo Qualis não estava entre a classificação A até B3. Após a primeira triagem, o total foi de 566 trabalhos, dos quais selecionamos os estudos que tinham o descritor “Concepções de Álgebra” no título e/ou nas palavras-chave e os que apresentavam, no resumo, o indicativo de que seria debatido o referido tema no desenvolvimento da investigação.

Feita a primeira seleção, 535 trabalhos foram excluídos pelo fato de não se enquadrarem nos critérios de inclusão, restando 31 estudos, porém, 1 deles não foi aproveitado por se tratar de parte de uma tese. Como já iríamos analisar o estudo completo por ser mais pertinente para as nossas discussões, decidimos excluir o artigo. Após a leitura na íntegra dos resumos, introdução e conclusão, 10 trabalhos foram excluídos devido ao objetivo de a pesquisa não estar alinhado à nossa investigação, e 2 foram eliminados pelo fato de não encontrarmos o texto original dos anais do congresso nos quais foram publicados. No fim das triagens, obtivemos 18 trabalhos para análise.

Considerando a nossa questão de revisão, procuramos extrair, dos trabalhos selecionados, as concepções de Álgebra que os autores apresentaram em seus debates. Dessa forma, foram nas pesquisas elegidas na RSL que identificarmos as categorizações de concepções de Álgebra, mas buscamos os trabalhos originais dos autores das concepções para fazer o estudo teórico da pesquisa, que foi construído com aporte nos seguintes trabalhos e autores: *Contribuições para um repensar a Educação Algébrica*

Elementar, de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); *Concepções sobre Álgebra da Escola Média e utilização das variáveis*, de autoria de Usiskin (1995); *Early algebra — but which algebra?*, de Lee (2001); e *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*, de Lins e Gimenez (2001).

Sentimos a necessidade de fazer o estudo teórico dos trabalhos desses estudiosos por constatarmos que os autores das pesquisas selecionadas na RSL usaram com recorrência as categorizações de concepções de Álgebra estabelecidas por eles. Destacamos também que o estudo teórico foi desenvolvido por meio de leituras e fichamentos dos trabalhos e, a partir disso, fizemos a descrição de cada uma das categorizações de concepções de Álgebra.

Com o estudo teórico das categorias de Álgebra estabelecidas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (2001) e Lee (2001), identificamos uma lacuna no sentido de que a Álgebra é recorrentemente compreendida como: generalização da aritmética; ferramenta de resolução de problemas; relações entre grandezas; linguagem simbólica e conjunto de técnicas algorítmicas. Tendo em vista que outras poderiam ser acrescentadas, refletimos e formulamos as nossas próprias concepções, buscando os textos de Flavell (1975), Machado (2013), Badiou (1989) e Stanat e McAllister (1977) para fundamentar a elaboração das nossas discussões. A escolha do aporte teórico que alicerçou as nossas concepções se justifica pelo fato de os autores citados abordarem conceitos e teorias que se encaixam na forma como compreendemos o pensamento algébrico e o papel da Álgebra.

3 Resultados e discussões

Com a triagem feita na RSL, elegemos 18 estudos para serem analisados. As informações a respeito deles estão apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1: Informações referentes aos trabalhos inclusos na Revisão Sistemática de Literatura

Título	Tipo de trabalho	Autor(es)/Ano
O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás	Dissertação	Lopes (2021)
A Álgebra e seu papel: reflexões a partir das produções do GT 04 da SBEM	Artigo	Bianchini e Lima (2021)
Ideias de Licenciandos em Matemática sobre Álgebra Escolar	Artigo	Almeida e Bernardino (2021)
Concepções de Álgebra na Educação Matemática	Artigo	Melo, Salazar, Bispo, Lira e Santos (2021)

Concepções de Álgebra: análise das questões do SAEPE no período de 2016-2018	Artigo	Silva e Silva (2020)
Atividades investigativas para o ensino da Álgebra em turmas de 7° ano e 9° ano do Ensino Fundamental	Dissertação	Maccali (2018)
Números x alfabeto: o professor e sua concepção de Álgebra	Artigo	Conceição, Santos e Oliveira (2018)
Concepções de álgebra presentes nas macroavaliações: os casos da Prova Brasil e do ENEM de 2011	Artigo	Souza, Silva, Gomes e Bezerra (2017)
Concepções de professores de matemática do ensino básico sobre a álgebra escolar	Artigo	Santos, Pereira e Nunes (2017)
Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária	Artigo	Almeida (2017)
Concepções de Álgebra em Teses sobre Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil	Tese	Veiga (2016)
A relação entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar em um Curso de Licenciatura em Matemática: concepções de alunos e professores	Tese	Santos (2016)
Mapeamento de Concepções de Álgebra: uma alternativa para compreender seus diversos significado	Artigo	Ribeiro, Bezerra e Silva (2016)
Álgebra e seu ensino: dando eco às múltiplas "vozes" da Educação Básica	Artigo	Ribeiro (2016)
A Álgebra que se aprende e a Álgebra que se ensina: encontros e desencontros na visão dos professores	Artigo	Ribeiro (2016)
As concepções de Álgebra e de Educação Algébrica– uma análise de livros didáticos do 8º ano	Artigo	Silva *et al.* (2015)
As concepções da Álgebra articuladas aos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental	Dissertação	Guimarães (2013)
A concepção de Álgebra na proposição de Davydov para o ensino de número	Artigo	Damázio, Rosa., Pereira e Banhara (2012)

Fonte: Dados da pesquisa

Nessas pesquisas, constatamos que os autores fundamentaram as suas discussões em categorias de Álgebra estabelecidas pelos seguintes pesquisadores: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (2001) e Lee (2001). Assim, descreveremos, a seguir, cada uma das categorizações de concepções de Álgebra concebidas e encontradas nos trabalhos selecionados na RSL.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam duas classes de categorias de concepções: uma exclusiva da Álgebra e outra referente à Educação Algébrica. Para a primeira, estabelecem quatro categorizações e, para a segunda, instituem três categorias. As concepções criadas por esses pesquisadores foram formadas a partir de duas perspectivas, a saber: (1) a evolução da Álgebra ao longo da história da Matemática e (2) as concepções de Educação Algébrica que se manifestaram no decorrer da história do ensino de Matemática. A seguir, descrevemos resumidamente essas concepções, conforme as ideias dos referidos autores.

Processológica é a concepção instituída pelos autores para caracterizar a Álgebra como um conjunto de procedimentos específicos — técnicas algorítmicas, processos iterativos — e métodos operatórios que são aplicados em determinados problemas ou conjuntos de problemas, cuja resolução tem por base a execução padronizada de uma sequência de passos. Nessa concepção, o pensamento algébrico não estaria subordinado à existência de uma linguagem específica para a sua representação.

Linguístico-estilística refere-se à concepção por meio da qual Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) entendem a Álgebra como uma linguagem específica criada com o intuito de expressar procedimentos operatórios. Segundo os autores, essa concepção enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico. Eles esclarecem que há uma diferença entre forma de pensamento e sua forma de expressão, consideram que para o pensamento avançar é necessário romper com o que causa obstáculo ao seu desenvolvimento e a linguagem natural seria um obstáculo, partindo daí a necessidade de criação de uma linguagem apropriada para expressar o pensamento específico.

Linguístico-sintático-semântica é a concepção segundo a qual a Álgebra também é entendida como uma linguagem específica e concisa, conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). A compreensão estabelecida aqui é de que a linguagem específica de representação do pensamento algébrico deve alcançar um nível mais elevado de uma linguagem genuinamente simbólica para chegar a uma dimensão operatória. Nesse sentido, os signos passam a ter o caráter de símbolos, e as letras são utilizadas para representar quantidades genéricas, havendo a possibilidade de serem efetuadas transformações algébricas estritamente simbólicas.

Linguístico-postulacional corresponde à concepção que também compreende a Álgebra como uma linguagem simbólica. Contudo, diferentemente das concepções anteriores, ela atribui aos signos linguísticos um grau maior de abstração e generalidade. De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), essa concepção faz com que o domínio da Álgebra seja estendido aos diversos campos da Matemática, até mesmo aqueles que não são necessariamente submetidos ao tratamento quantitativo, como as estruturas topológicas e a estrutura de espaço vetorial.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) direcionam também os seus olhares ao ensino da Álgebra e concebem algumas concepções relacionadas exclusivamente à Educação Algébrica. As referidas concepções são descritas a seguir.

Linguístico-pragmática é a concepção segundo a qual Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) vinculam a concepção *Linguístico-sintático-semântica* da Álgebra à função pedagógica de ser um instrumento de resolução de problemas. Conforme os autores, a ideia nessa concepção é de que a aquisição de técnicas baseadas no transformismo algébrico é necessária e suficiente para que o estudante ganhe a habilidade de resolução de problemas, mesmo não levando em consideração a relevância ou significado do problema proposto para o cotidiano do aluno.

Fundamentalista-estrutural trata-se da concepção que, conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), atribui à Álgebra a função pedagógica de fundamentar os diversos campos da matemática escolar, pois, de acordo com o ponto de vista dos autores, a referida concepção considera que a introdução no ensino de propriedades estruturais das operações em que o transformismo algébrico se fundamenta tornaria o aluno capaz de identificar e aplicar tais propriedades em contextos diversos da Matemática. Essa concepção ainda propõe uma reorganização dos tópicos algébricos de forma que os conteúdos obedeçam a uma sequência lógica.

A concepção *Fundamentalista-analógica* apresenta características das concepções Linguístico-pragmática e Fundamentalista-estrutural, no sentido de valorizar o papel instrumental da Álgebra — Álgebra como ferramenta de resolução de problemas — e por sustentar o caráter fundamentalista dessa área de conhecimento. Contudo, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) esclarecem que a manutenção do caráter fundamentalista da Álgebra não acontece de forma lógico-estrutural nessa concepção.

Para os autores, as transformações que acontecem no transformismo algébrico são justificadas, na maioria dos casos, por recursos analógicos geométricos (recursos visuais), sendo que a "Álgebra Geométrica" seria didaticamente superior às abordagens lógico-simbólicas, já que tornaria visível determinadas identidades algébricas (Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993). Porém, os autores deixam claro que não se trata de negar ao aluno o acesso a abordagens simbólicas e abstratas, mas confiar que a abordagem geométrico-visual pode ser trabalhada de forma intermediária ou mesmo concomitante ao enfoque simbólico-formal.

Já para Usiskin (1995), a Álgebra da Escola Média está relacionada à compreensão dos significados das variáveis, e os alunos passam a estudar esse campo da Matemática quando se deparam com as "letras" (variáveis). A tese dele é de que "as finalidades do ensino de Álgebra, as concepções que tenhamos dessa matéria e a utilização de variáveis estão intrinsicamente relacionadas" (Usiskin, 1995, p. 12-13). Assim, considerando as possibilidades diversas de uso das variáveis, o referido autor atribui à Álgebra quatro concepções, que serão sintetizadas nos parágrafos que se seguem.

Na concepção *Álgebra como aritmética generalizada*, as variáveis têm o papel de generalizadoras de modelos matemáticos. Assim, propriedades e resultados algébricos são estabelecidos a partir de generalizações de conhecimentos da aritmética. Como uma ilustração para essa afirmação, temos algumas das propriedades fundamentais dos números inteiros. Generaliza-se, por exemplo, $5 + 8 = 8 + 5$ e $5 \times 8 = 8 \times 5$ como sendo $x + y = y + x$ e $x \times y = y \times x$ (propriedade comutativa da adição e da multiplicação).

Percebemos que, conforme o que propõe Usiskin (1995), quando se atribui à Álgebra o papel de generalizadora de modelos, relações conhecidas entre números são generalizadas, nem se percebe a incógnita, pois o objetivo não é encontrar a solução numérica para o problema, mas encontrar um modelo geral que o represente. Com isso, a atividade está concluída, pois a ideia principal cravada nessa concepção é de que, ao estudar Álgebra, o aluno consiga traduzir e generalizar modelos matemáticos.

Uma outra concepção apresentada por Usiskin (1995) é nominada de *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*. Conforme o autor, nesta concepção, as variáveis são interpretadas como incógnitas ou constantes, o foco é simplificar e resolver os problemas matemáticos. Diferentemente da concepção anterior, em que o problema é concluído quando se obtém um modelo matemático que o represente, a ideia é que após o problema matemático ser traduzido algebricamente e representado por um modelo geral, manipulações algébricas sejam executadas até que a solução do modelo ou da equação seja encontrada. Assim, resolver e simplificar se constituem os comandos-chave para essa concepção.

Já na concepção *Álgebra como estudo de relações entre grandezas*, as variáveis podem assumir dois papeis, a saber: o papel de argumento ou o papel de parâmetro. No primeiro caso, quando representam valores do domínio de uma função e, no segundo, quando representam números dependentes de outros (Usiskin, 1995). Segundo o autor, é apenas nessa concepção que existem duas ideias referentes ao caráter da variável, que são: variável dependente e variável independente. Enquadram-se nesta concepção de

Álgebra, por exemplo, as fórmulas da geometria e algumas leis da Física que descrevem relações entre grandezas.

Na outra concepção, nominada de *Álgebra como estudo das estruturas*, "a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário" (Usiskin, 1995, p. 18). Assim, não assume nenhuma das funções que são atribuídas a ela nas concepções anteriores, já que, conforme o autor, os comandos-chave para essa compreensão de Álgebra se constituem em manipular e justificar. Nesse caso, o aluno deve se apoiar nos conhecimentos de propriedades diversas para fazer manipulações algébricas e operações com variáveis. De acordo com Usiskin (1995), as variáveis, nessa concepção, tornam-se um objeto arbitrário de uma estrutura firmada em propriedades e são interpretadas pelos alunos apenas como sinais no papel. Essa concepção condiz com o estudo das estruturas algébricas no ensino superior, tais como grupos, anéis e corpos, mas também pode ser empregada em situações em que identidades trigonométricas são deduzidas ou mesmo em atividades mais simples, como exercícios relacionados à fatoração de polinômios.

Lins e Gimenez (2001) também discutem concepções de Álgebra. Suas compreensões foram elaboradas e caracterizadas sob a perspectiva do significado de uma atividade algébrica no ensino de Matemática. Os autores apresentam quatro tendências alusivas à Educação Algébrica, que serão descritas a seguir.

Letrista é a concepção que associa a atividade algébrica ao cálculo literal. Dá ênfase ao emprego de técnicas (algoritmos) e à resolução de exercícios cuja base é o cálculo com letras. Diante disso, o aluno é condicionado a aprender os algorítmicos para depois reproduzir o que aprendeu, colocando a técnica em prática na resolução de exercícios. De acordo com Lins e Gimenez (2001), essa concepção desconsidera qualquer tipo de investigação e reflexão e são consideradas profundamente equivocadas "por ignorarem completamente que o "texto em letras" não carrega, em si, significado algum" (Lins; Gimenez, 2001, p. 131).

A concepção nominada de *Facilitadora* segue a tendência Letrista, porém diferencia-se na questão de considerar o trabalho com situações concretas a base para o cálculo literal. Segundo Lins e Gimenez (2001), a visão nesta concepção é de que a habilidade em trabalhar com expressões literais ocorre de forma abstrata, e o trabalho com situações concretas promoverá essa abstração, ou seja, a "estrutura" que é trabalhada por meio da manipulação do "concreto" passa por um processo de abstração para ser transformada em atividade formal.

Os autores citam como exemplo dessas situações concretas, a utilização da balança de dois pratos para o ensino de resolução de equações, e o uso de áreas para o ensino de produtos notáveis. A intenção em utilizar as situações concretas é facilitar o aprendizado de determinados conteúdos, porém, Lins e Gimenez (2001) consideram esse tipo de abordagem equivocada, assim como as abordagens letristas, pois, segundo esses autores, a tendência *facilitadora* ignora que a passagem de um campo semântico familiar para outro não familiar não acontece de forma suave, quer seja por abstração ou generalização. Isto é, para o aluno, talvez não seja tão simples perceber a relação entre a situação concreta e a atividade formal.

Já a concepção *Modelagem matemática*, assim como na tendência "facilitadora", atribui um grande valor ao "concreto", porém, de uma forma diferenciada. Pois, de acordo com Lins e Gimenez (2001), nesta abordagem, o "concreto" representa uma situação real e as atividades propostas são baseadas em investigações de situações realísticas. O uso da situação real, nesta concepção, tem um propósito didático e é proveniente do próprio cotidiano do aluno, que tem a possiblidade de aplicar o que aprende em acontecimentos da vida. Dessa forma, mantém-se uma relação entre letras e o "concreto". Ainda conforme Lins e Gimenez (2001, p. 109), nessa perspectiva, "a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo".

Na concepção designada por *Álgebra como aritmética generalizada*, "a atividade algébrica se caracteriza pela expressão de generalidade" (Lins; Gimenez, 2001, p. 110). Nesta tendência há uma profunda preocupação com a linguagem algébrica. A função das letras não se restringe ao uso no cálculo literal, mas, para além disso, a linguagem algébrica nesta abordagem corresponde a um meio de expressão. Segundo Lins e Gimenez (2021), a atenção específica aqui não está na determinação do que será trabalhado especificamente em cada atividade algébrica e sim no envolvimento dos alunos com cada uma, na estratégia de organizar dados e estabelecer relações, bem como na busca de recursos técnicos, caso seja necessário.

Além dos pesquisadores já citados — que se empenharam em tratar de concepções referentes à Álgebra e à Educação Algébrica —, acrescentamos as ideias da americana Lesley Lee, que também propõe visões diversas sobre a Álgebra. Suas compreensões foram concebidas a partir de uma pesquisa desenvolvida com professores por um período de quatro anos, de modo que Lee (2001) apresenta seis concepções a respeito da Álgebra, apresentadas nos parágrafos que seguem.

Na concepção *Álgebra como linguagem*, Lee (2001) reconhece a Álgebra como uma linguagem que envolve a justaposição de símbolos e regras para sua manipulação. Para a autora, segundo o nosso grifo, dentro desta percepção, a Álgebra é uma linguagem diferenciada que existe para expressar pensamentos algébricos e registrar ações algébricas, sendo que o aspecto sintático (regras), nessa linguagem, é mais enfatizado do que o aspecto semântico (significado). A pesquisadora ainda acentua a relevância de as crianças terem o contato o mais cedo possível com a linguagem algébrica, vindo a fazer uso dela para expressar os pensamentos matemáticos.

Na outra concepção, nomeada de *Álgebra como uma maneira de pensar*, a autora distingue dois tipos de pensamentos: (1) tipo interno de pensamento (pensamento com e sobre os símbolos algébricos) e (2) tipo externo de pensamento. No primeiro, Lee (2001) caracteriza o pensamento algébrico como abstrato, analítico, mecânico e atrelado a operações, relações e transformações algébricas. Já o segundo tipo envolve o pensar sobre sistemas matemáticos ou do mundo real, nos quais padrões (formas, padrões numéricos e gráficos) são detectados e escritos conforme são observados.

Já na concepção *Álgebra como atividade*, Lee (2001) reconhece que o dinamismo da Álgebra está associado a dois aspectos: (1) manipulação de símbolos — sendo que esse aspecto enquadra atividades como simplificação de expressões algébricas e resolução de equações, entre outras atividades — e (2) atividades de construção de modelos (modelagem matemática). Segundo o seu ponto de vista, nesta terceira compreensão de Álgebra, a resolução de problemas é vista como uma atividade que engloba os dois aspectos citados (manipulação algébrica e modelagem).

Dentro desse entendimento, a pesquisadora reconhece a impossibilidade de resolução de problemas algébricos sem o uso de representações simbólicas e manipulação dessas representações. No entanto, ela admite que existem procedimentos diversos para fazê-las em atividades algébricas além do uso de letras, e pontua que recursos como programas de computador, materiais manipuláveis, gráficos e tabelas são úteis para conduzir o aluno a pensar, comunicar e fazer representações de propriedades gerais de números e padrões observados.

A outra concepção criada por Lee (2001) foi nominada de *Álgebra como uma ferramenta*. Aqui, a Álgebra é entendida como um recurso para resolução de problemas que seriam impossíveis de serem solucionados sem essa área de conhecimento. Não só problemas da Matemática, mas problemas de outras ciências e da “vida real”. Nessa visão, a Álgebra também é vista como uma ferramenta que possibilita tornar o pensamento mais eficaz e um meio de transmitir e converter mensagens.

Álgebra como aritmética generalizada foi outra concepção apresentada por Lee (2001) e que assinala as percepções e significados diversos que existem na literatura a respeito da Álgebra e reconhece que essa área da Matemática é vista como generalizadora de padrões numéricos. Nessa compreensão, há também a percepção de que a Álgebra está relacionada ao estudo das estruturas da aritmética e das expressões simbólicas, sem considerar os significados dos símbolos.

Na outra concepção, intitulada *Álgebra como cultura*, esse campo da Matemática “possui valores, crenças, práticas, tradições, história e processos para sua transmissão”. (Lee, 2001, p. 397, tradução nossa). Dentro dessa visão, a autora afirma que as dificuldades na Álgebra podem ser admitidas na perspectiva do conflito cultural, assim como a introdução a essa área de conhecimento pode ser vista como um processo de enculturação. Ainda conforme Lee (2001), nesse entendimento de Álgebra, as ideias das cinco concepções anteriores estariam entrelaçadas como em uma teia.

Ademais, entendemos que na concepção *Álgebra como cultura*, são reconhecidos os seguintes pontos: (1) o uso de ferramentas algébricas em atividades promovendo o pensamento algébrico; (2) a visão da linguagem algébrica como um meio de comunicação; (3) a impossibilidade de trabalhar a aritmética sem a notação algébrica e os sistemas numéricos da Álgebra; por fim, a ideia de que (4) a cultura da Álgebra não está isolada da cultura da Matemática elementar, mas deve estar entrelaçada com a aritmética e a geometria no currículo.

É possível perceber que a Álgebra é compreendida de forma diversificada por diferentes autores. Em determinados momentos, as visões dos educadores a respeito desse campo convergem ou se complementam, embora eles tenham utilizado enfoques teórico-metodológicos distintos para instituírem as suas concepções. Nós também chegamos a formar algumas concepções a respeito da Álgebra, conforme os nossos estudos. Essas concepções são apresentadas na próxima seção.

4 As nossas concepções sobre a Álgebra

A concepção que nominamos de *Álgebra como campo de operações formais* surgiu a partir das reflexões oriundas das leituras da teoria de Jean Piaget, no que diz respeito ao que acontece a partir dos doze anos na vida de um indivíduo, no quarto e último estágio do desenvolvimento humano que é chamado de “operações formais”. Nesse estágio, segundo Flavell (1975), o sujeito examina um problema, consegue pensar em todas as relações possíveis e válidas referentes aos dados em questão, combina procedimentos de experimentação, faz análise lógica e tem condições de verificar a validade das relações estabelecidas entre eles.

Isso acontece com o trato do abstrato, uma vez que, nesse estágio, as entidades que o indivíduo manipula ao raciocinar e fazer deduções passam a ser afirmações e proposições e não mais objetos concretos e dados rudimentares da realidade. Ademais, no estágio das “operações formais”, para além da operação com o concreto, o indivíduo “toma os resultados destas operações concretas, formula-os sob a forma de proposições e continua a operar com eles, ou seja, estabelece vários tipos de conexão lógica entre eles (implicação, conjunção, identidade, disjunção etc.)” (Flavell, 1975, p. 210).

Nesse sentido, as operações formais são caracterizadas pelo uso do *pensamento operacional formal*, que, conforme Flavell (1975), é hipotético-dedutivo e proposicional. Nessas operações, ideias lógicas e abstratas são manipuladas, o indivíduo consegue analisar variáveis e trabalhar com problemas simbólicos de forma a fazer deduções a partir de premissas e hipóteses, ao invés de fatos atrelados à experiência com o objeto concreto.

Nesse contexto, defendemos a ideia de que o fenômeno que acontece no estágio das operações formais na Teoria de Piaget também se manifesta no campo algébrico. Assim, atribuímos o nome à concepção algébrica, a qual estamos tratando de *Álgebra como campo de operações formais*. Com essa visão, compreendemos a Álgebra como um campo da Matemática que se encarrega de situações em que o sujeito não precisa ter um objeto físico ou palpável para fazer deduções e resolver problemas matemáticos.

Na ausência de objetos concretos que possam ser observados e manuseados, o indivíduo consegue raciocinar e fazer deduções a partir de operações intelectuais no plano das ideias, com a manipulação de conceitos, axiomas, teoremas, propriedades e proposições que não são percebidos pelos sentidos, mas que podem ser abstraídos pelo intelecto. As referidas entidades, mesmo não sendo palpáveis, funcionam como instrumentos que ajudam o sujeito a encontrar um resultado para uma determinada situação no contexto do campo algébrico. O resultado encontrado é validado e faz sentido para a compreensão do indivíduo, desde que atenda às condições impostas por uma definição, teorema ou propriedades já instituídas.

O que queremos tornar compreensível com a nossa concepção de *Álgebra como campo de operações formais* é que essa área de conhecimento é independente da realidade empírica e perceptiva, e que as operações algébricas podem ocorrer por meio de um processo intelectual de abstração, assim como acontece no estágio das operações formais, segundo a teoria de Jean Piaget.

A segunda concepção formada por nós, foi denominada de *Álgebra como ferramenta para construção de modelos matemáticos*. Antes de apresentá-la, é preciso nos ater ao significado do termo *modelo* que irá fundamentar as considerações a respeito desta concepção. Após as explanações acerca das compreensões do significado do termo em questão, justificaremos a institucionalização da nossa percepção de Álgebra.

Iniciaremos a nossa fundamentação por Machado (2013), que, considerando o aspecto da análise semântica dos sistemas formais, define um *modelo matemático* como sendo uma determinação particular de um conjunto de objetos e atribuições de significados para um conjunto de fórmulas de uma linguagem formal. No conjunto de fórmulas, as variáveis e as relações estabelecidas se tornam proposições válidas acerca dos objetos considerados. Badiou (1989) reforça essa ideia afirmando que: "Se podemos com efeito atribuir a todo enunciado derivável um enunciado verdadeiro, dizemos que o domínio de interpretação é um modelo para o sistema formal" (p. 32).

Por esse raciocínio, se considerarmos, por exemplo, um conjunto A munido de uma relação binária definida por: (1) $\forall x \in A, \forall y \in A, xRy \rightarrow yRx$ (Simetria da relação R) e (2) $\forall x \in A, \forall y \in A, \forall Z \in A, (xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz$ (Transitividade da relação R), podemos dizer que o conjunto dos triângulos do espaço geométrico euclidiano com a relação definida por: xRy se, e somente se, x é semelhante a y, é um exemplo de modelo para o conjunto A. Pois, para essa determinação particular, (1) e (2) tornam-se proposições verdadeiras.

Veja com essa ilustração que a noção de *modelo* instituída no aspecto da semântica dos sistemas formais não está atrelada à representação de situações realísticas, mas que sua essência, nessa perspectiva, está na sintaxe e na instituição de representações/fórmulas bem definidas com regras e símbolos, de forma que objetos sejam construídos a partir de outros disponíveis, mesmo que esses objetos não estejam relacionados a ocorrências do mundo real, como no caso da ilustração apresentada.

Conforme Machado (2013), com essa ideia de *modelo*, o interesse de um matemático consistiria em determinar modelos para uma teoria formal. A teoria formal, por sua vez, "é como que um jogo sobre uma linguagem escrita, com regras sintáticas explícitas, que procuram prever todos os casos sem ambiguidade" (Machado, 2013, p. 119). Também é constituída de termos primitivos, regras de inferência, axiomas, postulados e teoremas.

Outra acepção de *modelo* apresentada por Machado (2013) está relacionada à ideia que é atribuída à atividade científica de produtora de modelos teóricos que representam o real. Nessa outra acepção, a ideia de *modelo* se contrapõe à noção apresentada anteriormente. O referido autor esclarece que

> o modelo aqui é de natureza teórica, é uma construção formal. Trata-se em geral de um conjunto de hipóteses relativas ao domínio científico que se investiga e que tem a coerência e as possibilidades dedutivo-explicativas garantidas por uma codificação matemática. Neste sentido, o modelo é um corpo de enunciados que visa unificar, ordenar e controlar a produção do saber (Machado, 2013, p. 119).

Na perspectiva da segunda acepção, Badiou (1989) pontua que os modelos são construídos conforme a realidade empírica e que seu funcionamento deve informar todos os fatos observáveis. Percebemos que, para esse significado de modelo, a questão da representatividade do real é marcante, o que difere da noção do discurso da análise semântica dos sistemas formais.

Stanat e McAllister (1977, p. 2) definem modelo matemático como sendo "uma caracterização matemática de um fenômeno ou processo". Para os autores, um modelo matemático apresenta três partes fundamentais, a saber: *i*) um fenômeno ou processo a ser modelado, *ii*) uma estrutura matemática abstrata e *iii*) uma especificação da forma com o mundo real.

O item *i*) trata da caracterização matemática de fenômenos, como: processos físicos; econômicos; fenômenos climáticos; padrões de aprendizagem; programação na ciência de computação; entre outros. A componente em *ii*) corresponde à estrutura matemática que pode ser usada para modelar fenômenos diferentes, mas que nem sempre apresenta relação intrínseca com o mundo real. Podemos citar como exemplo a seguinte propriedade de logaritmo: $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$ em que: $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $0 < a \neq 1, b >$

0 e $c > 0$. Por fim, a ideia no item *iii*) é de que situações do mundo real podem ser associadas a entidades matemáticas, como variáveis, operações e equações. Com isso, estruturas matemáticas são utilizadas para descrever ocorrências da realidade.

Percebemos que as ideias de modelo apresentadas pelos autores envolvem aspectos como o trato com o abstrato e com problemas simbólicos, bem como o uso de estruturas matemáticas para representar fenômenos da realidade. Diante disso, não há como omitir a presença da Álgebra no processo de construção de modelos, já que ela está associada a tudo isso. Dessa forma, temos a concepção nominada de *Álgebra como ferramenta para construção de modelos matemáticos.* Chegamos nessa concepção por acreditarmos que esse ramo da Matemática se constitui em um instrumento para o matemático no processo de construção de modelos matemáticos.

Na perspectiva da análise semântica dos sistemas formais, a Álgebra está presente desde a criação do modelo matemático até a sua instituição, visto que o modelo é concebido com base na teoria formal, que — como já vimos — é composta por regras de inferências, axiomas e teoremas, de modo que, ao final do processo, proposições validam o que é instituído pelo modelo. Percebam que a Álgebra abrange tudo isso.

A Álgebra também é utilizada como ferramenta quando modelos são construídos para representar fatos realísticos, visto que, nessa perspectiva, os fenômenos são modelados por meio de estruturas matemáticas. Operações, variáveis e equações são associadas aos fatos observáveis e novamente notamos o papel fundamental dessa área. Assim, se o professor trabalha com os alunos a construção de modelos, seja na perspectiva da análise semântica dos sistemas formais ou no aspecto de investigações de situações realísticas do cotidiano, utilizará, em ambos os casos, a Álgebra como ferramenta. É importante que o estudante perceba isso e compreenda que esse campo da Matemática não está restrito ao trato de operações com letras e números.

A outra concepção que formamos foi nomeada de *Álgebra como ferramenta para trabalhar generalizações e formalizações de padrões* que, para além do entendimento de Álgebra como aritmética generalizada, reconhece que esta área atua como mecanismo efetivo e permite criar representações de determinadas situações que se enquadram em conjunturas diversas. Não apenas a classe dos conjuntos numéricos no contexto da aritmética, quando propriedades são generalizadas a partir das operações com os números, mas em situações genéricas diversas nas quais é possível estender um determinado raciocínio a um campo amplo, com a identificação de atributos comuns, cujo domínio de validade pode ser expandido em contextos variados.

Consideremos, por exemplo, a situação na qual temos a curiosidade de saber de quantas maneiras é possível escolher três sabores de sorvete em uma sorveteria que oferece cinco opções. Os sabores serão representados pelas letras *a, b, c, d, e*. Assim, fazendo a combinação de três sabores possíveis em meio aos cinco, teríamos as seguintes possibilidades: *aaa, bbb, ccc, ddd, eee, aab, aac, aad, aae, bba, bbc, bbd, bbe, cca, ccb, ccd, cce, dda, ddb, ddc, dde, eea, eeb, eec, eed, abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde, cde*. Então, no total, temos 35 maneiras de escolher três sabores de sorvete.

Nesse caso, como o número de sorvetes e as opções de escolha são pequenas, não é trabalhoso encontrar o resultado. Mas se tivéssemos que escolher uma grande quantidade em meio a vastas opções, teríamos que recorrer à Álgebra para encontrar uma expressão matemática que poupasse o trabalho de fazer todas as combinações possíveis, e com o risco de esquecer alguma.

Nessa situação, poderíamos utilizar o pensamento algébrico para generalizar o resultado e aplicá-lo em situações semelhantes, porém mais trabalhosas. O número de possibilidades de escolha para os sabores de sorvete corresponde algebricamente a encontrar o número de soluções inteiras e não negativas da equação: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3$, em que x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 correspondem respectivamente à quantidade de sorvete dos sabores 1, 2, 3, 4 e 5. Para descobrir o número de soluções para a equação, consideremos triângulos para representar os sabores de sorvete e barras para as divisórias entre os cinco sabores. Vejamos algumas das maneiras possíveis: (1) ▲‖ ‖ ‖ ‖▲ ▲ (essa representação é equivalente a: 1 + 0 + 0 + 0 + 2 = 3); (2) ▲ ‖ ‖ ‖▲‖▲ (equivalente a 1 + 0 + 0 + 1 + 1 = 3) e (3) ▲ ▲‖ ‖ ‖ ‖▲ (equivalente a 2 + 0 + 0 + 0 + 1 = 3). Percebam que os espaços vazios entre as barras foram representados pelo número zero.

Temos 7 símbolos (3 triângulos e 4 barras) e devemos encontrar a quantidade de maneiras de permutá-los. Trata-se de uma permutação com elementos repetidos, pois os triângulos e as barras são objetos que se repetem. A forma de permutá-los é dada por: $P_7^{4,3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$. Cada solução da equação corresponde a uma permutação de r objetos de um tipo (triângulos) e $(n-1)$ objetos de outro tipo (barras). Utilizamos $(n-1)$ barras para dividir uma quantidade de r triângulos em n partes. Generalizando, podemos dizer que, para encontrar o número de soluções de uma equação do tipo: $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n = r$, basta calcularmos a permutação $P_{n+r-1}^{(n-1),r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$.

Assim, por exemplo, se propusermos ao indivíduo que informe quantas maneiras podemos selecionar 20 pacotes de arroz em meio a 50 marcas distintas, ele não terá o trabalho de fazer todas as combinações possíveis de solução, apenas calculará o número de permutações por meio de $P_{n+r-1}^{(n-1),r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$, isso pelo fato da situação ter sido generalizada e a técnica de resolução do caso mais simples servir para ser aplicada na situação mais complexa.

Com essa ilustração queremos reforçar a ideia de que, quando falamos em generalização na Álgebra, não estamos nos referindo apenas a generalizações de propriedades aritméticas, mas considerando que a Álgebra é um importante instrumento de auxílio para a resolução de situações generalizáveis em circunstâncias diversas. Por meio da Álgebra, representações são construídas e propriedades invariantes, observadas em determinados contextos podem ser identificadas e formalizadas.

O que queremos tornar compreensível com a nossa concepção apresentada é que a Álgebra como mecanismo de generalização e formalização de padrões excede o papel de generalizadora de propriedades da aritmética, uma vez que, em conjunturas diversas — na aritmética, cálculo, geometria, combinatória, entre outros ramos da Matemática — podemos utilizá-la para fazer generalizações, de forma que mecanismos algébricos que se verificam em determinadas situações possam ser aplicáveis em contextos semelhantes.

A Álgebra está presente quando padrões são observados, quando regularidades são identificadas e o conhecimento matemático é formalizado em diversos âmbitos. É importante que o professor possibilite ao aluno ter essa percepção para não se limitar a pensar que Álgebra é somente aritmética generalizada.

A quarta e última concepção que apresentamos a respeito da Álgebra foi denominada por nós de *Álgebra como instrumento social dentro da Matemática*, pois acreditamos que a Álgebra, assim como a Matemática, possui um papel social. Defendemos essa ideia devido a sua relevante função para a vida em sociedade, não somente pela aplicabilidade em situações diversas, mas por possibilitar o desenvolvimento intelectual do indivíduo. O estudo de conteúdos algébricos proporciona ao sujeito desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de organizar e sistematizar pensamentos, estruturar ideias, abstrair, fazer análises, aprimorar a criatividade e o senso crítico. Isso fará com que ele esteja apto a encarar com mais coerência a realidade e os mais complexos emaranhados da vida em sociedade, principalmente no que se refere à economia, política, questões financeiras etc.

A versatilidade da Álgebra viabiliza a sua utilização em diversas áreas da vida, mesmo que em determinadas situações as pessoas não tenham o entendimento dos conhecimentos algébricos utilizados em algumas esferas por meio das quais são beneficiadas, como os recursos tecnológicos, por exemplo.

Compreendemos que esse ramo da Matemática é um recurso útil para a formação intelectual e cidadã do indivíduo, por possibilitar o desenvolvimento da sensibilidade para o uso da mente, fazendo com que o ser social tenha uma maior compreensão do contexto em que está inserido. Ademais, permite que tenha maior aptidão em usar eficazmente o conhecimento matemático em situações diversas, fortalecendo, para além disso, a sua função social como um cidadão/cidadã reflexivo, com um papel ativo na sociedade em que vive.

Não podemos negligenciar a relevância da Álgebra quando pensamos em questões relacionadas ao mercado de trabalho, uma vez que o indivíduo deve estar preparado para resolver os variados problemas que encontrará. Por isso, a necessidade de ter uma formação intelectual que o possibilite a elaborar técnicas e estratégias mentais lógicas para solucionar os problemas diversos, e a Álgebra é uma ferramenta importante que pode auxiliá-lo a desenvolver essas habilidades.

5 Considerações finais

No estudo das concepções de Álgebra existentes na literatura em Educação Matemática, identificamos pontos que se afluem nas ideias dos autores, sendo que prevalecem visões de uma Álgebra que corresponde a: conjunto de técnicas algorítmicas que tem utilidade na resolução de determinados problemas; aritmética generalizada; linguagem simbólica para representar procedimentos operatórios; atividade com manipulação de símbolos; meio de se estabelecer relações entre grandezas e ferramenta para construção de modelos matemáticos.

Percebemos que os pensamentos dos autores convergem no sentido de enfatizar o uso de símbolos e o transformismo algébrico. No nosso ponto de vista, tais ideias a respeito da Álgebra reforçam um ensino que tem como objetivo conduzir o aluno a aprender e reproduzir técnicas, executar transformações algébricas e manipular símbolos, sem reflexões e investigações sobre o que está aprendendo.

O nosso intuito é enfatizar que não negamos a relevância da Álgebra no sentido de consistir em uma importante ferramenta para resolução de problemas matemáticos; também entendemos que as concepções instituídas pelos autores tenham sentido, se considerarmos a forma como ela foi, e ainda é, recorrentemente apresentada e trabalhada nas aulas. Porém, tendo em vista um ensino em que o objetivo é promover o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno e delegar a ele o papel ativo na aquisição de conhecimentos e parte da responsabilidade em sua aprendizagem, compreendemos que a Álgebra pode ser entendida de uma outra forma.

Não enxergamos a Álgebra com um olhar direcionado para a forma como ela foi, ou ainda é, recorrentemente empregada no ensino, mas a maneira como a entendemos está associada à nossa compreensão do real objetivo do ensino de Matemática após os estudos feitos ao longo do percurso no doutorado em Educação da Universidade Federal do Ceará. Hoje, entendemos que o foco do ensino da Álgebra não é a instruir os estudantes para resolver uma série de exercícios repetidos, com expressões matemáticas sem que reflitam, conjecturem e participem das construções dos conceitos estudados. Dessa forma, perspectivamos com as discussões apresentadas neste estudo estimular os professores de Matemática a refletirem acerca dos impactos das concepções de Álgebra no ensino e aprendizagem dos conteúdos algébricos.

Referências

BADIOU, Alain. *Sobre o conceito de modelo*. São Paulo: Mandacaru, 1989.

COSTA, Angelo Brandelli; ZOLTOWSKI, Ana Paula Couto. Como escrever um artigo de revisão sistemática. In: KOLLER, Sílvia Helena; COUTO, Maria Clara Pinheiro de Paula; VON HOHENDORFF, Jean. (Org.). *Manual de produção científica*. Porto Alegre: Penso, 2014, p. 55-70.

DIAS, Guédulla de Senna; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner. Considerações sobre a Álgebra Acadêmica e a Álgebra Escolar: um estudo em cursos de Matemática Licenciatura. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 7, n. 13, p. 1-22, jul. 2023.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. *Pró-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.

FLAVELL, John Hurley. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. Tradução de Maria Helena Souza Patto. São Paulo: Pioneira, 1975.

GALVÃO, Maria Cristiane Barbosa; RICARTE, Ivan Luiz Marques. Revisão Sistemática da Literatura: conceituação, produção e publicação. *Logeion*, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 57-73, set. 2019/fev. 2020.

LEE, Lesley. Early algebra — but which algebra? In: *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference*. Melbourne: ICMI, 2001, p. 392-399.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4. ed. Campinas: Papirus, 2001.

MACHADO, Nílson José. *Matemática e realidade*: das concepções às ações docentes. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, Juciane Teixeira; RESENDE, Marilene Ribeiro; IBRAHIM, Soraia Abud; FERNANDES, Florença. As concepções de Álgebra e de Educação Algébrica: uma análise de livros didáticos do 8º ano. *Profissão Docente*, Uberaba, v. 15, n. 33, p. 127-145, 2015.

STANAT, Donald F.; MCALLISTER, David F. *Discrete Mathematics in Computer Science*. New Jersey: Prentice-Hall, 1977.

THOMPSON, Alba Gonzales. A relação entre concepções de Matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. *Zetetike*, Campinas, v. 5, n. 2, p. 11-44, jul./dez. 1997.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). *As ideias da Álgebra*. Tradução de Hygino Hugueros Domingues. 4. ed. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.

VEIGA, Márcia Stochi. Concepções de Álgebra em teses sobre cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. 2016. 199f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.