ISSN: 2007-5316
año 10 / núm. 30
Entretextos
diciembre 2018 - marzo 2019

LAS MATEMÁTICAS: UN LENGUAJE PARA DESCRIBIR LA NATURALEZA

MATHEMATICS: A LANGUAGE FOR NATURE DESCRIPTION

Dr. Zacarías Malacara Hernández*

Resumen

El formalismo escrito de la matemática ha derivado en un lenguaje que contiene estructuras encontradas en lenguajes formales. No sorprende que varios matemáticos también fueron importantes estudiosos de las lenguas. Muchos avances en la ciencia matemática han ocurrido solo después de hacerse reformas significativas a su estructura. Se hace un análisis comparativo entre lenguajes formales y la matemática recalcando las diferencias entre ambos. Presentamos una visión especulativa de la tendencia de las matemáticas como lenguaje.

Abstract

Mathematical written formalism results in a communication language that resembles closely to structures from a formal language. It is not surprising that many great mathematicians were also important language scholars. Significant mathematical advances occurred after some important structural proposals were made. In this paper, a comparative analysis is made pointing out the differences between traditional languages and mathematical language. Also, a speculative preview as for a possible developing path is made for the mathematical language.

* Investigador titular del Centro de Investigaciones en Óptica, A.C. y miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), Nivel I. Doctor en Ciencias (Óptica) por la Universidad de Guanajuato.
zmalacar@cio.mx

Palabras clave: matemática, lenguaje simbólico, semiología, semántica.

Keywords: math, symbolic language, semiology, semantics.

Introducción

La matemática ha surgido como un lenguaje formal de comunicación. El conocimiento y el avance de las matemáticas se han desarrollado de manera consolidada en la humanidad cuando ha habido un nuevo formalismo de comunicación. Considerando la matemática como un medio de comunicación formal filosófico, preserva una estructura elaborada buscando mantener la precisión en la comunicación y exactitud en las proposiciones. La estructura semántica de la matemática es el resultado de la aportación de diversas culturas en diverso tiempo. Tal vez el más diverso entre los lenguajes actuales. Se ha propuesto que el medio de comunicación de las matemáticas puede considerarse como un lenguaje formal de ámbito restringido (Eco, 1993). Este lenguaje universal contiene características encontradas en lenguajes comunes, además de propiedades no contenidas en ningún otro. Considerando las matemáticas como un lenguaje más, ¿tiene los mismos riesgos y ventajas de cualquier otro lenguaje formal? ¿Puede la matemática llegar a evolucionar hacia un lenguaje completo de mayor uso?

Evolución histórica

El conocimiento matemático inicia en todas las culturas como un mecanismo simple de conteo (Struik, 1949). Es de destacar que la cultura romana, avanzada en política, jurisprudencia y especialmente en lenguaje, no tuvo un avance significativo en las matemáticas. Su uso se redujo al simple proceso de conteo y con frecuencia se cita al sistema de numeración romana como lo suficientemente ineficiente para solo ser utilizado en cálculos simples (Smith, 1956; Bell, 1949).

La representación numérica inventada por los pueblos indios muestra una mejora respecto de cualquier otro sistema desarrollado por cualquier otro pueblo antiguo. La representación posicional simple daría importantes ventajas en desarrollos posteriores. La introducción del concepto del cero por los árabes coloca un concepto abstracto no fácilmente asimilable, pero que completa el sistema de numeración que definitivamente es adoptado por todos los pueblos en el planeta (Struik, 1949).

Una de las aportaciones más importantes corresponde al pueblo griego. Importantes filósofos/matemáticos griegos le imprimen por primera vez a un razonamiento su calidad de ciencia exacta. La filosofía matemática requería para su expresión no solo la descripción verbal sino una representación gráfica. La geometría es esencialmente adoptada por estos importantes filósofos.

La complejidad de este razonamiento llega al punto de hacer necesario el uso de instrumentos para la construcción de las representaciones. El compás, las cuerdas, las reglas y las escuadras se convierten en herramientas necesarias para el desarrollo lógico de la primera ciencia exacta de la humanidad. Los teoremas y las proposiciones euclidianas se registran en papel de manera gráfica con muy escasa, casi nula, descripción algebraica (Stillwell, 2002).

El nacimiento de un álgebra primitiva puede remontarse a la Persia antes de Cristo. Consideramos al alejandrino Diofanto

El esplendor de los métodos algebraicos para la solución de ecuaciones ocurre entre los siglos VII y X en Bagdad. La gran aportación del mundo árabe consiste en el desarrollo del álgebra y su relación con el conocimiento de la geometría helénica.

(s. II d. C.) como el padre del álgebra (Struik, 1949). Diofanto incluso encuentra la solución para algunas ecuaciones cúbicas (Stillwell, 2002). El esplendor de los métodos algebraicos para la solución de ecuaciones ocurre entre los siglos VII y X en Bagdad. La gran aportación del mundo árabe consiste en el desarrollo del álgebra y su relación con el conocimiento de la geometría helénica.

La cultura griega plantea por primera vez el concepto del infinito con métodos matemáticos, tal vez en la paradoja de Zenón (Aquiles y la tortuga) en el siglo IV a. C., (Stillwell, 2002) muestra la lógica del razonamiento del infinito. Sin embargo, el estudio del infinito en un contexto más formal tendría que esperar hasta el siglo XIX con George Cantor (Bell, 1949; Lamúa, 2017).

Al italiano Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci (1170-1250), le corresponde el honor histórico de aprender de los árabes del norte de África el sistema indo-arábigo y darlo a conocer en la Europa de la baja Edad Media, añadiéndole desarrollos propios (Struik, 1949). Fibonacci conoció las ventajas evidentes de la notación posicional del sistema indo-arábigo en los cálculos numéricos contables y en el comercio. Esa ventaja de los cálculos numéricos en la contabilidad fue apreciada posteriormente por Luca Pacioli (1445-1517) para establecerla con gran éxito en el comercio.

El vínculo entre la matemática y el lenguaje, donde se establece una relación mutua entre ambas disciplinas, es estudiado por el catalán Ramón Llull en el siglo XIII (Eco, 1993; ídem, 2005). Los métodos matemáticos para la construcción del lenguaje son estudiados por Llull bajo una perspectiva del análisis combinatorio.

Algunos avances importantes llegan sincrónicamente cuando las condiciones culturales están dadas. Conocido es el caso de la invención del cálculo casi simultáneamente por el inglés Newton y el alemán Leibniz (Bell, 1949). La disputa por la paternidad del cálculo se prolongó por años. Sin embargo, es justo decir que si bien el concepto involucrado es el mismo la notación seleccionada por ambos matemáticos no es la misma y se manifiestan de manera fundamentalmente diferentes. La notación de Newton para la descripción de un cuerpo uniformemente acelerado se hace mediante el uso de dos puntos, como en la tradicional ecuación para la fuerza:

$$F = m\,\ddot{x}. \qquad (1)$$

Mientras que la notación de Leibniz hace explícita la dependencia del tiempo en la operación:

$$F = m\,\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2)$$

Se ha argumentado que la notación de Newton presupone la operación únicamente como función del tiempo, mientras que la de Leibniz abre la posibilidad de operar con respecto a cualquier variable posible dando así a la operación un espectro muy amplio de aplicaciones. Este caso apoya de manera patente la importancia de la notación y la representación semántica para el avance de los conocimientos matemáticos. La notación apropiada de Leibniz se manifiesta con contundencia también en el símbolo de la integral, de adopción universal.

El trabajo de Descartes en el siglo XVII proporciona una estructura formal a la geometría euclidiana griega a través de la geometría analítica. Requiere de todo un vínculo completo entre la geometría y el álgebra. Este vínculo no se rompería y la representación de gran cantidad de procesos matemáticos adquiere una descripción mental mucho más fácil de comprender (Stillwell, 2000).

La invención del cálculo, además del concepto de la operación límite, llevó al planteamiento de una ecuación diferencial. Estas ecuaciones representan un avance importante en la semiótica de la representación matemática. Una ecuación algebraica no representa ya solamente un balance de variables y constantes que se deben de cumplir, sino que tenemos toda una ecuación descriptiva de una gama amplia de condiciones en la identidad. Así, por ejemplo, la llamada ecuación de onda (Stewart, 2012):

$$\frac{d^2f}{dt^2} = c^2\frac{d^2f}{dx^2}, \qquad (3)$$

Se refiere no solo a una condición de la posición de un cuerpo sino que describe toda una gran variedad de soluciones válidas (un cuerpo estático, a velocidad constante, un cuerpo oscilante sinusoidalmente, oscilante con una forma de onda arbitraria, un cuerpo amortiguado…). Esta breve ecuación describe una gran cantidad de situaciones posibles englobadas en una ecuación brevemente representada. Si bien a la ecuación se le conoce como la ecuación de onda, la función específica representa un ámbito mayor de soluciones posibles. La idea comunicada por dicha ecuación debe ser entendida propiamente por el receptor.

El cálculo variacional inicia con Fermat en el siglo XVII y con Hamilton se consolida la mecánica analítica, la más poderosa herramienta en la predicción de los movimientos de los astros (Stewart, 2016). Los métodos obtenidos proporcionan un importante avance a la mecánica celeste y que posteriormente se aplicaría prácticamente en el diseño de proyectiles teledirigidos y sondas interplanetarias.

El siglo XIX ve nacer la teoría de las funciones de variable compleja bajo la paternidad de importantes matemáticos: Euler, Gauss, Riemann y otros (Stillwell, 2002). La definición del número imaginario $i^2 = -1$ plantea un problema para interpretar su significado, aunque para otros tiene uno muy real. Ya el nombre de número imaginario genera muchas discusiones. La abstracción necesaria para interpretar estas funciones eleva la complejidad de la representación matemática. El interpretar la idea contenida en una expresión matemática puede resultar de alguna manera una tarea simple. Asociar una expresión matemática a una realidad física puede ser bastante complicado. El ejemplo más representativo lo encontramos en la ecuación de Euler:

$$e^{-i\pi} + 1 = 0. \qquad (4)$$

"Expresión casi mística que incluye los cinco números fundamentales: 0, 1, i, ϖ, e" (Penrose, 2004, p. 162). Puede esta ecuación dentro de su simpleza gráfica envolver a un estudiante en serios problemas de comprensión de las funciones de variable compleja.

La estadística como rama de la matemática no fue plenamente aceptada en sus inicios en el siglo XVIII. La descripción de procesos aleatorios pudo acomodarse a la representación tradicional del álgebra, y su aplicación especialmente a la milicia le da una importancia en el campo de las matemáticas aplicadas. Lo diferente de la estadística, por cuanto a la representación de sus ecuaciones hace, es su interpretación; ya no como un resultado determinístico sino como una función de probabilidad.

Los siglos XIX y XX han producido importantes avances en el conocimiento de la matemática. Ello incluye las representaciones necesarias para cada uno de los problemas a resolver. Mencionamos, sin intención de ser limitativos, los que dieron paso al álgebra lineal, la notación matricial, la notación tensorial (Rowe & McCleary, 1989), la teoría de grupos y la topología.

La topología, que comienza a gestarse en el siglo XVII y alcanza un gran esplendor a inicios del siglo XX, requiere de un lenguaje preciso combinado con representaciones gráficas de profundo apoyo. La inclusión de la topología en la ciencia matemática demanda de herramientas de representación específicas no necesarias en otras ramas de la matemática.

Es en el siglo XX cuando la matemática obtiene un amplio desarrollo en temas abstractos; aplicaciones y, especialmente, una unificación en temas diversos. La formalización de una escritura sufre grandes transformaciones y a la fecha es objeto de diversos análisis.

El siglo XIX ve nacer la teoría de los sistemas dinámicos en Rusia bajo la ideas de Lyapunov. La teoría del caos se deriva de estos conceptos. En Inglaterra, el reverendo Thomas Bayes inicia la estadística (Dressler, 2011).

> Los llamados lenguajes de programación sufren movimientos evolutivos frecuentes y radicales. Si bien nadie considera al de la programación como un verdadero lenguaje, nadie piensa reducir su importancia de manera alguna (Eco, 1993).

Finalmente, la filosofía de las matemáticas, siempre teórica y muchas veces abstracta, alcanza un hito histórico en las etapas finales de la Segunda Guerra Mundial con la invención de la computadora. La investigación de la ciencia matemática da un cambio importante. Se recuperan muchos temas en la teoría de los números. Renacen los métodos numéricos y sus aplicaciones. Aparecen los llamados lenguajes de programación y sufren movimientos evolutivos frecuentes y radicales. Si bien nadie considera al de la programación como un verdadero lenguaje, nadie piensa reducir su importancia de manera alguna (Eco, 1993).

El lenguaje de las matemáticas

Plantear la matemática como un lenguaje acarrea severos problemas. Habida cuenta de que un lenguaje formal tiene una estructura con una semiótica, una gramática elemental y una sintaxis a veces rígida, a veces laxa, la matemática carece o tiene deficiencias importantes en algunos de estos elementos. No esperaremos encontrar las estructuras de las que se componen las ideas en los lenguajes; a pesar de que comunican ideas completas, a veces bastante complejas.

Si analizamos la prosodia actual de la matemática encontraremos que impone dificultades para la comunicación oral. Sin embargo, sabemos que el alemán estándar o *Hochdeutsch* hasta inicios del siglo XIX se utilizaba muy poco para la comunicación oral debido al uso común de los dialectos (Wikipedia, s.f.). La idea de una conjugación o uso de las declinaciones se ha considerado escasamente en el lenguaje matemático.

La ciencia de las matemáticas como un lenguaje formal adopta los vocablos disponibles en el lenguaje común del usuario; en otros casos, dispone de términos propios únicos a las matemáticas, pero ya de uso en casi todos los idiomas. Si bien toda ciencia puede adoptar términos propios para distinguir de manera precisa las ideas necesarias, los conceptos matemáticos son característicos.

En las ciencias químicas se encuentran términos como ácido *metilpropenildihidroxicinamenlacrilico* o el ácido *desoxirribonucleico*, los cuales son bastante complejos para designar inequívocamente una idea. Bajo este punto de vista, las matemáticas adoptan términos simples para ideas complejas como: anillo, conjunto, cerradura, diferencia, límite, grupo, etc. La sobresimplificación de los términos puede conducir a situaciones tales donde, por ejemplo, el término 'grupo simple' resulta en uno bastante complejo de entender (Kasner, 1956).

La representación de las ideas en las diferentes disciplinas artístico-científico-tecnológicas toman manifestaciones características. Fácilmente identificamos una partitura para una composición musical, un plano arquitectónico, un diagrama de circuitos electrónicos o una hoja de estados financieros. Si bien la representación gráfica de una partitura puede tener un amplio contenido sintáctico, no tiene un espesor semiótico aparente (Eco, 2005). Las matemáticas tratan de representar de manera escrita algo similar a la prosa llana. Los vocablos echan mano de los alfabetos latino, griego e incluso hebreo, sin olvidar la exclusividad de la numeración indo-arábiga. A lo largo de los años, la matemática también ha desarrollado una iconografía propia; a diferencia del escrito literario, el texto matemático se apega más al formalismo deductivo filosófico, cuyas reglas han desarrollado conjuntamente.

A lo largo de los años, la matemática también ha desarrollado una iconografía propia; a diferencia del escrito literario, el texto matemático se apega más al formalismo deductivo filosófico, cuyas reglas han desarrollado conjuntamente.

La matemática como lenguaje

Una tesis, lema o teorema deberá tener un rigor lógico sujeto a toda prueba más allá de lo que se pide a un texto libre, en el que la mayoría de los lenguajes acepta una gran flexibilidad en sus construcciones. La metáfora simple, tan común, estética y valiosa en un lenguaje habitual, es impensable en el lenguaje matemático. He aquí una muy importante diferencia con respecto a los lenguajes naturales.

La matemática avanza no solamente en la búsqueda de la verdad, sino también de lo bello y lo bueno (Penrose, 2004). El lenguaje matemático, se ha especulado, puede tener diferentes grados estéticos según diversos autores. Se cita la ecuación de segundo grado como una de las ecuaciones más comunes, pero carente de estética y belleza (Hersh y John-Steiner, 2011):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a}, \qquad (5)$$

Mientras que en la física las ecuaciones de Maxwell se contrastan por su belleza, derivada de su simetría, simplicidad, unidad y universalidad:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \overline{E} &= 4\,\pi\rho \\ \nabla \cdot \overline{B} &= 0 \\ \nabla \times \overline{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \overline{B} &= \frac{1}{c}\left(4\,\pi\,\overline{j} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial t}\right). \end{aligned} \qquad (6)$$

Tarea de todo matemático es encontrar la funcionalidad de cualquier cantidad variable. Ya se ha definido la medida de lo estético (*M*) en términos del orden (*O*) y la complejidad (*C*) de una ecuación (Birkhoff, 1956):

$$M = \frac{O}{C}. \qquad (7)$$

Donde la medida estética de una expresión matemática crece con el orden y decrece con la complejidad. Para mantener la belleza de una ecuación es necesario presentarla de una manera ordenada y con una complejidad reducida. La representación tiene que ser lo más adecuada posible. El lenguaje matemático también busca la estética del lenguaje. Con respecto al orden, es inevitable relacionar la entropía como un concepto que afecta los lenguajes (Eco, 2015).

El hipertexto fue propuesto por Wilkins (Eco, 1993) en el siglo XVII. Este artificio, ya de uso común en textos de las redes electrónicas, permite redirigir la lectura hacia otros textos relacionados de alguna manera. Así, un texto relativo a *vivienda* puede redirigirnos hacia *arquitectura, urbanismo, hipoteca* o *plusvalía*. Una vez seleccionado el tema de *plusvalía*, podemos redirigir la lectura hacia *economía*, etc.; convirtiendo cualquier texto en un macrotexto entrelazado en una gigantesca red de conocimiento.

El lenguaje matemático tiene ya este tipo de vinculación de manera incipiente. Por ejemplo, un texto (o sistema de ecuaciones) que puede evocar un conjunto de ideas lo encontramos en una conocida cita que aparece en camisetas y en los afiches favoritos de estudiantes de ciencias (véase recuadro adjunto). El texto que pretende sustituir la cita bíblica por una descripción matemática más completa de la naturaleza de la luz.

Y Dios dijo:

$$\nabla \cdot \overline{E} = 4\,\pi\rho$$

$$\nabla \cdot \overline{B} = 0$$

$$\nabla \times \overline{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \overline{B} = \frac{1}{c}\left(4\,\pi\,\overline{j} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial t}\right)$$

y la luz se hizo.

Conclusiones

A la matemática, en su etapa de desarrollo actual, se le considera un lenguaje filosófico de ámbito restringido. Se puede afirmar que es un lenguaje de uso retórico, pues siempre busca convencer en sus demostraciones (Eco, 1995). De evolucionar hacia un lenguaje más completo deberá asimilar las características de los lenguajes formales.

El lenguaje matemático podemos catalogarlo como un accesorio de cualquier lenguaje formal; cualquiera de ellos, con el matemático, puede convertirse en un lenguaje de expresión matemática.

El lenguaje matemático, en contraste con algunos lenguajes formales, consta de un código abierto. No existe una academia normativa del lenguaje como la hay para el español o el francés. No hay una autoridad como los diccionarios en inglés. Son los usuarios los que deciden la mejor sintaxis y semiótica. Tal vez en el futuro, la diversidad misma planteará la necesidad de una norma, e incluso podría derivar en varias corrientes semánticas, del modo de las familias de dialectos.

Si bien de alguna manera el lenguaje matemático ha enriquecido todas las lenguas formales (¿cuál de ellas no utiliza el sistema de numeración indo-arábigo?), también el lenguaje matemático ha recibido aportaciones de otras lenguas. En el pasado, los neologismos se tomaron de locuciones latinas. En el presente se toman de palabras de lenguas actuales como: kernel, eigenvalor, splines y otros que han llegado para quedarse en todas las expresiones del lenguaje matemático. En el pasado la matemática aceptó gran cantidad de términos árabes.

Los lenguajes de programación, creados para describir las instrucciones y procedimientos en máquinas de cómputo, se definen teniendo en mente los lenguajes formales. Los setenta años de evolución constante en lenguajes de programación han derivado en cambios rápidos y frecuentes. Las estructuras de los más recientes lenguajes se han simplificado, pero a su vez se ha buscado una estructura formal que no deje lugar a duda en cuanto a su precisión. El desarrollo formal de los lenguajes de programación y la estructura del lenguaje matemático han corrido de la mano pero de manera independiente. Dada la naturaleza formal del lenguaje matemático, se espera que los lenguajes de programación, a su vez, mantengan esa tendencia.

En un futuro, la tendencia de los lenguajes de programación podría ir en dos vertientes: la primera, separarse completamente hacia una técnica de control de dispositivos, alejado de la lógica pero también de la estructura matemática. La segunda posibilidad es que algún día se fusionen y ambas se enriquezcan. En una etapa intermedia podríamos tener un lenguaje matemático simbólico, formal y preciso y que su potencial sea tal que una descripción sea suficiente para construir un programa de cómputo. Esto es posible actualmente con los programas matemáticos comerciales (Matlab, Matemática y Mathcad).

Gran cantidad de lenguas han desaparecido por diversas razones, sean sociales, prácticas o de dominación; pero otras, por su baja eficiencia, por su naturaleza elemental, así como aquellas que enfrentan una condición de debilidad ante otras más fuertes. El lenguaje matemático puede perder vigencia y continuidad y desaparecer frente a otros avances. En un futuro, ¿cuál puede ser la piedra de Rosetta que preserve el conocimiento matemático actual?

Concluiremos que en el momento actual el lenguaje matemático tiene su principal utilidad en la búsqueda por la descripción de los fenómenos de la naturaleza. En este momento, a la matemática solo le preocupa hurgar los secretos de la naturaleza (Chomsky, 2000). Tal vez en un futuro pueda encontrar aplicaciones más comunes, pero en este momento tiene una tarea inmensa por realizar. Traemos a la memoria la frase de Galileo Galilei, en su obra *Il Saggiatore*, de 1623 (Newmann, 1956, p. 731; Castellano, 2014):

> La filosofía está escrita en un vasto libro que permanece abierto por siempre frente a nuestros ojos. Me refiero al universo; pero no podrá ser leído hasta que aprendamos el lenguaje y nos familiaricemos con los caracteres con los cuales está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, y las letras son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin cuyo significado es humanamente imposible comprender una sola palabra.

El futuro de la matemática será el de un lenguaje para la comprensión de la naturaleza.

Referencias

Bell, E. T. (1949). *Historia de las matemáticas* (Trad. R. Ortiz). (2.ª ed.). México: Fondo de Cultura Económica.

Birkhoff, G. D., (1956). Mathematics of aesthetics. En J. R. Newman (Ed.), *The World of Mathematics* (Vol. 4). New York, NY: Dover Publications.

Castellano, G. (2014). *Matemáticas: el alfabeto del universo* (2.ª ed.). Madrid, España: Guadalmazán.

Chomsky, N. (2003). *La arquitectura del lenguaje* (Trad. M. Martínez Lage y E. Vázquez Nacarino). Barcelona, España: Kairós.

Dressler, M. (2011). Thomas Bayes und die Tücken der Statistik. *Spektrum der Wissenschaft*, (10), 74-77.

Eco, U. (1993). *La búsqueda de la lengua perfecta* (Trad. María Pons) (2.ª ed.). Barcelona, España: Crítica.

Eco, U. (2005). *La estructura ausente. Introducción a la semiótica* (Trad. F. Serra Cantarell). México: Debolsillo.

Hersh, R. y John-Steiner, V. (2011). *Matemáticas: una historia de amor y odio* (Trad. R. M. Salleras Puig). Barcelona, España: Drakontos.

Kasner, E. (1956). New names for old. En J. R. Newman (Ed.), *The World of Mathematics* (Vol. 3). New York, NY: Dover Publications.

Lamúa, A. (2017). *Los secretos del infinito*. Madrid, España: Librero.

Newman, J. R., (1956). Commentary on Galileo Galilei. En J. R. Newman (Ed.), *The World of Mathematics* (Vol. 2). New York, NY: Dover Publications.

Penrose, R. (2004). *El camino a la realidad*. México: Debate.

Rowe, D. E. & McCleary, J. (1989). *The history of modern mathematics, volume II: institutions and applications*. San Diego, California: Academic Press.

Smith, D. G. & Ginsburg, J. (1956). From numerals to numerals and from numerals to computation. En J. R. Newman (Ed.), *The World of Mathematics* (Vol. 1). New York, NY: Dover Publications.

Stewart, I. (2012). *17 ecuaciones que cambiaron el mundo* (Trad. L. Sánchez Fernández). México: Crítica.

Stewart, I. (2016). *Las matemáticas del cosmos* (Trad. L. Sánchez Fernández). México: Crítica.

Stillwell, J. (2002). *Mathematics and its history* (2.ª ed.). New York, NY: Springer-Verlag.

Struik, D. J. (1987). *A concise history of mathematics* (4.ª ed.). New York, NY: Dover.

German language. (s.f.). En *Wikipedia*. Recuperado el 10 de febrero de 2018 de https://en.wikipedia.org/wiki/German_language

Artículo recibido: 02-05-18
Aceptado: 12-09-18