

# *Psicología y pedagogía para el aprendizaje de la matemática centrado en las creencias del alumno*

**Dra. Mayra Trejos**

Universidad de Panamá

Correo electrónico: [mayra\\_stella@yahoo.com.mx](mailto:mayra_stella@yahoo.com.mx)

Dra. Analinnette Lebrija

UDELAS

Correo electrónico: [analinnette.lebrija@udelas.ac.pa](mailto:analinnette.lebrija@udelas.ac.pa)

Fecha de recepción: 10-jun-20

Fecha de aceptación: 5-sep-20

## Resumen

El bajo rendimiento en Matemática y la falta de aprendizaje e interés de los estudiantes, es motivo de constantes estudios científicos que buscan soluciones a esta problemática. Esta investigación es llevada a cabo por una comunidad de aprendizaje conformada por investigadores y docentes, que, desde un paradigma psicológico, pedagógico y constructivista, buscan, cómo puede un programa de formación continua (PFC), mediado por la participación de una comunidad de aprendizaje, coadyuvar a fomentar creencias positivas hacia la Matemática y su utilidad. El PFC se fundamenta en un paradigma que promueve la motivación intrínseca y un enfoque educativo cognitivo centrado en el estudiante fomentando el pensamiento crítico de este (Mackay, R. *et al*, 2018). Se utiliza un diseño de investigación cuasiexperimental mixto, pretest-posttest, para el análisis de la eficiencia del programa de formación de profesores, la modificación de las creencias y estrategias enseñanza de los educadores y sobre las estrategias de aprendizaje y creencias hacia la Matemática de los alumnos. Los resultados del presente estudio muestran solamente el diagnóstico de las creencias de los alumnos y profesores de Matemática, como enseñan la estrategia de solución de problemas y una guía didáctica para su enseñanza.

**Palabras claves:** Comunidad de aprendizaje, estrategia de solución de problemas, programa de formación continua, enseñanza centrada en el alumno, creencias.

## Abstract

The low performance in Mathematics and the lack of learning and interest of the students, is the reason for constant scientific studies that seek solutions to this problem. This research is carried out by a learning community made up of researchers and teachers, who, from a psychological, pedagogical and constructivist paradigm, seek, how can a continuous training program (PFC), mediated by the participation of a learning community, help to promote positive beliefs towards Mathematics and its usefulness. The PFC is based on a paradigm that promotes intrinsic motivation and a cognitive educational approach centered on the student, fostering critical thinking of the student (Mackay, R. et al, 2018). A mixed quasi-experimental research design, pretest-posttest, is used for the analysis of the efficiency of the teacher training program, the modification of the beliefs and teaching strategies of educators and on the learning strategies and beliefs towards the Mathematics of the teachers. students. The results of this study only show the diagnosis of the beliefs of the students and teachers of Mathematics, as they teach the problem-solving strategy and a didactic guide for their teaching

**Key words:** Community learning, problem-solving strategy continues training program, student-centered teaching, beliefs.

## Introducción

La comunidad de aprendizaje es un grupo interdisciplinario, que se capacita, se forman y desarrolla, a través del estudio y la elaboración de un trabajo en conjunto. En la medida que desarrollan una investigación, también van profundizando y construyendo su aprendizaje en su área de especialidad (Lebrija, 2017).

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, las creencias de los alumnos son fundamentales para promover un ambiente adecuado en el aula. Por otro lado, cuando el control y responsabilidad del proceso educativo recae solo en el docente, produce un resultado negativo en el aprendizaje de la disciplina (Lebrija, Flores, Trejos, 2006, 2010; Lebrija, Trejos, 2005; Lebrija, 2006, Lebrija 2012, Sáenz, Lebrija 2014).

Es importante que en el proceso de enseñanza y aprendizaje el docente desarrolle conocimientos y estrategias para manejar el proceso afectivo, motivacional, centrado en las necesidades y características del estudiante (McCombs, 1997). Por otro lado, la enseñanza y aprendizaje de la Ciencia Matemática debe realizarse a la par de la enseñanza de estrategias de aprendizaje y estudio, sobre todo la estrategia de

solución de problemas reales (Flores, 1999, 2003, 2005; Blum, 2002, Lebrija, *et al*, 2017,).

La solución de problemas es mucho más enriquecedora que la aplicación mecánica de un algoritmo dentro de un ejercicio. Polya (1965), Schoenfeld (1994, 1999), "no serán entendidos en una relación secuencial unidireccional, sino como parte de un ciclo recursivo durante el proceso de solución". Es importante equilibrar qué enseñar, cómo aprende el estudiante y para qué enseñar, tomando en consideración las experiencias de la comunidad de aprendizaje participante que busca el término medio de los acercamientos interdisciplinarios de la enseñanza basada en prácticas psicopedagógicas actuales (Lebrija, 2017).

Los programas de enseñanza y aprendizaje de la Matemática deben estar dirigidos a solucionar las necesidades de los estudiantes, además modificar las creencias negativas que afectan el proceso educativo y desarrollar las estrategias de enseñanza y aprendizaje que promoverán que los estudiantes se vuelvan autónomos y autorregulados (Lebrija, 2010, Sáez y Lebrija, 2014).

En el desarrollo de factores cognitivos, metacognitivos, emocionales, personales, sociales y aspectos propios del individuo están influenciados por el profesor; dichos factores influyen en su actuación y no se dirigen solamente en la instrucción, sino que enfatiza el guiar y orientar el proceso de aprendizaje y desarrollar habilidades de pensamiento y razonamiento (McCombs y Whistler, 1997, Lebrija, 2010, Lebrija 2017).

### **Marco Metodológico**

El objetivo general de la investigación es analizar la efectividad de un programa de formación de profesores fundamentado en un paradigma psicológico, pedagógico constructivista, la motivación intrínseca y un enfoque educativo cognitivo centrado en el estudiante. El objetivo específico al que se le dará respuesta en el presente artículo es: analizar de las creencias de los alumnos y profesores de Matemática que participan en el Programa y describir cómo enseñan e utilizan la estrategia de solución de problemas durante el proceso educativo.

Es un estudio de campo cuasiexperimental mixto, pretest – posttest, para medir los cambios de profesores y estudiantes antes y después del programa de intervención, un tipo de estudio descriptivo – explicativo. Se aplicaron cuestionarios cualitativos y cuantitativos que midieron conocimientos y creencias sobre el proceso educativo matemático fundamentados en Flores, 2001, Flores, Hernández, Camarena, 2015, Monereo, 1995, Vergnaud, 2000, Vosniadou, 2004, Ausbel, Novak y Hanesian, 1978, Coll, 1993, Brousseau, 2000.

El desarrollo del estudio inicia con la conformación de la Comunidad Educativa de Matemática para Siempre, CEMAS, que a través del trabajo colaborativo entre tutores expertos (investigadores), tutores (profesores) y alumnos, cada una de sus escuelas. Tiene el propósito de contribuir en la construcción de un modelo para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática, con las características de la sociedad panameña, dentro del sistema educativo nacional, en el plan de estudios del nivel de secundaria. Analizar la eficiencia del programa de formación de profesores de Matemática, las creencias y estrategias de estudiantes y docentes.

Se inicia la construcción del paradigma teórico fundamentado en el marco teórico constructivista, el cual promueve la importancia del rol activo del estudiante que construye su conocimiento partiendo de sus aprendizajes previos, analizando la nueva información y evaluando lo aprendido, fundamentado en la metacognición que es el proceso que nos permite comprender el cómo hacemos las cosas, por qué, cuándo, así como su utilidad y aplicación en el contexto cotidiano. Una vez estructurado el marco teórico y el marco metodológico del estudio,

Se inicia el proceso de formación de profesores y la medición, valoración y análisis del proceso educativo, logrando los siguientes resultados.

### **Análisis de Resultados**

La evaluación de creencias permitió comprender que los profesores y los alumnos perciben diferente un mismo hecho, y esta situación influencia negativa o positivamente el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo el 16.67% de los profesores mencionan que un estudiante para comprender la Matemática tiene que saber el lenguaje matemático, el 20% opina que las operaciones básicas, el 6.67% menciona debe saber razonar, el 10% analizar y el 6.67% analizar y resolver problemas en el contexto cotidiano, lo que nos permite comprender que le dan importancia al conocimiento algorítmico de la Matemática y en menor escala importancia a la aplicación de este conocimiento en la solución de problemas en el contexto diario del estudiante.

Al preguntarle al docente qué actividades realiza en el salón de clases, menciona que cine debates 5%, dinámicas de grupo 10%, juegos 20%, investigaciones 10%, trabajo grupales 20%, actividades que podríamos analizarlas como no tradicionales; al preguntarle a los estudiantes cómo son sus clases de Matemática, el 2.3% dicen que utilizan lápiz papel, el 7.1% los ponen a practicar, el 4.7% utilizan el libro de texto, el 11.9% mencionan que no juegan y el 4.7% dicen que el profesor entra, explica la clase, y a veces deja trabajo en grupo, lo que nos permite argumentar que algunos aspectos son contradictorios entre lo que opina el profesor y lo que el estudiante menciona.

Quisimos contrastar los resultados incipientes con la evaluación de estudiantes que tienen 2 años en el programa, obteniendo resultados como que el 48,4% de estudiantes está casi totalmente de acuerdo con que le gusta la Matemática y el 51.6% está totalmente de acuerdo, por otro lado el 83.9% de estudiantes argumenta la utilidad Matemática en el contexto cotidiano, al 52.3 % de los estudiantes les gusta su clase de Matemática y el 11.9% le gusta porque es divertida; mencionan que aparte del conocimiento matemático, el 19% aprende a tomar apuntes, 42,8% tiene incorporada en sus conocimientos la estrategia de comprensión lectora, y 21.4% aprenden la estrategia de solución de problemas, resultado que nos permite argumentar que el programa fomenta que el profesor enseñe no solamente el contenido matemático, si no las estrategias de aprendizaje que le permiten al alumno ser autónomo y autoregulado para aplicar la Matemática, solucionando problemas reales.

El 21.4% de los estudiantes dicen que aprenden la estrategia de solución de problemas, pero cuando se aplicaron las entrevistas y las guías de observación en el aula para analizar el tema, el resultado que se obtuvo fue que los docentes prácticamente no resuelven problemas reales y cuando lo llegan a hacer no enseñan la estrategia de aprendizaje por lo que la comunidad de aprendizaje procede a estructurar una guía didáctica, como herramienta para la enseñanza de la estrategia en el aula.

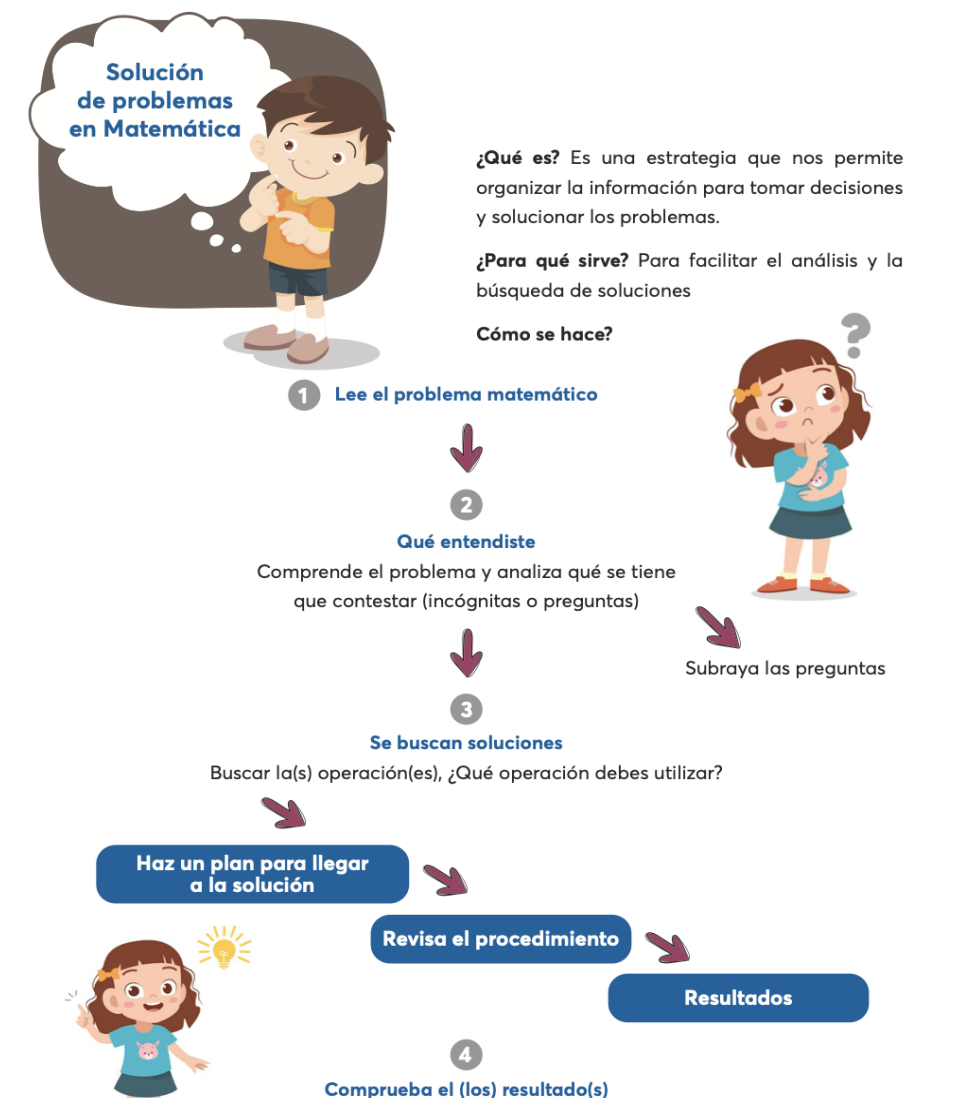
Se proponen problemas de interés del alumno que correspondan al contenido del curso. Primero se hace la diferencia entre un problema matemático y un ejercicio didáctico. Establecemos una diferencia entre lo que es un problema y un ejercicio matemático.

Se considera un problema matemático aquel que plantea una o más preguntas, proporciona datos que deben analizarse y verificar su relación con la o las preguntas, para finalmente analizar las estrategias de solución para encontrar la o las soluciones, que no siempre las hay. En ocasiones, por ejemplo, solo podemos acercarnos a ellas para elegir la mejor, o inclusive mostrar que no tiene solución (Trejos, Lebrija, 2015).

Un ejercicio matemático es aquel que sirve, dentro del proceso de aprendizaje, para reforzar el aprendizaje adquirido, como los son una lista de expresiones matemáticas para resolverlas como sumas, restas, productos, divisiones, productos notables, factorización, que requieren el conocimiento de un algoritmo exclusivamente sin más análisis que la técnica aprendida o la memorización (Trejos, Lebrija, 2015).

La estrategia de solución de problemas que se les enseñan es:

Figura N° 1: Estrategia de Solución de Problemas



Fuente: Lebrija, 2018.

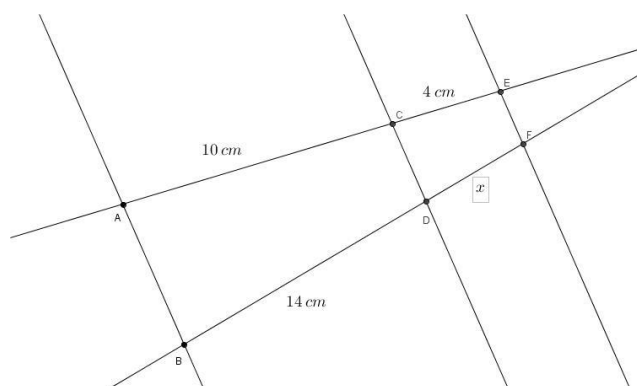
Se fomenta en el docente la utilización de la estrategia de solución de problemas, se le sugiere hacer preguntas como las que siguen ¿Qué sabes de rectas paralelas? ¿Para qué sirve tener este conocimiento?, se le ejemplifican con problemas reales de distinta índole de acuerdo con los temas matemáticos propuestos en los programas de estudio.

Por ejemplo, si el tema a enseñar es Geometría, se inicia con el vocabulario, luego con alguna lectura sobre un tema geométrico, posteriormente se le pueden poner ejercicios de geometría para que el estudiante tenga los conocimientos previos para poder realizar solución de problema reales, se promueve el análisis y el pensamiento lógico matemático.

Ejemplo de los ejercicios de geometría:

1. Ilustrar en el geoplano rectas paralelas.
2. Ilustrar en el geoplano rectas perpendiculares.
3. Si las rectas  $AB$ ,  $CD$  y  $EF$  son paralelas.

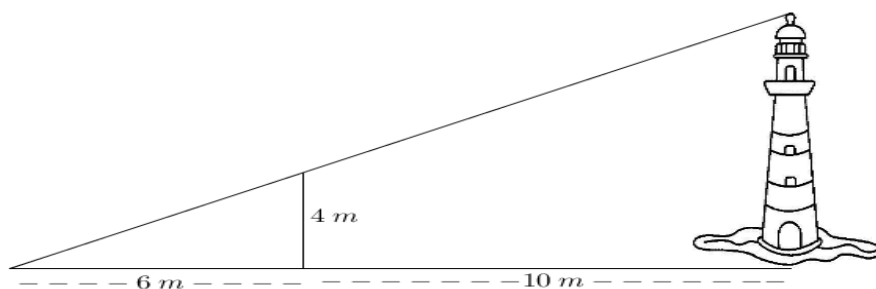
Figura N° 2: Ejercicio de rectas paralelas y rectas perpendiculares



Fuente: elaboración propia

Se desarrolla poco a poco la comprensión del tema, se enseña el teorema de Pitágoras y se sigue avanzando en la dificultad de los ejercicios a resolver.

Ahora nos vamos acercando al problema real, se le comenta al estudiante: "Ya aprendiste lo que es el triángulo de Pitágoras. El ejercicio que sigue es una aplicación de ese conocimiento. Con los datos proporcionados en la figura siguiente, determinar la altura del faro".



Ahora apliquemos la estrategia de resolución de problemas a un problema de geometría, pero antes analicemos los conocimientos previos que debe tener un estudiante:

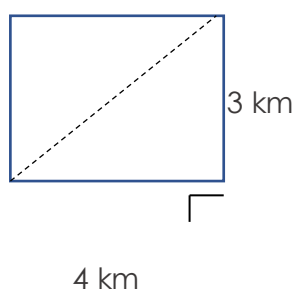
- Saber las características de un triángulo rectángulo.
- Saber el teorema de Pitágoras.

El profesor debe tomarse al menos 10 minutos de su clase y recordar los conocimientos

previos, por otro lado es importante que el estudiante solucione problemas reales o situados a continuación ponemos un ejemplo.

Problema:

El Sr. Jaime Forero tiene un terreno rectangular en Penonomé. Quiere construir un camino que lo atraviese como lo muestra en la figura, (segmento punteado); sabe que el lado más largo mide 4 kilómetros (L) y el lado más corto mide 3 kilómetros de ancho (A), ¿Qué largo tiene el camino que va a construir para poder comprar los materiales que necesita?



- 1 Lee el problema y subraya lo que tienes que contestar.  
Busca soluciones

Análisis: El terreno es un rectángulo con un ángulo recto marcado en la figura, así que podemos aplicar el teorema de Pitágoras. Conocemos la medida de los lados del triángulo L y A que son sus catetos y lo que piden es la hipotenusa h.

- 2 Operaciones:

$$h^2 = L^2 + A^2$$

$$h^2 = 4^2 + 3^2$$

$$h^2 = 16 + 9$$

$$h^2 = 25 \text{ sacando la raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación}$$

$$h = 5 \text{ kilómetros}$$

Responde en oración completa.

- 3 Resultado: El camino diagonal mide 5 kilómetros.

4

Revisa el resultado



## Conclusiones

- El proceso de enseñanza-aprendizaje debe estar centrado en la motivación y la educación orientada hacia el estudiante. En este proceso, el profesor, debe fomentar alumnos autónomos, críticos constructivos y responsables, así como dominar los contenidos de la materia, utilizar estrategias de enseñanza apropiadas y promover la relación de la información con el contexto real.
- La preparación psicopedagógica del docente de Matemática necesita reforzarse.
- Esta investigación nos muestra que los profesores manejan muchos conocimientos pedagógicos y matemáticos adecuados, pero otros necesitan afianzarlos y profundizarlos.
- Las creencias del docente vs la percepción del alumno aportan información fundamental para mejorar la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Muchos profesores están preocupados por buscar mejores estrategias que faciliten la enseñanza de los algoritmos, o cual no es inadecuado, pero dejan de lado los conocimientos sobre las estrategias de aprendizaje, imprescindibles para cualquier docente, pues les dan las herramientas y conocimientos para construir la nueva información, de forma útil y motivadora para el estudiante.

## Referencias Bibliográficas

- Ausbel, D. Novak J. & Hanesian, H., (1978) *Psychology: a cognitive view*. Nueva York: Holt, Rinehart & Winston.
- Blum, W. (2002). ICMI study *Applications and modelling in Mathematics education, discussion document Educational studies in mathematics* 51,149-171.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12(1), 5-38.
- Coll, C., (1993) *Constructivismo en el Aula*. España: Graó.
- Flavell J., (1979) Metacognition and cognition monitoring: a new area of cognitive developmental inquiry: *American Psychologist*. 34 (10), p 906 – 911.
- Flores, R., (1999). La enseñanza de una estrategia de solución de problemas a niños con problemas de aprendizaje. *Integración, Educación y Desarrollo psicológico*, 1-17.

- Flores R., (2001) *Instrucción estratégica en alumno con problemas de aprendizaje* Revista Mexicana de Psicología, 18 – 2.
- Flores, M. R. C. (2003). *El conocimiento matemático en problemas de adición y sustracción: un estudio sobre las relaciones entre conceptos, esquemas y representación*. Tesis doctoral. México.
- Flores, R., (2005). *Aprendizaje de la Matemática: una perspectiva cognoscitiva*. Conferencia para profesores y alumnos de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Panamá.
- Flores, R.; Hernández, A.; Camarena, P. (2015). *El acercamiento de un profesor de ingeniería a una comunidad de práctica: Un estudio de caso*. XIV CIAEM. Chiapas, México.
- Lebrija, A; Trejos M. (2005). *Matemática Creativa: Estrategias de Enseñanza Aprendizaje en el Aula*. VIII Congreso Internacional de Investigación en el Aula, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Panamá.
- Lebrija, A; Flores, R; Trejos, M. (2006). *Influences of the teachers' beliefs and strategies in the teaching - learning process of math: a constructivist solution proposal*. International Congress of Mathematicians. 22-30. Madrid, España.
- Lebrija, A. (2006). *Problemas de aprendizaje en la adolescencia: Experiencias en el Programa Alcanzando el éxito en Secundaria*. Capítulo de Libro, Facultad de Psicología, UNAM - Aval CONACYT.
- Lebrija, A., Flores, R., Trejos, M., (2006). *Creencias y estrategias de enseñanza: implicaciones en la docencia de los profesores de matemática en Panamá*. México: Congreso XII CIAEM.
- Lebrija, A, Flores, R, Trejos, M. (2010). *El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de Matemática en Panamá*. Educación Matemática, V.22 (1), 31-55.
- Lebrija, A., (2010) *Programa de Formación Continua para el Profesorado de Matemática: Desde un Enfoque de Enseñanza Centrado en el Alumno*. España: Universidad Autónoma de Madrid.
- Lebrija, A. (2012). *Psicopedagogía aplicada a la enseñanza matemática*. Revista Universidades. ISSN 0041-8935, V. 53, p. 40-50.

Lebrija.A. (2017) Modelo de Formación de profesores investigadores. Panamá: UDELAS.

Lebrija, A., Trejos, M. Gutiérrez, J., (2017). Afectos, emociones y sentimientos de los estudiantes panameños hacia la Matemática y su aprendizaje. *European Scientific Journal*.V13(2)281-306.

Lebrija. A., (2018). Cultura de investigación: formación de profesores-investigadores en la Universidad Especializada de las Américas.REDES 8. V.1, p.23-28.

Mackay, R., Franco, D., Villacis, P., (2018). El pensamiento crítico aplicado a la investigación. *Universidad y Sociedad. Revista científica de la de Cienfuegos* ISSN 2218-3620. V 10, (1), 336-342.

McCombs, B., Whisler, J., (1997). *Learner – Centered classroom and school*. San Francisco: Jossey – Bass Publishers.

Monereo, C., (1995). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Grao. Polya, xx (1965).

Sáenz, C Lebrija, A. (2014). La formación continúa del profesorado de matemáticas: una práctica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* editada por el Comité Latinoamericano de Matemática (RELIME), México. Vol. 17, No. 2, julio 2014 - - pp. 219-244 - DOI: 10.12802/relime.13.1724.

Schoenfeld, A, (Ed.) (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, INew Jersey: Erlbaum.

Schoenfeld, A; Alan H. (1999). *Examiningthe Complexity of Teaching*. Specialissue of the *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (3).

Trejos, M., Lebrija A. (2015) Estrategia de solución de problemas. Panamá : manuscrito interno, Universidad de Panamá.

Vergnaud, G., (2000) *Constructivism et apprentissage des mathematiques*. Trabajo presentado en la Conferencia sobre constructivismo en Ginebra, Suiza.

Vosniadou, E., (2004) Capturando y modelando el proceso del cambio conceptual. Grecia: Universidad de Atenas, Grecia.