REXE 22(49) (2023), 284-302

Revista de Estudios y Experiencias en Educación

REXE

journal homepage: http://revistas.ucsc.cl/index.php/rexe

Categorias do Raciocínio Intuitivo e Teoria das Situações Didáticas: uma perspectiva sobre a intuição e o raciocínio matemático

Renata Teófilo de Sousa[a], Francisco Régis Vieira Alves[b] y Maria José Araújo Souza[c]

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza[ab]. Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral[c]. Brasil

Recibido: 21 de abril 2022 - Revisado: 15 de marzo 2023 - Aceptado: 17 de marzo 2023

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo discorrer sobre a associação entre a intuição e o raciocínio matemático, associando-os pelo prisma das Categorias do Raciocínio Intuitivo e da Teoria das Situações Didáticas. Nesse ínterim, propomos uma discussão teórica considerando a influência de distintas formas de manifestação da intuição no aprendizado em Matemática. A metodologia utilizada para estruturar este trabalho foi a pesquisa bibliográfica, por meio de uma análise de conteúdo, a partir de obras que abordam de algum modo a intuição e o raciocínio em seus diferentes níveis. Como resultado, trazemos uma correlação entre os níveis de raciocínio propostos por Brousseau e Gibel e a categorização da intuição apresentada por Efraim Fischbein, buscando expor convergências e/ou similaridades entre os dois quadros teóricos. Consideramos que a intuição, enquanto faculdade ontológica e ponto de confluência entre a Didática da Matemática e à Psicologia Cognitiva, por meio das teorias elucidadas neste trabalho, é um vasto campo a ser explorado e tem potencial para agregar ao trabalho do professor de matemática.

Palavras-chave: Didática da matemática; psicologia cognitiva; raciocínio; intuição; ensino de matemática.

*Correspondencia: Renata Teófilo de Sousa (R. Teófilo de Sousa).

[a] https://orcid.org/0000-0001-5507-2691 (rtsnaty@gmail.com).

[b] https://orcid.org/0000-0003-3710-1561 (fregis@ifce.edu.br).

[c] https://orcid.org/0000-0001-5083-7122 (mazesobral@yahoo.com.br).

https://doi.org/10.21703/rexe.v22i49.1456 *ISSN en línea 0718-5162*

Categories of Intuitive Reasoning and Theory of Didactic Situations: a perspective on intuition and mathematical reasoning

ABSTRACT

The objective of this work is to discuss the association between intuition and mathematical reasoning, associating them through the prism of the Categories of Intuitive Reasoning and the Theory of Didactic Situations. A theoretical discussion is proposed, considering the influence of different forms of the manifestation of intuition in learning in Mathematics. The methodology used to structure this work was the bibliographic research, through a content analysis, from works which somehow approach intuition and reasoning at different levels. As a result, a correlation is identified between the levels of reasoning proposed by Brousseau and Gibel and the categorization of intuition presented by Efraim Fischbein, seeking to expose convergences and/or similarities between the two theoretical frameworks. It is considered that intuition, as an ontological faculty and point of confluence between Didactics of Mathematics and Cognitive Psychology, through the theories discussed in this work, is a vast field to be explored with a potential to contribute to the work of the mathematics teacher.

Keywords: Didactics of mathematics; cognitive psychology; reasoning; intuition; teaching mathematics.

Categorías del Razonamiento Intuitivo y Teoría de las Situaciones Didácticas: una perspectiva sobre la intuición y el razonamiento matemático

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo discutir la asociación entre la intuición y el razonamiento matemático, asociándolos a través del prisma de las Categorías del Razonamiento Intuitivo y la Teoría de las Situaciones Didácticas. Mientras tanto, proponemos una discusión teórica considerando la influencia de diferentes formas de manifestación de la intuición en el aprendizaje de las Matemáticas. La metodología utilizada para estructurar este trabajo fue la investigación bibliográfica, a través de un análisis de contenido, a partir de obras que de alguna manera abordan la intuición y el razonamiento en sus diferentes niveles. Como resultado, traemos una correlación entre los niveles de razonamiento propuestos por Brousseau y Gibel y la categorización de la intuición presentada por Efraim Fischbein, buscando exponer convergencias y/o similitudes entre los dos marcos teóricos. Creemos que la intuición, como facultad ontológica y punto de confluencia entre la Didáctica de las Matemáticas y la Psicología

Cognitiva, a través de las teorías dilucidadas en este trabajo, es un vasto campo por explorar y tiene el potencial de sumar al trabajo de los profesores de matemáticas.

Palabras clave: Didáctica de las matemáticas; psicología cognitiva; razonamiento; intuición; enseñanza de las matemáticas.

---

1. Introdução

No final da década de 60, a Didática da Matemática (DM) surgiu meio a um cenário de reflexão sobre mudanças paradigmáticas no sistema de ensino na França, em que diversos especialistas no âmbito educacional trouxeram discussões pautadas em uma profunda análise sobre a práxis docente e a aprendizagem dos estudantes em Matemática. Tais reflexões emergiram da necessidade de uma melhor compreensão dos elementos envolvidos no sistema didático, ilustrados pelo trinômio professor-aluno-saber (Alves, 2016a), em busca de melhorias no ensino deste campo do conhecimento.

Assim, a DM tem sua gênese marcada por uma intensa transformação no sistema de ensino, em um cenário de reforma educacional pós Movimento da Matemática Moderna (MMM) e a criação dos *Institut Universitaire de Recherche L' enseignement des Mathématiques* (IREMs). Ainda segundo Alves (2016a, p. 133), a origem da Didática da Matemática (DM) surge a partir do "interesse crescente pelos processos de transmissão, modificação e veiculação de saberes matemáticos", sendo a DM uma vertente de pesquisa com suas particularidades e que, após exaustivos estudos, trouxe acentuadas contribuições para o campo educacional.

Dentre tais mudanças, podemos citar a elaboração de diversas teorias, metodologias e investigações, voltadas em particular para o ensino de Matemática, como a noção de Contrato Didático e a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1976; 1986), a Engenharia Didática (Artigue, 1988), a conceituação de Obstáculo Epistemológico e Obstáculo Didático (Bachelard, 1996), a Transposição Didática (Chevallard, 1991), entre outros estudos pormenorizados.

Diversos autores trazem discussões sobre a intuição e as possibilidades de interpretá-la, tanto na área educacional quanto na Psicologia Cognitiva. No caso deste trabalho, buscamos um ponto de convergência ou similaridade, estritamente voltado para a Teoria das Situações Didáticas (TSD) em Didática da Matemática, direcionado em específico para o que Brousseau propõe acerca do raciocínio (intuitivo) matemático, e as Categorias do Raciocínio Intuitivo, no que diz respeito à Psicologia Cognitiva, com base nos estudos de Efraim Fischbein, como forma de articular estas teorias.

Segundo Brousseau (1976), no âmbito do ensino, devemos considerar o componente heurístico intrínseco à intuição. O autor sugere que a demonstração referente a algoritmos matemáticos, pode ser realizada por intuições que desempenharão um pequeno papel nestes algoritmos. Assim, ele reforça que "essas intuições podem ser racionalizadas localmente, quando a implementação de uma teoria já constituída, proporcionará a demonstração pretendida ou parte dela" (p. 102). Desta maneira, a escolha de teorias ou estruturas, sendo estas guiadas por heurísticas podem, *a posteriori*, evocar uma intuição para justificar a abordagem seguida.

Já Fischbein (1993) reforça a importância de conhecer as variadas formas como os estudantes solucionam diferentes tipos de problemas, bem como os obstáculos com os quais estes se deparam, a origem de tais obstáculos e os eventuais erros sistemáticos cometidos por eles, em busca de uma compreensão acerca de aspectos do pensamento matemático e de sua evolução. Desta maneira, Fischbein (1987) propõe, essencialmente, um viés teórico que abrange o domínio da intuição em sua obra *Intuition in Science and Mathematics: an Educational Approach*, em que o autor "identifica e organiza resultados experimentais relacionados à intuição, bem como revela suas implicações no âmbito educacional, desenvolvido para a ciência e difundido em uma ampla variedade de contextos de pesquisa e educação matemática" (Sousa, 2022, p. 199), além de categorizar as intuições de acordo com seus diferentes tipos de manifestação.

Em uma linha de pensamento semelhante à Fischbein, os autores Brousseau e Gibel (2005) trazem uma discussão acerca de determinadas noções referentes à natureza de um raciocínio matemático, levando em consideração a intuição articulada à tais noções e ao desenvolvimento da TSD. Como aponta Alves (2011), no trabalho de Brousseau e Gibel, os autores caracterizam os elementos constituintes de um 'raciocínio matemático', segundo os momentos didáticos previsto pela TSD, nominados por Brousseau de ação, formulação, validação e institucionalização. Assim, esclarecem que a função de um raciocínio se modifica no decorrer das fases da TSD no desenvolvimento da situação didática.

Desta forma, os autores supracitados trazem uma preocupação acerca da intuição e sua relação com o processo de aprendizagem em Matemática. Assim, este trabalho traz como objetivo estabelecer uma articulação entre a intuição e o raciocínio matemático, pela perspectiva das Categorias do Raciocínio Intuitivo e da Teoria das Situações Didáticas, como possibilidade de aprimorar o olhar docente para sua prática profissional, considerando a influência e as diferentes formas de manifestação da intuição no processo de aprendizagem em Matemática.

Para atingir o objetivo traçado, utilizamos a pesquisa bibliográfica como metodologia para estruturar este trabalho, realizando uma análise de conteúdo, segundo a proposta de Bardin (2011). Segundo a autora, a análise de conteúdo configura-se em um conjunto de técnicas que examinam informações no intuito de se angariar, via procedimentos sistemáticos e objetivos, de uma descrição do conteúdo a ser pesquisado, permitindo a inferência de conhecimentos através da análise de características que permeiam a estrutura de uma mensagem a ser transmitida (Bardin, 2011).

Desta forma, a pesquisa bibliográfica desenvolvida a partir das obras aqui referenciadas, via análise de conteúdo, possibilita um exame de ideias que convergem para uma visão acerca da intuição e seus contributos para o ensino de Matemática, pelo prisma da Didática da Matemática, com ênfase na Teoria das Situações Didáticas (TSD) e da Psicologia Cognitiva, visando as Categorias do Raciocínio Intuitivo, bem como elucida uma articulação entre tais pontos de vista, como apresentado nas seções seguintes.

2. A intuição em Matemática

O tema da intuição figurou na Filosofia, na Psicologia, nas Ciências Sociais e Naturais ao longo dos tempos: de Aristóteles a Spinoza, em que que acreditavam ser a forma mais elevada de conhecimento; Immanuel Kant, que via a intuição como parte de uma percepção que é fornecida pela própria mente, e; William James e Henri Bergson, no início do século XX, que a consideravam como a forma mais pura do instinto em contraste com a inteligência. Outras personalidades como Carl Jung, Edmund Husserl e Albert Einstein atestaram o valor da intuição como forma única de conhecer (Ul-Haq, 2015).

Diversos estudiosos na área de Psicologia buscam explicar a intuição a partir de uma gama de fenômenos, incluindo heurística (Epstein, 1994), perícia (Blattberg & Hoch, 1990) e processamento de informações de modo inconsciente (Epstein, 1994; Lieberman, 2000). Buscamos aqui neste trabalho, a partir destes e de outros fenômenos, relacioná-la ao contexto da Matemática.

Contudo, antes de firmar uma definição formal de intuição, é importante ressaltarmos a diferença entre intuição e *insight* ou fenômeno "Eureka" (Schooler & Melcher, 1995). Ao contrário da intuição, o *insight* é fruto de um longo processo, que inicia no pensamento analítico, precedente ao período de incubação. Desta maneira, quando uma solução ocorre por meio do *insight*, de repente o estudante/aprendiz se torna consciente das relações lógicas entre o problema e a sua solução (Alves, 2012; Lieberman, 2000).

Já a intuição de acordo com Shapiro & Spence (1997) pode ser compreendida como uma maneira de processamento de ideias, inconsciente e holística, em que seus julgamentos são feitos sem consciência de regras de conhecimento usadas para inferência e que pode parecer certo, apesar da dificuldade de articular o que se propõe intuitivamente à razão.

No que concerne à intuição no âmbito educacional, voltada estritamente para a Matemática, esta tem sido pauta de discussões ao longo do tempo dentro do campo da Psicologia Cognitiva e no próprio campo da Educação Matemática (Alves, 2016b; Grande & Silva, 2013; Kidron, 2011; Pais, 1996). Podemos dizer que a intuição remete a um produto de representações que são feitas a partir da realidade e, nesse sentido, ela tem um papel auxiliar no processo de aprendizagem dos estudantes, que pode ser levado em consideração pelo docente. Esse papel é especialmente significativo no contexto da Matemática.

A partir da evolução da Matemática e suas ramificações em diferentes subdivisões, a linguagem, as notações e definições formalizadas passam a ter papel imprescindível em sua compreensão. Esta evolução traz uma complexidade decorrente das simbologias que representam os objetos matemáticos, sendo tais representações "consequências da generalização das formas de abstração, cognição e memória necessárias para a apreensão destas entidades conceituais abstratas peculiares da Matemática" (Alves, 2011, p. 20).

No que diz respeito ao campo da Matemática, Fischbein (1987) afirma ainda que o aprendizado de uma definição ou prova formal não determina absolutamente a maneira pela qual um aluno a entende e usa e, deste modo, "obstáculos à compreensão, equívocos e estratégias de solução inadequadas são, muitas vezes, o efeito de influências intuitivas" (Fischbein, 1987, p. 49). Partindo dessa premissa, o autor classifica tais influências em categorias, abordadas na subseção seguinte.

2.1 Categorias do Raciocínio Intuitivo

Para Fischbein (1987), o curso do raciocínio de um estudante sobre um novo tema parte a princípio da intuição e, fundamentado em suas percepções, este estudante vem a conjecturar suas ideias, padronizando-as em uma linha de raciocínio que tenha significado para ele. No que tange à intuição, o mesmo autor corrobora que este termo significa, essencialmente, "uma avaliação global, sintética, não explicitamente justificada ou predição. Tal cognição global é sentida por um sujeito como auto evidente, auto consistente e duramente questionável" (Fischbein & Gazit, 1984, p. 2).

Fischbein (1999) em sua obra *Intuitions and Schemata of Mathematical Reasoning*, detalha cuidadosamente o sentido característico de alguns processos do raciocínio intuitivo, como sintetizado no artigo de Alves (2016b, p. 65), em uma explanação que identifica tais raciocínios:

(i) *Cognições auto evidentes*: significam que intuições são aceitas sem que o indivíduo manifeste a necessidade de uma checagem/verificação ou prova *a posteriori*;

(ii) *Convicção intrínsec*a: diz respeito a uma cognição (de natureza privada) intuitiva usualmente associada ao sentimento de certeza, convicção de segurança;

> (iii) *Sentido coercitivo*: a intuição manifesta um 'efeito coercitivo' no sentido de afetar as estratégias de raciocínio do indivíduo e sua seleção de hipóteses e soluções. Isto significa que o indivíduo tende a rejeitar/negar interpretações alternativas de outrem, as quais contrariem suas intuições privadas e momentâneas;
>
> (iv) *Caráter de globalidade*: por fim, uma característica basilar entre um raciocínio intuitivo e um raciocínio lógico é descrita pelo autor, distinguimos o caráter de globalidade, isto é, intuições são cognições globais em oposição às cognições adquiridas por uma via de sequências inferenciais (do tipo: Se vale... Então...) e lógicas ou analítico-inferencial (Alves, 2016b, p. 65).

Com base nesta explanação, podemos inferir que, no que diz respeito à Matemática, há de fato afirmações que aparentemente são aceitáveis de maneira simples e direta, com certa naturalidade, ou autoevidentes, enquanto em outros casos faz-se necessária uma demonstração ou prova lógica formal para que sua aceitação como verdade ocorra. Desta maneira, Fischbein (1999, p. 18) traz uma generalização acerca das cognições intelectuais, dividindo-as em dois tipos:

> (i) Uma categoria de cognições que parecem diretamente aceitáveis como evidentes por si mesmas. Estas são cognições intuitivas.
>
> (ii) Uma categoria de cognições que são aceitas indiretamente com base em uma certa prova lógica e explícita. Estas são cognições lógicas ou baseadas na lógica (Fischbein, 1999, p. 18).

Além do mais, Fischbein (1987, 1999) traz uma visão que distingue os conceitos de intuição e percepção, evidenciando que nem toda cognição direta é uma intuição de fato. O autor explica em seu trabalho que as *percepções* são captadas, tendo uma ligação direta com os sentidos físicos, porém não são intuições. *Intuições* são cognições intelectuais, que exprimem uma concepção geral (uma noção, um princípio, uma interpretação, uma previsão, uma solução), à medida que *percepções* são cognições sensoriais (ver uma cadeira, um triângulo etc.) (Fischbein, 1999).

Em se tratando da categorização da intuição, Fischbein (1987) discorre sobre a articulação existente entre os diferentes tipos de intuição e sua relação com soluções de problemas, separando-as no que ele classifica como Categorias do Raciocínio Intuitivo. Tais categorias são, na perspectiva do autor: *intuições afirmativas, intuições conjecturais, intuições antecipatórias e conclusivas* e as descrevemos, de forma breve, nos parágrafos subsequentes.

A primeira das categorias refere-se às *intuições afirmativas*. Estas remetem às representações, interpretações ou compreensões diretamente aceitas pelo ser humano como verdades naturais, de modo evidente e intrinsecamente significativas (Fischbein, 1987; Sousa, 2022), como por exemplo, se alguém questionar a um aluno o que é uma linha reta, muito presumivelmente este aluno tentaria desenhar uma linha reta ou ele mostraria o exemplo de uma linha bem esticada.

A segunda categoria trata das *intuições conjecturais*. Fischbein (1987) considera que neste modelo de intuição há uma óptica explícita da solução de um problema, contudo, o sujeito não se encontra envolvido especificamente em um esforço para a sua resolução. Em outras palavras, este tipo de intuição remete a suposições atreladas ao sentimento de certeza. Desta forma, as intuições conjecturais "representam declarações sobre eventos futuros ou sobre o curso de certo evento, sendo uma visão preliminar, global que antecede uma solução analítica e completamente desenvolvida de um problema" (Sousa, 2022, p. 202).

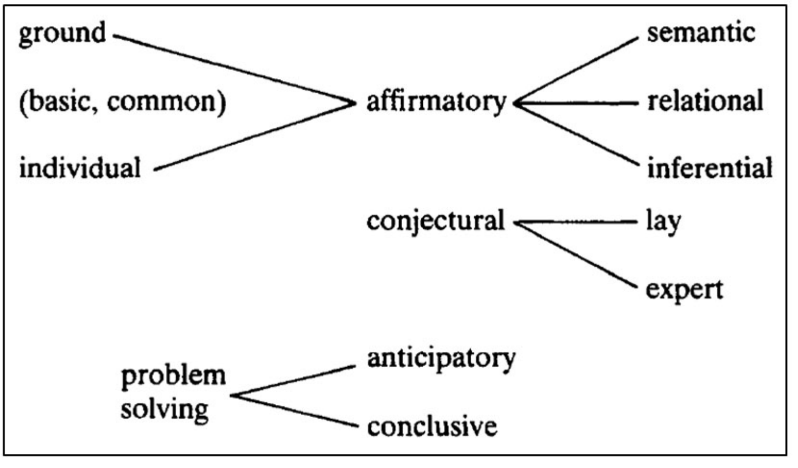
Já a terceira categoria proposta pelo autor são as *intuições antecipatórias*. Neste caso, Fischbein (1987) explica que este tipo de intuição proporciona um ponto de vista absoluto, precedente a uma solução para um problema, que antecede a resolução analítica totalmente desenvolvida. Desta maneira, o sujeito que está a resolver o problema enxerga todos os passos para sua solução e compreende o percurso que deve seguir para atingir a resposta esperada. Partindo de uma compreensão global de uma forma possível de resolver um problema, esta intuição influencia e direciona as etapas de busca e construção da solução, onde há uma aplicação concreta de estratégias que auxiliam, de modo efetivo, a identificação de uma solução adequada. Além disso, pode-se assumir que as intuições antecipatórias são inspiradas ou estimuladas por intuições afirmativas pré-existentes.

Em se tratando da quarta categoria, que são as *intuições conclusivas*, este modelo de intuição sintetiza uma visão globalizada e estruturada das ideias básicas da solução de um problema, previamente elaboradas, dependendo, assim, dos outros três tipos de intuição citadas anteriormente (Fischbein, 1987), possibilitando a generalização da estrutura matemática para os problemas propostos e replicação do modelo de solução em situações similares.

Fischbein (1987, p. 64) propõe um esquema em que traz uma primeira classificação dos modelos intuitivos, como apresentado na Figura 1:

Figura 1

Esquema referente à primeira classificação da intuição.



Fonte: Fischbein (1987, p. 64).

No esquema proposto na Figura 1, o autor relaciona as intuições a palavras-chave que nos permitem concatenar a categoria intuitiva e o modelo de raciocínio que ocorre em sua estrutura. No caso da *intuição afirmativa*, por exemplo, temos que sua gênese é natural e intrínseca ao indivíduo e que pode ocorrer por meio de estruturas dedutivas ou indutivas. Assim, o sujeito (aluno) relaciona seus conhecimentos prévios por meio da semântica e de inferências, estabelecendo relações entre o que ele já possui como saber e considera como verdade (mesmo que seu modelo mental não esteja correto).

No caso da *intuição conjectural*, Fischbein (1987) traz neste esquema uma diferenciação entre as intuições produzidas por leigos e *experts* em um determinado tema, com base em sua capacidade de selecionar informações, observando seus aspectos mais relevantes para construir a solução de um problema. Brousseau e Gibel (2005) também comentam algo relativo a isso quando apontam a diferença do significado de um mesmo raciocínio, conforme tenha sido produzido por um aluno ou por um professor, considerando que a bagagem de conhecimentos prévios de ambos é diferente e, consequentemente, suas formas de estabelecer conjecturas e hipóteses também o são.

E por fim, o autor considera que as *intuições antecipatórias* e *conclusivas* são específicas da resolução de problemas. Como Fischbein (1987, p. 61) aponta, tais categorias intuitivas "não estabelecem simplesmente um fato (aparentemente) dado. [...] aparecem como uma descoberta, como uma solução para um problema e o resultado (aparentemente) repentino de um esforço anterior de resolução".

Fischbein (1987, 1999) em suas pesquisas examina minuciosamente o processo de ensino e aprendizagem ao ponderar que, recorrentemente, o aluno enfrenta obstáculos em sua aprendizagem, compreensão e resolução de problemas em níveis mais avançados, dado o fato de que, por vezes, suas técnicas e estratégias de raciocínio são conduzidas por modelos implícitos, por vezes inadequados. Nesse sentido, o docente supostamente tem a tarefa de averiguar e reconhecer tais modelos, propiciando um suporte ao aluno para o aperfeiçoamento de seus modelos/esquemas mentais, para que seu raciocínio seja construído de maneira apropriada.

Em complementaridade, Alves e Acioly-Régnier (2021) apontam que, ao considerarmos o exercício profissional do professor de Matemática, que preconiza em sua práxis o papel da intuição, da percepção e sobretudo da comunicação, visando promover um ambiente para uma aprendizagem significativa, percebemos a possibilidade de registrar maneiras alternativas para a comunicação e troca de significados e de ideias entre o professor e alunos.

Portanto, Fischbein (1987, 1999) encoraja o docente a questionar-se sobre como ele poderia, por exemplo, reconhecer tais esquemas mentais inadequados em seus alunos, originados de substrato baseado em intuições, partindo de seu conhecimento acerca das distintas manifestações do raciocínio intuitivo, adequando seus protótipos e paradigmas de transmissão didática com base nas Categorias do Raciocínio Intuitivo explicitadas em suas obras.

Partindo do exposto, como aponta Sousa (2022), podemos depreender acerca da relevância de fortalecer nos alunos a habilidade de diferenciar sentimentos intuitivos, crenças intuitivas e convicções formalmente suportadas. Ainda segundo a autora, em Matemática, "a prova formal é decisiva e sempre se deve recorrer a ela, porque as intuições podem ser enganosas. Isto é uma ideia que o aluno deve aceitar teoricamente, mas que também deve aprender a praticar de forma consistente em seu raciocínio matemático" (Sousa, 2022, p. 203). Deste modo, o aluno deve internalizar que há intuições adequadas, corretas e com certo grau de utilidade e que eles podem ter o controle de suas intuições, a partir do momento que são capazes de desenvolver estruturas formais adequadas.

Assim, reiteramos a importância de o aluno compreender a diferença essencial que existe entre uma prova lógica e formal na Matemática e uma confirmação experimental. Enquanto uma prova formal fornece uma validação universal para uma asserção e conta com a evidência empírica para corroborar a veracidade de um fato, uma confirmação experimental pode não ser, de fato, generalizada. Como o autor coloca em sua obra, a distinção que ocorre não é intuitivamente clara e precauções especiais devem ser levadas em consideração no percurso do ensino de Matemática, em prol de estimular nos alunos uma compreensão adequada.

Com base no exposto, trazemos um aporte teórico que se ancora nos estudos da Didática da Matemática, de modo particular, na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, como forma de compreender de que modo a intuição pode se relacionar à construção do raciocínio matemático no decurso de suas dialéticas.

3. Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) propõe uma compreensão da relação estabelecida entre o professor, o aluno e o saber, bem como o meio (*milieu*) em que a conjuntura de uma situação didática específica ocorre. A partir dessa premissa, na TSD a tarefa ou atribuição realizada pelo aluno assemelha-se ao trabalho de um pesquisador, em que este, por meio de um conjunto de dialéticas, desenvolve-se, tornando-se capaz de formular hipóteses, teorias e conceitos, à medida que o professor fornece as situações favoráveis para que este aluno, ao agir, transforme as informações fornecidas em conhecimento para si mesmo.

Desta maneira, Brousseau (1996) propõe o que chamamos de triângulo didático, em que seus vértices são considerados os pilares das relações entre professor, aluno e o saber, sendo essa uma relação dinâmica e complexa. De acordo com Santos e Alves (2017, p. 6), "as relações entre professor-saber, saber-aluno e professor-aluno são estabelecidas no triângulo, a partir de seus vértices, sendo estas assimétricas e conflituosas", o que nos permite compreender que a TSD proporciona uma reflexão sobre estas relações. Para que estas relações sejam produtivas, devemos considerar um *milieu* minuciosamente elaborado pelo docente, visando incentivar o aluno em sua busca pelo conhecimento, à medida que este se adapta às situações propostas.

Brousseau (2002) explica que o aprendizado do aluno ocorre a partir de sua adaptação a um *milieu* que gera contradições, dificuldades e desequilíbrios, fazendo um paralelo à sociedade humana. O conhecimento, resultado da adaptação do aluno, se manifesta por meio de novas respostas, que por sua vez fornecem evidências de aprendizagem. Já na obra de Brousseau (2008), o autor traz o *milieu* como um subsistema autônomo, antagônico ao sujeito. Assim, o autor evidencia que "se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões (*feedback*), antecipar suas respostas e considerá-las em suas futuras decisões" (Brousseau, 2008, p. 21).

Partindo do exposto, compreendemos que esta autonomia do aluno é desenvolvida por meio da tomada de decisões, da reflexão, da organização de ideias e estratégias com base em seus conhecimentos prévios, desde que o *milieu* seja elaborado pelo professor de modo a produzir tais desequilíbrios e sua consequente busca pela compreensão e apreensão do conhecimento, pois "um meio sem intenções didáticas é incapaz de induzir o aluno a adquirir todos os conhecimentos culturais que se espera que ele obtenha" (Brousseau, 2008, p. 34).

Com efeito, a expressão "situações didáticas" remete aos modelos que descrevem as relações das atividades entre aluno, professor e o *milieu*. De modo amplo temos que "o termo '*milieu*' indica o meio adidático, um sistema antagonista, sem intenção didática explícita e exterior ao aluno, que pode abranger, dentre outros, situações-problema, jogos, os conhecimentos dos colegas e do professor" (Pommer, 2008, p. 5).

Segundo Brousseau (2008), a concepção, organização e planejamento de uma situação didática por si só demanda etapas em que o aluno se encontra sozinho diante do problema e busca resolvê-lo sem a intervenção direta do professor. Esta situação é denominada pelo autor como situação *adidática*, em que o aluno ao interagir com a situação-problema proposta consegue resolvê-la, sem nenhum auxílio ou resposta direta dada pelo professor, fazendo isto apenas com base em seus conhecimentos prévios e vivências. Partindo deste ponto, vale destacar que as situações adidáticas são elaboradas para que coexistam com as situações didáticas, caracterizando e obedecendo a um processo didático pré-determinado por objetivos, métodos, recursos e conceitos, como explicado por Brousseau (2002):

> Os objetos de ensino e os conhecimentos comunicados devem permitir que o aluno se envolva em todas as situações não didáticas e práticas sociais como sujeito responsável e não como aluno. Isso envolve, por um lado, o professor libertando progressivamente de seu pressuposto didático, a situação que ele propõe ao aluno em relação a uma noção, e por outro lado, reconhecendo este meio adidático como território de referência cultural e de funcionamento dos saberes ensinados (Brousseau, 2002, p. 226).

Partindo dessa premissa, o aluno tem ciência de que a situação-problema foi escolhida para incitá-lo a adquirir um novo conhecimento. Entretanto, este conhecimento é totalmente justificado pela lógica interna da situação e que, possivelmente, demanda razões didáticas para construí-lo (Brousseau, 2008).

Assim sendo, a concepção de uma situação didática abrange a elaboração de circunstâncias favoráveis para que o aluno, de fato, desenvolva suas habilidades e construa o conhecimento. O incentivo à cooperação entre alunos e professor é uma relação que desenvolve capacidades importantes para a apreensão do saber, além de promover a integração da turma. Para que tais relações sejam benéficas, Brousseau (1996) enfatiza que estas devem ser estabelecidas pelo que ele denomina contrato didático, que consiste em um conjunto recíproco de comportamentos esperados na relação professor-aluno, mediados pelo saber.

A TSD organiza o processo de aprendizagem do aluno a partir das chamadas fases ou dialéticas, que são ação, formulação, validação e institucionalização, sendo as três primeiras consideradas a fase adidática. Sintetizamos estas dialéticas a seguir, de acordo com as ideias de Brousseau (2002, 2008):

i) *Dialética de ação*: o aluno depara-se com o problema e, de posse deste, busca em seus conhecimentos prévios e em sua interação com o meio, elementos que o auxiliem na busca de um caminho para seguir até a correta solução do problema proposto.

ii) *Dialética de formulação*: há uma troca de informações entre o aluno e o *milieu*. É o momento de expor as ideias de forma clara e verbalizada, no entanto sem a obrigação do uso de uma linguagem matemática rigorosa e/ou formalizada. Assim, o aluno traça estratégias e começa a se apropriar do conhecimento.

iii) *Dialética de validação*: o aluno apresenta sua estratégia de solução para os demais envolvidos e busca argumentar com base em seu raciocínio, verificando se o que ele conjecturou é, de fato, válido. Conforme Santos e Alves (2017, p. 453) a validação é a "fase de convencimento dos interlocutores sobre a veracidade, ou não, dos argumentos apresentados à solução do problema". Partindo deste ponto, é importante que se busque o uso de uma linguagem mais formalizada e mecanismos de prova.

iv) *Dialética de institucionalização*: nesta fase, a figura do professor intervém para realizar uma síntese do que foi exposto e dialogado pelos alunos nas etapas anteriores, de maneira formal e com linguagem matemática adequada, eliminando modelos contraditórios ou inadequados que porventura tenham surgido nas fases anteriores.

Ao analisar as dialéticas/situações didáticas na perspectiva de Brousseau (2002, 2008), tem-se que o momento em que o estudante constrói o conhecimento ocorre na situação adidática, que compreende as três primeiras dialéticas da TSD, sendo esta elaborada para que o aluno interaja com um ambiente sem a intervenção docente. Já a institucionalização, mostra-se como parte integrante da transformação do conhecimento – simples familiaridade, mas não intimidade com o objeto de estudo – em saber – intelectual, que admite conceitos e juízos à respeito – , por meio do processo de devolução, que ocorre ao longo de toda a situação didática. De acordo com Margolinas (2015) o conhecimento, quando não corresponde ao saber, quando não institucionalizado, é frágil.

Alves (2019) traz que as dialéticas apontadas acima demandam um expediente detalhado e cuidadoso de atenção e análise, na medida que temos o interesse da perspectiva e compreensão da ação do professor, mediada e apoiada em fundamentos que subsidiam e indicam a adoção de uma metodologia de ensino para Matemática.

Conforme as análises anteriores, entendemos que no desenvolvimento da TSD, sobretudo na fase adidática, há características que culminam na construção do raciocínio matemático dos estudantes de forma evidente: um confronto com um ambiente heurístico para a sua construção; a mudança para um meio de referência para estabelecer o caráter genérico e necessário às propriedades buscadas em um problema; orientação adequada na situação; e a função dos diferentes comandos dos enunciados apodíticos de problemas, seja de prova, seja de decisão. Entretanto, perceber de que forma a construção deste raciocínio ocorre é um trabalho que demanda atenção e um olhar mais sensível e menos analítico do docente, ao buscar interpretações para as argumentações dos estudantes. Este é um ponto de vista debatido na seção seguinte.

3.1 O raciocínio matemático no percurso da TSD

Para a discussão desta seção, baseamo-nos no artigo de Brousseau e Gibel (2005), intitulado *Didactical handling of students' reasoning processes* (Manipulação didática dos processos de raciocínio dos alunos, tradução em português), como forma de trazer uma discussão sobre o percurso do raciocínio matemático dentro do desenvolvimento das dialéticas da TSD.

Durante muito tempo considerou-se que, em Matemática, o raciocínio devia ser concebido como uma apresentação de provas de modelo, ensinado pelo professor e fielmente reproduzido pelos alunos. Contudo, para os professores atualmente, assim como para os psicólogos, "o raciocínio como atividade mental não é uma simples recitação de uma prova memorizada" (Brousseau & Gibel, 2005, p. 14).

Pretz et al. (2003) explica que, ao deparar-se com qualquer tipo de situação-problema, o sujeito traz para a tarefa sua experiência com situações semelhantes, como o conhecimento sobre o domínio e as expectativas ou intuições do indivíduo sobre como abordar o problema. Nesse sentido, a implementação de tais situações-problema é repleta por uma série de dificuldades. Brousseau e Gibel (2005) apontam que, nessa situação, o aluno está sujeito a uma maior incerteza no que diz respeito a questões muito heterogêneas, enquanto o professor precisa analisar, avaliar e tomar decisões rápidas sobre comportamentos imprevisíveis do aluno, que também podem ser difíceis de explicar ou utilizar, o que torna a avaliação da aprendizagem dos alunos mais complexa.

Desta maneira, para construir um modelo de raciocínio matemático de um sujeito a partir da noção de situação, é necessária uma compreensão de que o raciocínio diz respeito a um domínio que não se restringe ao das estruturas formais, lógicas ou matemáticas, apesar de serem constituídos por um conjunto ordenado de afirmações ligadas, combinadas ou opostas umas às outras, respeitando certas restrições que podem ser explicitadas na solução de um problema (Brousseau & Gibel, 2005), ou ainda, como os autores explicam:

> Portanto, para poder afirmar que determinado comportamento observável é sinal de um raciocínio cujos elementos são, em sua maioria, implícitos, é preciso ir além da definição formal e examinar as condições em que um "raciocínio presumido" pode ser considerado como um "raciocínio real" (Brousseau & Gibel, 2005, p. 16).

Brousseau e Gibel (2005) reforçam que, por diversas vezes, o docente direciona sua interpretação referente às asserções dos alunos buscando adequá-las de modo conveniente e induzido ao assunto tratado da aula, mais do que de acordo com as intenções iniciais do aluno. Assim, os modelos inadequados elaborados pelo aluno frequentemente são interpretados pelo professor como uma inabilidade no raciocínio (Brousseau, 1996). Contudo, devemos considerar que os alunos utilizam, por vezes, representações ou conhecimentos diferentes do que temos como intenção ensinar-lhes, o que pode ser fruto da lógica das crianças, o pensamento natural. Nesse sentido, a situação didática:

> [...] não pode ser reduzida nem à ação do sujeito nem ao conhecimento que a motiva, mas é o conjunto de circunstâncias que cria uma relação racional entre os dois. A situação pode explicar por que um raciocínio falso foi produzido apontando para outras causas que não um erro ou inadequação do conhecimento do sujeito (Brousseau & Gibel, 2005, p. 17).

Desta maneira, é importante, segundo a linha de pensamento dos autores, compreender que o aluno e o professor produzem raciocínios matemáticos em diferentes níveis. O professor, por já ter uma bagagem de conhecimentos mais robusta, ao se deparar com uma situação, agirá de forma diferente do aluno, que possivelmente conta com um limitado número de experiências e conhecimentos prévios.

Conforme Brousseau (1997), um raciocínio pode ser caracterizado pelo papel que desempenha em uma situação, ou seja, por sua função nessa situação. Assim, tal função pode ser decidir sobre algo, informar, convencer ou explicar. Por essa óptica, a função de um raciocínio varia de acordo com o tipo de situação em que ocorre, tendo relação direta com o movimento dialético dentro da TSD, ou seja, se é uma situação de ação, formulação ou validação.

Assim, em Brousseau e Gibel (2005), os autores buscam fazer uma distinção dos níveis de raciocínio matemático, considerados mais ou menos degenerados, e que se adaptam aos diferentes tipos de situações na TSD, como sintetizados a seguir:

- *Raciocínio de nível 1 (N1)*: pode ser caracterizado por um tipo de raciocínio que não é formulado como tal, entretanto pode ser atribuído ao sujeito com base em suas ações, e construído como um modelo dessa ação, sendo considerado como um modelo implícito relativo à situação de ação na TSD.

- *Raciocínio de nível 2 (N2)*: pode ser considerado como um raciocínio incompleto do ponto de vista formal, porém com lacunas que podem ser, de modo implícito, preenchidas pelas ações do estudante em uma situação em que uma formulação completa não se justificaria. Este tipo de raciocínio aparece em situações em que é necessária a comunicação, sendo relacionado à fase de formulação.

- *Raciocínio de nível 3 (N3)*: pode ser definido como um raciocínio formal, global e concluído, baseado em um conjunto de inferências corretamente relacionadas, que fazem uma clara menção aos elementos da situação ou conhecimento considerado como compartilhado pela classe, mesmo que ainda não se postule que tal raciocínio seja absolutamente correto. O raciocínio deste nível é característico de situações de validação.

Como trazem Brousseau e Gibel (2005), o problema apresentado ao aluno demanda soluções ou provas cuja validação pode ser dada de modo independente das circunstâncias didáticas em que o problema foi introduzido. "A solução padrão, ou seja, uma solução que poderia ser produzida pelo professor e que se espera do aluno, tem a forma de uma sequência de inferências (e cálculos), que está corretamente conectada, ou seja, conforme regras da lógica" (Brousseau & Gibel, 2005, p. 19). Assim, podemos considerar que cada etapa do raciocínio é incorporada a justificativas lógicas e matemáticas consideradas padrão, em que sua validade e relevância parecem ser autônomas.

Portanto, na proposta dos autores, a interpretação das soluções dos alunos deve levar em conta um sistema maior e mais complexo, caso seja a intenção do docente desafiá-los, instigá-los ou mesmo explicar por que tais formas de raciocínio, corretas ou não, foram produzidas. Desta maneira, recomenda-se que o professor considere os conhecimentos prévios do aluno para a construção do seu raciocínio em uma situação objetiva, pois:

> Um novo raciocínio é aprendido quando é promovido de apenas um meio particular de resolver um determinado problema para um meio "universal" de resolver todos os problemas de um certo tipo, e se integra como tal com o conhecimento do sujeito. Em uma situação autônoma, o raciocínio é baseado na indução, mas essa indução é sustentada por uma cadeia de inferências que podem ser explicitadas (Brousseau & Gibel, 2005, p. 21).

No entanto, ainda conforme os autores, à medida que se amplia a quantidade de novos conhecimentos a serem aprendidos, torna-se cada vez mais inviável perceber o número crescente de conexões circunstanciais independentes e há um risco considerável de confusão (Brousseau & Gibel, 2005). Nesse sentido, os autores consideram o raciocínio do aluno algo amplo, que depende de muitas variáveis, inclusive do que eles trazem em sua bagagem de conhecimentos prévios.

Nessa perspectiva, compreendemos as razões pelas quais os docentes, por vezes, recorrem a razões didáticas, estabelecendo conexões artificiais entre diferentes saberes, alheios ao significado científico desse conhecimento, como por exemplo, o uso de revisões, dispositivos mnemônicos e metáforas, metonímias e analogias, o que os autores chamam de "meio retórico da didática" (Brousseau & Gibel, 2005, p. 21). Isto geralmente ocorre quando os estudantes não conseguem produzir um raciocínio suficientemente claro e coerente para a solução de um problema. Alves e Acioly-Régnier (2021, p. 14) trazem uma preocupação complementar que coloca que:

> [...] quando perspectivamos o trabalho dos professores de Matemática, sobretudo, o trabalho dos mais experientes (experts), podemos constatar que determinadas rotinas e roteiros de ação e execução tendem ou se dirigem a um processo de simplificação, optimização, estilo profissional lacônico e, até mesmo, de economia ou encurtamento das ações, não raro, o seu envelhecimento também (Alves & Acioly-Régnier, 2021, p. 14).

Partindo do exposto, compreendemos que, em nível teórico, não há condições para que o conhecimento desenvolvido em uma situação didática autônoma em sala de aula tenha as mesmas propriedades que o conhecimento desenvolvido culturalmente, dado o fato de que seu aprendizado precisa ser apoiado por ações didáticas específicas.

Com efeito, podemos observar que as situações adidáticas conduzem espontaneamente a uma produção de signos variados, que resulta do processamento do conhecimento na situação, e que deve culminar na construção do saber. Esta entropia fenomenológica manifesta-se, sobretudo na fase heurística, por representações - símbolos, desenhos, escritas, linguagem (declarações), gestos, e cabe ao professor interpretá-los em nível adequado a fim de orientar o processamento do raciocínio.

Como forma de compreender melhor esses tipos de raciocínio e sua relação com a intuição enquanto faculdade ontológica, trazemos na seção seguinte uma discussão que articula os pontos de vista apresentados nas seções anteriores.

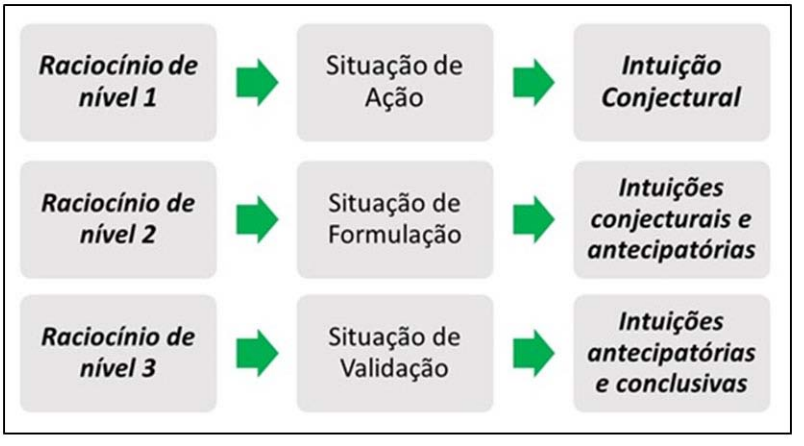
4. Uma articulação entre as teorias delineadas e suas implicações para o ensino

Diante do exposto nas seções predecessoras, podemos inferir uma relação entre o que Brousseau e Gibel (2005) propõem como os diferentes níveis de raciocínio matemático no desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas, e o que Fischbein (1987) propõe em sua classificação da intuição, no que ele denomina como Categorias do Raciocínio Intuitivo. Nesse sentido, buscamos ilustrar uma articulação entre as propostas desses autores.

Os níveis de raciocínio apontados por Brousseau e Gibel (2005) e as Categorias do Raciocínio Intuitivo elencadas por Fischbein (1987), partindo das dialéticas da TSD podem ser correlacionados a partir do esquema proposto na Figura 2:

Figura 2

Relação entre os níveis de raciocínio e as categorias intuitivas.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Quando Brousseau e Gibel (2005) propõem o raciocínio de nível 1, descrevendo-o como um modelo de raciocínio ainda não formulado, mas relacionado à tomada de posição do sujeito em uma situação de ação dentro da TSD, podemos vislumbrar uma similaridade com a categoria de *intuição conjectural* de Fischbein (1987). Esta relação pode ser percebida quando Fischbein (1987) propõe que o sujeito, neste modelo de intuição, tem uma visão preliminar do problema e superficialmente de seu percurso de solução, entretanto não realizou, de fato, ação alguma para resolvê-lo, mas sim está conjecturando suas hipóteses para então seguir um trajeto baseado em um raciocínio que tenha sentido.

Já o *raciocínio de nível 2* proposto por Brousseau e Gibel (2005) é considerado como um raciocínio inacabado do ponto de vista formal, mas com hiatos que, implicitamente, podem ser preenchidos a partir das ações do aluno em uma situação de formulação dentro da TSD. Este modelo de raciocínio pode ser comparado, a depender do nível destas lacunas, tanto com as *intuições conjecturais* propostas por Fischbein (1987), em que o aluno inicia suas deduções diante de um ponto de partida, quanto com as *intuições antecipatórias*, em que o aluno já conseguiu formular ideias e estabelecer um percurso para a solução de forma mais explícita.

Nessa mesma perspectiva, podemos compreender que o *raciocínio de nível 3*, definido por Brousseau e Gibel (2005) como um modelo de raciocínio formal global e finalizado, que tem por base a conexão sequencial de inferências articuladas de forma coesa, mesmo que tal raciocínio não seja, de todo modo, absolutamente correto, como sendo um formato apresentado em situações de validação na TSD.

Partindo dessa óptica, podemos relacionar *o raciocínio de nível 3* ao que Fischbein (1987) propõe como *intuição antecipatória* e *intuição conclusiva*, a depender mais uma vez da forma como esse raciocínio foi produzido pelo aluno. Consideramos a *intuição antecipatória*, dado o fato de que o aluno, nesse percurso do raciocínio, pode vislumbrar uma solução analítica totalmente desenvolvida, apresentando uma lógica coerente para sua solução. E *conclusiva*, pois caso este aluno tenha uma compreensão e articulação plena entre seus conhecimentos prévios e o desenvolvimento de conhecimentos novos a partir da situação didática proposta, este pode estabelecer uma padronização e uma generalização de sua solução para situações que apresentem semelhança/similaridade com o exposto. Tal generalização pode ser validada pelo docente em uma situação posterior de institucionalização.

Desta maneira, entendemos que tanto os níveis de raciocínio propostos por Brousseau e Gibel (2005) quanto as categorias estabelecidas por Fischbein (1987) apresentam que o percurso de aprendizagem de um novo raciocínio ocorre quando este é promovido de apenas um meio particular de resolver um determinado problema para um meio "universal" de resolver todos os problemas de um certo tipo, e se integra como tal com o conhecimento do sujeito. Em uma situação autônoma, o raciocínio é baseado na indução, mas essa indução é sustentada por uma cadeia de inferências que podem ser explicitadas.

A maiêutica socrática normalmente é descrita como a arte de conduzir alguém a produzir o próprio conhecimento por meio de perguntas, sem que Sócrates acrescente nada a este conhecimento (Brousseau & Gibel, 2005). Nesse sentido, os autores trazem que as situações-problema devem estimular o modelo de abordagem do professor ao propô-las aos alunos.

Em uma situação, o raciocínio pode desempenhar papéis diferentes. Suas funções podem ser diversas: conjecturar, decidir, provar, demonstrar. No entanto, um raciocínio não é, por sua própria natureza, uma decisão ou uma prova: mas, no seio da situação em que intervém, assume uma ou outra função. Além disso, em determinado momento do curso de uma aula, pode-se identificar, conforme indicam Margolinas (1994) e Brousseau e Gibel (2005), um número muito grande de situações mais ou menos aninhadas entre si. As que nos interessam compreender, de modo mais específico, são aquelas que emergem no coletivo da sala de aula e influenciam o processo de institucionalização do saber ao qual o professor quer conduzir. Além disso, como os autores também observam, só se pode atribuir um raciocínio à ação de um estudante se pudermos ter certeza de suas motivações intrínsecas relacionadas à situação.

A identificação, tanto dos modelos implícitos de raciocínio de diferentes níveis propostos por Brousseau e Gibel (2005) quanto as Categorias do Raciocínio Intuitivo de Fischbein (1987) exige uma análise *a priori* teórica, dos comportamentos, das dificuldades e dos procedimentos que podem surgir nas diferentes fases da aula e do desenvolvimento de uma situação didática.

Isso nos permite conjecturar que um dos fatores que, porventura, pode limitar as possibilidades do docente de considerar, articular e processar o raciocínio dos alunos não é tanto a complexidade desse raciocínio, mas sim outra característica, relativa à própria natureza da situação proposta para os alunos, o que demanda um expediente de atenção e planejamento por parte do docente.

5. Considerações finais

A intuição é uma faculdade cognitiva que, ao ser encorajada tem potencial para alavancar interpretações novas, adequadas e coerentes, tanto quanto possível, juntamente com a evolução das estruturas formais do raciocínio lógico. Este desenvolvimento pode ocorrer à medida que o aluno realiza atividades práticas apropriadas e não por meio tão somente de meras explicações verbais. Nesse sentido, as intuições desenvolvidas são, por sua função e sua natureza, orientadas para o comportamento e para a prática.

Podemos compreender que a capacidade intuitiva responde ao contexto geral das situações didáticas e não a elementos isolados ou abstratos, o que requer pensamento analítico e está no domínio do sistema racional. Por outro prisma, temos também que o pensamento racional caracteristicamente requer um passo de cada vez, sendo estes passos explícitos e geralmente podem ser explicitados de forma clara por aquele que pensa (aluno) a outro indivíduo (outro aluno ou o professor). Tal pensamento prossegue com uma consciência relativamente plena das informações e operações envolvidas.

As obras de Brousseau e Gibel (2005) e Fischbein (1987) nos fornecem um entendimento sobre como a intuição, em um âmbito epistêmico, psicológico e até filosófico tem relevância para o campo educacional. Um docente que compreende tais noções intuitivas e níveis de raciocínio tem a prerrogativa de entender com maior facilidade as dificuldades de aprendizagem intrínsecas ao campo da Matemática, com a oportunidade de predizê-las e, eventualmente, superá-las.

Nesse ínterim, a intuição ligada à Didática da Matemática e à Psicologia Cognitiva, por meio das teorias elucidadas neste trabalho, configura-se em um vasto campo a ser investigado pelo professor de Matemática, propiciando um terreno fértil de informações a partir de uma análise sagaz do comportamento dos alunos mediante situações didáticas postas em prática na sala de aula. De forma subjetiva, este professor pode ser capaz de identificar o raciocínio intuitivo na resolução de problemas, bem como compreender melhor o nível de aprendizagem de seus alunos.

Para concluir este texto, almejamos que em uma perspectiva futura o docente leve em consideração os mecanismos do raciocínio intuitivo e suas nuances para o desenvolvimento do aluno e o consequente aprendizado da Matemática, tendo em vista suas potencialidades na evolução dos diferentes modelos de pensamento e lógicas propostas pelos alunos e suas origens, interpretando-as em sua práxis e, se for o caso, corrigindo-os, preocupando-se com um real crescimento da aprendizagem desta disciplina.

Agradecimentos

Agradecemos ao incentivo e aporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq para o desenvolvimento desta pesquisa no Brasil.

Referencias bibliográficas

Alves, F. R. V. (2011). *Aplicações da Sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis*. (Tese de Doutorado em Educação. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza). http://www.teses.ufc.br/tde_biblioteca/login.php.

Alves, F. R. V. (2012). Insight: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo. *Vidya*, 32(2), 49-161. https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/279.

Alves, F. R. V. (2016a). Didática da Matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação*, 7(21), 131-150. https://doi.org/10.26514/inter.v7i21.1259.

Alves, F. R. V. (2016b). Categorias intuitivas para o ensino do Cálculo: descrição e implicações para o seu ensino. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*, 9(3), 1-21. https://doi.org/10.3895/rbect.v9n3.

Alves, F. R. V. (2019). Visualizing the Olympic Didactic Situation (ODS): teaching mathematics with support of the GeoGebra software. *Acta Didactica Napocensia*, 12(2), 97-116. https://doi.org/10.24193/adn.12.2.8.

Alves, F. R. V., & Acioly-Régnier, N. M. (2021). Comunicação no ensino, na aprendizagem e na atividade profissional do professor de Matemática: implicações da Didática Profissional (DP). *IE Revista De Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, 1-17. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1113.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. *Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions*, 9(3), 281-308. https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/.

Bachelard, G. (1996). *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Contraponto Editora.

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo*. Edições 70.

Blattberg, R. C., & Hoch, S. J. (1990). Database Models and Managerial Intuition: 50% Model + 50% Manager. *Management Science*, 36(8), 887-899. https://www.jstor.org/stable/2632364.

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In Vanhamme, W & Vanhamme, J. (Eds.). *La problématique et l'enseignement de la mathématique. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain-la-neuve*, (pp. 101-117). https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516569v2/document.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d´enseignement de mathématiques*. (Thèse d´État et Sciences). Bordeaux: Université de Bordeaux I.

Brousseau, G. (1996). Os diferentes papéis do professor. In Parra, C., & Saiz, I (Orgs.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*, (pp. 54-78). Artes Médicas.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Ática.

Brousseau, G., & Gibel, P. (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problems solving situations. In Laborde, C., Perrín-Glorian, M. J., & Sierpinska, A. *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*, (pp. 13-58). Springer.

Chevallard, Y. (1991). *La Transposition didactique*. Paris: La Pensée Sauvage Édition.

Epstein, S. (1994). Integration of the cognitive and the psychodynamic unconscious. *American Psychologist*, 49(8), 709-724. https://doi.org/10.1037//0003-066x.49.8.709.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics: an educational approach*. D. Reidel Public, Mathematics Educational Library.

Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162. https://www.jstor.org/stable/3482943.

Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(11), 11-50. https://doi.org/10.1023/A:1003488222875.

Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Does the Teaching of Probability Improve Probabilistic Intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24. https://doi.org/10.1007/BF00380436.

Grande, A. L., & Silva, B. A. (2013). Resolução de questões relacionadas ao cálculo e o uso da intuição e do rigor. *Educação, Matemática e Pesquisa*, 2(1), 27-38. https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/15057.

Kidron, I. (2011). Tacit models, treasured intuitions and the discrete - continuous interplay. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), 109-126. https://www.jstor.org/stable/41485943.

Lieberman, M. D. (2000). Intuition: A Social Cognitive Neuroscience Approach. *Psychological Bulletin*, 126(1), 109-137. https://doi.org/10.1037//0033-2909.126.1.109.

Margolinas C. (1994) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In: Margolinas C. (Ed.) *Les débats de didactique des mathématiques*, (pp. 89–102). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Margolinas, C. (2015). Situations, savoirs et connaissances…comme lieux de rencontre? *Formation et pratiques d'enseignement en questions*, 2(19), 31-39. https://revuedeshep.ch/pdf/19/2015-Margolinas-FPEQ-19.pdf.

Pais, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Revista Zetetiké*, 6. https://doi.org/10.20396/zet.v4i6.8646739.

Pommer, W. M. (2008). *Brousseau e a ideia de Situação Didática*. Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP. https://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf.

Pretz, J. E., Naples, A. J., & Sternberg, R. J. (2003). Recognizing, Defining, and Representing Problems. In Davidson, J. E., & Sternberg, R. J. (Eds.). *The psychology of problem solving*, (pp. 3-30). Cambridge University Press.

Santos, A. A., & Alves, F. R. V. (2017). A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de matemática. *Acta Scientiae*, 19(3), 447-465. http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2739.

Schooler, J. W., & Melcher, J. (1995). The ineffability of insight. In Smith, S., Ward, T. & Finke, R. (Eds.). *The creative cognition approach*, (pp. 97-133). MIT Press.

Shapiro, S., & Spence, M. T. (1997). Managerial intuition: A conceptual and operational framework. *Business Horizons*, 40(1), 63-68. https://doi.org/10.1016/S0007-6813(97)90027-6.

Sousa, R. T. (2022). Resenha de "A intuição em ciências e matemática: uma abordagem educacional", de Fischbein, E., 1987. *Revista Contraponto*, 3(3), 199-203. https://doi.org/10.21166/ctp.v3i3.2083.

Ul-Haq, S. (2015). *Intuition and creativity. Pakistan: Lahore University of Management Sciences*. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4641.3289.