

Análise de conteúdo sobre as imbricações da Geometria nas provas do Novo ENEM

Content Analysis on the imbrications of Geometry in the New ENEM exams

Pedro André Pires Machado¹
Fernando Siqueira da Silva²
Tanise Zeppenfeld Arruda³

Resumo

Neste artigo, realizamos uma investigação sobre como o Campo Conceitual da Geometria está imbricado a outros Campos Conceituais nos enunciados das questões de Matemática das provas do Novo ENEM. Assim, operamos uma pesquisa documental nos enunciados de todas as 1.305 questões de Matemática do Novo ENEM, desde o ano de 2009 até 2021, utilizando os passos metodológicos da Análise de Conteúdo e – como bases teóricas da análise – a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Imbricações entre Campos Conceituais. Com este estudo, percebemos que o número de conceitos e de imbricações conceituais nos enunciados das questões do Novo ENEM podem estar diretamente associados ao nível de complexidade das situações propostas nas provas, o que poderá ser confirmado a partir de uma investigação futura que inclua as resoluções das questões aqui analisadas.

Palavras chave: Análise de Conteúdo; Campos Conceituais; Novo ENEM.

Abstract

In this article, we conducted an investigation into how the Conceptual Field of Geometry is imbricated with other Conceptual Fields in the statements of the Mathematics questions of the New ENEM exams. Thus, we operated a documentary research on the statements of all 1.305 Mathematics questions of the New ENEM, from the year 2009 to 2021, using the methodological steps of Content Analysis and – as theoretical foundations of the analysis – the Theory of Conceptual Fields and the Theory of Imbrications between Conceptual Fields. Through this study, we realized that the number of concepts and conceptual imbrications in the statements of the New ENEM questions can be directly associated with the level of complexity of the situations proposed in the exams, which could be confirmed from a future investigation that includes the resolutions of the issues analyzed here.

Keywords: Content Analysis; Conceptual Fields; New ENEM.

¹ Universidade Federal de Santa Maria | p.andrepiresm@gmail.com

² Universidade Federal do Pampa | fernandoda@unipampa.edu.br

³ Universidade Federal de Santa Maria | taniseza@gmail.com

Introdução

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é de responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), órgão este que, desde o ano de 1997, é “encarregado de avaliações, pesquisas e levantamentos estatísticos educacionais do Governo Federal” (BRASIL, 2020). Como sabemos, é notória a relevância desse exame que é aplicado em larga escala no Brasil, desde o ano de 1998, e possui um grande arcabouço de situações acuradamente elaboradas por profissionais gabaritados em suas áreas de atuação.

O ENEM recebeu inúmeros ajustes desde a sua implementação, vindo a assumir a atual versão a partir do ano de 2009, quando começou a ser denominado pelo termo “Novo ENEM” e passou a contar com um total de 180 questões de múltipla escolha, divididas em quatro áreas do conhecimento contempladas na reforma do Ensino Médio: Linguagens, Ciências Humanas, Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. Podemos encontrar, na matriz de referência do Novo ENEM4, um total de sete competências e trinta habilidades associadas à área de Matemática e suas Tecnologias, além dos conteúdos curriculares dispostos em cinco áreas do conhecimento específico, são elas: conhecimentos numéricos; conhecimentos geométricos; conhecimentos de estatística e probabilidade; conhecimentos algébricos; e conhecimentos algébricos/geométricos.

A presente pesquisa documental, a ser realizada em todas as avaliações de Matemática do Novo ENEM ocorridas desde o ano de 2009 até 2021, conta com 29 versões do exame, considerando – além da 1ª aplicação de cada ano – as reaplicações, as versões destinadas às pessoas privadas de liberdade (PPL) e as versões digitais. Todos os documentos utilizados na pesquisa foram obtidos gratuitamente, em seus formatos digitais, no site do Inep.

O método de coleta e análise dos dados será a Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016), buscando responder à seguinte pergunta de pesquisa: como o Campo Conceitual da Geometria está imbricado a outros Campos Conceituais nos enunciados das questões de Matemática do Novo ENEM? Com relação ao uso desse método, é importante pontuar que há outros trabalhos acadêmicos que se utilizam do mesmo como instrumento de investigação das provas do ENEM. Rodrigues et al. (2019) e, também, Costa (2019), por exemplo, analisaram as primeiras aplicações das provas de Matemática do Novo ENEM entre os anos de 2009 e 2018, resultando em um corpus inicial de 450 questões. Enquanto Rodrigues et al. (2019) voltou sua pesquisa às questões que envolvem conhecimentos algébricos; Costa (2019) analisou as questões relacionadas ao conceito de proporcionalidade. Neste trabalho, como utilizamos todas as versões do Novo ENEM encontradas no site do Inep, partimos de um escopo inicial de 1.305 questões.

Passos, Oliveira e Salvi (2011) também usaram a Análise de Conteúdo para investigar, com base nas matrizes de referência do ENEM, como se caracteriza a presença de competências e conhecimentos matemáticos nas provas dos anos de 2009 e de 2010. Conquanto, esta pesquisa não representa a ampliação do artigo supracitado, uma vez que não fundamenta os critérios da análise em documentos oficiais do ENEM, mas, sim, na Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud, e na teoria das Imbricações entre Campos Conceituais, segundo Teles (2007). Por esta razão, realizamos, na próxima seção deste trabalho, um breve resumo sobre essas duas importantes teorias. Após, discorreremos sobre a

⁴ Disponível em: <https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2023.

metodologia da Análise de Conteúdo, a qual norteará o percurso metodológico assumido nas seções posteriores do presente artigo.

Os Campos Conceituais e suas imbricações

O falecimento do professor Gérard Vergnaud, criador da Teoria dos Campos Conceituais, foi mais uma dentre as inúmeras notícias tristes recebidas no ano de 2021. Com o fim do seu ciclo terreno, Vergnaud nos deixa a responsabilidade de pesquisar e ampliar a sua obra, a qual figura entre as mais importantes a utilizar a didática da Matemática⁵ e que, por sua generalidade e profundidade, pode ser aplicada a qualquer área do conhecimento que se proponha a refletir sobre a aprendizagem de competências complexas. Em seus trabalhos, Vergnaud busca estabelecer as condições epistemológicas necessárias para o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos por meio da conceitualização e do domínio progressivo e lento de múltiplos Campos Conceituais (OTERO *et al.*, 2014).

Vergnaud estabelece uma abordagem neopiagetiana para a Teoria dos Campos Conceituais, ao resgatar uma série de conceitos e resultados advindos da obra de Jean Piaget, de quem fora discípulo. Seu primeiro foco de estudos foi a aprendizagem da Matemática, principalmente em relação às estruturas da Álgebra Elementar, da Geometria, das Operações Aditivas e Multiplicativas (VERGNAUD, 1993, 2017). Antes de analisarmos as questões do Novo ENEM do ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais, é necessário relembrarmos alguns dos elementos-chave desta teoria.

Um **Campo Conceitual** é um conjunto de situações cujo domínio progressivo implica uma variedade de conceitos, de *esquemas*⁶ e de representações simbólicas em estreita conexão e, simultaneamente, um conjunto de conceitos que contribuem para dominar estas situações (VERGNAUD, 1982, 2017, 2019). Um **conceito** é um tripleto de três conjuntos: o conjunto S das situações que dão sentido ao conceito (referente); o conjunto I dos invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (*esquemas*) suscetíveis de serem evocadas pelas situações (significado); e o conjunto L das representações linguísticas e não linguísticas que permitem representar os conceitos e suas relações (significante) (VERGNAUD, 1982, 1985, 1993, 2017).

Os conceitos de *esquema* e situação estão diretamente interligados sendo o primeiro definido por Vergnaud (2017, p. 32) como a “organização invariante da atividade para uma dada classe de situações”; e o segundo, presente nas definições supracitadas de Campo Conceitual e de conceito, não está relacionado à ideia de situação didática⁷, mas sim “de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias”

⁵ Vergnaud (1993) ressalta que a Teoria dos Campos Conceituais envolve a didática porque busca oferecer uma estrutura para a aprendizagem, todavia, esta não se apresenta como uma teoria didática.

⁶ No presente trabalho, utilizaremos a representação gráfica da palavra *esquema* no formato itálico sempre que nos referirmos à sua noção piagetiana.

⁷ Vergnaud (1989, 1990, 1993) ressalta que a noção de situação utilizada na Teoria dos Campos Conceituais é menos abrangente do que a de situação didática desenvolvida nos trabalhos de Guy Brousseau, a qual corresponde a “um conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos e um sistema educativo representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição” (BROUSSEAU, 1982, apud GÁLVEZ, 1996, p. 28).

(VERGNAUD, 1990, p. 146). Segundo Vergnaud (1993, p.2), é nos *esquemas* “que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória”; assim, a chave para a generalização dos *esquemas* está no reconhecimento dos seus invariantes operatórios os quais representam, segundo Vergnaud (1982, 1985, 2017), componentes essenciais desses *esquemas*.

Neste estudo, estamos interessados em analisar a presença de conceitos do Campo Conceitual da Geometria nas provas do Novo ENEM. Nos deparamos com situações que remetem a este Campo Conceitual

...desde muito cedo, pois a atividade da criança se exerce, de início, no espaço, onde se acham os objetos e as pessoas. Nele a criança opera as localizações e as transformações. Ela se desloca e muda assim seu sistema de localização; ela desloca objetos e transforma, assim, o mundo exterior. Ela segue caminhos e desenha representações; ela o organiza (VERGNAUD, 2009, p.80)

Com a progressão da escolarização, os alunos são apresentados a situações cada vez mais complexas da Geometria, que “geralmente requerem o domínio de diferentes propriedades do mesmo conceito” (VERGNAUD, 1982, p.34). A compreensão de um conceito geométrico pressupõe um longo período de tempo e o domínio de inúmeras situações que, por sua vez, suscitam diversos conceitos relacionados, *esquemas* e invariantes operatórios. É nesse cenário que o triângulo, por exemplo, deixa de ser apenas um conceito relativamente simples do Campo das Figuras Geométricas e passa a associar-se, paulatinamente, a uma série de medidas (ângulos, comprimentos, perímetros e áreas), de relações (unárias, binárias, ternárias e quaternárias), de propriedades, de elementos (baricentro, bissetrizes, alturas, medianas etc), de teoremas e de transformações.

Com a progressiva conceitualização do campo da Geometria e tendo em vista o devido tratamento das situações propostas em sala de aula, advém a necessidade do domínio de diversos *esquemas* relativos a outros Campos Conceituais, tais como: o Campo das Grandezas, o Campo das Medidas, o Campo Numérico, o Campo Algébrico, o Campo das Operações Aditivas, o Campo das Operações Multiplicativas etc. Mas, de fato, como esses múltiplos Campos Conceituais relacionam-se em situação?

Teles (2007) investigou as imbricações existentes entre os Campos Conceituais Numérico, Algébrico Funcional, das Grandezas e da Geometria na formulação e no tratamento das fórmulas de área, envolvendo as figuras planas do triângulo, do paralelogramo, do retângulo e do quadrado. O verbo imbricar, no contexto da Teoria dos Campos Conceituais, estabelece a conexão existente entre as diferentes áreas da Matemática em torno de um mesmo conceito que assume, na medida em que compreendemos estas sobreposições conceituais, um grau crescente de aprofundamento. Desse modo, o enfrentamento de situações que apresentam fortes imbricações conceituais exige, para Teles (2007, p. 19), “que os sujeitos naveguem de um campo conceitual para outros e que articulem seus conhecimentos para tratar de maneira pertinente os problemas postos”.

Quando se estuda o conceito de área, por exemplo, é possível fazê-lo não apenas sob a ótica do Campo Conceitual das Grandezas, mas de maneira imbricada ao Campo Conceitual da Geometria, ou seja, “como um elemento do campo conceitual das grandezas geométricas e também como um elemento que articula vários outros campos conceituais” (TELES, 2007, p. 29). O Campo Conceitual Numérico também está imbricado à área de uma figura plana ao

associarmos números a esta grandeza. Assim, os Campos Numérico e das Grandezas possuem uma relação dialética, de modo que,

sem o conceito de número, compreenderíamos poucas coisas relativas ao conceito de grandeza. Mas sem a experiência das quantidades de objetos ordinários discretos e das grandezas físicas, sobretudo as espaciais, não haveria o conceito de número. A experiência do número começa com a experiência das grandezas (VERGNAUD, 2019, p.12)

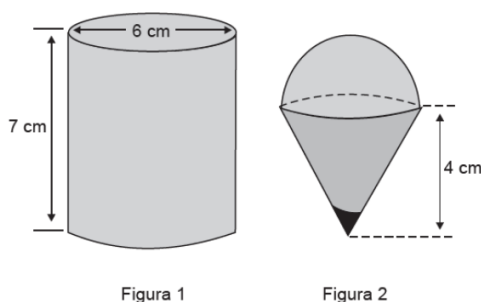
Bellemain e Lima (2002) propõe ainda que o conceito de área pode ser estudado como parte do campo Algébrico Funcional, por conta das fórmulas relacionadas às figuras geométricas. Assim, podemos concluir que as imbricações serão diretamente responsáveis pelo grau de complexidade dos problemas propostos, uma vez que exigirão dos sujeitos uma compreensão mais profunda a respeito dos conceitos e *esquemas* relativos a diversos Campos Conceituais para a realização do tratamento mais adequado em cada situação.

Na Figura 1, consta o exemplo de uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) aplicado no ano de 2014. O enunciado da situação proposta apresenta: três conceitos do Campo Conceitual das Figuras Geométricas (o cone, o cilindro e a semiesfera); três conceitos do campo das Grandezas Geométricas (comprimento, área e volume); três fórmulas⁸ do Campo Conceitual Algébrico Funcional relacionadas às grandezas descritas; três valores numéricos referentes a comprimentos do cone e do cilindro figurando, de modo implícito, o valor da medida do raio da semiesfera.

Figura 1 – Exemplo de imbricações da Geometria na prova do Novo ENEM

QUESTÃO 166

Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- (A) 45.
- (B) 48.
- (C) 72.
- (D) 90.
- (E) 99.

Fonte: Site do Inep

⁸ Teles (2007) considera que as fórmulas da Geometria são conceitos pertencentes ao Campo das Grandezas Geométricas que possuem diversas imbricações conceituais, tais como: com o Campo Algébrico Funcional, quando entendemos a fórmula como uma representação simbólica; com o Campo Numérico, quando obtemos números resultantes da aplicação das medidas nas fórmulas; com o Campo das Figuras Geométricas, quando relacionamos a fórmula à respectiva figura à qual ela se aplica.

Dessa forma, para realizarmos o tratamento correto da situação, é necessário o domínio de *esquemas* e conceitos que podem estar imbricados a diversos Campos Conceituais, por exemplo, o comprimento – que é um conceito do Campo das Grandezas Geométricas – possui imbricações entre os Campos Numérico (por conta das medidas dadas), Algébrico Funcional (fórmulas) e das Figuras Geométricas (segmentos associados às medidas nas figuras). Além disso, a indicação das fórmulas, no texto do enunciado da Figura 1, nos oferece uma possível “pista” do caminho da resolução da questão, todavia, não serão ferramentas úteis para um estudante que possui pouca experiência nesse tipo de situação.

Assim, as imbricações entre Campos Conceituais se apresentam como um recurso teórico fundamental para o desenvolvimento deste trabalho. Na próxima seção, daremos ênfase ao delineamento metodológico da presente pesquisa.

Delineamento Metodológico

Para responder o problema de pesquisa⁹ apresentado na introdução deste trabalho utilizamos a pesquisa documental que, segundo Gil (2018, p. 60), possui as seguintes etapas: a) formulação do problema; b) elaboração do plano de trabalho; c) identificação das fontes; d) localização das fontes e obtenção do material; e) análise e interpretação dos dados; f) redação do relatório.

O problema de pesquisa tem como propósito investigar a presença de situações e conceitos do Campo Conceitual da Geometria nas provas do Novo ENEM, sob o ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria das Imbricações entre Campos Conceituais. O plano de trabalho provisório¹⁰ consistiu em destacar e analisar todas as questões de Matemática do Novo ENEM que relacionassem situações e conceitos da Geometria em seus enunciados. As fontes, que são todas as versões do referido exame até o ano de 2021, foram obtidas por meio de buscas pelos arquivos digitais das avaliações no site do Inep¹¹.

Na etapa da análise e interpretação dos dados, utilizaremos a Análise de Conteúdo (AC), a qual, segundo Bardin (2016), é geralmente organizada em três momentos cronológicos: a) a pré-análise; b) a exploração do material; e c) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A **pré-análise** é, segundo Bardin (2016, p. 125), “a fase de organização propriamente dita”. Configura o momento em que ocorre a operacionalização e sistematização das ideias na busca pela determinação de um programa preciso (flexível ou não) a ser seguido. Nessa fase, são escolhidos os documentos, formuladas as hipóteses e os objetivos da análise. Primeiramente realizaremos uma “leitura flutuante” de todas as provas do Novo ENEM até o ano de 2021, pois, de acordo com Bardin (2016, p.68), é a partir dela que “podem surgir intuições que convém formular em hipóteses”. Após, operamos a seleção do corpus da pesquisa, o qual é definido por Bardin (2016, p. 126) como o “conjunto dos documentos tidos

⁹ Como o Campo Conceitual da Geometria está imbricado a outros Campos Conceituais nos enunciados das questões de Matemática do Novo ENEM?

¹⁰ De acordo com Gil (2018, p. 61), o **plano de trabalho** “geralmente é designado como provisório, pois é previsível que passe por modificações até o fim da etapa de coleta de dados”.

¹¹ Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 28 set. 2022.

em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos”. A partir da leitura dos enunciados das questões do Novo ENEM, buscamos identificar qualquer referência a conceitos da Geometria, tanto por meio das imagens, quanto pela identificação de palavras-chave nos textos dos enunciados, tais como: ângulo, volume, área, medida, litros, escala, triângulo, projeção etc.

Segundo Bardin (2016, p. 131), a **exploração do material** é uma fase longa e fastidiosa que “consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas”. É o momento de analisar mais atentamente o corpus selecionado na pré-análise e estabelecer as categorias que irão “agrupar dados levando em consideração o que há em comum entre eles” (COSTA, 2019, p. 44).

A fase do **tratamento dos resultados, inferência e interpretação** destina-se à busca de padrões que levem a conclusões potencialmente significativas e válidas. São utilizadas operações estatísticas, simples ou complexas, que permitem “estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise” (BARDIN, 2016, p. 131). Assim, é no processo de interpretação dos resultados que o pesquisador poderá confirmar se suas hipóteses iniciais serão válidas, contando com a possibilidade de descobertas inesperadas; ou então, a pesquisa pode abrir horizontes para novas análises, fazendo uso de diferentes dimensões teóricas e técnicas.

Os três momentos sistemáticos da Análise de Conteúdo dão origem às próximas subseções do presente trabalho.

Pré-análise das provas do Novo ENEM

O primeiro passo da pré-análise é a “leitura flutuante” dos documentos, quando nos concentramos em selecionar, dentre as 1.305 questões de Matemática do Novo ENEM, aquelas que relacionam conceitos relativos ao Campo Conceitual da Geometria em algum momento no texto e/ou nas imagens dos seus enunciados. Cumprindo a regra da exaustividade, segundo a qual “não se pode deixar de fora qualquer um dos elementos por esta ou aquela razão” (BARDIN, 2016, p. 127); excluímos as questões que não faziam qualquer referência a conhecimentos geométricos, restando, ao final desse processo, o material abrangente que forma o *corpus* desta pesquisa.

Durante a pré-análise, cada questão de Matemática do Novo ENEM foi definida como uma unidade de análise e associada a um código no seguinte formato: **Q136A2009/01**. A letra **Q** precede o número da questão, e a letra **A** precede o ano da prova e de sua versão separados pela barra; por conseguinte, o código acima refere-se à questão 136 da prova do ENEM do ano de 2009 na sua primeira aplicação.

Após a busca de termos e imagens referentes ao Campo Conceitual da Geometria nas provas de Matemática do Novo ENEM, foram selecionadas 615 questões – cerca de 47% do total inicial. Na Figura 2, apresentamos uma das questões que foi eliminada do *corpus* da pesquisa ao entendermos que não seria necessário mobilizar conceitos e *esquemas* relativos ao Campo Conceitual da Geometria nos processos de interpretação e resolução da situação descrita no seu enunciado.

Figura 2 – Questão Q168A2016/01

Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$.

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- A 22.
- B 50.
- C 100.
- D 200.
- E 400.

Fonte: Site do Inep

No entanto, inúmeras questões do Novo ENEM se utilizam de conceitos do **Campo Conceitual das Grandezas Geométricas**¹² em seus enunciados sem que suas resoluções – as quais não foram analisadas integralmente na presente pesquisa – necessitem de qualquer *esquema* relacionado à Geometria. Este é o caso da questão apresentada na Figura 3, a qual trata do domínio de conhecimentos estatísticos.

Figura 3 – Questão Q155A2019/01

O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- A 1,60
- B 1,78
- C 1,79
- D 1,81
- E 1,82

Fonte: Site do Inep

Porém, como há no enunciado referências à grandeza geométrica comprimento, optamos por incorporá-la ao *corpus* da pesquisa. A presença frequente de termos relativos às Grandezas Geométricas nos enunciados das questões representou um indício da importância desse campo que, desde a pré-análise, acabou se transformando em uma categoria *a priori* a ser considerada na investigação.

¹² De acordo com Teles (2007, p.38): “o campo conceitual das grandezas inclui as situações cuja apropriação requer o conceito de grandeza e outros correlatos tais como medida. As grandezas são entendidas como propriedades dos objetos. As medidas quantificam as grandezas e são essenciais para a interpretação de fenômenos do mundo físico e social. As grandezas podem ser físicas ou geométricas, discretas ou contínuas”.

A exploração do material selecionado na pré-análise

De acordo com Bardin (2016, p. 149), o processo de **categorização** tem como objetivo primordial “fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos”. Assim, uma primeira alternativa para o estabelecimento das categorias poderia se dar por meio dos Campos Conceituais que se imbricam à Geometria nas questões do *corpus* da pesquisa. Todavia, para implementar tal critério de classificação seria necessário que cada questão respeitasse a condição da **exclusão mútua**, isto é, as questões não poderiam ser classificadas em duas ou mais categorias simultaneamente. Como cada conceito da Geometria pode ser imbricado a mais de um Campo Conceitual, e cada questão pode conter inúmeros conceitos distintos, a determinação dos Campos Conceituais enquanto categorias tornar-se-ia impraticável.

Sendo assim, optamos por centrar o processo de categorização em um único Campo Conceitual, o qual é justamente aquele que possui a maior frequência de aparições nas questões selecionadas, o Campo das Grandezas Geométricas. Como verificamos durante a exploração do material, de um total de 615 questões do *corpus* da pesquisa, apenas 70 não apresentam referências a grandezas geométricas nos seus enunciados (textos e imagens), seja por meio de palavras-chave, tais como: comprimento, perímetro, área, volume e ângulo; seja por meio de unidades de medida referentes às grandezas, tais como: m, cm, km, m², hectare, m³, cm³, litros etc. Conseqüentemente, é possível destacar a presença de grandezas geométricas em 88,61% do *corpus* – ao todo, 545 questões. A partir disso, a AC foi dividida nas seguintes categorias:

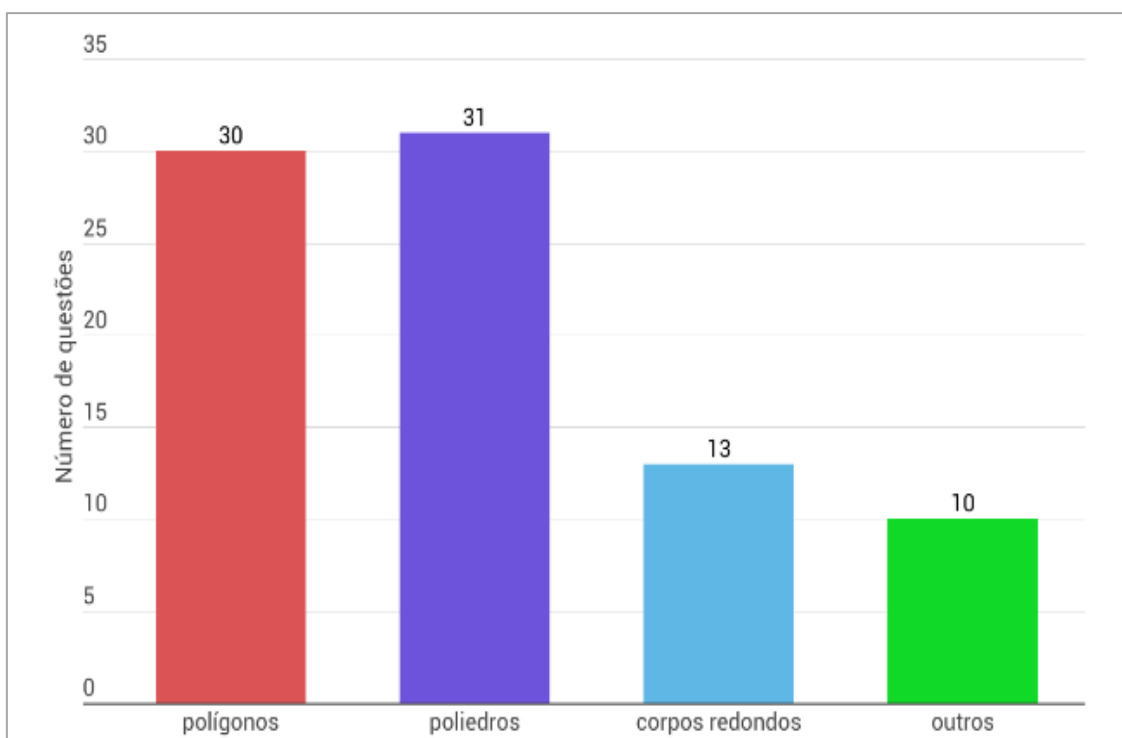
- **Categoria 1** – questões que **não apresentam** referências ao Campo Conceitual das Grandezas Geométricas em seus enunciados;
- **Categoria 2** – questões que **apresentam** referências ao Campo Conceitual das Grandezas Geométricas em seus enunciados.

É frequente a presença do **Campo das Figuras Geométricas** no *corpus* da pesquisa por conta do forte apelo às aplicações na realidade que ele suscita. Por meio da experiência ativa na realidade que estabelecemos os primeiros contatos com diversas relações entre as figuras geométricas planas e espaciais, bem como com uma vasta gama de transformações (translações, rotações, simetrias, permutações, homotetias etc.) e classificações que são lenta e progressivamente compreendidas pela criança (VERGNAUD, 2009).

Os Campos **Algébrico Funcional** e **Numérico** também são comumente imbricados ao Campo da Geometria nas provas de Matemática do Novo ENEM e, por conta disso, completam o conjunto dos Campos Conceituais a serem analisados neste estudo.

O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação

Ao todo, 70 questões do Novo ENEM foram selecionadas como pertencentes à **categoria 1**, isto é, não apresentaram nenhuma referência ao Campo das Grandezas Geométricas. São questões marcadas pela presença de figuras planas e espaciais, as quais aparecem nos enunciados tanto na forma de textos, quanto na forma de imagens. A frequência da aparição desses conceitos do Campo das Figuras Geométricas nas questões da categoria 1 é ilustrada no gráfico da Figura 4. Ressaltamos que a soma do número de aparições de cada conjunto ultrapassa o total de questões classificadas na categoria 1 devido às possíveis associações conceituais presentes nos enunciados.

Figura 4 – Gráfico sobre a presença das figuras geométricas nas questões da categoria 1

Fonte: produzido pelo autor.

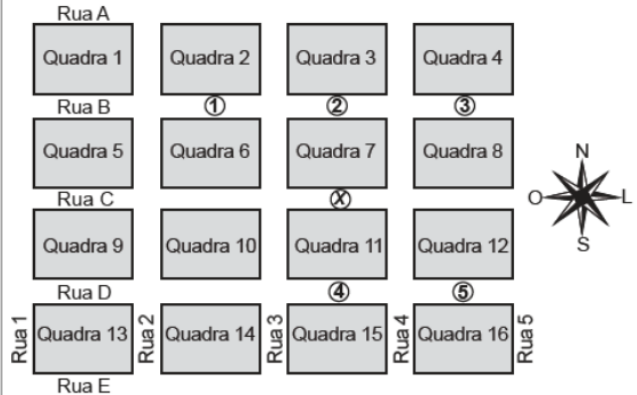
O conceito de relação pode contemplar todas as noções matemáticas, assim como “todo raciocínio matemático pode ser analisado como um cálculo relacional” (VERGNAUD, 2009, p. 81). Nesse sentido, todas as questões da categoria 1 possuem relações que podem ser classificadas como:

- Unárias: quando envolvem apenas um elemento, isto é, são relativas às propriedades;
- Binárias: quando relacionam dois elementos, por exemplo, no contexto das figuras geométricas ao utilizar os termos: “ao lado de”, “à direita de”, “no interior de”, “atrás da” etc.;
- Ternárias: quando relacionam três elementos como, por exemplo, o número de vértices, faces e arestas de um sólido geométrico através da Relação de Euler;
- Quaternárias: quando relacionam quatro elementos, tal como, em problemas envolvendo o conceito de proporção.

Na Figura 5, por exemplo, apresentamos uma questão que envolve relações binárias no plano. É interessante observar que a questão não associa nenhum valor numérico ou fórmula no seu enunciado, ou seja, não possui imbricações entre o Campo da Geometria e os Campos Conceituais Numérico e/ou Algébrico Funcional. Essa realidade (que também pode ser observada na Figura 6) se repete em 60% das questões da categoria 1, somando um total de 42 questões que associam apenas o Campo Conceitual das Figuras Geométricas em seus enunciados.

Figura 5 – Questão Q158A2017/01

Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com


A 1.
B 2.
C 3.
D 4.
E 5.

Fonte: Site do Inep.

As situações envolvendo a classificação de figuras geométricas são encontradas em 22 questões da categoria 1. A Figura 6 mostra um exemplo de situação que exige, em seu enunciado, a classificação qualitativa do cone.

Figura 6 – Questão Q140A2011/01

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

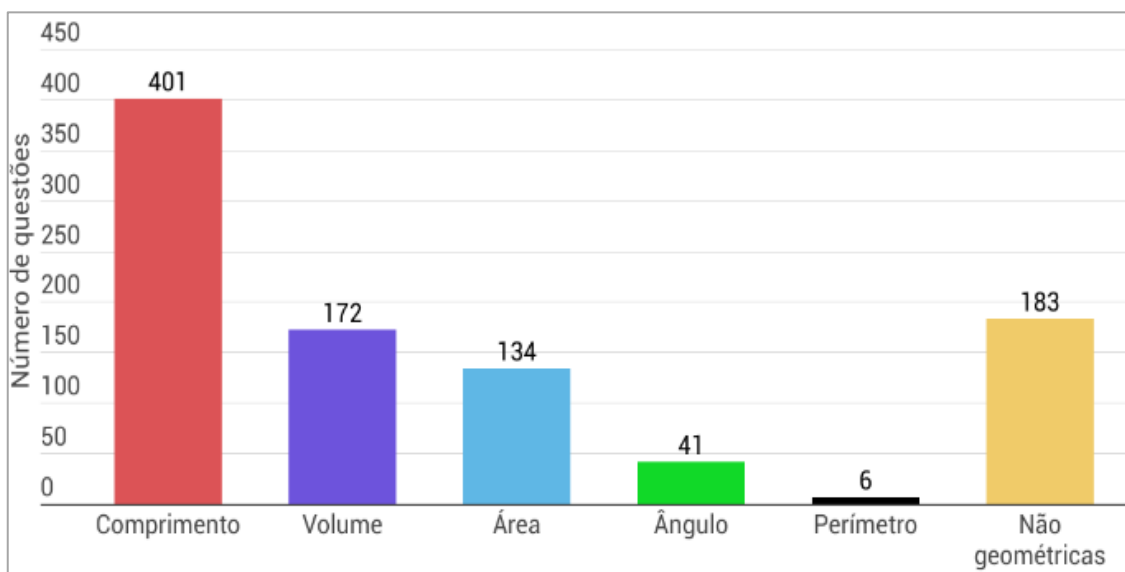
A pirâmide.
B semiesfera.
C cilindro.
D tronco de cone.
E cone.

Fonte: Site do Inep.

As transformações estão presentes em 55 questões da categoria 1, sendo as projeções ortogonais (14 questões), as planificações de sólidos tridimensionais (13 questões) e os cortes em figuras geométricas planas e espaciais (11 questões) as mais frequentes. Além disso, 28 questões imbricam o Campo das Figuras Geométricas – e, portanto, da Geometria – aos Campos Numérico e/ou Algébrico Funcional. São situações que, na maioria dos casos, envolvem o plano cartesiano (10 questões); e a contagem de figuras geométricas associada, por vezes, a possíveis relações numéricas e/ou algébricas entre vértices, faces e/ou arestas dessas figuras (16 questões).

No caso da **categoria 2**, a inclusão do campo das Grandezas Geométricas não apenas amplia consideravelmente o número de questões em relação à categoria 1, mas também o de conceitos e imbricações entre Campos Conceituais. Apresentamos a frequência com que os conceitos do Campo das Grandezas são referenciados nas questões do *corpus* da pesquisa no gráfico da Figura 7, onde é possível observar que o conceito de comprimento possui maior frequência de aparições dentre as 545 questões da categoria 2. As Grandezas Não Geométricas referem-se às Grandezas Físicas (velocidade, tempo, vazão, energia etc.) e monetárias, as quais aparecem de maneira associada às Grandezas Geométricas.

Figura 7 – Gráfico sobre a presença do Campo das Grandezas nas questões da categoria 2



Fonte: produzido pelo autor.

Durante a análise dos enunciados, percebemos a existência de uma teia complexa de relações, transformações e classificações que perpassam todas as questões da categoria 2. Isso nos proporcionou uma visão abrangente sobre como os Campos Conceituais Numérico, das Grandezas Geométricas, das Figuras Geométricas e Algébrico Funcional estão imbricados nas provas do Novo ENEM.

Por exemplo, os vários aspectos da proporcionalidade, como já indicava a pesquisa de Costa (2019), representam um importante conjunto de situações envolvendo diversos tipos de relações entre grandezas em 286 questões do *corpus*. Dentre elas, 42 questões relacionam o conceito de escalas a diferentes tipos de grandezas geométricas, tais como: comprimentos, áreas, volumes e perímetros. Nesses problemas, as variadas possibilidades de imbricações

conceituais encontradas nos enunciados têm influência direta no grau de complexidade das situações propostas.

Muitos estudantes apresentam inúmeras dificuldades no processo de compreensão dos conceitos do Campo das Grandezas Geométricas, as quais geralmente são “relacionadas ao domínio numérico, ao domínio geométrico ou às relações algébricas e funcionais entre grandezas de diferentes dimensões” (TELES, 2007, p. 50). Nos enunciados da categoria 2, os conceitos do Campo das Figuras Geométricas estão presentes na forma de texto ou imagens, em 362 questões; enquanto o Campo Numérico possui uma frequência mais significativa de aparições, com 499 questões. Isso indica que, apesar de relacionarem grandezas geométricas em seus enunciados, muitas situações dão ênfase apenas ao aspecto numérico dessas grandezas. Esse é o caso da questão Q155A2019/01 (ver Figura 3) e de outras 159 questões do *corpus* que, em geral, não exigirão do estudante o domínio de definições, propriedades e resultados relativos ao Campo da Geometria durante um eventual processo de resolução.

As fórmulas – que pertencem ao Campo Algébrico Funcional – exprimem simbolicamente as possíveis relações algébricas existentes entre as diferentes grandezas da Geometria; por exemplo, a expressão “ $A = l^2$ ”, representa uma relação binária entre a medida do lado “ l ” do quadrado e a sua área “ A ”, enquanto que a fórmula “ $V = a.b.c$ ” é uma relação quaternária envolvendo o volume do paralelepípedo reto-retângulo e os comprimentos das suas arestas. O Campo Algébrico Funcional está presente em 145 questões do *corpus*, todavia, apenas com uma futura análise das resoluções que poderemos perceber a relevância do domínio de *esquemas* relativos a esse campo, devido à existência “de algumas situações nas quais as medidas são dadas em função de outras, o que pode conduzir a um procedimento algébrico e/ou funcional ou simplesmente recair sobre a resolução de equações” (TELES, 2007, p. 59).

Podemos concluir, a partir da análise das questões do *corpus*, que o número de conceitos presentes em cada enunciado é diretamente proporcional à quantidade de tarefas propostas e, também, ao número de imbricações entre Campos Conceituais estabelecidas. Sendo assim, mais conceitos e imbricações conceituais incidem em maiores níveis de complexidade das questões desde a fase de interpretação dos enunciados por parte dos estudantes, os quais devem dominar uma vasta gama de *esquemas* para a obtenção das respostas corretas.

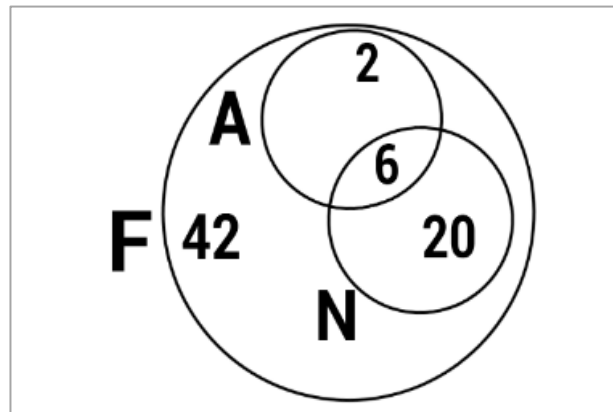
Resultados e considerações finais

Ao utilizarmos a AC para analisar as provas do Novo ENEM com base na Teoria dos Campos Conceituais, foi possível obter uma série de dados esclarecedores no sentido de compreender como o Campo da Geometria está imbricado a outros Campos Conceituais nas questões do *corpus* da pesquisa. Todavia, a determinação de padrões se mostrou uma tarefa complexa, pois, para cada conjunto de situações relativamente análogas, é possível encontrar inúmeras combinações entre conceitos distintos; e, também, variadas imbricações entre Campos Conceituais que influem de maneira direta nos níveis de dificuldade dos problemas.

Para uma melhor percepção a respeito de como os Campos Conceituais Numérico (N), Algébrico Funcional (A) e das Figuras Geométricas (F) estão imbricados nas questões da categoria 1, elaboramos um diagrama de Venn (ver Figura 8) que apresenta o número de questões com imbricações entre os Campos Conceituais nas regiões relativas às intersecções entre os conjuntos que os representam. Assim, o número 20, no interior do conjunto N, nos revela a quantidade de questões que imbricam o Campo Numérico e o Campo das Figuras

Geométricas que o contém. Nesse contexto, apenas duas questões imbricam os Campos Algébrico Funcional e das Figuras Geométricas; e seis questões imbricam os três Campos Conceituais relacionados nessa análise. Portanto, foi possível perceber que a maioria das questões da categoria 1 apresentam poucas imbricações conceituais em seus enunciados, o que provavelmente resultará em baixos níveis de complexidade nos processos de resolução das situações.

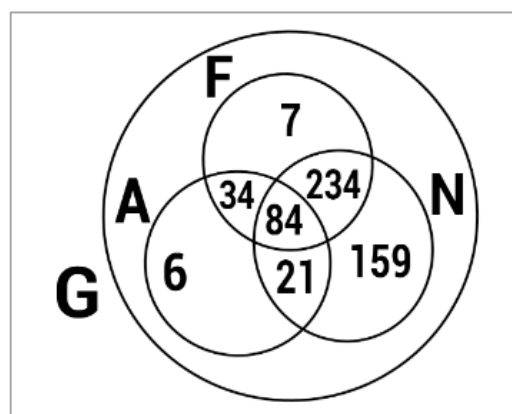
Figura 8 – Número de imbricações nas questões da categoria 1



Fonte: produzido pelo autor

Como podemos observar na Figura 9, todas as questões da categoria 2 possuem imbricações entre, ao menos, dois Campos Conceituais. O Campo das Grandezas Geométricas (G) se estabelece, a partir dessa análise, como o principal elo de ligação entre o Campo da Geometria e os demais Campos Conceituais nos enunciados das questões do Novo ENEM. A construção do diagrama de Venn nos permitiu perceber que o Campo da Geometria é inserido de duas formas distintas nas provas do Novo ENEM. A primeira delas diz respeito às questões que fazem uso dos conceitos geométricos enquanto “coadjuvantes”, isto é, enquanto questões cujo processo de resolução não envolve o domínio de *esquemas* relativos à Geometria – e geralmente, imbricam um número menor de Campos Conceituais. Já a segunda diz respeito às questões que exigem a ativação de *esquemas* da Geometria durante o processo de solução, podendo assumir diferentes níveis de complexidade de acordo com o número de Campos Conceituais envolvidos em cada tarefa.

Figura 9. Número de imbricações nas questões da categoria 2



Fonte: produzido pelo autor.

Assim, podemos inferir que o número de imbricações conceituais pode exercer influência direta no nível de complexidade das questões do Novo ENEM. Todavia, poderemos reforçar essa constatação através de uma futura análise das resoluções das questões do corpus da pesquisa, a qual acarretará em uma ampliação significativa do número de Campos Conceituais associados a cada questão. Por exemplo, no caso das situações que relacionam o conceito de “escala”, será automática a imbricação ao Campo Conceitual das Operações Multiplicativas, por conta das relações quaternárias ocasionadas pelas proporções entre as medidas de comprimento dadas nos enunciados. O Campo das Operações Aditivas, explorado longamente por Vergnaud em suas obras, também deverá ter elevada frequência de aparições durante uma possível análise das resoluções. Nesse contexto, poderemos examinar a ocorrência dos problemas mistos, os quais envolvem “ao mesmo tempo, relações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo” (RODRIGUES; REZENDE, 2021, p.286)

Encerramos o presente artigo com a certeza de que este primeiro esforço em prol de utilizar a AC, a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Imbricações entre Campos Conceituais para analisar as provas do Novo ENEM nos proporcionou resultados frutíferos para o entendimento de como a Geometria está imbricada a outros Campos Conceituais nos enunciados das questões. Em um futuro próximo, pretendemos complementar este estudo operando a análise das resoluções das questões do corpus aqui estabelecido.

Referências

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P.F. Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental. **SBHMAT**. Natal, 2002.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de referência para o ENEM 2009**. Brasília, DF. 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **História**. Brasília, 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/institucional/historia>>. Acesso em: 22 Ago. 2021.
- COSTA, R.D. **Análise de questões do Novo ENEM relativas à proporcionalidade empregando a metodologia Análise de Conteúdo**. Dissertação de mestrado (Ensino de Matemática)- Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.
- GÁLVEZ, G. A didática da matemática. *In*: PARRA, C. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 73-108,1996.
- GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2018.
- OTERO, M. R; FANARO, M; SUREDA, P; LLANOS, V C; ARLEGO, M. **La teoría de los campos conceptuales y la conceptualización en el aula de Matemática y Física**. Buenos Aires: Editorial Dunken, 2014. 124 p.
- PASSOS, M.M.; OLIVEIRA, B.K.; SALVI, R. F. As Questões de “Matemática e suas Tecnologias” do “Novo ENEM”: um olhar com base na Análise de Conteúdo. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.13, n.2, pp.313-335, 2011.

RODRIGUES, M.U. *et al.* Conhecimentos algébricos na prova de matemática do novo ENEM: uma análise de conteúdo no período de 2009 a 2018. **SBEM**, São Paulo, v. 16, n. 23, p. 385-407, set./dez., 2019. Disponível em: <<https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/104>>. Acesso em: 22 Ago. 2021.

RODRIGUES, C. L. B. H.; REZENDE, V. Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. **Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Manaus, v. 17, n. 39, p. 271-287, 2021.

TELES, R.A.M. **A Influência de imbricações entre campos conceituais na Matemática escolar: um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

VERGNAUD, G. Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues. **Learning of Mathematics**, v.3, nº 2, p. 31-41, 1982.

VERGNAUD, G. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. **Psychologie Française**, v.30, p. 245-252, 1985.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.10 (23), p. 133-170, 1990. Disponível em: <https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf>. Acesso em 15/12/2021>. Acesso em: 13 Ago. 2021.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. *In*: NASSER, L. **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **O que é aprender?** Por que a teoria dos Campos Conceituais. *In*: GROSSI, E. P. **O que é aprender? O iceberg da conceitualização.** Porto Alegre, RS: GEEMPA, 2017.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019.