

Estimación de la línea de pobreza para Antioquia mediante el sistema cuadrático de gastos

Juan Camilo Galvis Giro*

Resumen

En éste documento se intenta estimar el consumo de subsistencia o línea de pobreza para la región de Antioquia utilizando el sistema cuadrático de gastos y usando como base de datos la encuesta de calidad de vida del DANE año 2008. Se encuentra evidencia de que los alimentos son un bien necesario e inelástico cuando se estima el sistema para la región completa, no obstante, cuando se estima el sistema discriminando por región urbana o rural, se encuentra mediante la ley de Engel que hay menor calidad de vida en la zona rural ya que los alimentos tienen una alta participación en el gasto corriente en ésta zona, y además presentan elasticidad de la demanda mayor a uno (bien de lujo). Los resultados muestran también que el gasto mínimo de subsistencia en doce diferentes grupos de bienes para la región de Antioquia es (a pesos del 2008) de \$337789.15303

Palabras claves: Consumo, ley de Engel, línea de pobreza, Antioquia.

Abstract

This paper tries to estimate the consumption of subsistence, or poverty line, for the region of Antioquia by way the quadratic expenditure system, using the DANE database survey of quality of life for years 2008. We find evidence that food are a normal good and inelastic when estimating system for the total region, however, when estimating the system discriminating for region urban or rural, by Engel law found less quality living in rural areas because the foods have a high participation in current spending in this area, and also have income elasticity of demand greater than one (luxury good). The results also show that the subsistence minimum expenditure into twelve different groups of goods for the region of Antioquia (a pesos of 2008) are of \$337789.15303.

Key words: Consumption, Engel law, poverty line, Antioquia

JEL: D12, I32, I39.

Recibido: 11 - 09 - 2011 Aceptado: 09 - 12 - 2011 Recibido versión final: 09 - 04 - 2012.

* Magíster en ciencias económicas. Miembro Grupo de Investigación de Microeconomía aplicada y teoría económica. Profesor Ocasional. Facultad de ciencias humanas y económicas, Universidad Nacional, Sede Medellín. Email: jcgavis@unal.edu.co. Dirección postal: Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Humanas Económicas, Universidad Nacional de Colombia, Calle 59ª No. 63-20, Bloque 46. Medellín - Colombia. El documento hace parte del proyecto de investigación titulado "Estimación de la línea de pobreza para Antioquia" apoyado por la vicedecanatura de extensión e investigación.

Résumé

Ce document rend compte d'un travail dans lequel on tente d'estimer la consommation de subsistance ou le seuil de pauvreté de la région d'Antioquia en utilisant le système quadratique de dépenses et prenant comme base de données une enquête sur la qualité de vie menée par le DANE en 2008. On constate que les aliments constituent un besoin prioritaire et fixe si l'on estime le système pour l'ensemble de la région. Néanmoins, si l'on estime le système en discriminant par région, urbaine ou rurale, par le biais de la Loi d'Engel, on trouve qu'il y a moins de qualité de vie dans les zones rurales parce que les aliments y ont une participation élevée dans les dépenses courantes de ces régions. Aussi, il y a une flexibilité des dépenses de la demande au-dessus de un (Biens de luxe). Les résultats montrent également que le taux minimum des dépenses de subsistance correspondant à douze groupes de marchandises pour la région d'Antioquia atteint le chiffre de \$337789.15303 (en pesos 2008)

Mots clés : Loi d'Engel, consommation, seuil de pauvreté, Antioquia.

I. Introducción

Desde la perspectiva del análisis empírico de la demanda, la teoría del consumidor sirve para dos funciones. Primero nos ayuda a proveer un conjunto de restricciones sobre la conducta individual que puede ser verificada mediante los datos utilizando, por ejemplo, los axiomas de la preferencia revelada. Lo segundo, es que hay unas ricas fuentes de formas funcionales derivadas del análisis de la teoría del consumidor especificadas en sistemas de demanda que pueden servir como hipótesis de estimación para verificar elasticidades, simetrías del efecto sustitución cruzado (matriz Slutsky), negatividad del efecto sustitución, agotamiento del gasto, entre otras (Howe, Pollak y Wales, 1979).

Las restricciones que la teoría implica para una conducta racional pueden ser directamente impuestas a los sistemas y verificadas luego con los datos. Algunos sistemas, como el sistema lineal de gastos (Stone (1954), Carlevaro, (1976), el sistema cuadrático de gastos (Howe, Pollak y Wales, 1979), el sistema de Rotterdam y el sistema casi ideal de demanda (Deaton y Muellbauer, 1980) por ejemplo, hacen uso de funciones de utilidad directa, indirecta o funciones de gasto para especificar formas específicas de las funciones de demanda con el objetivo de verificar algunas proposiciones teóricas. Aunque es necesario aclarar que los resultados que arrojan, en caso de ir en contra de los teoremas fundamentales, no pueden ser usados como una refutación a la teoría en sí debido a que los sistemas que se estiman son para el conjunto de consumidores, dados los datos, y no racionalizan una función de utilidad para cada consumidor por lo que son sistemas de demanda del tipo "consumidores representativos"². En la mayoría de los casos las estimaciones que van en contra de la teoría

2 Trabajar con agentes representativos representa grandes saltos a la hora de hacer la agregación ya que son necesarios los supuestos de que todos los consumidores deban tener un efecto renta igual y, además, las curvas de Engel deben ser paralelas. Para más

son más bien fallas teóricas del sistema en la agregación u olvido de factores intertemporales en la toma de decisiones que no son tenidos en cuenta, con el consecuente efecto de que los sistemas estimados sean sólo aproximaciones (Deaton y Muellbauer, 1993)³.

Varios trabajos se han venido desarrollando con el fin de especificar formas funcionales de sistemas de demanda que puedan ser usados para trabajar con los datos disponibles de los ingresos y gastos de las familias. Éste documento tiene como fin estimar para la región de Antioquia el llamado sistema cuadrático de gastos (SCG) desarrollado por Howe (1974) y Howe, Pollak y Wales (1979). El sistema parte de una función de utilidad indirecta para llegar, mediante la identidad de Roy, a una especificación de un sistema de demandas y es una buena aproximación para una conducta individual de consumo ya que permite, por ejemplo, que las curvas de Engel no tengan pendiente constante como sucede con el sistema lineal de gastos. Los datos a utilizar son el ítem de gastos que tiene la encuesta de calidad de vida (2008) implementada por el DANE y se hará sólo uso de la información para la región de Antioquia, utilizando datos de 1839 familias.

El objetivo de la estimación del sistema es hacer un aproximación al gasto de subsistencia para la región Antioquia en los diferentes bienes antes que hacer un test sobre las proposiciones teóricas, como la negatividad del efecto sustitución, simetría de la matriz Slutsky, entre otras. La estimación del gasto de subsistencia se justifica además porque brinda una aproximación razonable para la línea de pobreza mediante gastos en la región basándose en el patrón de consumo de los hogares y en la teoría microeconómica del consumidor, aunque también se estimarán las elasticidades gasto de los diferentes bienes y la propensión marginal a consumir.

Para ello el documento está dividido de la siguiente forma: inicialmente se presenta el marco teórico donde se desarrolla el sistema cuadrático de gastos y la forma en que se va a especificar el sistema para lograr una identificación adecuada con el fin de estimarlo. A continuación se comenta sobre la información a utilizar para estimar el sistema y luego se pasa a la estimación diferenciando entre la zona urbana y rural. Después se discuten los resultados encontrados, se hacen comparaciones con otros trabajos y por último, las conclusiones.

II. Marco teórico

El sistema cuadrático de gastos (SCG) parte de una función indirecta de utilidad. Cumple con las propiedades de agotamiento del gasto, homogeneidad de grado cero en precios e ingresos y simetría de la matriz Slutsky. El sistema también puede ser modificado para tener en cuenta el efecto de la composición socio demográfica del hogar (Rivas, 2000).

ver Mas-Colell, et.al(1995).

3 El sistema casi ideal de demanda es el que en términos de agregación mejor especifica una conducta individual ya que es construido de tal forma que la participación del gasto en la demanda agregada tenga la misma forma que la participación del gasto en la demanda individual. Además, las curvas de Engel no tienen que ser necesariamente paralelas. Para más ver Deaton y Muellbauer (1980).

El sistema cuadrático de gastos (QES, por sus siglas en inglés) fue postulado inicialmente por Nicholson (1949) quien estimó funciones cuadráticas de las curvas de Engel pero sin que las ecuaciones estimadas fueran derivadas de un enfoque de maximización de la utilidad. Más tarde, sería Howe (1974) quien demostrara que las funciones de ingreso-consumo cuadráticas podían ser derivadas de un proceso de maximización de la utilidad, y que estas funciones en su forma reducida eran idénticas a un sistema de gastos. Pocos años después, serían Howe, Pollak y Wales (1979) quienes generalizarían el sistema cuadrático de gastos.

El sistema cuadrático parte de la siguiente función de utilidad indirecta:

$$\psi(p, m) = \frac{-g(p)}{m - b(p)} + \frac{g(p)}{f(p)} \quad [1]$$

Donde m es la renta y $g(p), b(p), f(p)$ son funciones homogéneas de grado uno en precios. La función de utilidad indirecta satisface las condiciones de la teoría como homogeneidad de grado cero en precios y renta, es continua en precios y no decreciente en renta.

Aplicando la identidad de Roy a la función anterior es posible encontrar la cantidad demandada del bien i :

$$x_i(p, m) = - \frac{\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial p_i}}{\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial m}} \quad [2]$$

Realizando primero $\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial p_i}$ se tiene:

$$\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial p_i} = \frac{-g'(p)(m - b(p)) - g(p)b'(p)}{(m - b(p))^2} + \frac{g'(p)f(p) - g(p)f'(p)}{(f(p))^2} \quad [3]$$

Ahora $\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial m}$ es igual a:

$$\frac{\partial \psi(p, m)}{\partial m} = \frac{g(p)}{(m - b(p))^2} \quad [4]$$

Por lo tanto, se tiene:

$$x_i(p, m) = - \frac{\left[\frac{-g'(p)(m - b(p)) - g(p)b'(p)}{(m - b(p))^2} + \frac{g'(p)f(p) - g(p)f'(p)}{(f(p))^2} \right]}{\frac{g(p)}{(m - b(p))^2}} \quad [5]$$

$$x_i(p, m) = \frac{\frac{g'(p)(m - b(p)) + g(p)b'(p)}{(m - b(p))^2} - \frac{1}{f(p)} \left[\frac{g'(p) - \frac{g(p)f'(p)}{f(p)}}{f(p)} \right]}{\frac{g(p)}{(m - b(p))^2}} \quad [6]$$

$$x_i(p, m) = \frac{g'(p)(m - b(p)) + g(p)b'(p)}{g(p)} - \frac{(m - b(p))^2}{g(p)f(p)} \left(g'(p) - \frac{g(p)}{f(p)} g'(p) \right) \quad [7]$$

$$x_i(p, m) = b'(p) + \frac{g'(p)}{g(p)} (m - b(p)) - \left(\frac{g'(p) - g(p) \frac{f'(p)}{f(p)}}{f(p)g(p)} \right) (m - b(p))^2 \quad [8]$$

Se comprueba que $x_i(p, m)$ es homogénea de grado cero en (p, m) . Esta ecuación es finalmente la demanda del bien i en el sistema cuadrático de gastos. Se puede definir, con base en Samuelson (1947), a $b(p) = \sum p_i \gamma_i$ y $b'(p) = \gamma_i$ y como el gasto mínimo de subsistencia en el bien i . La interpretación es, así, igual a la que se tiene en el llamado sistema lineal de gastos.

En éste sentido, tanto el sistema cuadrático de gastos como el sistema lineal de gastos (SLG) se pueden utilizar para construir umbrales de pobreza a partir de la estimación de los consumos de subsistencia para un determinado grupo de hogares, ya sea en rubros agregados (o desagregados) de bienes y servicios. Además, la valoración de estos consumos ofrece una estimación de la canasta básica de bienes y servicios mínima con la que un hogar puede satisfacer sus necesidades esenciales, alrededor de las cuales giran los conceptos de pobreza (Muñoz, A. (2009)).

Se puede comprobar también bajo qué condiciones se cumple la condición de agotamiento del gasto. Volviendo al sistema de demanda:

$$x_i(p, m) = b'(p) + \frac{g'(p)}{g(p)}(m - b(p)) - \left(\frac{g'(p)g(p)\frac{f'(p)}{f(p)}}{f(p)g(p)} \right) (m - b(p))^2 \quad [16]$$

Simplificando se tiene:

$$x_i(p, m) = \gamma_i + \beta_i(m - \sum \gamma_j) + \delta_i(m - \sum \gamma_j)^2 \quad [17]$$

$$\text{Siendo } b'(p) = \gamma_i, \frac{g'}{g} \text{ y } \left(\frac{g'(p)g(p)\frac{f'(p)}{f(p)}}{f(p)g(p)} \right) = \delta_i$$

Multiplicando a ambos lados por p_i se llega a:

$$p_i x_i(p, m) = p_i \gamma_i + \beta_i(m - \sum p_j \gamma_j) + \delta_i(m - \sum p_j \gamma_j)^2 \quad [18]$$

La condición de agotamiento del gasto, definida como:

$$\sum p_i x_i(p, m) = m \quad [19]$$

Se cumple en el sistema cuando:

$$\sum p_i x_i(p, m) = \sum p_i \gamma_i + \sum \beta_i(m - \sum p_j \gamma_j) + \sum \delta_i(m - \sum p_j \gamma_j)^2 = m \quad [20]$$

Es decir, sí y sólo sí:

$$\sum \beta_i = 1 \text{ y } \sum \delta_i = 0 \text{ y ya que en éste caso se tiene:}$$

$$\sum p_i x_i(p, m) = \sum p_i \gamma_i + m - \sum p_i \gamma_i = m \quad [21]$$

Se debe agregar que el sistema también cumple con lo que se conoce como las condiciones de integrabilidad (Howe, Pollak y Wales, 1979).

A) Sistema reducido

Una vez verificado las condiciones que impone la teoría del consumidor en el sistema, se intenta a continuación reducirlo en una ecuación que sea posible estimar. Sea:

$$p_i x_i(p, m) = p_i \gamma_i + \beta_i (m - \sum p_j \gamma_j) + \delta_i (m - \sum p_j \gamma_j)^2 \quad [22]$$

Asumiendo $b(p) = \sum p_i \gamma_i = b$ se tiene:

$$q_i = b + \beta_i (m - \sum p_j \gamma_j) + \delta_i (m - \sum p_j \gamma_j)^2 \quad [23]$$

Donde $q_i = p_i x_i(p, m)$ es el gasto en el bien i .

Se puede considerar, al igual que en el sistema lineal de gastos, a b como el consumo de subsistencia, y $(m - \sum p_i \gamma_i)$ puede ser considerado como el ingreso supernumerario, definido como el monto del ingreso que está por encima del ingreso de subsistencia. Por último, $(m - \sum p_j \gamma_j)^2$ intenta captar no linealidades en la curva de ingreso-consumo. Si β_i es positivo se considera al bien i como normal y si es negativo sería inferior.

Si se realiza el producto de la parte derecha del sistema, se tiene:

$$q_i = b + \beta_i m - \beta_i \sum b_k + \delta_i m^2 - 2\delta_i m \sum b_k + \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [24]$$

$$q_i = b - \beta_i \sum b_k + \delta_i (\sum b_k)^2 + (\beta_i - 2\delta_i \sum b_k)m + \delta_i m^2 \quad [25]$$

En forma reducida la ecuación a estimar sería finalmente:

$$q_i = \theta_{i1} + \theta_{i2}m + \delta_i m^2 \quad [26]$$

Siendo:

$$\theta_{i1} = b - \beta_i \sum b_k + \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [27]$$

$$\theta_{i2} = (\beta_i - 2\delta_i \sum b_k) \quad [28]$$

El término al cuadrado, que es lo que distingue al sistema cuadrático de gastos del sistema lineal de gastos, permite captar la no linealidad de la función ingreso-consumo lo que hace que el sistema tome en cuenta las variaciones en la participación del gasto de cada bien a medida que el nivel de ingreso cambia⁴. Por ejemplo, si en las estimaciones el parámetro

4 Muñoz, Ramírez y Zambrano (2005) estiman curvas de Engel con el sistema de Working y Leser ampliado intentando captar la no linealidad de las curvas y encuentran, tanto en estimaciones paramétricas como no paramétricas, que las curvas de Engel para diferentes bienes en la economía colombiana son no lineales.

que acompaña el término al cuadrado es negativo, se tendría que la participación de éste bien sobre el gasto total desciende a medida que varía el ingreso (Howe, 1974).

Es decir, el sistema cuadrático de gastos tiene una ventaja respecto al sistema lineal de gastos ya que en éste último las funciones de ingresos consumo necesitan ser lineales, lo que significa que el porcentaje de un peso adicional del ingreso es distribuido en algún grupo de bienes de manera igual para todos los hogares de cada grupo, sin importar el nivel de ingreso de cada hogar. No obstante, a menudo las curvas de ingreso consumo no son lineales y es precisamente esto lo que intenta captar el sistema cuadrático de gastos (Martín, 1981).

Se debe aclarar que aunque el sistema cuadrático brinda algunas señales sobre posibles no linealidades de las curvas de Engel, cuando el sistema es estimado con mínimos cuadrados ordinarios, éste no permite determinar a partir de qué nivel de gasto cambia la forma las curvas y, en éste caso, es mejor realizar estimaciones no paramétricas.

Hay también necesariamente un costo de incluir el término cuadrático en los sistemas de gastos y es que se pierden grados de libertad importantes para la parte del análisis estadístico. En éste caso, una buena aproximación para ponderar éste problema es verificar si en la estimación se encuentra que los parámetros que acompañan al término cuadrado son significativos y existe un buen ajuste, ya que esto es un punto a favor de la especificación propuesta (Pollak y Wales, 1992:31).

Es posible afirmar, además, que el sistema cuadrático intenta corregir los problemas de heteroscedasticidad que se pueden presentar con la estimación del sistema lineal de gastos. Desde que éste no tiene en cuenta los términos al cuadrado que distinguen al sistema cuadrático, si se encuentra que las estimaciones de estos términos son significativas, existirán indicios de algunos problemas funcionales (econométricos) del sistema lineal de gastos. Es decir, el sistema cuadrático es un buen intento de tener un punto medio entre buen comportamiento estadístico y buen comportamiento teórico.

B) Problemas de especificación

Especificado el sistema de demandas del sistema cuadrático de gastos en una ecuación reducida, y verificado bajo qué condiciones cumple la Ley de Walras, lo ideal sería hacer la estimación. El problema es que el sistema presenta algunos problemas de identificación que se deben resolver antes de estimarlo.

Teniendo el sistema en forma reducida:

$$q_i = \theta_{i1} + \theta_{i2}m + \delta_i m^2 \quad [29]$$

Se tiene que hay nb y otros $n\beta_i$ es decir: $2n$ incógnitas con $2n$ ecuaciones, por lo que es necesario definir una ecuación adicional para poder especificar bien el sistema a la hora de la estimación.

Además θ_{i1} , θ_{i2} son ecuaciones no linealmente independientes. Veamos:

$$\sum \theta_{i1} = 0 \quad [30]$$

Reemplazando θ_{i1} se tiene:

$$\sum \theta_{i1} = \sum b_i - \sum \beta_i \sum b_k + \sum \delta_i (\sum b_k)^2 = (1 - \sum \beta_i) \sum b_i + \sum \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [31]$$

Ahora de θ_{i2} se tiene:

$$\sum \theta_{i2} = \sum \beta_i - 2 \sum \delta_i (\sum b_k) \quad [32]$$

Despejando $\sum \beta_i$ se llega a:

$$\sum \beta_i = \sum \theta_{i2} + 2 \sum \delta_i (\sum b_k) \quad [33]$$

Por lo tanto:

$$\sum \theta_{i1} = (1 - \sum \theta_{i2} + 2 \sum \delta_i (\sum b_k)) \sum b_i + \sum \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [34]$$

$$\sum \theta_{i1} = \sum b_i - \sum b_i \sum \theta_{i2} - 2 \sum \delta_i (\sum b_k)^2 + \sum \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [35]$$

$$\sum \theta_{i1} = \sum b_i (1 - \sum \theta_{i2}) - \sum \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [36]$$

Es decir, hay una ecuación que es linealmente dependiente de las otras por lo que es necesario incluir una ecuación adicional.

C) La ecuación para el ahorro

Igual que sucede con el llamado sistema lineal de gastos, para solucionar y especificar adecuadamente el sistema es necesario adicionar una ecuación, la cual puede ser una ecuación para el ahorro y tener el llamado sistema cuadrático de gastos extendido.

Sea:

$$q_s = b_s + \beta_s (m - \sum b_k) + \delta_s (m - \sum b_k)^2 \quad [37]$$

Donde q_s es el gasto en bienes durables y será nuestra ecuación para el ahorro.

Realizando el producto:

$$q_s = b_s - \beta_s \sum b_k + \delta_s (\sum b_k)^2 + (\beta_s - 2\delta_s \sum b_k) m + \delta_s m^2 \quad [38]$$

Se va a suponer que b_s igual a cero, es decir, se supone que la propensión marginal a ahorrar es igual a cero especificar bien el sistema. Con ello, tenemos lo siguiente:

$$q_s = -\beta_s \sum b_k + \delta_s (\sum b_k)^2 + (\beta_s - 2\delta_s \sum b_k) m + \delta_s m^2 \quad [39]$$

En forma reducida el sistema sería:

$$q_s = -\theta_{s1} + \theta_{s2}m + \delta_s m^2 \quad [40]$$

Siendo:

$$\theta_{s1} = -\beta_s \sum b_k + \delta_s (\sum b_k)^2 \quad [41]$$

$$\theta_{s2} = (\beta_s - 2\delta_s \sum b_k) \quad [42]$$

Se debe tener en cuenta, que para poder encontrar los parámetros del sistema es necesario encontrar β_s . Ésta es igual a:

$$\beta_s = \theta_{s2} + 2\delta_s \sum b_k \quad [43]$$

Llevando a θ_{s1} se tiene:

$$\theta_{s1} = -(\theta_{s2} + 2\delta_s \sum b_k) \sum b_k + \delta_s (\sum b_k)^2 \quad [44]$$

$$\theta_{s1} = -\theta_{s2} \sum b_k - \delta_s (\sum b_k)^2 \quad [45]$$

Por lo tanto se llega a:

$$\delta_s (\sum b_k)^2 + \theta_{s2} \sum b_k - \theta_{s1} = 0 \quad [46]$$

Ésta última ecuación es de la forma $ax^2 + bc + c$ y permite identificar entonces a los b_k restantes del sistema.

Solucionando el sistema para $\sum b_k$ se llega finalmente a lo siguiente:

$$\sum b_k = \left(-\theta_{s2} \pm \sqrt{\theta_{s2}^2 - 4\delta_s(-\theta_{s1})} \right) / 2\delta_s \quad [47]$$

Ésta ecuación va a ser la que permitirá identificar los del sistema y, por lo general, es aproximada mediante la estimación del sistema con bienes durables, ya que se puede suponer de manera adhoc que el gasto mínimo de subsistencia en bienes durables es cero, lo que no se puede hacer con otros gastos. Así, se está suponiendo entonces que una persona sólo tiene capacidad de generar ahorro una vez cubra sus gastos de subsistencia. También se debe aclarar que estimando el sistema de esta forma se minimiza a su vez el problema de simultaneidad en la variable gasto total.

El sistema a estimar en su versión estocástica sería entonces:

$$q_{ih} = \theta_{i1} + \theta_{i2}m_h + \delta_i m_h^2 + e_{ih} \quad [48]$$

Con q_{ih} correspondiente al gasto en el bien i del h -ésimo hogar, m_h es la renta del h -ésimo hogar y e_{ih} son la perturbaciones que provienen de un distribución normal n -variada con la matriz de varianza-covarianza con supuestos clásicos.

III. información utilizada para estimar el sistema

Para el desarrollo de esta investigación, se utilizó la información de la Encuesta de Calidad de Vida (ECV) del año 2008 en lo que respecta al rubro de gastos de las familias. Esta encuesta fue realizada entre Agosto y Octubre de 2008 a 13611 personas de Colombia que contabilizan, mediante el factor de expansión de la encuesta, 43836556 habitantes⁵. La encuesta es representativa para diversas regiones, entre ellas Antioquia donde se centra esta investigación. En esta región, la encuesta fue hecha a 1839 personas que contabilizan 5903053 habitantes.

Es necesario anotar que las diferentes encuestas de calidad de vida que se han hecho en Colombia no están diseñadas correctamente para extraer en detalle patrones de consumo (bien a bien) de los hogares y lo correcto sería usar las llamadas encuestas de gastos e ingresos. No obstante, dada la discontinuidad con la que se han hecho aquellas en el país, se optó por utilizar la ECV 2008 para extraer aproximaciones a los patrones de gastos más recientes para Antioquia, ya que la única encuesta de gastos e ingresos disponible para ésta investigación era la de los años 1994-1995.

La encuesta de gastos de la ECV 2008 contiene información sobre el gasto de las familias para un mes en categorías que podemos agrupar en trece. Estos grupos son:

1. Alimentos: Comprende todos los alimentos comprados por el hogar incluyendo las comidas fuera de casa.
2. Bebidas y tabaco: Cigarrillos, tabaco y bebidas alcohólicas.
3. Vestuario y calzado.
4. Servicios de la vivienda: Incluye arriendos, imputación del arriendo para los propietarios, ocupantes de hecho y usufructuarios, pago de servicios públicos, artículos para el aseo del hogar, combustibles y gastos de administración o celaduría.
5. Enseres y utensilios para el hogar: colchones, cobijas, manteles, ropa de cama, ollas, vajillas, cubiertos y otros utensilios domésticos.
6. Salud: Medicamentos, consultas médicas, servicios hospitalarios, aparatos ortopédicos, lentes y similares, exámenes de diagnóstico, seguros médicos, medicina prepagada y planes complementarios de salud.
7. Transporte y comunicaciones: Pasajes, bicicletas, gasto en celulares, radio teléfonos, gasolina para vehículo, reparación y mantenimiento del vehículo.

5 Para una descripción detallada de las características de la encuesta ver: DANE-Guía metodológica ECV 2008.

8. Recreación y servicios culturales: Incluye diversiones (cines, discotecas, ferias), periódicos y revistas, libros y discos, juguetes y pagos por vacaciones, compra de mascotas, hoteles y cuadros u obras de arte.
9. Educación: Incluye pago de pensiones y matriculas, transporte escolar, alimentación, compra de textos y útiles escolares, uniformes, transporte escolar.
10. Bienes y servicios personales: Loterías, funerales, regalos, anillos, relojes y otras joyas, artículos para aseo personal, fósforos y encendedores, lustrado de zapatos, lavado de ropa, peluquería y manicura.
11. Otros pagos: Pago de tarjetas de crédito, pago de otros préstamos diferentes de vivienda, seguros de vida, vehículo, incendio, robo, etc. y transferencia de dinero a otros hogares.
12. Impuestos y deducciones obligatorias: Impuesto de renta, impuesto predial, impuesto de vehículos incluyendo SOAT, pago obligatorio a EPS y aportes a Fondo de pensiones.

Estos doce grupos los vamos a agrupar en la categoría de gastos corrientes. La encuesta además contiene información sobre el gasto en bienes durables o gastos no corrientes. Como se anotó anteriormente, es necesario hacer uso de estos gastos para efectos de la especificación del sistema ya que se incorpora una ecuación para el ahorro que va a ser aproximada precisamente mediante el gasto en bienes durables. En la ECV 2008 los gastos no corrientes o gasto en bienes durables son:

13. Gastos no corrientes (inversión y bienes durables). Comprende: Compra de vivienda o cuota inicial, reparaciones y mejoras de la vivienda, amortización de la vivienda, compra de vehículo, compra de bienes raíces diferentes de la vivienda, muebles para el hogar (sala, comedor, camas, etc.), compra de electrodomésticos y gasodomésticos (Nevera, estufa, lavadora, brilladora, TV, computadores personales, calentadores eléctricos o a gas, etc.).

A) Magnitud y distribución del gasto

Tomando en cuenta la información utilizada y la clasificación de los grupos de gastos, se comienza entonces a analizar los patrones de gastos en Antioquia. Se muestra inicialmente el tamaño del gasto, calculando para ello la magnitud del gasto total.

Cuadro 1 – Gasto total para la región y por zonas

Región - zona	ECV 2008		
	Gasto total (miles de pesos)	Hogares	Personas
Antioquia	2'543'203'300	1606775	5903053
Urbano	2'305'814'100	1251126	4539409
Rural	237'389'192	355649	1363644

Fuente: ECV 2008. Cálculos propios.

Según se observa en el Cuadro 1, la región urbana contribuye con un 90% del gasto total de la región. Esto brinda algunos indicios de la desigualdad entre las dos zonas, aunque es necesario tener en cuenta que la mayor parte de la población en Antioquia está ubicada en la zona urbana (76%).

B) Composición del gasto

En esta sección se analiza la composición del gasto de los hogares con base en los grupos de gastos que se formaron, los cuales se mencionaron anteriormente. Inicialmente se comienza presentando el promedio del gasto en los diferentes grupos.

Cuadro 2 – Promedio del gasto en los diferentes grupos (en pesos)

Variable	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Gasto en alimentos	488508.25	1'2474'037.86	0	3'983'600
Gasto en bebidas	25911.78	2'612'596.65	0	2'225'620
Gasto en vestidos	40007.59	2'230'237.68	0	866666.67
Gasto en vivienda	399313.19	12'437'673.08	0	4'141'986.33
Gasto en enseres	4115.84	566699.11	0	375000
Gasto en salud	79615.62	5'771'977.67	0	2'462'166.67
Gasto en transporte	157130.03	9'300'205.58	0	5'423'320
Gasto en cultura	31719.92	1'914'176.39	0	1'063'566.67
Gasto en educación	66030.48	5'167'198.58	0	2'740'666.67
Gasto en servicios p.	48567.8	1'616'877.84	0	624010
Gastos en otros pagos	65121.23	8'322'550.3	0	4'026'666.67
Gasto en impuestos	74902.29	5'669'880.84	0	4'510'000
Gasto en bienes durables	140321.51	17'731'222.06	0	8'470'000

Fuente: ECV 2008. Cálculos propios.

Según se observa en el Cuadro 2, el gasto promedio más alto se ubica en alimentos, seguido de vivienda, transporte y el gasto en bienes durables. El menor gasto es el grupo de enseres, bebidas, cultura y vestidos.

Se debe aclarar que se va a suponer que el gasto total es una proxy del ingreso de las familias, y será igual a la suma de los gastos en los diferentes grupos reportados en el cuadro 2.

La participación del gasto en cada grupo va muy acorde con la media del gasto presentada antes. En el Cuadro 3 se presenta la participación del gasto en cada grupo de bienes y servicios como porcentaje del gasto total.

Los resultados muestran que entre alimentos, vivienda y transporte se va el 65% del gasto total de los hogares. El gasto en vestido, salud, educación, cultura y bienes durables representan por su parte menos del 6% del gasto total cada uno.

Cuadro 3 – Proporción de cada grupo de gastos en el gasto total

Variable	Media
Gasto en alimentos	0.313846
Gasto en bebidas	0.016708
Gasto en vestidos	0.02534
Gasto en vivienda	0.2536204
Gasto en enseres	0.0025898
Gasto en salud	0.0506075
Gasto en transporte	0.0991389
Gasto en cultura	0.0196646
Gasto en educación	0.0413455
Gasto en servicios p.	0.0309004
Gastos en otros pagos	0.039443
Gasto en impuestos	0.047412
Gasto en bienes durables	0.059382

Fuente: ECV 2008. Cálculos propios.

Es necesario recordar que un método usado, aún hoy en día, para medir o aproximar la tasa de pobreza consiste en utilizar la proporción del gasto en alimentos de los hogares (Altimir, 1979). En este caso, debido a que la proporción es de 31.38%, se tendría que éste sería el porcentaje de hogares pobres en Antioquia. Cuando se analiza la composición del gasto discriminando por regiones (urbana y rural), los resultados anteriores cambian en un alto grado. Veamos.

Cuadro 4 – Proporción de cada grupo de gastos para la zona urbana

Variable	media
Gasto en alimentos	0.295953
Gasto en bebidas	0.015989
Gasto en vestidos	0.025597
Gasto en vivienda	0.2582
Gasto en enseres	0.002707
Gasto en salud	0.050427
Gasto en transporte	0.101374
Gasto en cultura	0.020896
Gasto en educación	0.0428017
Gasto en servicios p.	0.030175
Gastos en otros pagos	0.04283
Gasto en impuestos	0.049254
Gasto en bienes durables	0.0637

Fuente: ECV 2008. Cálculos propios.

Cuadro 5 – Proporción de cada grupo de gastos para la zona rural

Variable	media
Gasto en alimentos	0.475573
Gasto en bebidas	0.0232139
Gasto en vestidos	0.02301
Gasto en vivienda	0.212188
Gasto en enseres	0.001523
Gasto en salud	0.05223
Gasto en transporte	0.07893
Gasto en cultura	0.008534
Gasto en educación	0.028183
Gasto en servicios p.	0.037452
Gastos en otros pagos	0.00882
Gasto en impuestos	0.0307698
Gasto en bienes durables	0.019562

Fuente: ECV 2008. Cálculos propios.

Según se observa en los Cuadros 4 y 5, mientras en la zona urbana los alimentos participan con el 29% del gasto, en la zona rural lo hacen con el 47%. Esto nos brinda indicios de que en la zona rural hay menor calidad de vida ya que el gasto se agota en un solo grupo de bienes y los demás grupos al bajar su participación en el gasto total traen como resultado que se cubran menos necesidades. Tal como se apuntaba más arriba, una aproximación a la tasa de pobreza sería así de 29.5% de hogares pobres en la zona urbana y 47.5% de hogares pobres en la zona rural.

Para analizar algún grado de diferencia en la calidad de vida entre zonas, se puede resaltar el hecho de que, por ejemplo, la participación del gasto en bienes durables participan con un 6% del gasto total en la zona urbana mientras en la zona rural lo hace con el 2% del gasto total. En el caso de cultura la participación en la zona urbana es del 2% mientras en la zona rural es de casi 0.1%. Un hecho curioso se da por el lado de la participación del gasto en bebidas y tabaco ya que aquel participa en la zona urbana con 1.5% del gasto total mientras en la zona rural lo hace con el 2.3%. Seguramente, los menores niveles de educación en la zona rural con respecto a la zona urbana son los causantes de que se realicen mayores gastos en estos grupos de bienes ya que cuando se incrementa el nivel de educación, se empieza a tomar conciencia de los efectos de aquellos consumos sobre la salud.

En síntesis, los hogares en la zona urbana tienen acceso a una mayor variedad de bienes y servicios para satisfacer una mayor cantidad de necesidades respecto al sector rural, lo cual se resume en una menor calidad de vida en dicha zona.

Teniendo en cuenta la información a utilizar pasamos ahora a la estimación del sistema cuadrático de gastos. Tal como se anotaba al inicio, el sistema tiene un problema de identificación para lo cual se hace necesario adicionar una ecuación, en éste caso será para

el gasto en bienes durables (ahorro). Ésta permitirá la identificación de los parámetros del sistema. La estimación se hace por mínimos cuadrados ordinarios y como Lluch y Williams (1975:327) y Wooldridge (2002:150) anotan, esto es equivalente a estimar el modelo por regresiones aparentemente no relacionadas (SUR). Las estimaciones se hacen usando el programa SAS y los resultados se presentan en el Cuadro 6.

IV. Análisis de resultados

Con respecto a la verificación de los supuestos hechos al modelo estimado, se encuentra que ninguno pasa el test de normalidad de Shapiro – Wilk y esto se debe a que la naturaleza del gasto es no negativa y los gastos se agrupan en gran proporción respecto a la media, configurando una distribución normal con colas cortas y poca varianza. En realidad lo que se tiene con los residuales de los diferentes modelos del cuadro 6 es una distribución normal truncada y, debido a la gran cantidad de datos, con base en el teorema del límite central es posible asegurar un buen comportamiento estadístico.

Como se anotó antes es necesario incluir en la estimación el gasto en bienes durables (MODEL13 del cuadro 6) para poder estimar el sistema. Después se procede a estimar el gama del ahorro mediante la ecuación:

$$\sum b_k = \left(-\theta_{s2} \pm \sqrt{\theta_{s2}^2 - 4\delta_s(-\theta_{s1})} \right) / 2\delta_s \quad [49]$$

Utilizando solo la raíz positiva para tener significado económico. En el cuadro 6 se tiene que:

$$\sum b_k = 324462.794$$

Una vez encontrado a $\sum b_k$ se estiman los gama restantes del sistema mediante la ecuación:

$$b_i = \theta_{i1} + \beta_i \sum b_k - \delta_i (\sum b_k)^2 \quad [50]$$

En el cuadro 6 se observa por ejemplo que los b_i para cada bien son respectivamente:

$b_1 = 180708.98176$ consumo de subsistencia para alimentos.

$b_2 = 2771.77989$ consumo de subsistencia para bebidas y tabaco.

$b_3 = 1734.40945$ consumo de subsistencia para vestidos.

$b_4 = 106820.59451$ consumo de subsistencia para vivienda.

$b_5 = 0$ consumo de subsistencia para enseres (gasto negativo).

$b_6 = 5208.03381$ consumo de subsistencia para salud.

$b_7 = 9307.55696$ consumo de subsistencia para transporte.

Cuadro 6 – Estimación del sistema cuadrático para Antioquia.

MODEL	_DEPVAR_	Intercepto	GAS_TOT	GASTOT2	Beta i	Gama i	Pmg Ci	Elasticidades
MODEL1	R ² 0.52 GAS_ALIM	* 72713.000 (7.01)	* 0.339 (35.35)	* -0.00000001749 (17.23)	0.32717	180708.98176	0.2989182	0.94651
MODEL2	R ² 0.059 GAS_BEBID	*** -6582.775 (-1.97)	* 0.029 (9.540)	* -0.00000000188 (-5.86)	0.02822	2771.77989	0.0251892	1.55588
MODEL3	R ² 0.27 GAS_VEST	* -10849.000 (5.11)	* 0.039 (20.21)	* -0.00000000193 (-9.5)	0.03815	1734.40945	0.0350293	1.38925
MODEL4	R ² 0.586 GAS_VIV	* 36564.000 (4.59)	* 0.218 (29.61)	* -0.00000000415 (-5.39)	0.21518	106820.59451	0.2084728	0.82428
MODEL5	R ² 0.059 GAS_ENSERES	* -1301.422 (-2.8)	* 0.004 (9.37)	* -0.00000000025 (-5.56)	0.00386	0.00000	0.0034628	1.35888
MODEL6	R ² 0.2 GAS_SALUD	* -19429.000 (-3.11)	* 0.077 (13.27)	** -0.00000000194 (-3.2)	0.07530	5208.03381	0.0721756	1.47212
MODEL7	R ² 0.449 GAS_TRANS	* -25689.000 (-4.03)	* 0.108 (18.31)	† 0.000000000000 (1.01)	0.10786	9307.55696	0.1078600	1.09524
MODEL8	R ² 0.299 GAS_CULTURA	* -13975.000 (-7.96)	* 0.032 (19.78)	* -0.00000000127 (-7.5)	0.03122	0.00000	0.0291655	1.49783
MODEL9	R ² 0.396 GAS_EDUC	* 10690.000 (3.00)	* 0.015 (4.57)	* 0.000000000441 (12.82)	0.01826	16150.74251	0.0253806	0.60619
MODEL10	R ² 0.362 GAS_SERPER	** 3894.970 (2.73)	* 0.035 (26.37)	* -0.00000000193 (-13.82)	0.03387	15087.05414	0.0307526	0.98788
MODEL11	R ² 0.46 GAS_OTRPAG	** -11165.000 (-2.01)	* 0.017 (3.34)	* 0.000000000872 (16.25)	0.02275	0.00000	0.0368265	0.91966
MODEL12	R ² 0.278 GAS_IMP	* -26780.000 (-4.82)	* 0.064 (12.54)	† 0.000000000000 (0.78)	0.06425	0.00000	0.0642500	1.36559
MODEL13	R ² 0.392 GAS_DURABLE	-10099.000	0.026	0.000000001632	0.03642	0.00000	0.0627853	1.04215

Gama del ahorro 324462.794

1.00000
Consumo de
subsistencia
total 337789.15303

Media del gasto 1132196.800

Fuente: DANE (2008), estimaciones propias. En paréntesis se encuentran los valores t.
*Significativo al 1%, **Significativo al 5%, ***Significativo al 10%, † No significativo

$b_8 = 0$ consumo de subsistencia para cultura (gasto negativo).

$b_9 = 16150.74251$ consumo de subsistencia para educación.

$b_{10} = 15087.05414$ consumo de subsistencia para servicios personales.

$b_{11,12} = 0$ consumo de subsistencia otros pagos e impuestos (gasto negativo).

Por construcción b_{13} es necesariamente igual a cero porque es la ecuación que hemos utilizado para hallar las demás. Se observa entonces que el sistema arroja unos resultados aceptables. El mayor gasto de subsistencia, como era de esperarse, se hace en alimentos seguido de vivienda. Posiblemente gastos en grupos de bienes como salud, transporte y educación al estar subsidiados, en algunos casos, puede estar presentándose una subva-

loración. Por otra parte, dados los resultados, los gastos en grupos de bienes como enseres y otros pagos e impuestos, indiquen que sea necesario estimar el sistema cuadrático (u otro sistema) en forma intertemporal para tener en cuenta que estos gastos probablemente se hacen en un horizonte más amplio.

Es posible interpretar a los diferentes b_i como el gasto de subsistencia en el bien i . Para el caso de alimentos, que reviste importancia para los análisis de pobreza, el sistema arroja que el gasto mínimo de subsistencia en alimentos para la región de Antioquia es igual a 180708.98176 lo cual es una cifra razonable. La suma de todos los gastos de subsistencia arrojan un resultado de mínimo 337789.15303 necesarios para el gasto en los diferentes bienes al mes.

Es necesario recordar que una de las forma convencionales de medir el nivel de pobreza de un país, es utilizar el nivel de ingresos de las familias compararlos frente a un umbral, comúnmente llamado valor de línea de pobreza. Éste umbral se define como el valor de la canasta mínima de bienes y servicios que una familia debería adquirir para satisfacer sus necesidades más básicas. Si el ingreso familiar (per cápita) está por debajo de éste umbral, entonces se dice que la familia es pobre (Muñoz A., 2009). En éste caso, dados los resultados del sistema se tiene que el umbral sería de 337789.15303 para Antioquia⁶. Se debe puntualizar que esta sería la línea de pobreza para una unidad de gasto y no se está teniendo en cuenta si hay escalas de equivalencia para captar diferencias entre los hogares. El lector interesado en éste tema puede ver Lasso (2003).

Para el caso de los términos al cuadrado del sistema cuadrático de gastos, $q_i = \theta_{i1} + \theta_{i2}m + \delta_i m^2$, si bien son pequeños son la mayoría estadísticamente significativos y sus signos son económicamente relevantes. Según los resultados, la participación del gasto en grupo de bienes como Alimentos, Bebidas, Vestidos, Vivienda, Enseres, Salud, Cultura y Servicios personales descienden sobre el gasto total a medida que aumenta el ingreso mientras que bienes como Educación, Otros pagos y Bienes Durables ganan participación en el gasto total a medida que aumenta el ingreso.

Los resultados estimados por Martín (1981) para Colombia con el mismo sistema, son similares ya que arrojaban que vivienda, salud, y alimentos eran los bienes que perdían participación en el ingreso mientras educación, otros bienes y bienes durables eran los que ganaban participación en el ingreso total a medida que aumentaba el ingreso.

Una vez realizada la estimación del SCG se logró establecer que el sistema presenta heteroscedasticidad en todas las ecuaciones del modelo. No obstante es necesario recordar, como anota Wooldridge (2002), que cuando existe éste problema los mínimos cuadrados

6 Según la Misión De Empalme Para Las Series De Pobreza (MESEP), en Colombia se considera pobre a quienes devengan menos de al mes (año 2011). Por otra parte, el Banco mundial considera que una persona es pobre si su ingreso es menor a US\$2 diarios (en paridad de poder de compra) o US\$60 al mes.

ordinarios siguen siendo insesgados y consistentes. Es decir, el problema de heteroscedasticidad es más que todo un problema de eficiencia en los estimadores ya que su varianza deja de ser mínima y las pruebas de hipótesis sobre la significancia de los parámetros tendrán problemas ya que los intervalos de confianza serán mayores, llevando posiblemente a aceptar parámetros significativos cuando no lo son.

Esta situación llevó a que se realizará la transformación de varianza de White que ajusta la matriz de varianzas-covarianzas y permite realizar pruebas de hipótesis robustas ante la presencia de heteroscedasticidad. Realizando de nuevo esta estimación se encuentra que los parámetros estimados con mínimos cuadrados del cuadro 6 sí son significativos.

A) Propensión marginal a consumir

Una vez estimado el sistema cuadrático de gastos, también es posible encontrar las propensiones marginales a consumir en cada bien. Recordemos las siguientes ecuaciones:

Sistema en forma estructural:

$$q_i = b_i + \beta_i(m - \sum b_k) + \delta_i(m - \sum b_k)^2 \quad [51]$$

Calculando $\frac{\partial q_i}{\partial m}$:

$$\frac{\partial q_i}{\partial m} = \beta_i + 2\delta_i(m - \sum b_k) = pmgc_i \quad [52]$$

Esta sería la propensión marginal a consumir del bien i . Dada la estructura del sistema se tiene que la propensión marginal a consumir *no* es constante ya que cambia con el gasto total m . Para efectos de estimación lo que se calcula es la propensión marginal a consumir en el punto medio con $\bar{m} = \frac{1}{n} \sum m$. Además necesariamente se cumple que $\sum pmgc_i = 1$

Con la información que se tiene, se encuentra que el gasto medio es igual a:

$$\bar{m} = \$1132196,800$$

Esta cifra fue la que se utilizó para calcular las diferentes propensiones que se presentan en el Cuadro 6. Se observa, por ejemplo, lo siguiente:

$$pmgc_1 = 0.29$$

Esta sería la propensión marginal a consumir del gasto en alimentos, siendo la mayor propensión a consumir entre los distintos bienes. Le sigue la propensión a consumir en vivienda, y viene luego la de transporte y salud.

Se observa además que necesariamente:

$$\sum_{i=1}^{13} pmgc_i = 1$$

B) Elasticidades

También es posible encontrar con el sistema cuadrático de gastos las elasticidades de los diferentes bienes una vez estimado el sistema. Del sistema se tiene que $q_i = p_i x_i$ siendo x_i la demanda del bien i . Por tanto:

$$q_i = p_i x_i = b_i + \beta_i(m - \sum b_k) + \delta_i(m - \sum b_k)^2 \quad [53]$$

$$x_i = \frac{1}{p_i} [b_i + \beta_i(m - \sum b_k) + \delta_i(m - \sum b_k)^2] \quad [54]$$

Realizando $\frac{\partial x_i}{\partial m}$:

$$\frac{\partial x_i}{\partial m} = \frac{1}{p_i} [\beta_i + 2\delta_i(m - \sum b_k)] \quad [55]$$

Multiplicando a ambos lados por $\frac{m}{x_i}$ se tiene:

$$\frac{\partial x_i}{\partial m} \frac{m}{x_i} = \frac{m}{x_i} \frac{1}{p_i} [\beta_i + 2\delta_i(m - \sum b_k)] \quad [56]$$

Siendo $\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial m} \frac{m}{x_i}$ la elasticidad ingreso de la demanda y $w_i = \frac{m}{p_i x_i}$ la participación en el gasto del bien i . Se tiene entonces:

$$\eta_i = \frac{1}{w_i} (pmgc_i) \quad [57]$$

Es necesario aclarar que se utilizará el gasto como proxy de los ingresos de los hogares y por tanto, en éste caso se calcula la elasticidad gasto como aproximación a la elasticidad ingreso de la demanda.

La estimación de esta elasticidad de nuevo se hace en el punto medio suponiendo una media para el gasto, dados los datos, de $\bar{m} = \$1132196,800$. También es necesario suponer una media ponderada para el gasto en los diferentes bienes para encontrar w_i . Dados los datos disponibles, la media del gasto ponderada de cada bien a utilizar es la presentada en el Cuadro 3.

Definido esto, se calcula las elasticidades reportadas en el Cuadro 6. Se observa que la elasticidad gasto de los alimentos es $\eta_1 = 0.946$, la cual es alta pero menor a uno lo que hace que los alimentos se comporten como bienes normales para la región.

Se encuentran elasticidades gasto mayor a uno para bienes como Bebidas, Vestidos, Enseres, Salud, Transporte, Cultura, Impuestos y Bienes Durables lo que indica que estos bienes posiblemente sean de lujo para las familias en la región de Antioquia.

Aunque los resultados encontrados hasta el momento son razonables, es necesario tener en cuenta que no toda la población de la región habita en la zona urbana y que no toda la población tiene acceso al mismo grupo de bienes. Posiblemente lo que para los ciudadanos

son bienes normales para algunos habitantes del campo son bienes de lujo o incluso bienes desconocidos. Por lo tanto, se procede a continuación a estimar el sistema por zonas para ver cómo cambian los resultados.

V. Estimación por zonas

Aprovechando que los datos disponibles para las familias de la región Antioquia discriminan familias por zona rural y zona urbana, a continuación se estima nuevamente el sistema cuadrático de gastos para las dos zonas. Los resultados se muestran más abajo en el Cuadro 7 y 8.

Con base a los resultados estimados, es posible concluir que hay grandes diferencias para las dos zonas de la región de Antioquia. Para el caso de los alimentos el sistema arroja que el gasto mínimo de subsistencia en alimentos para Antioquia en la región urbana es de $y_1 = \$192927,77$ mientras que en la zona rural es de $y_1 = \$161602,69$ diferencia que se debe posiblemente a que el gasto medio es ampliamente diferente en las dos zonas ya que en la zona urbana es $\bar{m} = \$1547019,16$ mientras que en la zona rural es $\bar{m} = \$659801,24$.

Estas diferencias se reflejan necesariamente en las diferentes propensiones marginales a consumir. Por ejemplo, en la zona urbana la propensión marginal a consumir en alimentos es $pmgc_1 = 0,27$ mientras que en la zona rural es $pmgc_1 = 0,67$ lo que da algunas inferencias sobre menor calidad de vida en la zona rural ya que casi todo el ingreso se va hacia los alimentos.

Para comprobar lo anterior, se hace necesario ver las elasticidades gasto en las dos zonas utilizando las participaciones de cada gasto sobre el gasto total, información contenida en los Cuadros 4 y 5. Con base en la estimación del sistema por zonas, cuyos resultados se muestran en los Cuadros 7 y 8, se encuentra que en la zona urbana la elasticidad gasto de los alimentos es $\eta_1 = 0,933 < 1$ (bien normal) mientras en la zona rural es $\eta_1 = 1,422 > 1$ y por tanto, en esta zona los alimentos se comportan como un bien de lujo⁷, lo que de nuevo da evidencias de que hay menor calidad de vida en la zona rural. Posiblemente también esté ocurriendo que muchos campesinos en la zona rural al aumentar el ingreso decidan diversificar los alimentos que consumen y esto explique el aumento exagerado del gasto en estos bienes cuando aumenta el ingreso.

Algo curioso es que en la zona rural el grupo de bienes bebidas y tabaco es un bien con elasticidad gasto de la demanda menor a uno, $\eta_2 = 0,834$ mientras que en la zona urbana es un bien elástico ya que $\eta_2 = 1,68$. Por último, el consumo de subsistencia en los diferentes bienes es en la zona urbana \$405109 mientras que en la zona rural es \$320206. Esto se

7 Barrientos (2009) utiliza la encuesta de calidad de vida 1997 para estimar curvas de Engel semiparamétricas para la ciudad de Bogotá. Según sus resultados, los alimentos se comportan como bienes de lujo para familias de bajos ingresos y después de que las familias alcanzan cierto nivel de ingresos, los alimentos se vuelven un bien inferior. Es decir, las curvas de Engel no son lineales.

Cuadro 7 - Estimación del sistema cuadrático para la región urbana.

ZONA URBANA									
MODEL	R ²	_DEPVAR_	Intercepto	GAS_TOT	GASTOT2	Beta i	Gama i	Pmg Ci	Elasticidades
MODEL1	0.49	GAS_ALIM	* 64334.0000000 (3.44)	* 0.32811 (22.96)	* -0.000000016 (-11.55)	0.315266462	192927.77343	0.2784055	0.93364
MODEL2	0.054	GAS_BEBID	** -12815.0000000 (-2.17)	* 0.03249 (7.06)	* -0.000000002 (-4.8)	0.030769075	0.00000	0.0258300	1.68352
MODEL3	0.247	GAS_VEST	* -13197.0000000 (-3.24)	* 0.04112 (13.86)	* -0.000000002 (-7.18)	0.039472109	2911.21031	0.0347427	1.36274
MODEL4	0.554	GAS_VIV	* 84261.0000000 (5.37)	* 0.20321 (18.72)	* -0.000000003 (-3.35)	0.200595609	164970.95772	0.1930923	0.75052
MODEL5	0.055	GAS_ENSERES	*** -1731.9680000 (-1.96)	* 0.00444 (-6.65)	* 0.000000000 (-4.42)	0.004210402	0.00000	0.0035515	1.33584
MODEL6	0.199	GAS_SALUD	** -22806.0000000 (-2.15)	* 0.07498 (-9.15)	** -0.000000002 (-2.36)	0.073548667	6880.91416	0.0694407	1.42761
MODEL7	0.45	GAS_TRANS	* -42299.0000000 (-3.48)	* 0.11606 (12.84)	† 0.000000000 (0.01)	0.116133544	4110.28879	0.1163446	1.15697
MODEL8	0.289	GAS_CULTUR	* -17288.0000000 (-5.24)	* 0.0354 (14.39)	* -0.000000002 (-6.5)	0.034166030	0.00000	0.0306245	1.47065
MODEL9	0.395	GAS_EDUC	** 16357.0000000 (2.44)	** 0.013140000 (2.35)	* 0.000000005 (9.15)	0.000000005	15623.23963	0.0105362	0.24275
MODEL10	0.346	GAS_SERPER	0.0000000 (0.90)	* 0.03667 (18.43)	* -0.000000002 (-10.55)	0.035041033	14333.12039	0.0303659	0.99701
MODEL11	0.462	GAS_OTR PAG	** -22329.0000000 (-1.79)	* 0.0283 (2.94)	* 0.000000008 (10.24)	0.034728861	0.00000	0.0531797	1.21877
MODEL12	0.349	GAS_IMPUG	** -19990.0000000 (-2.63)	* 0.05824 (9.95)	† 0.000000000 (0.53)	0.058541752	3351.55356	0.0594078	1.21724
MODEL13	0.328	GAS_DURABLE	-14290.0000000	0.02931	0.000000016	0.042185294	0.00000	0.0791374	1.22295

Gama del ahorro	399746.5902257	Consumo de subsistencia total	405109.05801
Media del gasto	1547019.160		

Fuente: DANE (2008), estimaciones propias. En paréntesis se encuentran los valores t.

*Significativo al 1%, **Significativo al 5%, ***Significativo al 10%, † No significativo

justifica si se toma en cuenta la gran variedad de servicios y bienes que se pueden adquirir en la zona urbana.

Además, se observa que en la zona urbana grupos de bienes como Alimentos, Bebidas, Vivienda, Salud, Cultura y Servicios personales pierden participación sobre el gasto total a medida que aumenta el ingreso mientras bienes como Enseres, Educación, Otros pagos y Durables ganan participación.

En la zona rural, por otra parte, hay algunos resultados esperados y otros contradictorios. Se tiene que grupo de bienes como Vestidos, Vivienda, Enseres, Salud, Transporte, Cultura,

Cuadro 8 - Estimación del sistema cuadrático para la región rural.

ZONA RURAL									
MODEL	R ²	_DEPVAR_	Intercept	GAS_TOT	GASTOT2	Beta i	Gama i	Pmg Ci	Elasticidades
MODEL1	R ²	0.61 GAS_ALIM	* -29186 (-2.55)	* 0.582630 (30.88)	* 0.000000071 (-13.26)	0.62750	161602.69243	0.6765224	1.42229
MODEL2	R ²	0.048 GAS_BEBID	† 0 (0.70)	* 0.018630 (3.10)	† 0.000000001 (0.71)	0.01924	5970.91113	0.0199110	0.83410
MODEL3	R ²	0.167 GAS_VEST	* -8874.98117 (-4.15)	* 0.038320 (-10.380000)	* -0.000000004 (-3.48)	0.03605	2850.27025	0.0335716	1.48066
MODEL4	R ²	0.285 GAS_VIV	* 38299 (5.24)	* 0.171920 (13.56)	* -0.000000013 (-3.66)	0.16347	91175.79138	0.1542301	0.72289
MODEL5	R ²	0.206 GAS_ENSERES	† 0 (-0.23)	* 0.002090 (4.00)	** -0.0000000035 (-2.37)	0.00187	624.26139	0.0016287	1.05214
MODEL6	R ²	0.119 GAS_SALUD	* -28942 (-3.59)	* 0.104390 (7.82)	** -0.000000008 (-2.21)	0.09913	3144.45686	0.0933781	1.77720
MODEL7	R ²	0.264 GAS_TRANS	* -30793 (-5.24)	* 0.147330 (15.17)	* -0.000000020 (-7.39)	0.13453	13644.38448	0.1205392	1.51382
MODEL8	R ²	0.08 GAS_CULTURA	* -4870.37486 (-4.01)	* 0.017350 (7.65)	* -0.000000002 (-3.68)	0.01578	352.72304	0.0140626	1.95119
MODEL9	R ²	0.09 GAS_EDUC	† 0 (0.09)	* 0.031830 (8.19)	* -0.000000004 (-3.63)	4.59E-09	401.48997	-0.0027821	-0.09955
MODEL10	R ²	0.21 GAS_SERPER	** 4064.79922 (2.27)	* 0.037560 (13.86)	* -0.000000005 (-6.77)	0.03426	15388.56438	0.0306635	0.82351
MODEL11	R ²	0.019 GAS_OTRPAQ	† 0 (-1.5)	* 0.015330 (4.12)	*** -0.000000002 (-1.78)	0.01396	4617.75106	0.0124620	1.66723
MODEL12	R ²	0.862 GAS_IMPUL	* 75680 (18.14)	* -0.215620 (-30.41)	* 0.000000128 (63.13)	-0.13480	20433.27883	-0.0465008	-1.49421
MODEL13	R ²	0.134 GAS_DURABLE	-15405	0.048240	0.000000002	0.04847	0.00000	0.0508149	2.57346

1.00000
Consumo de
subsistencia
total 320206.57519

Gama del ahorro: 315319.031

Media del gasto 659801.240

Fuente: DANE (2008), estimaciones propias. En paréntesis se encuentran los valores t.
*Significativo al 1%, **Significativo al 5%, ***Significativo al 10%, † No significativo

Educación, Servicios personales y Otros pagos pierden participación sobre el gasto total a medida que aumenta el ingreso mientras bienes como Alimentos, Impuestos y Bienes Durables ganan participación. Aunque estos resultados son estadísticamente significativos sólo algunos tienen explicación económica. Por ejemplo, en el caso de la educación posiblemente descienda la participación del gasto en estos bienes en la zona rural, dado la baja calidad de las instituciones educativas y en muchos casos la ausencia. Igual se puede decir de grupo de bienes como Salud, Cultura y Otros pagos. El caso de Transporte aunque es significativo estadísticamente, el resultado encontrado es contradictorio desde el punto de vista económico.

VI. Análisis comparativo con otros resultados.

Una vez estimado el sistema cuadrático para Antioquia, se hacen algunas comparaciones con otros trabajos.

El sistema cuadrático fue estimado inicialmente para Colombia por Howe (1974) y Martín (1981) pero debido a que los objetivos de aquellos trabajos no eran realizar la estimación del consumo de subsistencia no es posible hacer un análisis comparativo con ellos. También está el trabajo de Niño (2001) quien analiza los patrones de consumo de las principales cuatro principales ciudades del país, buscando analizar posibles curvaturas en las curvas de Engel utilizando la encuesta de gastos e ingresos 1994-1995 del DANE.

Niño (2001) estima el sistema cuadrático de gastos, y en lo que respecta a los consumos de subsistencia estimados en dicho trabajo, cuando la autora utiliza el sistema cuadrático de gastos encuentra para la ciudad de Medellín un gasto mínimo de subsistencia de \$62132, a pesos de 1995. En éste caso, utilizando la variación del IPC sólo de alimentos como proxy a una cifra de inflación⁸ promedio en estos años, la cual es de 10.107% según el DANE, el gasto mínimo de subsistencia sería a pesos de 2008 igual a \$257858,8. Esta cifra es inferior en \$147251 con respecto a la estimada en el presente trabajo para la zona urbana de Antioquia.

Debido a la falta de trabajos que utilicen el SCG para estimar consumos de subsistencias en Colombia, se hacen comparaciones con otros trabajos más recientes que han estimado otros sistemas para calcular líneas de pobreza.

El consumo de subsistencia para Colombia ha sido estimado también con el llamado sistema lineal de gastos (SLG) popularizado por Stone (1954) y generalizado en Carlevaro (1976). Es necesario recordar que dicho sistema es un caso particular del sistema cuadrático estimado acá ya que ese sistema no capta las no-linealidades de las curvas ingreso consumo (Howe, 1974).

No obstante, como ocurre en el sistema cuadrático, los y_i pueden ser interpretados como el consumo de subsistencia en el bien i y se posibilita así la comparación. Ésta difícilmente se podría hacer con otro sistema de demanda ya que sólo los sistemas de gastos han sido ampliamente usados para estimar los gastos de subsistencia. De hecho en los sistemas flexibles, tipo AIDS, Rotterdam, QAIDS, entre otros, es difícil teóricamente argumentar que algún parámetro pueda interpretarse como un gasto de subsistencia. Por tanto, la comparación más idónea sería con las estimaciones que se han hecho del sistema lineal de gastos.

Para efectos de comparación, se referencian a continuación algunos resultados arrojados con la estimación del sistema lineal de gastos. Para Colombia algunas estimaciones de éste sistema son las hechas por Ramírez (1989), Muñoz (1990), Muñoz, Ramírez y Rivas (1998), Rivas (2000), Muñoz A. (2009) y Cortés y Pérez (2010).

En los resultados de Rivas (2000) se estima el sistema lineal de gastos utilizando la encuesta de ingresos y gastos del DANE año 1994 - 1995 para las cuatro principales ciudades de

8 Se utiliza sólo la variación del IPC de alimentos, debido a que la variación del IPC total incorpora también la variación de otros grupos de gastos no tomados en cuenta en éste documento. Además de ello, los alimentos constituyen el mayor grupo de gastos.

Colombia y para el caso de Medellín los resultados son:

Consumo de subsistencia en alimentos: $y_1 = \$30074$

Consumo de subsistencia en todos los grupos de bienes: $\sum_{i=1}^{12} \gamma_i = \90784

Para comparar los resultados con los encontrados en el presente trabajo, se podría utilizar la tasa de inflación promedio entre los años 1995-2008, la cual según el DANE sería de 10.107%. En éste caso, se tendría que el consumo de subsistencia en alimentos sería $y_1 = \$124812$ y el consumo de subsistencia en los doce grupo de bienes $\sum_{i=1}^{12} \gamma_i = \376769 .

Para el caso de alimentos, se tiene entonces que el sistema cuadrático estimado para el área urbana arroja un resultado de casi el 54% más alto en el consumo de subsistencia de alimentos. En el consumo de subsistencia total, los resultados encontrados con el sistema cuadrático son más altos en aproximadamente \$28340.

Se traen ahora los resultados de Cortés y Pérez (2010) quienes utilizan la encuesta de ingresos y gastos del DANE año 2006-2007. Para el caso de los alimentos, cuando los autores utilizan el sistema lineal de gastos, se encuentra que el consumo de subsistencia de alimentos para Colombia⁹ es $y_1 = \$366610$ y el consumo de subsistencia en los diferentes grupos de bienes sería igual a $\sum \gamma_i = \$1'596520$. En éste caso, el gasto de subsistencia en alimentos como el gasto de subsistencia en el total de bienes es mucho más alto que los resultados encontrados en el presente trabajo con el sistema cuadrático.

Por último, se referencia el trabajo de Muñoz, A. (2009) quien intenta medir la línea de pobreza mediante el coeficiente de Orshansky para la ciudad de Bogotá con datos de la encuesta de calidad de vida 2003. Para efectos de comparación se extraen sólo los resultados estimados con el sistema lineal de gastos extendido simple donde se llega a que el gasto mínimo de subsistencia total es $\sum \gamma_i = \$287499$, en éste caso para Bogotá. En éste caso, con una inflación promedio de 7,44% entre 2004-2008 con base en la variación del IPC de alimentos, se tendría que la línea de pobreza medida con el gasto de subsistencia sería \$411591 a pesos del 2008 para la ciudad de Bogotá, siendo éste resultado \$6481 más alto al encontrado en el presente trabajo cuando se estimó el sistema para la zona urbana de Antioquia.

En síntesis, con los resultados encontrados acá se puede afirmar que ellos van acorde con la literatura especializada en el tema para Colombia. Como se anotaba más arriba, las comparaciones anteriores se hicieron sólo para efectos de contraste con los resultados encontrados con el sistema cuadrático. Sólo sirven como punto de referencia ya que si se usa el sistema cuadrático, el consumo es una función no lineal del ingreso, lo cual significa que la participación del gasto puede variar para hogares con diferentes niveles de ingresos.

9 Para estimar los consumos de subsistencia se utilizan los resultados que reportan Cortés y Pérez (2010) en la tabla 6 para el sistema lineal de gastos extendido y se estima cada y_i mediante $\gamma_i = \alpha_i + \frac{\beta_i}{\beta_s} (-\alpha_s)$.

Además, las estimaciones empíricas¹⁰ muestran a menudo que la función ingreso-consumo es no lineal y la significancia estadística, tanto de los parámetros estimados como el coeficiente de ajuste en el sistema cuadrático, son casi siempre superiores con respecto al sistema lineal de gastos.

Algunas estimaciones no paramétricas para la región de Antioquia, que soportan la no linealidad de las curvas de Engel para algunos bienes, fueron realizadas en el presente trabajo y se encuentran al final en el anexo.

VII. Comentarios finales

Teniendo en cuenta las herramientas teóricas que provee la teoría del consumidor, se ha estimado el sistema cuadrático de gastos con el fin de encontrar una aproximación para el consumo de subsistencia en la región Antioquia. Si no se discrimina por zona, se encuentra que el consumo de subsistencia en los 13 grupos de bienes es igual a \$337789.15303. Al discriminar por zona, se encuentra que en la zona urbana es de \$405109.05801 mientras que en la zona rural es \$320206.57519.

Los alimentos son el grupo de bienes que más pesa en la zona rural con casi un 50% mientras que en la zona urbana, si bien también son el grupo que más pesa en el gasto corriente, sólo lo hacen con el 29%. Esto trae como consecuencias que en la zona urbana los alimentos sean un bien necesario, mientras que en la zona rural los alimentos continúan siendo un bien de lujo ya que la elasticidad gasto de la demanda es mayor a uno. Se verifica, además, la Ley de Engel que afirma que a mayor proporción del gasto en alimentos sobre el gasto total, menor calidad de vida. Para el caso de la zona rural, el gran peso que tienen los alimentos trae como resultado que algunos bienes prácticamente no participen en el gasto y la calidad de vida sea inferior a la zona urbana.

Existe también evidencia de que ciertos grupos de bienes como Alimentos, Bebidas, Vestidos, Vivienda, Enseres, Salud, Cultura y Servicios personales presenten curvas de Engel no lineales y que estas curvas, después de cierto nivel de ingreso, tengan pendientes negativas (se vuelven bienes inferiores). Por otra parte, grupos de bienes como Educación, Otros pagos y Bienes Durables posiblemente presenten curvas de Engel con pendiente positiva después de cierto umbral de ingreso.

Para investigaciones futuras queda abierto el campo para incluir variables demográficas al sistema cuadrático de gastos y ver las implicaciones que tiene la llegada de nuevos miembros al hogar en la zona urbana y zona rural para la región de Antioquia, además de verificar cómo cambia el consumo de subsistencia en la región.

Se debe tener en cuenta que el estudio del consumo en Antioquia hecho en el presente trabajo para el año 2008, es acotado en cuanto es sólo un primer paso para un marco de

10 Ver por ejemplo el trabajo de Muñoz, Ramírez y Zambrano (2005).

referencia más amplio. Evidentemente, si se desea estudiar los cambios en el bienestar y la evolución de la calidad de vida en Antioquia, se debe extender el estudio hecho acá utilizando las encuestas de calidad de vida 2003 y las encuestas de gastos anteriores, buscándose así un punto de vista con mayores horizontes.

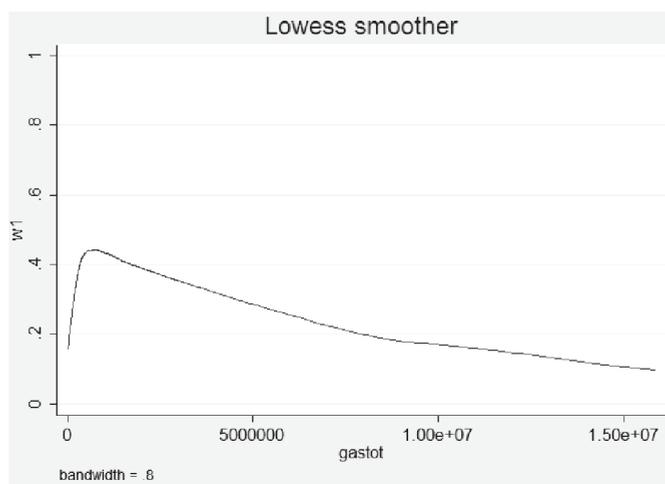
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altimir, Oscar. (1979). "Dimensión de la pobreza en América Latina". *Serie Cuadernos de la CEPAL*, N°27, Santiago de Chile.
- Barrientos, Jorge (2009). "On the consumer behavior in urban Colombia: the case of Bogotá.", *Ensayos sobre política económica*, Banco de la República, Vol.27, No.59. Bogotá.
- Carlevaro, Fabrizio (1976). "A Generalization of the Linear Expenditure System" in *Private and Enlarged Consumption*, ed. by L. Solari and J.-N. Du Pasquier. Amsterdam: North- Holland Publishing Co.
- Cortés, D. y Pérez, Jorge (2010). "El consumo de los hogares colombianos 2006-2007: estimación de sistemas de demanda". *Documentos de trabajo*, Facultad de economía, Universidad del Rosario. Bogotá.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). 2008. Encuesta de calidad de vida.
- Deaton, Angus y Muelbauer, John (1993). *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge University Press.
- Deaton, Angus y Muelbauer, John (1980). "An Almost Ideal Demand System". *American Economic Review*, Vol.70, No.3.
- Howe, Howard; Pollak, Robert y Wales, Terence (1979). "Theory and time series estimation of the quadratic expenditure system". *Econometrica*, Vol.47, No.5.
- Howe, H. (1974). *Estimation of the Linear and Quadratic Expenditure System: A Cross-Section Case for Colombia*. Unpublished Ph.D. dissertation. University of Pennsylvania.
- Lasso, F. (2003). "Economías de escala en los hogares y pobreza", *Revista de Economía del Rosario*, vol. 6, núm. 1, pp. 23-52.
- Lluch, C. y Williams, R. (1975). "Cross Country Demand and Savings Patterns: An Application of the Extended Linear Expenditure System". *The Review of Economics and Statistics*, 57(3), pp. 320-328.
- Martín, Thomas lee (1981). *Estimation of the linear and quadratic expenditure systems for Colombian households*. Rice University. Ph.D. dissertation.
- Mas-Colell, Andreu; Whinston, Michael. y Green, Jerry (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.
- MESEP-DANE-DNP. (2011). <http://www.dnp.gov.co/> (Consultado en Octubre de 2011).
- Muñoz, Ayala Jorge (2009). "Estimación de coeficientes de Orshansky a partir de un sistema completo de ecuaciones de demanda: una nueva metodología para la elaboración de umbrales de pobreza." *Revista cuadernos de economía*, Universidad Nacional. Bogotá. No.50.

- Muñoz, Manuel; Ramírez Manuel y Zambrano, Andrés (2005). "Comparación del gasto de los hogares colombianos entre 1997 y 2003, según resultados de las encuestas de calidad de vida: magnitud, composición y distribución", Borradores de investigación, Facultad de economía, Universidad del Rosario. Bogotá.
- Muñoz, Manuel (1990). "La pobreza medida a través de ingresos y gastos: Un replanteamiento". *Boletín de Estadística*. No. 450, DANE.
- Nicholson, J.L. (1949). "Variations in Working-Class family expenditure". *Journal of the Royal Statistical Society*.
- Niño, Claudia. (2001). *Estimación de sistemas completos de ecuaciones de demanda*. Tesis para optar el título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.
- Pollak, Robert y Wales, Terence. (1992). *Demand system specification and estimation*. Oxford University Press, New York.
- Ramírez, Manuel; Muñoz, Manuel y Rivas, Guillermo (1998). "El Consumo de los Hogares en 23 Capitales de Departamentos Colombianos". *Boletín de Estadística* DANE, 540, pp. 217-288.
- Ramírez, G. Manuel (1989). "Estimación y utilización de sistemas completos de ecuaciones de demanda". *Desarrollo y Sociedad*, No. 24. CEDE, UNIANDES.
- Rivas M., Guillermo (2000). *Patrones de demanda de los Hogares en las Cuatro Principales Ciudades de Colombia: Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla*. Tesis para optar el título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.
- Samuelson, Paul (1947). "Some Implications of Linearity". *Review of Economic Studies*, 15, 88-90.
- Stone, Richard. (1954). "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand". *Economic Journal*, 64, 511-527.
- Wooldridge, Jeffrey. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. The MIT Press. Cambridge. 752p.

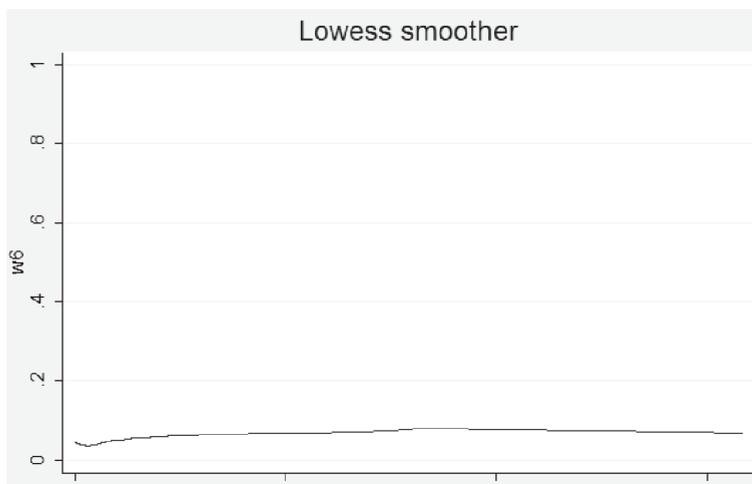
ANEXOS**Anexo – Curvas de Engel para algunos grupos de bienes**

Los métodos no paramétricos no suponen una distribución específica de las variables y tienen algunas ventajas respecto a los mínimos ordinarios, ya que estos últimos no pueden estimar funciones no lineales. Teniendo en cuenta que es posible que a mayores ingresos las curvas de Engel cambien su pendiente y dejen de ser lineales, se presenta a continuación algunas estimaciones gráficas de algunas curvas para ciertos grupos de bienes. El método usado fue el de Lowess y se utilizó el programa Stata.

Gráfico 1 – Curva de Engel para alimentos estimada para Antioquia

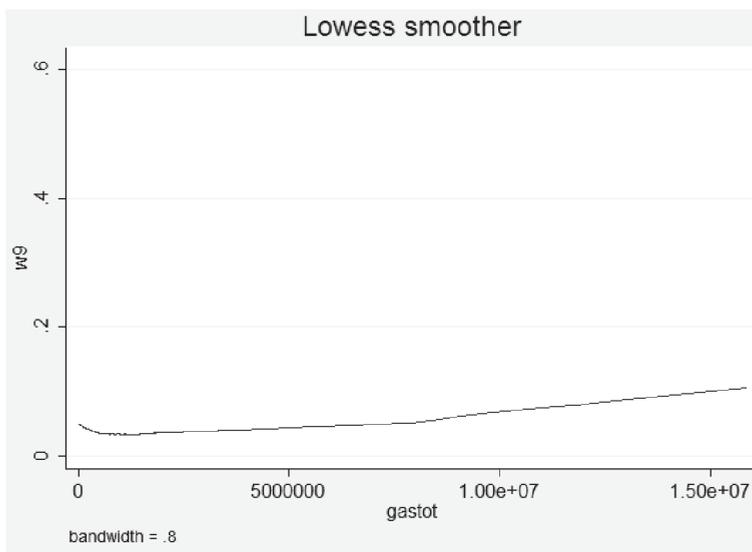
Fuente: DANE 2008. Estimaciones propias.

Según el Gráfico 1, el gasto en alimentos crece, como proporción del gasto total, hasta aproximadamente un nivel de gasto de \$1'200'000 y llegar a ocupar el $w_1=45\%$ del gasto. Después de éste nivel de gasto, la proporción empieza a descender y en niveles altos de gasto sólo ocupa un 10% aproximadamente.

Gráfico 2 – Curva de Engel para Salud estimada para Antioquia

Fuente: DANE 2008. Estimaciones propias.

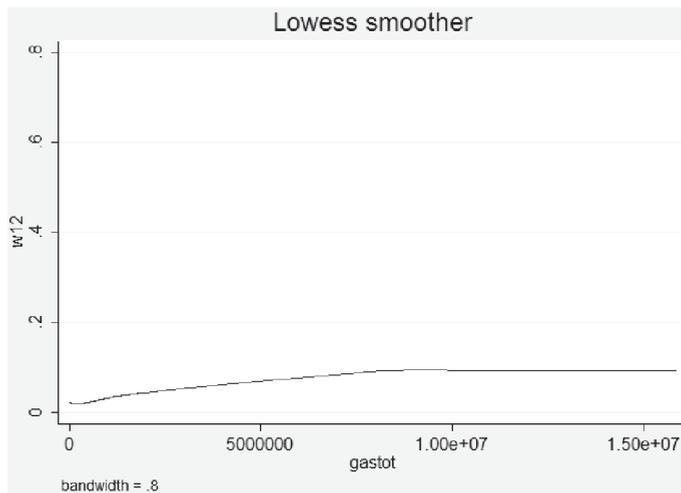
Según el Gráfico 2, el gasto en salud crece a medida que el gasto total lo hace. Y se estabiliza como proporción del gasto total en un $w_6=0.8\%$ después de que el gasto supera los \$5'0000000.

Gráfico 3 – Curva de Engel para Educación estimada para Antioquia

Fuente: DANE 2008. Estimaciones propias.

Según el Gráfico 3, el gasto en Educación se mantiene constante como proporción del gasto total en un nivel aproximado de $w_g=5\%$ hasta cuando el gasto total llega, más o menos, a \$1'0000000. Después de que el gasto total se incrementa de éste nivel, la participación del gasto en educación como proporción del gasto siempre crece.

Gráfico 4 - Curva de Engel para Bienes durables estimada para Antioquia



Fuente: DANE 2008. Estimaciones propias.

Por último, se presenta la curva de Engel para el gasto en bienes durables. Según el gráfico 4, la proporción del gasto en bienes durables, siempre será crecientes hasta cuando el gasto llega más o menos a \$10'0000000, siendo la proporción a éste nivel igual a $w_{10}=10\%$