

# Análisis de la concepción de la actividad de optimizar, desde una ingeniería didáctica<sup>1</sup>

Analysis of the design optimization activity, from a didactic engineering

Análise da atividade de otimização do projeto, a partir de uma engenharia didática

Recibido: mayo 2013  
Aceptado: agosto 2013

Lina María Gallego Berrío<sup>2</sup>  
Eliécer Aldana Bermúdez<sup>3</sup>

## Resumen

Matemáticas superiores; cálculo; optimización; enseñanza; metodología de enseñanza; metodología de trabajo en el aula; aprendizaje; situaciones didácticas; ingeniería didáctica.

**Palabras clave:** Matemáticas superiores; cálculo; optimización; enseñanza; metodología de enseñanza; metodología de trabajo en el aula; aprendizaje; situaciones didácticas; ingeniería didáctica.

## Abstract

This diagnostic study is part of a wider research on the concept of optimization of college students using as a framework the teaching situations, and as a didactic engineering methodology, in order to meet the difficulties students have in learning concept, and how they solve a problem, for this, we applied an interview guide with three open questions.

**Keywords:** higher mathematics, calculation, optimization, teaching, teaching methodology, methodology of work in the classroom learning teaching situations; didactic engineering.

## Resumo

Este estudo de diagnóstico faz parte de uma pesquisa mais ampla sobre o conceito de otimização de estudantes universitários que utilizam como um quadro das situações de ensino e, como uma metodologia de engenharia didática, a fim de atender os alunos têm dificuldades em aprender conceito, e como resolver um problema, para isso, foi aplicado um roteiro de entrevista com três perguntas abertas.

**Palavras-chave:** matemática superior, cálculo de otimização, ensino, metodologia de ensino, metodologia de trabalho em situações de ensino aprendizagem na sala de aula; engenharia didática.

1 Artículo de Investigación.

2 Universidad del Quindío, Colombia. Contacto: linag@uniquindio.edu.co

3 Universidad del Quindío, Colombia. Contacto: eliecerab@uniquindio.edu.co.

## Presentación del problema

El concepto de optimización es fundante en el Análisis Matemático y en diferentes carreras universitarias, pero estudios previos han demostrado que los estudiantes tienen dificultades relacionadas con el aprendizaje de este concepto matemático, y con la resolución de problemas aplicados en contextos específicos; al respecto, Encinas y Ávila (2012, p.153), piensan que es debido “al significado que le asignan a los objetos matemáticos que utilizan, en el plan que desarrollan cuando tratan de resolver problemas y en el nivel de conocimiento que muestran de las deficiencias de su propio plan de resolución”. Asimismo, los estudiantes ponen en evidencia dificultades para encontrar la solución óptima de una solución problema, como la formulación del modelo matemático, los conocimientos previos propios del Cálculo (criterios de derivación, manejo algebraico de intervalos, condiciones de continuidad) aunque el aprendizaje del Cálculo se ha centrado en procesos algorítmicos, algunos estudiantes tienen dificultad para realizar este tipo de procedimientos, la falta de un aprendizaje consciente y la interpretación de la solución del problema en contexto. En este sentido Villers (1997) da importancia a la optimización como un concepto necesario para que los estudiantes aborden los problemas de la vida real y adquieran habilidades en la toma de decisiones.

## Marco referencial conceptual

Este estudio diagnóstico se apoya en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), porque se trata de indagar los conocimientos que tienen los estudiantes, es decir, lo que conocen acerca del concepto de optimización, las posibles dificultades y/o concepciones erróneas, de manera que el estudiante se ve enfrentado por medio de situaciones problemas a un proceso de desequilibrio y adaptación que pone a prueba lo que el estudiante puede hacer con lo que sabe, sin una presencia didáctica del profesor en esta fase de las situaciones didácticas; a partir de lo cual el investigador puede establecer y construir secuencias didácticas de enseñanza con las variables didácticas, para lograr que los estudiantes gestionen su conocimiento matemático con sentido,

consiguiendo que sea un conocimiento real y consciente, es decir, susceptible de evolución y funcional porque permite resolver problemas en contexto. En este sentido la Teoría de las Situaciones Didácticas creada por Brousseau como marco teórico tiene como enfoque “una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden” (Brousseau, 2007, p.7). En este reporte se consideraron solo situaciones a-didácticas, caracterizadas por no develar la intención de enseñanza al estudiante (de forma explícita) por parte del profesor, para que este interactúe con el medio de manera más natural y haga uso de la lógica para responder a las preguntas de la entrevista respecto a las variables didácticas de la comprensión del concepto de optimización y sus aplicaciones.

## Metodología

Esta aproximación cognoscitiva al objeto de investigación es de tipo cualitativo y está apoyada en la Ingeniería Didáctica (Artigue, Douady, Moreno, 1995), orientada a la comprensión, desde un enfoque interpretativo de la realidad educativa desde dentro (Dorio, Massot, y Sabariego, 2009). Para ello se utilizó un guion de entrevistas semiestructurada. La investigación se apoyó en el uso de situaciones a-didácticas y su análisis.

## Análisis de datos.

El estudio se realizó con diez estudiantes de Ingeniería que ya habían visto el concepto de optimización en el curso de Cálculo Diferencial, se utilizó como instrumento un guion de entrevista, para dar cuenta de la actividad de optimizar, desde los conocimientos adquiridos por los estudiantes. En el episodio de entrevista se preguntó a cada uno de ellos sobre lo que había entendido del tema de optimización, con el propósito de conocer las concepciones que ellos tienen del objeto matemático en estudio, para lo cual tenían que enumerar todos los nombres inherentes al concepto matemático,

utilizar en su desarrollo un lenguaje formal, y establecer relaciones entre diferentes registros de representación entre otros. Durante la entrevista cuando se pregunta a los estudiantes sobre las concepciones que tienen del concepto de optimización, esto es lo que ponen de manifiesto:

- Son el punto más alto y más bajo de una curva. Ellos se encuentran al derivar la función, además se pueden hallar también los puntos de inflexión o de cambios que se hallan o hacer la segunda derivada.
- Solo recuerdo que sirve para encontrar el punto más alto de la curva y el más bajo.
- Optimización es lograr el máximo rendimiento, ángulo, etc... de algo en concreto.
- Bueno, se trata de problemas referentes con las funciones, sirve para mejorar o agrandar o manejar los puntos de la función (derivada primera o segunda).
- Optimización es un tema que se da en la aplicación de derivadas.

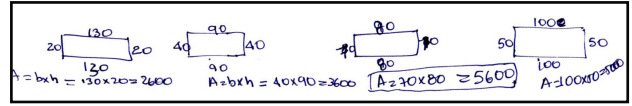
En este episodio de la entrevista, se pone en evidencia que los sujetos tienen una imagen mental del concepto desde el punto de vista intuitivo y gráfico, porque utilizan un lenguaje cotidiano para definir el concepto, a partir de la imagen mental que ellos tienen del concepto, y que no es coherente con la definición formal del concepto de optimización, y cuando tratan de utilizar los términos mínimo y máximo lo hacen de manera descriptiva y/o de memoria y aplicada a la utilidad del concepto sin mostrar una estructura formal del objeto matemático como una entidad matemática en abstracto.

Por otra parte, para que estén implícitos los conocimientos básicos y el desarrollo de procesos de pensamiento (Múnica, 2004), se propuso el siguiente problema de aplicación de optimización:

*Un granjero dispone de 300 metros de alambrado para cercar un terreno rectangular. ¿Qué dimensiones debe tener el terreno para que la región rectangular cercada tenga área máxima?*

Se observó que siete estudiantes no recuerdan cómo resolver este problema, uno se limita a dibujar un rectángulo identificando la base y la altura, mientras que dos estudiantes asocian al tanteo de valores la solución del ejercicio, veamos la respuesta de estos últimos.

Grafica 1



Fuente: Elaboración propia

### Tarea del cuestionario, problema de aplicación.

En la entrevista el estudiante 1 argumenta:

I: ¿Cómo obtuvo el valor de los lados del rectángulo?

E: Fijo el valor del ancho y lo multiplico por dos, ese valor lo resto de 300 y lo divido entre dos para encontrar la altura.

I: ¿Por qué resuelve el problema asociándolo a rectángulos de diferentes tamaños?

E: Porque me piden el área máxima, o sea la más grande.

I: ¿Está seguro que las dimensiones de la caja que encontró corresponden al área máxima?

E: Si profe, porque de ahí se vuelven a repetir los números cuando hago más grandes los lados.

I: ¿Qué pasa si las dimensiones del ancho fueran  $68 \times 82$  o  $75 \times 75$ ?

E: Hay si profe el área daría más grande.

I: ¿Por qué cree que ocurre esto?

E: Se me olvidó tomar más números.

I: ¿Por qué no utilizó la optimización para resolver el problema?

E: Porque no me acuerdo.

I: ¿Considera que la optimización hubiera proporcionado la respuesta exacta del ejercicio?

E: Supongo.

Los resultados ponen de manifiesto en general, que el conocimiento alcanzado por los estudiantes sobre el concepto de optimización es de tipo intuitivo, está asociado a la gráfica de la función, es decir, entienden la optimización como el punto más bajo o más alto de la gráfica, para lo cual aplican el criterio de la segunda derivada para encontrar los máximos o mínimos. Asimismo, los estudiantes se quedan en el pensamiento numérico y gráfico cuando se ven enfrentados a tareas en las que tiene que resolver problemas en contextos específicos, no alcanza un nivel de análisis del concepto, y el aprendizaje es de tipo memorístico porque se olvida fácilmente con el paso del tiempo.

## Conclusiones

La noción que tienen los estudiantes de la optimización no es coherente con la imagen que ellos tienen del concepto y la definición formal del concepto matemático, tienen dificultad para resolver problemas en contextos específicos que no sean de tipo algorítmico, posiblemente porque no se han encapsulado el objeto matemático, es decir, no ha sido reificado en la mente del sujeto, y por consiguiente los conceptos no son significativos para los sujetos que aprenden.

En una perspectiva futura de investigación se espera lograr que los estudiantes adquieran una comprensión del concepto matemático, teniendo en cuenta los conceptos previos que ellos traen desde la educación media, y a partir de ello, se diseñarán secuencias didácticas de enseñanza en el marco de una ingeniería didáctica que le permita a los estudiantes generar un aprendizaje más de tipo analítico, real y consciente del objeto matemático.

## Referencias

- Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica*. (P. Gómez, Ed.) México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Brousseau G. (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Original: 1997).
- Dorio, I., Massot, I. y Sabariego, M. (2009). *Características Generales de la Metodología Cualitativa*. En R. Bisquerra (Coord.). *Metodología de la Investigación Educativa* (2ª ed.). (275-292). Madrid: La Muralla.
- Encinas, Á., & Ávila G., R. (2012, junio). La gestión metacognitiva en el proceso de resolución de problemas de optimización y su relación con la competencia del resolutor. *Ponencia presentada en el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 151-160. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Múnera, C. J. J. (2004, octubre). *Las situaciones problema como contexto para movilizar el conocimiento matemático escolar*. En P. Rojas (Presidencia), *Memorias sexto encuentro colombiano de matemática educativa*. 22-23. Medellín, Colombia: Grupo Editorial Gaia.
- Villers, C. (1997). *Optimisation des les premieres annees du secondaire*. *Mathematique et Pedagogie*. 112. 31-43.