

El pensamiento matemático de estudiantes universitarios de cálculo y tecnologías informáticas

Mónica Ester Villarreal

Resumen de la tesis de doctorado en Educación Matemática de la autora.

Título Original: O PENSAMENTO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS DE CÁLCULO E TECNOLOGÍAS INFORMÁTICAS.

Institución: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática de la Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro – São Paulo – Brasil.

Fecha de defensa: marzo de 1999.

Director: Dr. Marcelo de Carvalho Borba.

El estudio realizado en esta tesis muestra las comprensiones elaboradas al investigar las características de los procesos de pensamiento matemático de estudiantes universitarios de Cálculo¹ que trabajan en un ambiente computacional. Son tratadas cuestiones relacionadas principalmente con el concepto de derivada aunque diversos tópicos son abordados en función de los intereses y dificultades de los estudiantes que participaron del estudio. La tesis está estructurada en seis capítulos de los cuales se presenta, a continuación, una breve descripción.

En el **Capítulo 1** se describe la génesis del proyecto de investigación que dio origen a esta tesis y se plantea la pregunta directriz del trabajo. Las experiencias como estudiante y docente de Matemática y la participación en proyectos de investigación fueron fuentes que engendraron preguntas relacionadas con la

¹ Al hablar de Cálculo me refiero a cursos de Análisis Matemático básico cuyo contenido incluye funciones ($f: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$), derivadas e integrales y en el cual las demostraciones no ocupan un lugar central.

problemática de la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo, en general, y la influencia de la computadora en la formación de conceptos matemáticos de Cálculo diferencial, en particular.

La necesidad de acotar el campo de estudio condujo a la selección de un concepto matemático específico: la derivada. Tal concepto fue escogido debido a que es central en Cálculo y los estudiantes manifiestan dificultades de diversa índole con relación al mismo.

Finalmente, el estudio de la literatura vinculada al tema de interés permitió generar un primer marco teórico para llegar al planteo de la problemática a ser abordada en la tesis. A partir de este estudio surgieron elementos, referidos al empleo de la computadora, que serían fundamentales para el desarrollo del trabajo. Muchos autores destacan el hecho de que el uso de tecnología computacional en la Educación Matemática favorece la visualización y la posibilidad de experimentación, procesos esenciales en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo. Por otro lado, el papel de la computadora y su relación con la actividad humana desde una perspectiva psicológica es abordado por Tikhomirov (1981), quien señala que es esencial comprender su papel de mediadora en la actividad humana como generadora de un estadio del pensamiento cualitativamente diferente. El autor presenta tres visiones que caracterizan la relación "ser humano-computadora" de modos diferentes: la teoría de *substitución*, la teoría de *suplementación* y la teoría de *reorganización*.

Según la teoría de *substitución*, la computadora sustituye al ser humano en todas las esferas del trabajo intelectual. Esta visión está basada principalmente en la suposición de que la computadora también puede resolver problemas que el ser humano resuelve.

En la teoría de *suplementación*, la computadora es vista como un suplemento del pensamiento humano, que incrementa el volumen y la velocidad del procesamiento humano de información. En este sentido, la computadora no estaría mediando la actividad humana, sino simplemente sería una extensión cuantitativa de la misma.

Una tercera teoría, que muestra la posición del propio autor, es la de la *reorganización*. Según ella, la estructura de la actividad intelectual humana es modificada por el uso de la computadora, su mediación *reorganiza* los procesos de creación, búsqueda y almacenamiento de información y el establecimiento de relaciones humanas.

La constitución de sistemas "ser humano-computadora" es lo que resulta en una verdadera reorganización de la actividad humana, transformando a la computadora en mucho más que en herramienta de auxilio en la actividad, sino en herramienta que transforma esa actividad, una herramienta para "pensar con".

En el marco antes descrito, se planteó entonces la siguiente pregunta directriz del estudio:

¿Cómo caracterizar los procesos de pensamiento matemático de estudiantes universitarios de Cálculo al trabajar cuestiones matemáticas relacionadas con el concepto de derivada en un ambiente computacional?

Esta pregunta condujo a un estudio detenido de la literatura que relaciona Cálculo y computadoras, estudio que se presenta en el **Capítulo 2**. Tal estudio bibliográfico está estructurado en cuatro secciones.

La primera sección ofrece una revisión de diferentes artículos que tratan la problemática de la enseñanza del Cálculo, las dificultades y concepciones de los estudiantes en el aprendizaje del mismo. Tales concepciones son consideradas, por la mayoría de los autores, como deficientes o erróneas y alejadas de la Matemática académica. Contrastando esa posición, existen estudios donde las concepciones de los estudiantes son exploradas y analizadas en sí mismas, atribuyéndoles valor epistemológico propio y sin ser comparadas con algún modelo externo. En esos estudios se procura *escuchar la voz del estudiante* (Confrey, 1993), sin establecer comparaciones. El foco es el estudiante y sus propias ideas consideradas como concepciones alternativas necesarias para la construcción del conocimiento.

La segunda sección presenta algunas reflexiones generales que vinculan la tecnología computacional y la Educación Matemática. Esta conjunción puede ser vista como propuesta didáctica o como área de investigación.

Los trabajos específicos que se refieren a Cálculo y computadoras son analizados en la tercera sección. Allí, se ofrece una revisión de artículos que presentan resultados de cursos de Cálculo desarrollados con el auxilio de la computadora. Son escasos los estudios de tipo cualitativo referidos al uso de la computadora en clases de Matemática. La mayoría de ellos son estudios comparativos que buscan mostrar las ventajas de trabajar en ambientes computacionales, cuando confrontados con cursos tradicionales de Cálculo.

Entre los autores revisados, se pueden distinguir dos posiciones en relación con el uso de la computadora. Para la mayoría de ellos, es un instrumento *para hacer más rápido, para auxiliar en*, posición que podría enmarcarse en la *teoría de suplementación* antes descrita, mientras que para pocos, la computadora es una herramienta *para pensar con*, que transforma la actividad, en concordancia con la *teoría de reorganización*.

Algunos aspectos enfatizados en la literatura son los cambios en la dinámica de la clase, la posibilidad de experimentación y las facilidades en la visualización. El proceso de visualización, destacado por la mayoría de los autores, es abordado en detalle, estudiando su definición y *status* en el ámbito de la Educación Matemática. Cierran la tercera sección un análisis referido a la conjunción: visualización, Cálculo y computadoras, donde se abordan artículos que vinculan esos tres elementos.

El análisis bibliográfico que se presenta en este capítulo, describe un escenario de investigación que permite localizar el estudio llevado a cabo en esta tesis, estableciendo semejanzas y diferencias de acuerdo a la pregunta directriz ya planteada. Esta discusión es presentada en la cuarta sección del Capítulo 2.

La posibilidad de responder la pregunta de investigación planteada está estrechamente vinculada a la metodología de investigación empleada. El **Capítulo 3** se dedica a describir la opción metodológica, la selección de los estudiantes que participaron del estudio, las características del curso de Matemática del cual eran alumnos los estudiantes en el momento del estudio, el *software* empleado, el proceso de análisis de datos.

Para conseguir describir y comprender los procesos de pensamiento matemático desarrollados por estudiantes en un ambiente computacional se optó por

una metodología cualitativa, ya que era necesario observar y registrar en detalle el trabajo de estudiantes en dichos ambientes, su relación con la computadora frente a cuestiones matemáticas y los procedimientos por ellos desarrollados.

El trabajo fue realizado con la participación voluntaria de tres pares de estudiantes (mujeres) que cursaban la disciplina Matemática Aplicada, correspondiente a primer año de Biología de la Universidad Estadual Paulista (UNESP – Río Claro – Brasil). A partir de una invitación que el profesor del curso hizo para todos los estudiantes de la clase, ellas aceptaron participar de la experiencia, que se realizó en horarios extra-clase. Ninguna estudiante conocía el *software* utilizado en este trabajo, *Derive*, en su versión 3.14 para DOS.

Con cada par de estudiantes fue realizado, en ambiente computacional, un *experimento de enseñanza constructivista* (Cobb & Steffe, 1983), que consiste básicamente en una serie de encuentros con los estudiantes por un cierto período de tiempo e implica procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes es influenciada, también, por la interacción con el investigador. Cuatro encuentros de aproximadamente 70 minutos fueron realizados con cada par de estudiantes. Tales encuentros fueron videograbados.

Después de transcribir íntegramente los videos producidos, fueron seleccionados doce episodios que ofrecían elementos para caracterizar los procesos de pensamiento de los estudiantes. El análisis de estos episodios fue de tipo inductivo/constructivo (Lincoln & Guba, 1985), se desarrolló simultáneamente con la recolección de datos y se intensificó después de haberla acabado. En este tipo de análisis no se parte de hipótesis previamente establecidas sino que, a partir de los datos recogidos, son generadas proposiciones, conjeturas y relaciones entre ellas

cuya validez es testada y analizada, tanto el transcurso de los experimentos de enseñanza como en el proceso de análisis final.

El **Capítulo 4** muestra los resultados del estudio. Se dedica una sección al trabajo desarrollado por cada uno de los grupos, presentando una descripción de sus integrantes y un relato de las actividades realizadas en los experimentos de enseñanza, destacando episodios que permitan extraer elementos para caracterizar los procesos de pensamiento de las estudiantes. Tales episodios son descritos exhaustivamente y es esbozado un análisis inicial que destaca elementos importantes a ser retomados en el análisis final, cuando es realizada una confrontación con la literatura estudiada y nuevos autores brindan un marco que amplía el inicialmente planteado.

Dicha confrontación es realizada en el **Capítulo 5**. En él son presentados aspectos emergentes de los episodios descritos, e incipientemente analizados en el capítulo anterior, que caracterizan el pensamiento matemático de las estudiantes en el ambiente computacional. Tales aspectos pueden ser así resumidos:

- El pensamiento matemático es penetrado y reorganizado por las *midias*² utilizadas para abordar las tareas propuestas y constituyen, junto con las estudiantes y la investigadora, una *ecología cognitiva* (Levy, 1993) que genera un *colectivo pensante* particular; en ese colectivo pensante la necesidad de una coordinación inter-midias aparece como fundamental.
- Las estudiantes desarrollan tanto abordajes visuales, como abordajes algebraicos en el ambiente computacional sugiriendo la necesidad de coordinar

² Con este término se designan los diferentes recursos y dispositivos que están mediando procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática: computadora, lápiz y papel, calculadora, oralidad, etc.

representaciones múltiples para superar la dicotomía existente entre lo visual y lo algebraico.

- Juegos de conjeturas y refutaciones caracterizan los procesos de pensamiento matemático de las estudiantes que no siguen caminos lineales sino en forma de red, mostrando, al mismo tiempo, la constitución del conocimiento matemático como una red de significados (Machado, 1995).

El **Capítulo 6** está dedicado a la presentación de algunas reflexiones sobre los límites, alcance, perspectivas y contribuciones de este estudio en el área de la Educación Matemática. Se destaca la nueva perspectiva que se genera al considerar la computadora como integrante de una ecología cognitiva particular. Esto trae aparejado nuevas formas de pensar matemáticamente, nuevos roles para profesores y estudiantes y torna obsoletos o innecesarios ciertos contenidos, lo que implica un replanteamiento de la enseñanza del Cálculo y sugiere una necesaria reestructuración curricular a partir de una visión del conocimiento como red de significados, en contraposición con el paradigma cartesiano vigente en la enseñanza de la Matemática en general y del Cálculo en particular.

Bibliografía

- COBB, P. & STEFFE, L. (1983) The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, VA: NCTM, v.14, n.2, p.83-94.
- CONFREY, J. (1993) Voice and perspective: hearing epistemological innovation in students' words. Bednarz, N., Larochelle, M. , Desautels, J. (Eds). *Revue des sciences de l'education*.
- LEVY, P. (1993) *As tecnologias da inteligência*. O futuro do pensamento na era da informática. Trad. C. I. da Costa. São Paulo: Editora 34. 203 p. Traducción de: Les technologies de l'intelligence.

- LINCOLN, Y. & GUBA, E. (1985) *Naturalistic inquiry*. California: SAGE Publications. 416 p.
- MACHADO, N. (1995) *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez Editora. 320 p.
- TIKHOMIROV, O.K. (1981) The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J.V. *The concept of activity in Soviet Psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc. p.256-278.

Facultad de Ciencias Agropecuarias
Universidad Nacional de Córdoba.