

ISSN 0041-8811
DEPÓSITO LEGAL pp 76-654

Revista de la Universidad del Zulia

Fundada en 1947
por el Dr. Jesús Enrique Lossada



Ciencias
Exactas
Naturales
y de Salud

Año 4 N° 9
Mayo - Agosto 2013
Tercera Época
Maracaibo - Venezuela

Cuadriláteros con GeoGebra. Una secuencia de formación docente en la enseñanza de la geometría con tecnologías libres

*Juan Luis Prieto G.**
Rafael E. Luque A.
Leonela M. Rubio U.

Resumen

En la actualidad, un desafío en la formación del profesorado de Matemática es diseñar oportunidades que le permitan al docente desarrollar conocimiento y destrezas para enseñar adecuadamente los contenidos escolares. Este trabajo describe el diseño de una secuencia instruccional para la formación permanente de profesores de Matemática en la enseñanza de cuadriláteros, apoyada en el uso de un programa de Geometría Dinámica. La propuesta es parte de un “experimento de enseñanza”, un tipo de investigación de diseño que lleva a cabo el Grupo TEM, con el propósito de elaborar un modelo de aprendizaje del conocimiento sobre los cuadriláteros como objeto de enseñanza en un entorno dinámico. La secuencia articula objetivos, contenidos, actividades y una trayectoria hipotética de aprendizaje; elementos

* Centro de Estudios Matemáticos y Físicos (CEMAFI). Facultad de Humanidades y Educación. Universidad del Zulia. Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática. juanl.prietog@gmail.com

característicos del diseño del experimento. Además, la instrucción se organiza alrededor de tres grandes núcleos temáticos, referidos a las funcionalidades y características dinámicas del programa, los cuadriláteros y una clasificación de éstos.

Palabras clave: Experimento de enseñanza, cuadriláteros, formación de profesores, GeoGebra, secuencia instruccional.

Quadrilaterals with GeoGebra. A Teacher Training Sequence for Teaching Geometry with Free Technologies

Abstract

At present, a challenge for educating mathematics teachers is to design opportunities that allow the teacher to develop knowledge and skills in order to adequately teach classroom content. This paper describes the design of an instructional sequence for training mathematics teachers in teaching quadrilaterals, based on the use of a Dynamic Geometry program. The proposal is part of a “teaching experiment,” a type of research design that carries out group TEM in order to develop a learning model about knowledge regarding quadrilaterals as the subject to be taught, in a dynamic environment. The sequence combines objectives, content, activities and a hypothetical learning trajectory, elements characteristic of the experimental design. In addition, instruction is organized around three main thematic clusters, related to the functionalities and dynamic features of the program, quadrilaterals and their classification.

Keywords: GeoGebra, instructional sequence, quadrilaterals, teacher education, teaching experiment.

Introducción

En la actualidad se sabe que el uso de los “Programas de Geometría Dinámica” (PGDs) para tratar contenidos geométricos escolares favorece el desarrollo de las capacidades de visualización y razonamiento de los aprendices (Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006). Por ejemplo,

mediante la resolución de tareas de construcción de figuras en entornos dinámicos el alumno tiene más posibilidades de interacción con los objetos geométricos, ya que la tarea le demanda establecer relaciones entre los conceptos involucrados para lograr un dibujo con “consistencia” (Strässer, 2002; Laborde *et al.*, 2006). Frente a esta realidad, los profesores tienen el desafío de “repensar” sus decisiones y acciones instruccionales cuando laboran en ambientes dinámicos, en procura de estimular las capacidades geométricas de sus alumnos.

La conveniencia de tales decisiones y acciones en estos ambientes depende, en gran medida, de la forma cómo el profesor conoce y utiliza los contenidos geométricos que enseña, de sus destrezas en el uso didáctico de los PGDs y su disposición de hacer esta integración. Sin embargo, estudios revelan las dificultades que tienen los profesores para establecer relaciones entre el contenido a enseñar, la actividad matemática del aula y las funcionalidades básicas de los PGDs (Laborde, 2001; Laborde *et al.*, 2006). La situación puede empeorar si el profesor se mantiene anclado a una comprensión errada, parcial o puramente memorística de los conceptos y procesos geométricos más básicos, tales como los relativos a las figuras planas.

Para superar este problema, los investigadores sugieren orientar los esfuerzos hacia el diseño y puesta en práctica de propuestas formativas que ayuden a los profesores a desarrollar conocimiento y destrezas útiles para pensar y actuar adecuadamente en las situaciones de enseñanza que deban enfrentar (Hiebert, Morris, Berk y Jasen, 2007; Llinares y Krainer, 2006). Entre estas situaciones se encuentran aquellas en las que el profesor se apoya en el uso de PGDs. A pesar de ello, son escasas las propuestas de formación docente que tratan de integrar al pensamiento del profesor, el conocimiento específico para enseñar geometría y las formas de usar eficientemente los PGDs como herramientas didácticas.

En vista de lo anterior, este trabajo describe el diseño de una secuencia de formación para la enseñanza de los cuadriláteros en ambientes dinámicos, dirigida a profesores de matemática en formación permanente. El diseño incluye información sobre los cuadriláteros como objetos de enseñanza y aprendizaje, necesaria para actuar como profesor en un ambiente dinámico. Además, la propuesta incorpora el uso de GeoGebra, un tipo especial de PGD que incorpora un sistema de álgebra computacional (CAS), de libre acceso, versátil y de amplia difusión entre profesores e investigadores alrededor del mundo (Hohenwarter y Preiner, 2007).

1. Aprender a enseñar cuadriláteros en un entorno de GeoGebra

Durante la realización de las tareas inherentes a la enseñanza de la Matemática, los profesores se apropian de una serie de instrumentos (apoyados en herramientas materiales o conceptuales) que les ayudan a pensar y actuar eficazmente en cada situación, siendo capaces inclusive de justificar su uso (Llinares, 2004). En consecuencia, un profesor mejora su práctica en la medida que amplía el repertorio de instrumentos con que cuenta para atender a las demandas propias de la enseñanza. Desde esta perspectiva, es posible asumir el aprendizaje de la enseñanza de la Matemática, y en especial de la geometría, como un proceso que se sustenta y organiza en torno a la elaboración y uso de instrumentos para la práctica cada vez más sofisticados.

Una de las tareas de la práctica a partir de la cual un profesor aprende a enseñar geometría tiene que ver con “investigar” el potencial de las tareas geométricas y herramientas con que cuentan (Llinares, 2008). La incorporación de este tipo de acciones en las experiencias formativas de los profesores de Matemática crea las condiciones para que éstos elaboren, utilicen y compartan conocimiento en forma de instrumentos (Prieto y Valls, 2010). La teoría de la acción instrumentada define un instrumento, en general, como la conjunción de un artefacto (simbólico o material) y de formas de utilizar el artefacto para llevar a cabo una tarea con cierta finalidad (Vérillon, 2000; Vérillon y Rabardel, 1995). Visto así, el instrumento no existe por sí mismo, sino que llega a existir cuando el sujeto es capaz de apropiarse de éste y lo integra a su actividad.

Según Llinares (2004), los instrumentos de la práctica de enseñar Matemática pueden ser de dos tipos: “técnicos” y “conceptuales”. Los “instrumentos técnicos” están vinculados al uso de herramientas y materiales didácticos necesarios para la práctica (Llinares, 2004; 2008). Por ejemplo, el “modo de arrastre” del GeoGebra llega a ser un instrumento técnico para la enseñanza de las propiedades del rectángulo cuando los profesores crean formas de usar esta opción para validar o invalidar las conjeturas de sus alumnos, generadas tras la construcción de dibujos alusivos a este objeto.

Por su parte, los “instrumentos conceptuales” representan las ideas, conceptos y construcciones teóricas, generadas inclusive por la investiga-

ción en Didáctica de la Matemática, que son usadas en el transcurso de la enseñanza (García, Sánchez y Escudero, 2006; Llinares, 2004). En nuestro caso, las ideas de Laborde (1997) sobre las relaciones entre dibujo y objeto geométrico se convierten en instrumentos conceptuales al ser utilizadas por los profesores para interpretar la influencia de los dibujos prototípicos en la construcción de trapecios con GeoGebra que realizan sus alumnos y, en consecuencia, intervenir eficazmente en la clase. Así mismo, el profesor transforma el conocimiento sobre las características, propiedades y relaciones con otros objetos que poseen los trapecios, en instrumentos conceptuales, a partir de su uso para resolver las situaciones de construcción con el GeoGebra que se le presentan.

En ambos casos, la apropiación del conocimiento inherente al uso de los instrumentos se manifiesta en un proceso de naturaleza dual llamado "génesis instrumental" (Vérillon, 2000; Vérillon y Rabardel, 1995). Por un lado, las funcionalidades básicas de la herramienta (p.e., las primitivas de trazados especiales del GeoGebra) son integradas a los esquemas de pensamiento de los profesores por "adaptación", produciendo así conocimiento sobre la forma de usar la herramienta (instrumentación) y, por otro lado, este conocimiento es ajustado a las exigencias de la situación para lograr unos objetivos concretos (p.e., un dibujo consistente con los datos iniciales o con la teoría geométrica), produciendo una ampliación del campo de acciones posibles de los profesores (instrumentalización). En esta dinámica, los sujetos otorgan al artefacto funcionalidades específicas que no necesariamente fueron concebidas en su diseño.

Finalmente, consideramos que la génesis instrumental, generada en contextos de formación centrados en la práctica docente, ocurre como consecuencia de las "interacciones" del profesor con las tareas geométricas, la herramienta, el formador y otros profesores (Vérillon, 2000; Vérillon y Rabardel, 1995). Un tipo de tareas geométricas útiles para ello son los "*problemas de construcción de una figura geométrica descrita de manera verbal*" (Laborde, 1998; 2001). En este caso, la construcción realizada por el aprendiz debe conservar las propiedades y relaciones geométricas de la figura representada cuando ésta es arrastrada por la pantalla del ordenador. Al seleccionar, combinar y usar diferentes opciones de las que ofrece el menú de herramientas del GeoGebra, los profesores deben satisfacer las condiciones de la construcción haciendo uso de instrumentos técnicos y conceptuales.

2. Consideraciones metodológicas del diseño

Para hacer operativo el marco antes descrito hemos planteado un “experimento de enseñanza”, esto es, un tipo de investigación de diseño usado en la Educación Matemática para analizar la dinámica de situaciones instruccionales con el propósito de elaborar modelos locales de aprendizaje del conocimiento involucrado. Desde esta perspectiva, el experimento propuesto no sólo muestra una manera de entender el aprendizaje del conocimiento y las destrezas para enseñar cuadriláteros en entornos dinámicos, sino también procura la validación de este modelo desde la evidencia empírica recolectada y la consecuente mejora de los procesos formativos.

La realización de un experimento de enseñanza supone el tránsito por un ciclo de tres fases (Simon, 2000):

- *Fase 1: Diseño y planificación de la secuencia de instrucción.* En esta fase se definen los propósitos de aprendizaje y los contenidos, se diseñan las actividades y recursos que serán usados en la instrucción, y se predice la ruta por la cual el aprendizaje puede producirse tras resolver las actividades. Algunos autores se refieren a esta ruta como una “trayectoria hipotética de aprendizaje”.
- *Fase 2: Puesta en práctica.* En esta fase tienen lugar las interacciones entre los aprendices con los contenidos, actividades, herramientas y el formador.
- *Fase 3: Análisis retrospectivo.* En esta fase se establece la correspondencia entre lo previsto en la primera fase y las actividades cognitivas y sociales surgidas en la puesta en práctica. Este análisis conduce a modificaciones en las actividades y recursos usados, así como a cambios en la ruta de aprendizaje planteada.

El experimento en cuestión lleva por título “Enseñanza de figuras planas con GeoGebra” y su finalidad es conocer detalles sobre cómo los profesores de Matemática en ejercicio amplían su conocimiento y desarrollan destrezas para la enseñanza de triángulos, cuadriláteros, circunferencias y círculos en entornos dinámicos. Corresponde a este trabajo la descripción de la primera de las tres fases del ciclo de experimentación, centrada sólo en lo respectivo a los cuadriláteros. A continuación se describen las tres componentes centrales del diseño instruccional del experimento: (i) el propósito y los contenidos, (ii) las actividades y recursos, y (iii) la trayectoria hipotética de aprendizaje.

2.1. El propósito de aprendizaje y los contenidos

Un propósito de aprendizaje se considera como la “meta” que orienta las acciones del participante a lo largo de la instrucción. Durante la secuencia se pretende que los profesores examinen el potencial de las tareas de construcción de cuadriláteros con GeoGebra haciendo uso de instrumentos técnicos y conceptuales, como una forma de ampliar su propia comprensión del conocimiento geométrico que éstos enseñan.

Dado que este propósito se vincula al estudio de los cuadriláteros con GeoGebra, para la instrucción se seleccionaron dos tipos de contenidos referidos a:

- las funcionalidades y características dinámicas de un PGD, y
- los cuadriláteros, sus representaciones gráficas y procesos de construcción.

Lo primero incluye información sobre la interfaz y las herramientas de construcción del PGD seleccionado, en este caso el GeoGebra (Hohenwarter y Preiner, 2007), de las bondades del modo de arrastre y de las características de las tareas de construcción de figuras planas en estos ambientes (Laborde, 2001). Lo segundo considera información sobre las relaciones entre dibujos y objetos geométricos (Laborde, 1997), y sobre los cuadriláteros, sus elementos constitutivos, relaciones, propiedades y clases (Andonegui, 2006), información que es esencial para el análisis de la consistencia de los dibujos elaborados con GeoGebra.

2.2. Las actividades y los recursos

Las actividades que articulan la secuencia tienen el propósito de promover diversas formas de proceder de los profesores durante la instrucción, de manera que éstos logren transformar los contenidos y herramientas utilizadas en instrumentos de la práctica. Dichas actividades consisten en una serie de tareas referidas a los cuadriláteros que deben ser resueltas por los profesores y que incluyen materiales en formato de texto y archivos GeoGebra (de extensión.ggb). Los documentos de texto presentan, de forma resumida, los contenidos evocados en una o varias actividades asociadas. Por su parte, los archivos GeoGebra muestran dibujos previamente elaborados con el programa para ser explorados por los participantes con algún propósito, según se indique en la actividad correspondiente.

A lo largo de la secuencia de instrucción se proponen tres actividades que hemos denominado: *Diagnóstico*, *Primeros pasos con GeoGebra* y *Misceláneas*.

La actividad “Diagnóstico” tiene el propósito de conocer lo que los profesores “saben” de las clases de cuadriláteros más comunes (cuadrados, rectángulos, rombos y trapecios). Esta se divide en tres apartados: (i) *definiciones básicas*, que requieren de definir y representar mediante dibujos a tales clases de cuadriláteros; (ii) *clasificación*, donde se deben organizar en clases a 13 dibujos de cuadriláteros distintos; y (iii) *propiedades de los cuadriláteros*, que presenta una serie de propiedades particulares de estos polígonos que deben ser vinculados con las clases que correspondan.

Por su parte, la actividad “Primeros pasos con GeoGebra” invita a los profesores a utilizar, con cierta precisión, las herramientas de construcción y medida de objetos geométricos que ofrece el programa para dibujar algunas figuras básicas. Finalmente, la actividad “Misceláneas” contiene 20 tareas de construcción, exploración y reconstrucción de cuadriláteros que los profesores deben resolver haciendo uso del GeoGebra (ver Figura 1). Estas actividades toman lugar en diferentes momentos de la secuencia (antes y durante la instrucción), dando forma a la trayectoria hipotética de aprendizaje correspondiente al diseño.

Por otra parte, entre los recursos que se utilizan durante la instrucción (además del GeoGebra, proyector de video, entre otros) se encuentran algunos archivos de GeoGebra elaborados con antelación, en los cuales se muestran dibujos referidos al tema que se esté tratando en el momento, con el objetivo de facilitar la comprensión de los conceptos que se explican y ofrecer ideas a los participantes en cuanto a la elaboración de archivos similares que puedan utilizarse en sus clases de Matemática.

2.3. La trayectoria hipotética de aprendizaje

Entendemos que los profesores aprenden a evaluar el potencial del GeoGebra y de las tareas de construcción de cuadriláteros con este programa, cuando:

- Utilizan adecuadamente las herramientas de construcción y medida de figuras planas del GeoGebra para resolver las tareas que se proponen.



Actividad 3:
Misceláneas

A continuación te proponemos una serie de tareas que debes resolver usando el GeoGebra. En esta actividad encontrarás tareas de **construcción** y **exploración** de cuadriláteros que requieren de tu conocimiento sobre las características, propiedades y relaciones fundamentales de estos objetos geométricos, además de tus destrezas en el manejo del GeoGebra. Al final de la actividad se proponen algunas tareas de **reconstrucción** y se explica la manera cómo será evaluado tu desempeño.

I PARTE. TAREAS DE CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS

Tareas de Trapecios

1. En un trapecio rectángulo, el lado perpendicular a las bases mide 3 cm, la base menor mide 4 cm y la base mayor 7 cm. Construye el trapecio y mide el lado restante. ¿Cuánto mide el lado restante? Explica el proceso de construcción: _____

2. La base mayor de un trapecio isósceles mide 12 cm, la distancia entre ésta y la base menor es de 4 cm y sus diagonales miden 9 cm. Construye el trapecio y describe los pasos que has utilizado para construirlo:

3. Construye un trapecio rectángulo cuyas bases midan 8 cm y 5 cm, y el lado no perpendicular a ellas mida 6 cm. Describe el procedimiento de construcción: _____

FIGURA 1. Página de inicio de la actividad “Misceláneas”

- Elaboran secuencias de pasos con el GeoGebra que les conducen a dibujos consistentes con la teoría y con los datos iniciales de la tarea que se resuelva.
- Comunican eficientemente las soluciones que encuentran a las tareas que se plantean, apoyando su discurso en teoría geométrica y en el uso del GeoGebra.
- Distinguen entre dibujos realizados de forma empírica y aquellas construcciones que responden al uso de teoría geométrica.
- Valoran el potencial de las tareas de construcción, exploración y reconstrucción de cuadriláteros con GeoGebra que les son propuestas, en cuanto a las posibilidades que éstas ofrecen para el establecimiento de relaciones entre los objetos involucrados, la determinación de condiciones de la construcción, la visualización de conceptos y relaciones, la deducción de teoremas, entre otras.

3. La secuencia instruccional

Las cuestiones de esta trayectoria hipotética de aprendizaje son organizadas en una secuencia instruccional de tres etapas, las cuales responden a los elementos que orientan el diseño del experimento. Esta forma de organizar la instrucción nos permitió definir tres grandes núcleos temáticos o temas:

3.1. Tema 1. El GeoGebra: funcionamiento y características dinámicas

El tema 1 busca familiarizar a los profesores con la interfaz y herramientas básicas de construcción de figuras planas del GeoGebra. La discusión referida a este tema se organiza en tres etapas. En primer lugar, el foco de la discusión se sitúa en las características dinámicas de los PGDs, haciendo énfasis en el GeoGebra. En segundo lugar, se trata lo referente a las funciones básicas del programa, sus herramientas de construcción y medida, y sobre el potencial de la modalidad de arrastre para el aprendizaje geométrico, discusión llevada a cabo directamente sobre la interfaz del GeoGebra en la modalidad de “Geometría”, una apariencia muy útil para el tratamiento de los objetos geométricos básicos desde una perspectiva euclidiana. Finalmente, se plantean tareas de construcción y medida de figuras básicas como puntos, segmentos, rectas y ángulos, para ser resueltas

por los profesores a través del GeoGebra in situ, con el fin de provocar una reflexión conjunta sobre los procesos de construcción de estos objetos y sobre la importancia del manejo de la teoría.

En relación al tema, se plantea el siguiente objetivo de aprendizaje: *Conocer y usar las opciones del menú de herramientas del GeoGebra para resolver problemas de construcción y medida de figuras planas básicas.*

Para lograr este objetivo se propone una serie de tareas de construcción con GeoGebra que son mostradas en la actividad denominada "Primeros pasos con GeoGebra".

3.2. Tema 2. Cuadriláteros: elementos, relaciones, propiedades y procesos de construcción.

La idea de incorporar el GeoGebra en la actividad de construcción de cuadriláteros se basa en el supuesto de que el uso sistemático del programa para representar esta clase de polígonos requiere del profesor la capacidad de establecer relaciones entre los elementos esenciales que definen o caracterizan a estos objetos, basados basando sus argumentos en la teoría geométrica (Laborde, 1998). Este hecho favorece el proceso de transformación de los contenidos escolares asociados a los cuadriláteros en instrumentos conceptuales útiles para el desempeño de la enseñanza en ambientes dinámicos. Consideramos que los profesores que logran esto forman criterios para la valoración del potencial de los problemas de construcción de cuadriláteros con GeoGebra y, por ende, están en mejores condiciones para impartir la enseñanza.

Teniendo en cuenta estas ideas, nos planteamos el siguiente objetivo del tema: *Analizar el potencial de los problemas de cuadriláteros como medios para generar procesos de conjeturar, probar y comunicar resultados, vinculándolos al uso del GeoGebra.*

Para lograr este objetivo se asume una dinámica de discusión de los contenidos propia y centrada en el análisis de figuras alusivas a los cuadriláteros que son construidas en el momento de la instrucción. La reflexión sobre los dibujos elaborados, aunado a la elaboración y verificación de conjeturas sobre lo observado tras el movimiento, ayuda a validar y/o ampliar el conocimiento previo de los profesores sobre los elementos esenciales que caracterizan a estos polígonos, las relaciones entre tales elementos y sus pro-

propiedades. La discusión se acompaña con el análisis de los procesos para la construcción de cuadriláteros, dadas unas condiciones iniciales.

Una forma de centrar la reflexión y el debate es a través de la formulación reiterada de preguntas por parte del formador, tales como: ¿puedes conjeturar alguna propiedad de la figura?, ¿qué conceptos geométricos has usado para construir lo que se pide?, ¿puedes describir la manera cómo lo has resuelto?, ¿existe otra manera de resolver esto?, ¿de ser así, cuál sería esta otra forma de resolverlo?, ¿cómo explicarías el proceso de construcción de este cuadrilátero a tus alumnos?, ¿qué variaciones puede sufrir el problema para hacerlo adecuado a determinado grupo de alumnos?

3.3. Tema 3. Clases de cuadriláteros y procesos de construcción

Considerando las ideas expuestas al inicio del tema 2, en esta ocasión se pretende que los profesores: *Reconozcan y usen información teórica sobre los paralelogramos, trapecios y trapezoides, como instrumentos conceptuales, para interpretar las condiciones bajo las cuales la construcción de un tipo de cuadrilátero es posible o no, dada unas condiciones iniciales.*

Para ello, los profesores disponen de un documento que resume las características, relaciones y propiedades esenciales de estos tipos de cuadriláteros, e incluye formas de explorar tal contenido mediante el GeoGebra (ver figura 2).

En este sentido, las tareas propuestas en la actividad “Misceláneas” constituyen el medio para provocar el uso de esta información durante esta etapa de la instrucción. Una variante importante en este momento tiene que ver con el estímulo a la participación de los profesores en el desarrollo de la instrucción. Con esto nos referimos a la necesaria revisión de las formas en que los profesores resuelven las tareas que les son propuestas en la actividad “Misceláneas”. Partiendo de alguno de los 20 problemas (la selección la hace el formador a partir de las características del grupo), los profesores disponen de un tiempo para dar respuesta a la misma. Una revisión a las distintas formas de proceder aporta la información necesaria para la selección de aquel participante que tendrá la tarea de comunicar al resto de compañeros la manera cómo dio solución al problema utilizando el GeoGebra.



Documento:

Algunas ideas sobre Cuadriláteros

Este documento determina de forma precisa algunos elementos teóricos referidos a los "Cuadriláteros", figuras planas de cuatro lados que se estudian desde los primeros grados de la Educación Primaria (los niños comienzan interactuando con el cuadrado, el rectángulo y el rombo) y que han sido de gran utilidad para distintas culturas. En el mismo centramos la atención en la definición de cuadrilátero, sus elementos y relaciones entre éstos, propiedades fundamentales y diversas clasificaciones que se manejan en el ámbito escolar. Este conocimiento te será de gran ayuda al momento de realizar las tareas que te proponemos durante el taller. Es importante que todo docente que practique la enseñanza de la Matemática, en cualquiera de los niveles del Sistema Educativo, cuenten con una base sólida de conocimiento sobre esta clase de polígonos y con destrezas en el uso de recursos "tecnológicos" potentes, como el GeoGebra, para la mediación con el conocimiento expuesto a continuación.

DEFINICIÓN DE CUADRILÁTERO

Una de las definiciones de cuadrilátero más difundida en el ámbito escolar es la que considera a este objeto como "un polígono de cuatro lados" (Andonegui, 2004), entendiendo por polígono a la porción del plano limitada por una *línea poligonal cerrada*¹ cuyos segmentos que la componen no se cruzan entre sí.

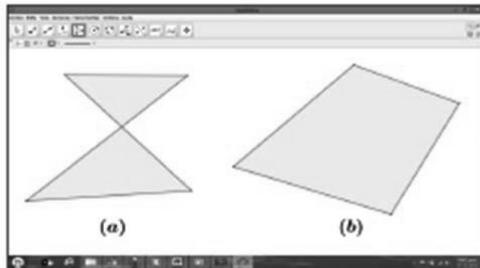


Figura 1. Ejemplos de línea poligonal y polígono

La figura 1a muestra una línea poligonal cerrada en la que un par de segmentos que la conforman concurren en un punto distinto de los extremos, por tanto, este dibujo no representa la idea de polígono. Por su parte, la figura 1b hace alusión a un polígono de cuatro lados, es decir, un cuadrilátero.

¹ Una línea poligonal es cerrada cuando todo par de segmentos consecutivos que la determinan se unen por sus extremos.

FIGURA 2. Página de inicio del documento con información teórica

En este momento, las inconsistencias detectadas en la construcción y el contraste con otras formas de proceder se convierten en el foco de atención de la instrucción. Este método continúa hasta que el contenido es agotado. Dado que la enseñanza de los cuadriláteros supone, entre otras cuestiones, reconocer y seleccionar problemas adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos, asumimos que la manera de conducir esta parte de la instrucción coloca a los profesores en mejores condiciones para la elaboración de criterios de selección y diseño de problemas de geometría adecuados a los ambientes dinámicos y estáticos.

4. Orientaciones para la evaluación de los aprendizajes

La evaluación de los aprendizajes alcanzados por los profesores durante la secuencia instruccional comprende la valoración de las respuestas dadas a las diferentes actividades propuestas, en relación a los objetivos del tema que corresponda. Vale destacar que la información necesaria para la valoración de las respuestas de los profesores varía según el tipo de actividad propuesta. En el caso de las actividades 2 y 3, los profesores deben redactar una respuesta para cada tarea que se plantea y hacer entrega de los cuestionarios completados, junto a los archivos de GeoGebra creados al dar respuesta. La entrega se realiza a través de la siguiente cuenta de correo electrónico: grupotem11@gmail.com.

Por otro lado, las respuestas dadas en la actividad 1, sirven para evidenciar la mejora de la comprensión de los objetos geométricos tratados en el taller por parte de los profesores, al ser contrastadas con las respuestas dadas en la actividad 3.

Conclusiones

El diseño de secuencias de formación para la enseñanza de contenidos matemáticos en ambientes dinámicos representa una oportunidad para desarrollar conocimiento y habilidades inherentes a la práctica profesional del profesor de Matemáticas en estos contextos. En el caso de esta secuencia, la misma nos ha permitido establecer una ruta de aprendizaje que posibilita la apropiación de las opciones de construcción del GeoGebra y de teoría sobre las características y propiedades de los cuadriláteros, en situaciones que transforman estas herramientas en instrumentos de la

práctica. El propósito es que los profesores sean capaces de enfrentar tareas geométricas en las cuales el conocimiento teórico e instrumental se pone en juego y les conduzcan a la elaboración de esquemas de pensamiento situados en entornos dinámicos. Finalmente, el diseño crea las condiciones para la interacción, el trabajo autónomo y colectivo de los participantes, elementos esenciales para la conformación de comunidad de usuarios de las tecnologías.

Referencias

- Andonegui, M. (2006). *Geometría: Conceptos y construcciones*. Cuaderno Nº 12. Caracas, Venezuela: Federación Internacional de Fe y Alegría.
- García, M., Sánchez, V. & Escudero, I. (2006). Learning through reflection in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 1-17.
- Hiebert, J., Morris, A.K., Berck, D. & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61.
- Hohenwarter, M. y Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Mathematics and Its Applications*, 7. Disponible en: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html>.
- Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. En L., Puig (Ed.). *Investigar y Enseñar. Variedades de la Educación Matemática* (pp. 33-48). México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Laborde, C. (1998). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment. En C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for 21th Century* (pp. 121-128). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 283-317.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 275-304). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 36, 93-115.

- Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática: Prácticas sociales y tecnología. *Evaluación e Investigación*, 3(1), 7-30.
- Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Prieto, J.L. y Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1), 57-85.
- Simon, M.A. (2000). Research on development of mathematics teachers: The teacher development experiment. En A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Pubs.
- Strässer, R. (2002). Research on dynamic geometry software (DGS) - an introduction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(3), 65.
- Vérillon, P. (2000). Revisiting Piaget and Vigotsky: In search of a learning model for technology education. *The Journal of Technology Studies*, 26(1), 3-10.
- Vérillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumental activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101.