

# Análisis cinemático de un mecanismo de retorno rápido

*Luis Carlos Ochoa Guzmán \**

## Kinematic analysis of a quick return mechanism

### Resumen

El objetivo de este artículo es presentar el análisis cinemático de un mecanismo de retorno rápido; utilizando en primer lugar el análisis vectorial, luego con la aplicación del módulo Mecanismos del programa informático Proenginneeer (PRO-E) versión 5.0 académica y en tercer lugar usando un método numérico para el análisis de velocidad angular y aceleración angular directamente del cambio de su posición angular. Para este análisis se utilizaron valores particulares de radio de manivela, distancia entre centros de la manivela y el oscilador, y velocidad angular de la manivela. Los cálculos se hicieron para el giro completo de la manivela. Finalmente, con la aplicación del PRO-E se obtuvieron los resultados del análisis cinemático para tres modelos con relación de 0.75, 0.5 y 0.25 entre el radio de la manivela y la distancia entre centros.

*Palabras Claves: Manivela, oscilador, retorno rápido, análisis cinemático*

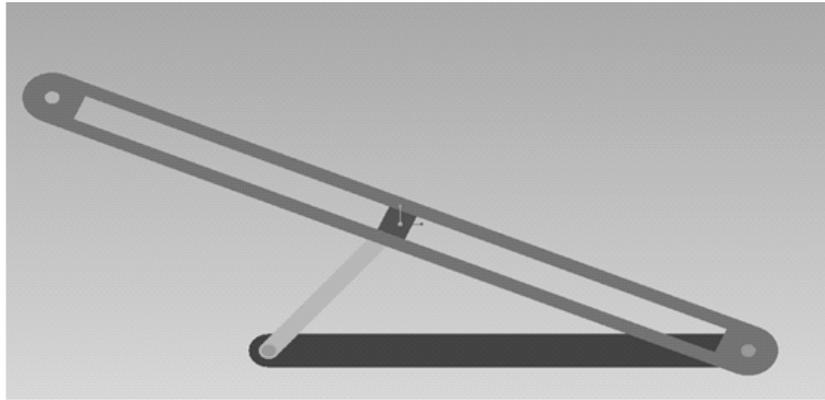
### Abstract

This paper shows the kinematic analysis of a quick return mechanism, using at first vector analysis, then the application of mechanical modules of software Proenginneeer academic version 5.0 and thirdly using a numerical analysis method of angular velocity and angular acceleration directly from the change of the angular position. For this analysis, particular values of hand-crank radio, distance between centers of the crank and the oscillator, and angular velocity of the crank were used. The calculations were made for the full rotation of the crank. Finally the application of Pro E computer program displayed the results of the kinematic analysis for three models with respect to 0.75, 0.5 and 0.25 of the radius of the crank and the center distance.

*Key words: Crank, oscillator, quick return, kinematics*

Fecha de recepción: 30 de octubre de 2009. Fecha de aprobación: 18 de noviembre de 2009.

\* Ingeniero Mecánico de la Universidad Nacional, Estudios de Maestría en materiales y procesos de fabricación en la Universidad Nacional, Profesor asistente de la Escuela Tecnológica ITC en el área de mecánica, Diplomado en ambientes virtuales de aprendizaje UNAB, email carlosog2002@gmail.com



## 1. Introducción

En muchas máquinas herramientas y de proceso industrial se necesita convertir un ciclo de rotación en dos carreras una de acción y una de retorno. En su accionamiento, para ganar eficiencia, la carrera de retorno se realiza en un tiempo menor que la carrera de acción. El mecanismo que se analizó es el fundamento de máquinas herramientas como cepillos y limadoras, etc. Es de gran importancia para el diseño mecánico de la máquina y para su funcionamiento determinar las aceleraciones, velocidades y posiciones de sus diferentes elementos, ya que estas determinan las fuerzas a las cuales se ve sometida la máquina. El movimiento se obtiene con un motor de velocidad constante que mueve la manivela de entrada, en la salida se tiene el oscilador que permite transmitir una velocidad de trabajo que se desea constante y un retorno a mayor velocidad, el cual se logra en el menor tiempo posible para que la carrera de trabajo se inicie de nuevo.

## 2. Análisis vectorial

Para el análisis se consideró un modelo muy sencillo que consta de cuatro elementos: un soporte con dos cojinetes a una distancia  $L_1$ , una manivela de longitud  $L_2$ , un oscilador y una corredera. La articulación del soporte con la manivela se realizó por medio de un cojinete antifricción que permite la rotación completa de ésta. La articulación de la manivela con el oscilador consta de un dado pinado a la manivela que se desliza a lo largo de una ranura del oscilador, finalmente, el oscilador se une al soporte por medio de un cojinete antifricción. (Ver figura 1)



A medida que la manivela da una vuelta completa, el oscilador por el efecto de su articulaci3n con la corredera efectúa una inversi3n de su movimiento de rotaci3n sin completar el giro.

### 2.1 Análisis de la posici3n

Se consider3 el modelo cinemático que se muestra en la figura 1. (Myszka, D 2005)

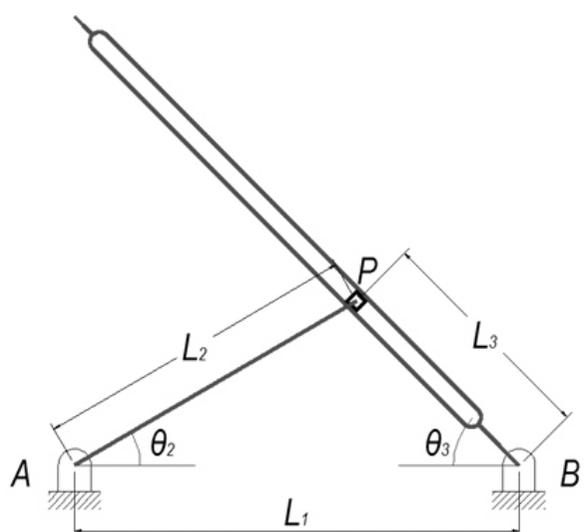


Figura 1. Esquema del modelo cinemático utilizado

Se define la posici3n del punto P que pertenece a la barra 2 por medio del vector AP de longitud  $L_2$  y direcci3n  $\theta_2$ . La posici3n del punto P' que pertenece a la barra 3 depende del ángulo  $\theta_3$  y de la distancia  $L_3$  y es el vector BP'.

La longitud de  $L_3$  por la ley del coseno se puede calcular así:

$$L_3 = \sqrt{L_2^2 + L_1^2 - 2L_1L_2 \cos \theta_2} \quad (2.1)$$

La direcci3n  $\theta_3$  se calcula de acuerdo a la ley del seno:

$$\frac{L_2}{\sin \theta_3} = \frac{L_3}{\sin \theta_2} \quad (2.2)$$

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left( \frac{L_2 \sin \theta_2}{L_3} \right) \quad (2.3)$$

La tabla 1 muestra los resultados calculados con los valores de  $L_1$  y  $L_2$  seleccionados. Se puede hacer una gráfca de la magnitud y la direcci3n del vector de posici3n BP contra el ángulo de posici3n de la manivela  $L_3$  vs  $\theta_2$  y  $\theta_3$  vs  $\theta_2$ . Se observa una extensi3n máxica de  $L_3$  para un ángulo de  $180^\circ$  de  $34''$  y mínima de  $14''$  para un ángulo de  $0^\circ$ . (Ver figura 2). El oscilador se desplaza entre un ángulo de  $24.6^\circ$  y  $-24.6^\circ$  para esta configuraci3n  $L_2/L_1$ . (Ver figura 3).

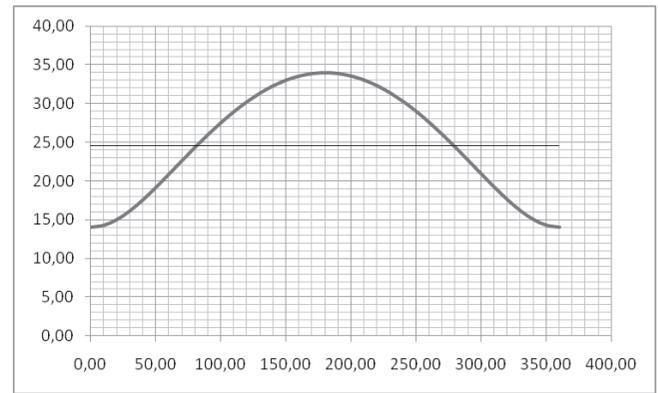


Figura 2.  $L_3$  vs  $\theta_2$

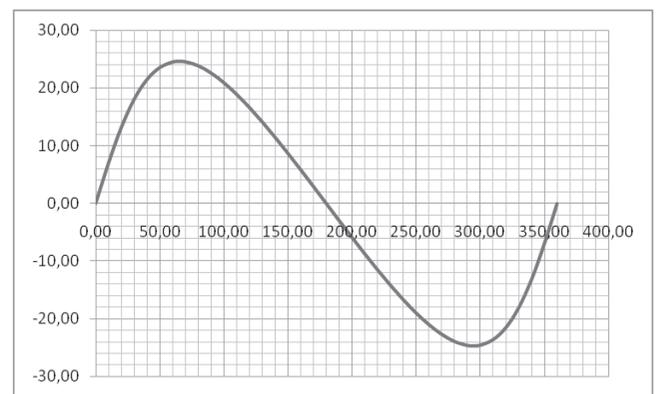


Figura 3.  $\theta_3$  vs  $\theta_2$



CALCULO DE POSICIONES PARA LA BARRA 3 (OSCILADOR)						
L <sub>1</sub> in	L <sub>2</sub> in	θ <sub>2</sub> deg	θ <sub>2</sub> rad	L <sub>3</sub> in	θ <sub>3</sub> deg	θ <sub>3</sub> rad
24	10,0	0,0	0,0000	14,0000	0,0000	0,0000
24	10,0	10,0	0,1745	14,2581	6,9954	0,1221
24	10,0	20,0	0,3491	14,9983	13,1817	0,2301
24	10,0	30,0	0,5236	16,1341	18,0534	0,3151
24	10,0	40,0	0,6981	17,5584	21,4744	0,3748
24	10,0	50,0	0,8727	19,1693	23,5545	0,4111
24	10,0	60,0	1,0472	20,8806	24,5036	0,4277
24	10,0	65,0	1,1345	21,7519	24,6238	0,4298
24	10,0	70,0	1,2217	22,6237	24,5419	0,4283
24	10,0	80,0	1,3963	24,3444	23,8618	0,4165
24	10,0	90,0	1,5708	26,0000	22,6199	0,3948
24	10,0	100,0	1,7453	27,5563	20,9394	0,3655
24	10,0	110,0	1,9199	28,9857	18,9166	0,3302
24	10,0	120,0	2,0944	30,2655	16,6272	0,2902
24	10,0	130,0	2,2689	31,3773	14,1310	0,2466
24	10,0	140,0	2,4435	32,3064	11,4765	0,2003
24	10,0	150,0	2,6180	33,0408	8,7039	0,1519
24	10,0	160,0	2,7925	33,5716	5,8473	0,1021
24	10,0	170,0	2,9671	33,8926	2,9368	0,0513
24	10,0	180,0	3,1416	34,0000	0,0000	0,0000

**Tabla 1.** Cálculo de posiciones para la barra 3 (oscilador)

## 2.2 Análisis de velocidades

Para calcular las velocidades de este mecanismo, se considera el triángulo, que muestra la suma vectorial de las velocidades de los puntos P perteneciente a la barra 2 y P' perteneciente a la barra 3, pero coincidentes en un instante de tiempo. (Ver figura 4)

La velocidad del punto P depende de la velocidad angular de la barra 2 que es un dato del problema y se calcula por el producto vectorial.

$$v_P = \omega_2 XAP \quad (2.4) \text{ (Beer, F y Johnston, E. 2000)}$$

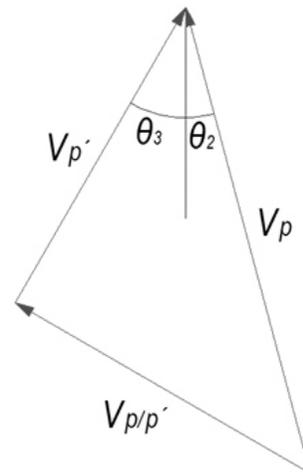


Figura 4. Suma vectorial de velocidades



La velocidad del punto P' es una variable del problema que depende de la configuraci3n de la relaci3n entre L<sub>2</sub> y L<sub>1</sub> y de  $\theta_2$  y se mide con respecto a la barra 3

De acuerdo al principio de movimiento relativo entre dos part3culas

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_{p'} + \mathbf{v}_{p/p'} \quad (2.5) \text{ (Beer, F y Johnston, E. 2000)}$$

Donde  $\mathbf{v}_{p/p'}$  representa la velocidad del punto P, visto desde la barra 3, en otras palabras la velocidad del dado en la ranura del oscilador

De la figura 4 se deduce:

$$v_{p'} = v_p \cos(\theta_2 + \theta_3) \quad (2.6)$$

$$v_{p/p'} = v_p \sin(\theta_2 + \theta_3) \quad (2.7)$$

Y se calcula la velocidad angular de la barra 3, donde  $\mathbf{k}$  es el vector perpendicular al plano.

$$\omega_3 = -v_{p/p'} / L_3 \mathbf{k} \quad (2.8)$$

CALCULO DE VELOCIDADES					
$\theta_2$ deg	$\theta_2 + \theta_3$ deg	$\omega_2$ rad/s	$V_p'$ in/s	$V_{p/p'}$ in/s <sup>2</sup>	$\omega_3$ rad/s
0,0	0,0000	0,1745	1,7453	0,0000	-0,1247
10,0	0,2966	0,1745	1,6691	0,5102	-0,1171
20,0	0,5791	0,1745	1,4607	0,9552	-0,0974
30,0	0,8387	0,1745	1,1666	1,2981	-0,0723
40,0	1,0729	0,1745	0,8335	1,5335	-0,0475
50,0	1,2838	0,1745	0,4941	1,6739	-0,0258
60,0	1,4749	0,1745	0,1672	1,7373	-0,0080
65,0	1,5642	0,1745	0,0115	1,7453	-0,0005
70,0	1,6501	0,1745	-0,1382	1,7398	0,0061
80,0	1,8127	0,1745	-0,4181	1,6945	0,0172
90,0	1,9656	0,1745	-0,6713	1,6111	0,0258
100,0	2,1108	0,1745	-0,8973	1,4970	0,0326
110,0	2,2500	0,1745	-1,0964	1,3580	0,0378
120,0	2,3846	0,1745	-1,2687	1,1986	0,0419
130,0	2,5156	0,1745	-1,4143	1,0226	0,0451
140,0	2,6438	0,1745	-1,5335	0,8334	0,0475
150,0	2,7699	0,1745	-1,6262	0,6339	0,0492
160,0	2,8946	0,1745	-1,6924	0,4267	0,0504
170,0	3,0183	0,1745	-1,7321	0,2146	0,0511
180,0	3,1416	0,1745	-1,7453	0,0000	0,0513

**Tabla 2.** Calculo de velocidades



En la figura 5 se muestra la variación de la velocidad angular del oscilador contra posición angular de la manivela. Se observa que la barra 3 queda sin velocidad para un ángulo de la manivela de 65° y 295°, estos son los puntos muertos para el cambio de dirección de la velocidad angular del oscilador del mecanismo.

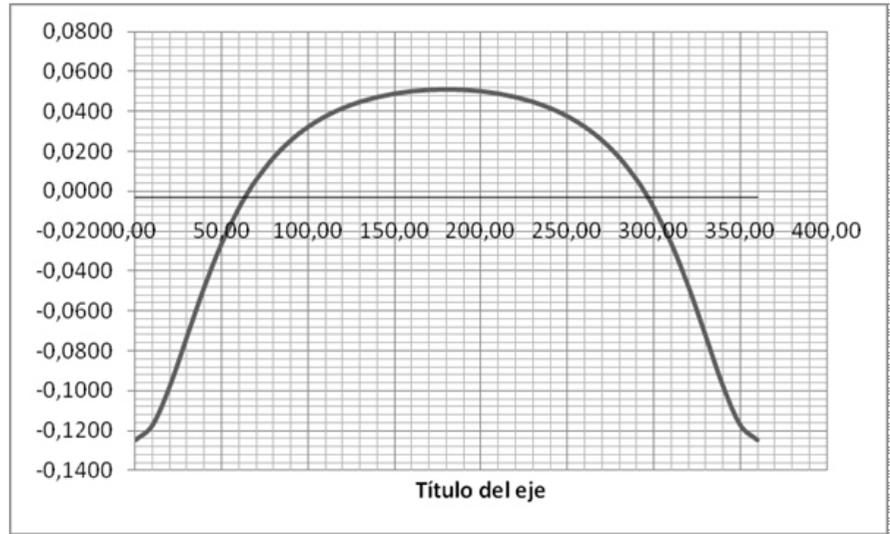


Figura 5.  $\omega_3$  vs  $\theta_2$

### 2.3 Análisis de aceleraciones

De nuevo se tienen en cuenta los puntos P y P' que pertenecen a las barras 2 y 3 respectivamente y coinciden en la misma posición en un instante que se va a analizar.

Se considera el diagrama vectorial que permite el cálculo de las variables de aceleración de la barra 3. (Figura 6)

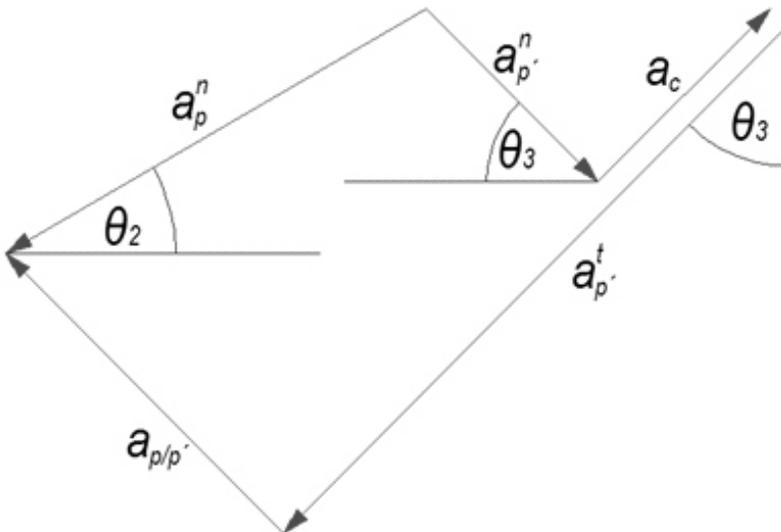
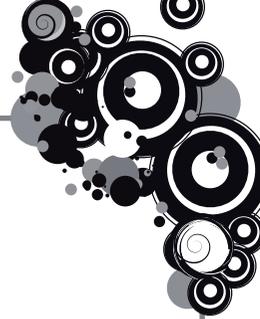


Figura 6. Diagrama vectorial de aceleraciones



Como  $P'$  se mueve sobre una lnea recta en un cuerpo que a su vez est1 rotando, se presenta la aceleraci3n de coriolis. La relaci3n de aceleraciones est1 dada por la siguiente expresi3n vectorial

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_{p'} + \mathbf{a}_{p/p'} + \mathbf{a}_c \quad (2.9)$$

(Beer, F y Johnston, E, 2000)

Si la manivela se mueve con velocidad angular  $\omega_2$  constante, el punto  $P$  de la manivela solamente tendr1 aceleraci3n centr1peta.

$$\mathbf{a}_p = \omega_2 \mathbf{X} \omega_2 \mathbf{X} \mathbf{A} \mathbf{P}$$
 Triple producto vectorial 3

$$\mathbf{a}_p = \omega_2^2 (-\mathbf{A} \mathbf{P}) \quad (2.10)$$

(Beer, F y Johnston, E, 2000)

La aceleraci3n de  $P'$  tendr1 componentes tangencial y normal o centr1peta.

$$\mathbf{a}_{p'} = \mathbf{a}_{p'}^n + \mathbf{a}_{p'}^t \quad (2.11)$$

(Beer, F y Johnston, E, 2000)

$$\mathbf{a}_{p'}^n = \omega_2 \mathbf{X} \omega_2 \mathbf{X} \mathbf{B} \mathbf{P}'$$
 Triple producto vectorial 3

$$\mathbf{a}_{p'}^n = \omega_2^2 (-\mathbf{B} \mathbf{P}') \quad (2.12)$$

$$\mathbf{a}_{p'}^t = \alpha_3 \mathbf{X} \mathbf{B} \mathbf{P}' \quad (2.13) \quad (\text{Beer, F y Johnston, E, 2000})$$

La aceleraci3n relativa  $\mathbf{a}_{p/p'}$  estar1 en la direcci3n de la ranura de la barra 3

La aceleraci3n de coriolis se calcular1 as1:

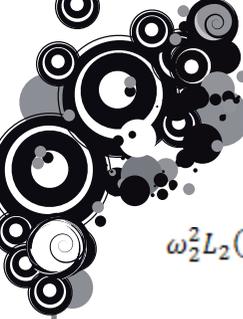
$$\mathbf{a}_c = 2\omega_3 \mathbf{X} \mathbf{v}_{p/p'} \quad (2.14)$$

(Beer, F y Johnston, E, 2000)

Reemplazando en la ecuaci3n de aceleraci3n

$$\omega_2^2 (-\mathbf{A} \mathbf{P}) = \omega_3^2 (-\mathbf{B} \mathbf{P}') + \alpha_3 \mathbf{X} \mathbf{B} \mathbf{P}' + \mathbf{a}_{p/p'} + 2\omega_3 \mathbf{X} \mathbf{v}_{p/p'} \quad (2.15)$$

Descomponiendo en la direcci3n horizontal y vertical



$$\begin{aligned} \omega_2^2 L_2 (-\cos \theta_2 i + \sin \theta_2 j) &= \omega_3^2 L_3 (\cos \theta_3 i - \sin \theta_3 j) + \alpha_3 L_3 (-\sin \theta_3 i - \cos \theta_3 j) \\ &+ a_{p/p'} (-\cos \theta_3 i + \sin \theta_3 j) + 2\omega_3 v_{p/p'} (\sin \theta_3 i + \cos \theta_3 j) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Se obtiene

$$\omega_2^2 L_2 (-\cos \theta_2 i) = \omega_3^2 L_3 (\cos \theta_3 i) + \alpha_3 L_3 (-\sin \theta_3 i) + a_{p/p'} (-\cos \theta_3 i) + 2\omega_3 v_{p/p'} (\sin \theta_3 i) \quad (2.17)$$

$$\omega_2^2 L_2 (\sin \theta_2 j) = \omega_3^2 L_3 (-\sin \theta_3 j) + \alpha_3 L_3 (-\cos \theta_3 j) + a_{p/p'} (\sin \theta_3 j) + 2\omega_3 v_{p/p'} (\cos \theta_3 j) \quad (2.18)$$

Con estas ecuaciones se calcula la magnitud de  $\alpha_3$  y  $a_{p/p'}$

$$-\omega_2^2 L_2 \cos \theta_2 = \omega_3^2 L_3 \cos \theta_3 - \alpha_3 L_3 \sin \theta_3 - a_{p/p'} \cos \theta_3 + 2\omega_3 v_{p/p'} \sin \theta_3 \quad (2.19)$$

$$\omega_2^2 L_2 \sin \theta_2 = -\omega_3^2 L_3 \sin \theta_3 - \alpha_3 L_3 \cos \theta_3 + a_{p/p'} \sin \theta_3 + 2\omega_3 v_{p/p'} \cos \theta_3 \quad (2.20)$$

Ordenando

$$\alpha_3 L_3 \sin \theta_3 + a_{p/p'} \cos \theta_3 = \omega_2^2 L_2 \cos \theta_2 + \omega_3^2 L_3 \cos \theta_3 + 2\omega_3 v_{p/p'} \sin \theta_3 \quad (2.21)$$

$$\alpha_3 L_3 \cos \theta_3 - a_{p/p'} \sin \theta_3 = \omega_2^2 L_2 \sin \theta_2 - \omega_3^2 L_3 \sin \theta_3 + 2\omega_3 v_{p/p'} \cos \theta_3 \quad (2.22)$$

Los t3rminos de la derecha dependen de  $\theta_2$ ,  $\omega_2$ ,  $L_1$ , y  $L_2$  que se conocen, por lo tanto

$$\alpha_3 L_3 \sin \theta_3 + a_{p/p'} \cos \theta_3 = \mathbf{A} \quad (2.23)$$

$$\alpha_3 L_3 \cos \theta_3 - a_{p/p'} \sin \theta_3 = \mathbf{B} \quad (2.24)$$

Multiplicando por  $\sin \theta_3$  y  $\cos \theta_3$  y sumando se obtienen las magnitudes

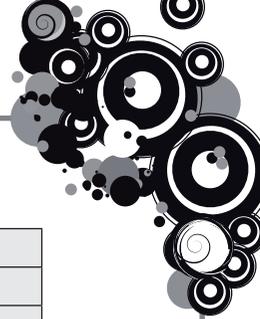
$$\alpha_3 L_3 = \mathbf{A} \sin \theta_3 + \mathbf{B} \cos \theta_3 \quad (2.25)$$

$$\alpha_3 = \frac{\mathbf{A} \sin \theta_3 + \mathbf{B} \cos \theta_3}{L_3} \quad (2.26)$$

$$\alpha_3 = \frac{\mathbf{A} \sin \theta_3 + \mathbf{B} \cos \theta_3}{L_3} \mathbf{k} \quad (2.27)$$

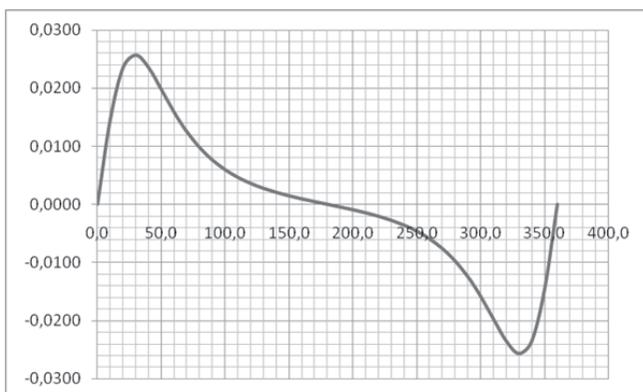
$$a_{p/p'} = \frac{\mathbf{B}}{\sin \theta_3} \quad (2.28)$$

En la tabla 3 y la figura 7 se muestran los c3lculos para el giro de la manivela con un incremento de 10 grados por fila. Se observan para 3ngulos de  $0^\circ$  y  $360^\circ$  en la manivela valores de aceleraci3n angular  $\alpha_3 = 0 \text{ s}^{-2}$  en el oscilador y aceleraciones m3ximas para valores de  $\theta_2 = 30^\circ$   $\alpha_3 = 30 \text{ s}^{-2}$  y  $\theta_2 = 330^\circ$   $\alpha_3 = -30 \text{ s}^{-2}$ . Notamos las aceleraciones m3ximas de  $0.34 \text{ in/s}$  y  $-0.34 \text{ in/s}$  de la corredera para las posiciones angulares de  $40^\circ$  y  $-40^\circ$  de la manivela.

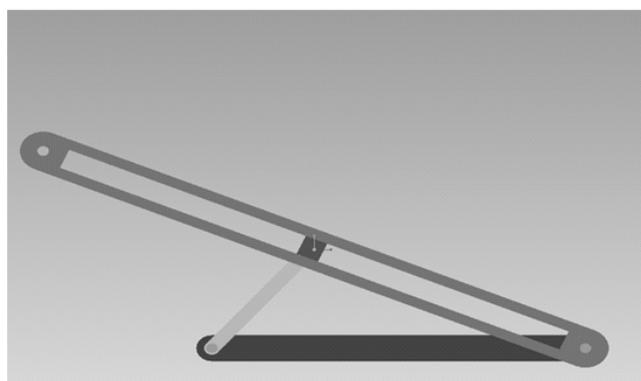


CALCULO DE ACELERACIONES							
$\theta_2$ deg	$\omega_2^2 L_2$	$\omega_3^2 L_3$	$2\omega_3 V_{p/p'}$	A	B	$\alpha_3$	$a_{p/p'}$
0,0	0,3046	0,2176	0,0000	0,5222	0,0000	0,0000	0,0000
10,0	0,3046	0,1954	0,1194	0,5085	0,1477	0,0146	0,1488
20,0	0,3046	0,1423	0,1861	0,4672	0,2529	0,0235	0,2597
30,0	0,3046	0,0844	0,1877	0,4022	0,3047	0,0257	0,3204
40,0	0,3046	0,0396	0,1456	0,3235	0,3168	0,0235	0,3404
50,0	0,3046	0,0127	0,0863	0,2420	0,3074	0,0197	0,3353
60,0	0,3046	0,0013	0,0278	0,1651	0,2886	0,0159	0,3171
65,0	0,3046	0,0000	0,0018	0,1295	0,2777	0,0141	0,3055
70,0	0,3046	0,0008	-0,0213	0,0961	0,2666	0,0125	0,2930
80,0	0,3046	0,0072	-0,0582	0,0359	0,2438	0,0098	0,2666
90,0	0,3046	0,0173	-0,0832	-0,0160	0,2212	0,0076	0,2396
100,0	0,3046	0,0292	-0,0975	-0,0604	0,1985	0,0059	0,2125
110,0	0,3046	0,0415	-0,1027	-0,0983	0,1756	0,0046	0,1856
120,0	0,3046	0,0532	-0,1005	-0,1301	0,1523	0,0036	0,1590
130,0	0,3046	0,0638	-0,0922	-0,1565	0,1284	0,0028	0,1324
140,0	0,3046	0,0728	-0,0791	-0,1778	0,1038	0,0021	0,1059
150,0	0,3046	0,0800	-0,0624	-0,1941	0,0785	0,0015	0,0794
160,0	0,3046	0,0853	-0,0430	-0,2058	0,0527	0,0009	0,0530
170,0	0,3046	0,0885	-0,0219	-0,2127	0,0265	0,0005	0,0265
180,0	0,3046	0,0896	0,0000	-0,2150	0,0000	0,0000	0,0000

**Tabla 3.** C3lculo de aceleraciones



**Figura 7.**  $\alpha_3$  vs  $\theta_2$

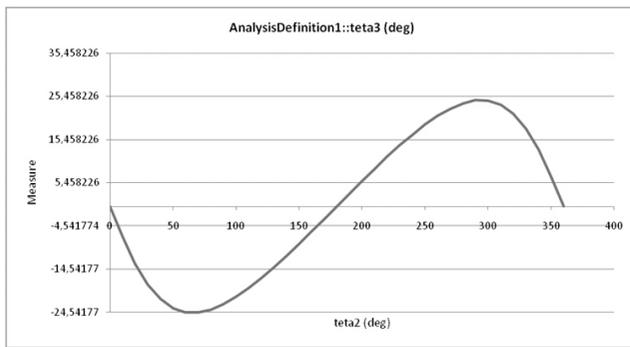


**Figura 8.** Modelo para PRO-E

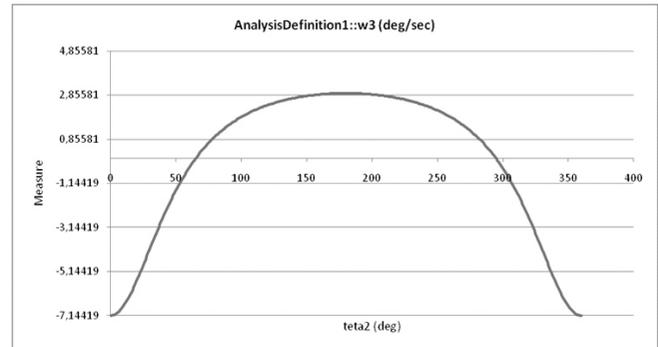
### 3. An3lisis utilizando el programa PRO-E

Realizando los c3lculos con un modelo de las caracter3sticas de la figura 8, se obtienen los resultados que se presentan en las figura 9, 10 y 11.

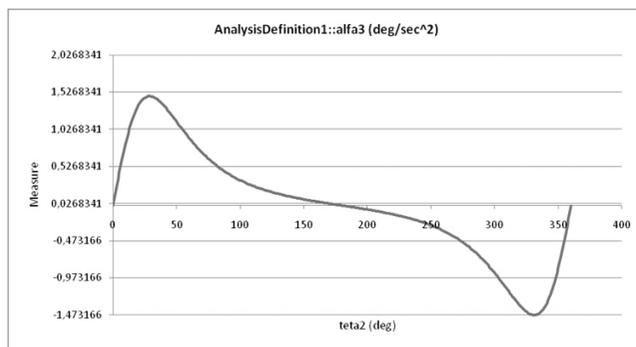
Este programa trabaja con velocidades angulares en  $^\circ/s$  y aceleraciones angulares en  $^\circ/s^2$  es necesario convertir las unidades para hacer la comparaci3n de los resultados.



**Figura 9.**  $\alpha_3$  vs  $\theta_2$



**Figura 10.**  $\omega_3$  vs  $\theta_2$



**Figura 11.**  $\alpha_3$  vs  $\theta_2$

#### 4. Verificación de resultados con aproximación de derivadas

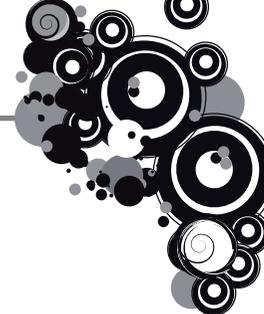
Tomando los conceptos de velocidad y aceleración angulares por diferenciación numérica para  $\Delta t$  de 0.00001 s y  $\Delta\theta_2 = 0.0001^\circ$  se calcula la velocidad angular y la aceleración angular para el oscilador, los resultados se muestran en la tabla 4.

$$\omega_{3i} = \frac{\delta\theta_3}{\delta t} = \frac{1}{12\Delta t} [\theta_{i-2} - 8\theta_{i-1} + 8\theta_{i+1} + \theta_{i+2}] \quad (4.1)$$

Burden, R. y Faires, D. 1985:160

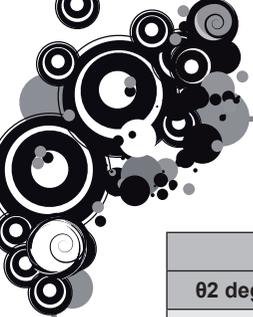
$$\alpha_{3i} = \frac{\Delta\omega_3}{\Delta t} = \frac{(\omega_{i+1} - \omega_i)}{\Delta t} \quad (4.2)$$

Burden, R. y Faires, D. 1985 : 156



CALCULOS POR DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA								
θ2 deg	θ3 rad	L1	L2	L3	θ3 rad	ω <sub>3</sub> rad/s	ω <sub>3</sub> deg/s	α <sub>3</sub> deg/s <sup>2</sup>
-0,0002	0,0000	24	10	14,000	0,00000			
-0,0001	0,0000	24	10	14,000	0,00000			
0,0000	0,0000	24	10	14,000	0,00000	0,124666	7,14285714	- 0,0000005
0,0001	0,0000	24	10	14,000	0,00000	0,124666	7,14285714	
0,0002	0,0000	24	10	14,000	0,00000			
0,0003	0,0000	24	10	14,000	0,00000			
9,9998	0,1745	24	10	14,258	0,12209			
9,9999	0,1745	24	10	14,258	0,12209			
10,0000	0,1745	24	10	14,258	0,12209	0,117064	6,70728184	- 0,837768
10,0001	0,1745	24	10	14,258	0,12209	0,117064	6,70727346	
10,0002	0,1745	24	10	14,258	0,12209			
10,0003	0,1745	24	10	14,258	0,12210			
19,9998	0,3491	24	10	14,998	0,23006			
19,9999	0,3491	24	10	14,998	0,23006			
20,0000	0,3491	24	10	14,998	0,23006	0,097394	5,58024453	- 1,347641
20,0001	0,3491	24	10	14,998	0,23007	0,097393	5,58023105	
20,0002	0,3491	24	10	14,998	0,23007			
20,0003	0,3491	24	10	14,998	0,23007			
29,9998	0,5236	24	10	16,134	0,31509			
29,9999	0,5236	24	10	16,134	0,31509			
30,0000	0,5236	24	10	16,134	0,31509	0,072309	4,14302200	- 1,471245
30,0001	0,5236	24	10	16,134	0,31509	0,072309	4,14300729	
30,0002	0,5236	24	10	16,134	0,31509			
30,0003	0,5236	24	10	16,134	0,31509			
39,9998	0,6981	24	10	17,558	0,37480			
39,9999	0,6981	24	10	17,558	0,37480			
40,0000	0,6981	24	10	17,558	0,37480	0,047469	2,71978686	- 1,348378
40,0001	0,6981	24	10	17,558	0,37480	0,047469	2,71977337	
40,0002	0,6981	24	10	17,558	0,37480			
40,0003	0,6981	24	10	17,558	0,37480			
49,9998	0,8727	24	10	19,169	0,41110			
49,9999	0,8727	24	10	19,169	0,41110			
50,0000	0,8727	24	10	19,169	0,41110	0,025776	1,47686112	- 1,131167
50,0001	0,8727	24	10	19,169	0,41110	0,025776	1,47684981	
50,0002	0,87267	24	10	19,169	0,41110			
50,0003	0,87267	24	10	19,169	0,41110			
59,9998	1,04719	24	10	20,881	0,42767			
59,9999	1,0472	24	10	20,881	0,42767			
60	1,0472	24	10	20,881	0,42767	0,008006	0,45871560	- 0,908358
60,0001	1,0472	24	10	20,881	0,42767	0,008006	0,45870651	
60,0002	1,0472	24	10	20,881	0,42767			
60,0003	1,0472	24	10	20,881	0,42767			

**Tabla 4.** Cálculo por diferenciación numérica



CALCULOS POR DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA								
$\theta_2$ deg	$\theta_3$ rad	L1	L2	L3	$\theta_3$ rad	$\omega_3$ rad/s	$\omega_3$ deg/s	$\alpha_3$ deg/s <sup>2</sup>
69,9998	1,22173	24	10	22,624	0,42834			
69,9999	1,22173	24	10	22,624	0,42834			
70	1,22173	24	10	22,624	0,42834	-0,00611	-0,35002157	- 0,715246
70,0001	1,22173	24	10	22,624	0,42834	-0,00611	-0,35002872	
70,0002	1,22173	24	10	22,624	0,42834			
70,0003	1,22174	24	10	22,624	0,42834			
79,9998	1,39626	24	10	24,344	0,41647			
79,9999	1,39626	24	10	24,344	0,41647			
80	1,39626	24	10	24,344	0,41647	-0,01718	-0,98413141	- 0,559075
80,0001	1,39627	24	10	24,344	0,41647	-0,01718	-0,98413700	
80,0002	1,39627	24	10	24,344	0,41647			
80,0003	1,39627	24	10	24,344	0,41647			
89,9998	1,57079	24	10	26,000	0,39479			
89,9999	1,57079	24	10	26,000	0,39479			
90	1,5708	24	10	26,000	0,39479	-0,02582	-1,47928994	- 0,436338
90,0001	1,5708	24	10	26,000	0,39479	-0,02582	-1,47929430	
90,0002	1,5708	24	10	26,000	0,39479			
90,0003	1,5708	24	10	26,000	0,39479			

**Tabla 4.** Cálculo por diferenciación numérica

En la tabla 5 se nota la coincidencia de los resultados con el análisis vectorial y el cálculo con el software PRO-E.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS							
	ANÁLISIS VECTORIAL			PROE		DERIVACIÓN NUMÉRICA	
$\theta_2$ deg	$\theta_3$ deg	$\omega_3$ deg/s	$\alpha_3$ deg/s <sup>2</sup>	$\omega_3$ deg/s	$\alpha_3$ deg/s <sup>2</sup>	$\omega_3$ deg/s	$\alpha_3$ deg/s <sup>2</sup>
0,0	0,00	7,142857	0	-7,1429	0,0000	7,142857143	-0,00000453
10,0	7,00	6,707282	0,8377685	-6,7074	0,8376	6,707281835	-0,83776804
20,0	13,18	5,580245	1,34767367	-5,5810	1,3475	5,580244525	-1,34764078
30,0	18,05	4,143022	1,47126594	-4,1440	1,4713	4,143022005	-1,47124508
40,0	21,47	2,719787	1,34840317	-2,7205	1,3486	2,719786858	-1,34837760
50,0	23,55	1,476861	1,13116194	-1,4772	1,1313	1,47686112	-1,13116692
60,0	24,50	0,458716	0,90834999	-0,4588	0,9084	0,458715597	-0,90835847
70,0	24,54	-0,35002	0,71520302	0,3500	0,7152	-0,35002157	-0,71524579
80,0	23,86	-0,98413	0,55905185	0,9842	0,5591	-0,98413141	-0,55907525
90,0	22,62	-1,47929	0,43631704	1,4793	0,4363	-1,47928994	-0,43633765

**Tabla 5.** Comparación de resultados de análisis vectorial y Software PRO-E



## 5. Análisis del mecanismo para diferentes relaciones entre radio de manivela y distancia entre centros

Utilizando PRO- E se realizó el análisis para tres relaciones  $R=L_2 / L_1$ , se mantuvo constante  $L_1$  en 20 in y se varió  $L_2$ , la velocidad angular  $\omega_2$  se mantiene en un valor de  $10^\circ/s$  o  $0.17 \text{ rad/s}$  constante para el objetivo del análisis.

En el modelo de PRO- E se cambió la dimensión  $L_2$  y se efectuó el análisis, los resultados obtenidos se observan en las figuras 12,13 y 14. Para las tres relaciones mostradas se nota que a medida que disminuye la razón  $R$ , la aceleración cambia más suavemente, pero, el porcentaje de la duración del retorno se aumenta. Para la relación 0.75 el retorno emplea  $90^\circ$  o sea 25% del giro de la manivela y para 0.5 emplea  $120^\circ$  lo que significa 33% del giro de la manivela y para 0.25 gasta  $140^\circ$  es decir 38% .

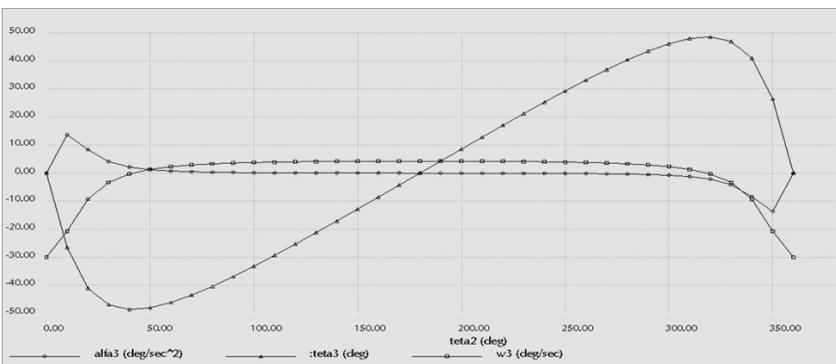


Figura 12. para  $R=L_2/L_1=0.75$

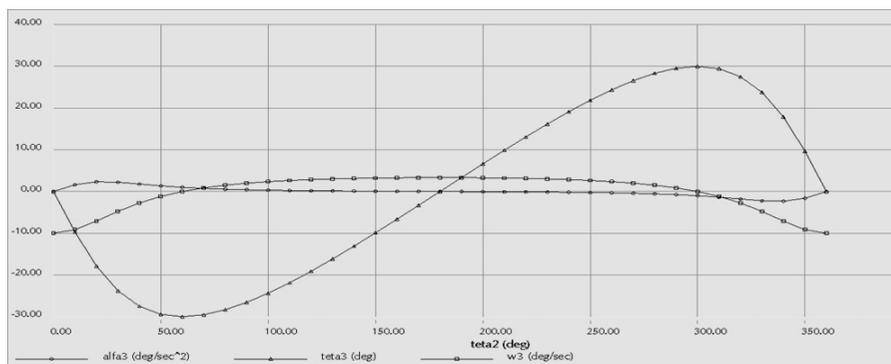


Figura 13. para  $R=L_2/L_1=0.5$

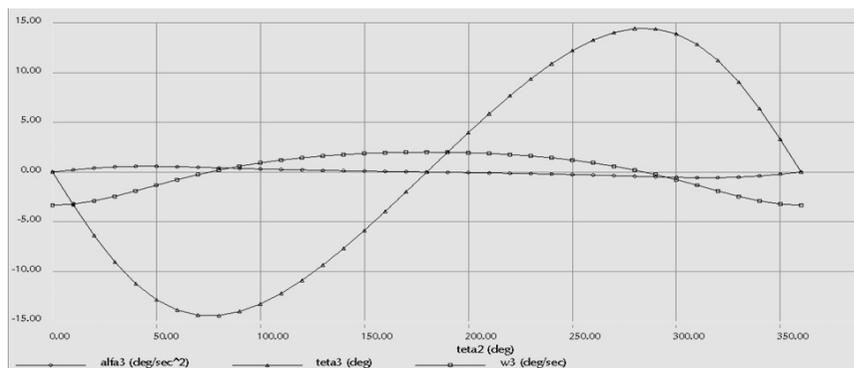


Figura 14. Para  $R=L_2/L_1=0.25$



## 6. Conclusiones

Se aprecia que el análisis vectorial es una herramienta muy exacta para obtener resultados más confiables.

El programa PRO-E también da una buena aproximación, observando la tabla 5 se notan diferencias de diezmilésimas en los valores tanto de  $\omega_3$  como  $\alpha_3$  al compararlos con los valores del análisis vectorial, que para los propósitos del diseño son insignificantes.

La derivación numérica con formula de 5 puntos proporciona una base de comparación muy confiable, al contrastar los resultados de esta con los valores del análisis vectorial, se encuentran diferencias del orden de cienmilésimas (Ver tabla 5).

En cuanto al diseño del mecanismo se observa en la figuras 12, 13 y 14 el logro de retornos más rápidos (del orden del 25% del tiempo del ciclo) con valores de R mayores. El inconveniente son los valores de aceleración tan elevados a los que se somete la máquina, lo que ocasiona el diseño de partes más robustas. Con valores de R bajos se obtienen cerca de un 40% de tiempo de retorno del total del ciclo, con la ventaja de aceleraciones máximas comparativamente bajas y un movimiento más armónico.

## 7. Bibliografía

Beer, F y Johnston, E. (2000) Mecánica vectorial para ingenieros. Tomo II Dinámica. Ed. Mcgraw-Hill. México

Burden, R. y Faires, D. (1985) Análisis Numérico. Ed. Iberoamericana, México

Myszka, D (2005) Machines and Mechanisms. Applied kinematic analysis. Ed Prentice Hall New Jersey

Parametric Technology Corporation. (2008)Pro/ENGINEER Education Edition Wildfire 5.0. Kendrick Street, Needham, MA 02494 USA