ISSN (versão *online*): 2317-5125
95 Amazônia 243
Revista de Educação em Ciências e Matemáticas

Investigação acerca das possíveis ações mentais desenvolvidas por estudantes do 1º ano do ensino médio no retorno às aulas presenciais

Investigation about the possible mental actions developed by students of the high school when returning to face-to-face classes

Karly Barbosa Alvarenga[1]
Caio Nascimento Rocha[2]
Pedro Paulo Teodoro de Carvalho[3]
Misael Josapha dos Reis Soares[4]
Júlia de Abreu Lima[5]

Resumo

Esta pesquisa está alicerçada aos estudos de neurociências cognitivas e neuromatemática com base em, principalmente, 4 autores: Dreyfus (1991); Harel e Sowder (2005); Leikin et al (2014); Alvarenga (2020). Para a coleta de dados, foram examinadas, em 2021, provas aplicadas no 1º ano do ensino médio cujo intuito era revisar o conteúdo do ano anterior. Os alunos estudaram de forma remota, em razão da pandemia causada pela covid-19. Apresentam-se resultados da investigação cuja finalidade principal é examinar as construções mentais matemáticas de alguns desses estudantes. Os dados coletados foram analisados de acordo com o modelo teórico proposto por Alvarenga e Domingos (2020). São apresentadas algumas respostas, e indicados os processos mentais esperados para a resolução, como conexão com experiências anteriores, uso da linguagem matemática, argumentação de forma textual sem linguagem matemática e tradução da linguagem matemática para a língua materna.

Palavras chave: pensamento matemático; construções mentais; educação básica.

Abstract

This research is based on studies of neuromathematics and researchers such as: Dreyfus (1991); Harel and Sowder (2005); Leikin et al (2014) and Alvarenga (2020). The data was collected from tests answers that was applied in the 1st year of high school in 2021, with the main objective of reviewing the content of the previous year, because these students studied remotely, due to the global health crisis caused by COVID-19. The main objective of this

[1] Universidade Federal de Goiás | karly@ufg.br
[2] Universidade Federal de Goiás | caionascimento@discente.ufg.br
[3] Universidade Federal de Goiás | teodoro_pedro@discente.ufg.br
[4] Escola Estadual Villa Lobos | misaeljosapha01@gmail.com
[5] Colégio Estadual Horácia Lobo | juliaabreudelima57@gmail.com

research has been to investigate mathematical mental constructions of the high school students. The answers were analyzed according to the theoretical model proposed by Alvarenga and Domingos (2020), adapted, refined and discussed by Study in Mathematics Education Group. Some answers and the mental processes expected for the resolution are presented and those presented by the respondents are indicated too, for example: connecting previous experiences, use of language adequate mathematics, argue textually without mathematical language, and translate mathematical language into original language.
Keywords: mathematical thinking; mental constructions; high school.

Introdução

O pensamento matemático (PM) é investigado por diversos autores, como Tall (1991), Dreyfus (1991), Harel e Sowder (2005), entre outros. A falta de uma construção matemática avançada é um dos principais motivos relacionados às dificuldades identificadas em cursos que envolvem as ciências exatas. Nessa perspectiva, várias pesquisas já foram produzidas, a fim de compreender melhor essa questão. Nasser, Sousa e Torraca (2017) analisam a transição do ensino médio para o superior; Flores, Fonseca e Bisognin (2020) identificam dificuldades vivenciadas por estudantes de um curso de formação inicial de professores de Matemática; Nasser (2013) estabelece que existem dificuldades no ensino superior porque se exige uma construção de conceitos matemáticos mais elaborados; Alvarenga et al. (2018) investigam o pensamento matemático em estudantes de turmas de Cálculo Diferencial e Integral.

O pensamento matemático avançado (PMA), para Dreyfus (1991), relaciona-se ao nível alto de complexidade, enquanto o pensamento matemático elementar (PME) se refere ao menor nível de complexidade. Segundo Tall (1991), a essência do PMA está em apresentar-se como mais formal e dedutivo. Existem diferentes concepções sobre este objeto de estudo. Neste artigo, adotamos PMA como a capacidade cognitiva do indivíduo em acessar várias ações mentais (ALVARENGA, 2021). Um aspecto importante em relação a essa característica consiste no fato de que isso tem respaldo na neuromatemática, pois, quanto mais estimulado o cérebro for, ao impactar a quantidade e os diferentes caminhos sinápticos que os neurônios fazem, mais o pensamento se desenvolve (ALVARENGA, 2020), ou seja, a ideia de que um PMA mobiliza várias conexões entre algumas ações mentais é também notada do ponto de vista da estrutura do cérebro.

Sob essa perspectiva, compreender os processos mentais que os estudantes realizam, ao resolver problemas matemáticos, pode ser útil para melhorar o ensino da matemática, uma vez que possibilita ao professor melhor entendimento a respeito de como os estudantes estabelecem essas relações mentais na resolução de um problema matemático. Nesse sentido, é importante destacar que essas construções mentais não são necessariamente realizadas de forma consciente pelos alunos (DREYFUS,1991) nem são lineares.

A partir disso, o presente artigo tem como objetivo principal apresentar uma identificação, baseada no modelo teórico de Alvarenga (2021), das possíveis ações mentais realizadas por estudantes na resolução de questões de matemática do primeiro ano do ensino médio, na ocasião do retorno às aulas presenciais, após a pandemia causada pela covid-19. A razão pela qual se fazem importantes tais análises baseia-se no fato de que, se soubermos que existem diferentes tipos de procedimentos mentais, quais são eles e como podem tornar-se um tipo de pensamento avançado, podemos elaborar estratégias que possibilitem empregar determinadas ações de forma consciente e, assim, colaborar para a educação matemática mais valorosa.

Em outras palavras, ao ter esse conhecimento, a consciência a respeito das construções mentais e de como são importantes para avançar o conhecimento, é provável que tantos os professores quanto os estudantes estejam mais atentos e acessem as ações mentais de forma lógica, racional e criativa. Isso é proveitoso para os professores e os alunos em uma sala de aula, pois, por um lado, os professores terão conhecimento a respeito de quais processos mentais podem estimular em seus alunos para que alcancem um PMA, por outro, os alunos conhecerão melhor como os modos de pensar podem contribuir em resoluções de problemas matemáticos. Portanto, a partir dessa tomada de consciência, é possível planejar e praticar ações pedagógicas e didáticas, para ajudar os alunos a superar as dificuldades matemáticas.

Cabe aqui destacar o importante papel da metacognição, tanto na construção do conhecimento matemático do estudante como do docente, em qualquer nível escolar, como bem observa Brabo (2018):

> De maneira geral, a pesquisa básica sobre metacognição tem investigado como indivíduos compreendem e regulam sua própria cognição. Ou seja, a forma como uma pessoa se auto-questiona e toma decisões a respeito do que está aprendendo ou quer aprender, pois, teoricamente, são as habilidades de caráter metacognitivo que habilitam o indivíduo a perceber melhor suas afinidades e/ou dificuldades com determinado problema e planejar e avaliar a execução das tarefas cognitivas necessárias a esse aprendizado. (BRABO, 2018, p. 4)

Referencial teórico

Em 1976, foi criado o International Group for the Psychology of Mathematics Education, com o intuito de difundir conhecimentos e reflexões mais profundas e corretas sobre temáticas psicológicas e outros aspectos do ensino e da aprendizagem da matemática e suas implicações, além de promover contatos internacionais e intercâmbios de informações científicas na área da educação matemática . Em seguida, nos Estados Unidos da América, com a proposta de reforma do ensino de cálculo diferencial e integral, surgiu um grupo específico para estudar o que seria o pensamento matemático avançado, assim caracterizado em virtude de referir-se às práticas matemáticas presentes no ensino superior (TALL, 1991). No entanto, apesar desse foco inicial, percebeu-se que o PMA também estava presente na educação básica (HAREL e SOWDER, 2005). Com isso, os estudos passaram a concentrar-se na educação matemática, para investigar o pensamento matemático no que se refere, entre outras indagações, à compreensão de como ele é construído, qual é sua importância para a matemática, como pode ser estimulado. Entre os expoentes sobre essas investigações, estão Dreyfus (1991), Tall (1991), Harel e Sowder (2005) e, mais recentemente, Nasser (2013), Crisóstomo e Lopes (2017), Alvarenga, et al. (2018), Alvarenga (2021), Cabral et al. (2021), entre outros.

Para Dreyfus (1991), o PME e o PMA não apresentam distinção concisa, embora se possa pensar sobre conceitos avançados de forma simples e vice-versa. Então, o que diferencia um do outro é o grau de complexidade. O autor também afirma que, para ter um PMA, é necessária a articulação entre alguns processos, como visualizar, generalizar, representar e abstrair, e tais pensamentos podem estar presentes tanto na educação básica quanto na educação superior. Em contrapartida, Tall (1991) estabelece que o PMA se caracteriza pelo uso da definição formal, da dedução e da criatividade. Para ele, este tipo de pensamento pode surgir na transição do ensino médio para o superior.

Harel e Sowder (2005) afirmam que o PMA é relativo, isto é, não é absoluto, pois, para determinado assunto, é possível que o sujeito apresente alto nível de domínio em relação à forma de construir o conhecimento, ao proceder a alguma resolução matemática, enquanto, em outras situações, é possível ter baixo nível de domínio. Para os autores, um PMA pode ser observado quando ocorre a superação de, pelo menos, um dos obstáculos epistemológicos ou didáticos existentes, tais como: (i) elementos da própria história da matemática; (ii) parte de conhecimento ou concepção que produz respostas válidas em um contexto específico, mas gera respostas inválidas fora dele; (iii) resistência tanto a contradições ocasionais quanto ao estabelecimento de novo conhecimento, o qual não é suficiente para que o contraditório precedente desapareça.

Quadro 1. Modelo teórico de algumas ações mentais matemáticas (MTAMM)

Visualizar	Representar	Generalizar
Classificar	Identificar	Simplificar
Sintetizar	Induzir	Interpretar
Fazer "mostrações"	"Numerizar"	"Graficar"
Compensar	Formalizar	Demonstrar, provar
Geometrizar	Algebrizar	Dar contraexemplos
Flexibilizar interpretações	Flexibilizar contextos	Estimar, fazer aproximações
Modelar	Evidenciar	Elaborar casos particulares
Manipular expressões de baixo para cima	Organizar, desorganizar e reorganizar	Analisar a direção inversa da manipulação
Fazer analogias entre outros conteúdos	Comparar por meio de problemas semelhantes	Convencer o outro, explicar verbalmente
Conectar experiências anteriores (*met-before*)	Usar linguagem matemática adequada	Repensar, refazer e repensar, isto é tentar, tentar e tentar...
Criar a própria linguagem matemática	Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica	Traduzir da linguagem matemática para a língua materna
Transpor informações (estar coerente; conectar informações)	Transpor ideias (mudar de um contexto para o outro)	Fazer cálculos com números reais
Argumentar de forma textual, sem a formalização ou a linguagem matemática	Encapsular processos em objetos, desencapsular objetos em processos	Manipular expressões da direita para a esquerda, quando possível. Reverter

Fonte: Proposta de Alvarenga e Domingos (2021); reflexão e desenvolvimento do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM- UFG).

O nível de aquisição de uma forma de pensar é determinado pela extensão com a qual o indivíduo tenha superado os obstáculos. É importante frisar que o primeiro obstáculo é problemático, bem mais complexo de estabelecer-se e superar-se. A história da matemática está repleta de exemplos de dificuldades de superação relacionadas à gênese do conceito. Temos como alguns exemplos os obstáculos à concepção dos números inteiros, dos números complexos, dos irracionais, das geometrias euclidianas, das resoluções das equações quínticas e outros.

Com a contribuição desses autores, expandiram-se as pesquisas feitas nesta área. No Brasil, por exemplo, Nasser (2013) investigou o papel da abstração no PMA, destacou a diferença entre generalização e abstração e evidenciou que a transição do pensamento matemático elementar para o avançado gera dificuldades em vários alunos do ensino superior. Crisóstomo e Lopes (2017) utilizaram as contribuições acerca do PMA para concentrar os esforços em uma análise a respeito de funções e de derivadas. Ademais, Alvarenga (2021), Alvarenga et al. (2018) e Cabral et al. (2021) fizeram uma investigação em relação aos processos mentais acessados por estudantes tanto do ensino superior quanto do básico e sintetizaram algumas ações mentais que podem ser mobilizadas quando estivermos diante de uma situação-problema matemática (cf. quadro 1).

O quadro 1 apresenta 40 possíveis ações mentais que os professores e os livros didáticos podem expor para impulsionar a criatividade e a competência matemática. De forma geral, tais ações ficam implícitas, e explicitá-las pode favorecer a sua utilização. É claro que nem todas serão mobilizadas na resolução de única situação-problema, mas elas podem ser concatenadas, como apresentamos nas resoluções dos estudantes a seguir.

A abstração não aparece no quadro propositadamente, pois consideramos que todas as ações mentais expostas são fruto de um processo mental geral subjacente a todas elas, qual seja, a abstração, considerada como o ato de proceder ao conhecimento, independentemente de partir ou não da realidade, do concreto. Para nossos estudos, baseamo-nos, principalmente, em algumas das ideias de Aristóteles e São Tomás concatenadas com a de abstração reflexionante de Piaget e expandida por Dubinsky (1991), conforme estão sintetizadas em Abbagnano (2012) :

> A A. é inerente a qualquer procedimento cognoscitivo e pode servir para descrever todo processo desse gênero. Com tal finalidade foi utilizada desde a Antiguidade. Aristóteles explica com a A. a formação das ciências teoréticas, isto é, da matemática, da física e da filosofia pura. [...] O processo todo do conhecer pode ser, segundo Aristóteles, descrito com a A.: "O conhecimento sensível consiste em assumir as formas sensíveis sem a matéria assim como a cera assume a marca do sinete sem o ferro ou o ouro de que ele é composto" (De an., II, 12, 424 a 18). E o conhecimento intelectual recebe as formas inteligíveis, abstraindo-as das formas sensíveis em que estão presentes (ibid., III, 7, 431 ss.). S. Tomás reduz o conhecimento intelectual à operação de A.: abstrair a forma da matéria individual e, assim, extrair o universal do particular, a espécie inteligível das imagens singulares. (ABBAGNANO, 2012, p. 4)

Os recentes resultados das neurociências cognitivas indicam as inúmeras e diversificadas áreas cerebrais ativadas, além do grau de ativação, quando se estuda matemática. Assim, consideramos ser importante apresentar alguns dos vários tipos de ações mentais possíveis, ou melhor, variados caminhos sinápticos a ser estimulados. É conveniente explicitá-los para que se investiguem as ações mentais possíveis e necessárias para resolver determinados problemas.

Para Carpenter (1984) "dois trens distintos de ação mental operam simultaneamente, um de forma consciente, outro de forma inconsciente" (apud MLODINOW, 2013). Então, provavelmente, para muitos envolvidos na construção do conhecimento matemático, as ações mentais estão inconscientes, e seria elucidativo conhecê-las conscientemente.

Nesse sentido, é isso que propomos. Indicamos, de forma indireta, as inúmeras áreas de ativação cerebral e, de forma direta, as ações mentais aí envolvidas, com a esperança de que esse possa ser um caminho rumo à melhoria da compreensão matemática. Queremos tornar consciente o que, provavelmente, esteja inconsciente, queremos trazer à superfície o que está submerso.

Metodologia da coleta e da análise dos dados

Esta pesquisa é de cunho qualitativo, com características de investigação descritiva e exploratória, baseada nos critérios estabelecidos por Sampieri, Collado e Lucio (2013). O desenvolvimento exploratório "é realizado quando o objetivo é examinar um tema ou problema de pesquisa pouco estudado, sobre o qual se têm muitas dúvidas ou que não foi abordado antes" e o descritivo "procura especificar as propriedades, as características e os perfis de pessoas, grupos, comunidades, processos, objetos ou qualquer outro fenômeno que possa ser submetido a uma análise" (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 17).

Por meio de reflexões, seminários, estudos e leituras acerca das neurociências cognitivas e da neuromatemática, analisamos as possíveis ações mentais matemáticas mobilizadas inconscientemente pelos estudantes. Anteriormente, o Grupo de Estudos de Educação Matemática (GEEM) pesquisou, no contexto pandêmico, as ações mentais matemáticas de estudantes do ensino médio (EM) e preparatório para o Exame Nacional do Ensino Médio, presentes no ensino remoto (CABRAL et al., 2021). Para fins de continuidade, realizamos, novamente, a pesquisa, porém em contexto pós-pandêmico, ou seja, observamos o retorno dos estudantes ao ensino presencial, e, dessa vez, os participantes foram do 1º ano do ensino médio.

Quadro 2. Enunciados das questões

3. Calcule o valor de **x** nas seguintes proporções: (considere satisfeitas as condições de existência das proporções.)

a) $\frac{6}{5} = \frac{4}{x}$

b) $\frac{x+6}{32} = \frac{4}{8}$

4. Para equilibrar o número de meninos e meninas que vão participar de uma competição, devem ser convocados grupos de cinco meninas e quatro meninos. Quantas meninas e quantos meninos deverão ser convocados para se obter um total de 45 participantes?

7. Sabe-se que uma única máquina foi usada para abrir uma vala. Se essa máquina gastou 45 minutos para remover 3/8 do volume de terra do terreno, então é esperado que o restante da terra seja removido em quanto tempo?

8. Se 100 gatos pegam 100 ratos em 100 dias, 8 gatos pegam 8 ratos em quantos dias?

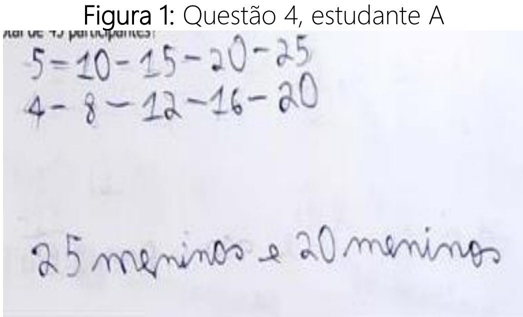
Fonte: Questões de avaliação aplicada no 1º ano do EM de instituição particular da região metropolitana de Goiânia.

Para isso, coletamos, no início de fevereiro de 2022, dados de provas de matemática aplicadas a 46 estudantes no 1º ano do EM de uma instituição particular da região metropolitana de Goiânia, com o objetivo principal de analisar o conhecimento sobre alguns conteúdos ministrados nos anos anteriores, na época pandêmica. Foram cedidas para nossa análise 26 provas selecionadas de forma aleatória, as quais foram digitalizadas . A metodologia de ensino foi remota e tradicional, seguindo a sequência: definição, exemplos e exercícios. Entre as provas cedidas, analisamos 21, pois havia 5 sem respostas ou com respostas fora do contexto. A avaliação continha 8 questões (cf. quadro 2), apenas 1 era objetiva, a qual foi descartada. Para analisar as produções escritas, empregamos o modelo teórico proposto por Alvarenga e Domingos (2020) (cf. quadro 1).

Resultados

Analisando e discutindo as questões, inferimos que várias ações mentais (AM) são empregadas inconscientemente pelos alunos. Algumas são adequadas à resolução; outras são tentativas de resolução, corretas ou incorretas parcialmente. Nos quadros 3, 4, 5 e 6, apresentamos os possíveis processos mentais encontrados nos desenvolvimentos resolutivos.

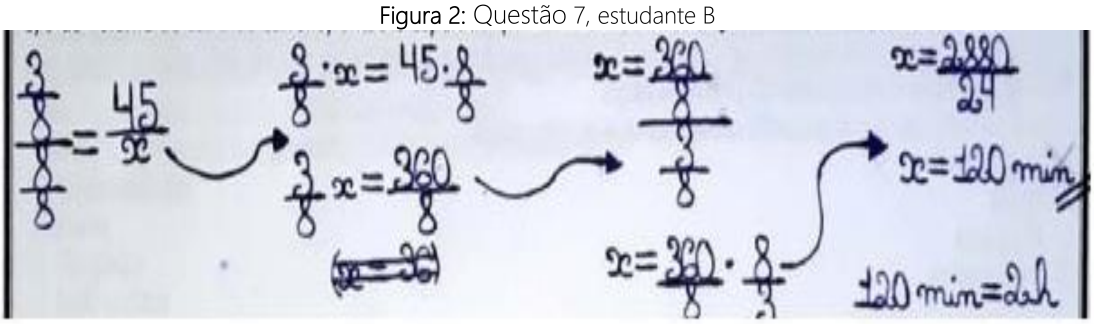
Quadro 3. Resolução do estudante A e discussões

<table>
<tr><td colspan="2">Na resolução a seguir, é esperado que o estudante empregue, pelo menos, as seguintes ações mentais: interpretar – compreender e analisar os dados que se têm e o que se pede; uso de linguagem matemática adequada – mesmo que a linguagem seja exclusivamente numérica; identificar – qual é o plano a ser usado, reconhecer as variáveis em questão e as relações entre elas; classificar – para resolver, é preciso separar a quantidade de meninos e meninas; acessar experiências anteriores – utilizar o método já estudado em sala de aula ou em outra ocasião.</td></tr>
<tr><td>Figura 1: Questão 4, estudante A

Fonte: Dados da pesquisa.</td><td>O estudante A empregou as AM:
classificar – separou os alunos de acordo com suas características, para resolver a questão; interpretar – interpretou certo a questão, somando de “5 em 5” e de “4 em 4”, até chegar ao total, que equivale a 45 participantes; traduzir da linguagem matemática para a língua materna, ao escrever – “25 meninas e 20 meninos” na resposta; numerar – identificou repetições, utilizou cálculos numéricos e realizou comparações; utilizar a linguagem matemática correta – usou um traço, para separar os números adicionados de 5 ou de 4.</td></tr>
<tr><td colspan="2">A resolução chamou-nos a atenção pela simplicidade. Das provas examinadas, este estudante foi o único que seguiu esse caminho. Ele aparenta ter um PMA nesse contexto, pois a sua resolução foi simples, correta e objetiva.</td></tr>
</table>

Quadro 4. Resolução do estudante B e discussões

Na resolução a seguir, é esperado que o estudante empregue as seguintes AM: identificar – qual é o método a ser usado; classificar – separar as variáveis envolvidas na questão; interpretar – compreender o que a questão pede; acessar experiências anteriores – utilizar algum método já estudado; usar a linguagem matemática adequada.

Figura 2: Questão 7, estudante B



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante B empregou as AM:

identificar e classificar – identificou e classificou a questão corretamente, mas interpretou a resposta de forma incorreta. Vale observar que o estudante identificou o total da terra com 8/8. Usou a regra de três diretamente, escrevendo-a como igualdade de frações e de maneira correta; usar a linguagem matemática adequada – apesar de, na 3ª coluna (cf. figura 2), a primeira representação fracionária não estar adequada, pois o sinal de igualdade envolveu somente o numerador da fração, é possível perceber que o estudante B entende, corretamente, a razão representada, pois, na 1ª coluna, (cf. figura 2) ele apresentou-a adequadamente; descreveu cada passo realizado com o uso de setas, retratando uma equivalência entre as manipulações algébricas; representou o tempo a ser encontrado por uma incógnita; acessar experiências anteriores – expôs a regra de três em forma de igualdade de razões, com 3 grandezas e uma incógnita representando o valor da grandeza solicitada; flexibilizar contextos – fez a transformação de minuto para hora, porém não contemplou o item solicitado, ou seja, o tempo restante para remover a terra que ainda permanecia no terreno, por isso encontrou o valor total do tempo para remover a terra toda.

A resolução chamou-nos a atenção pelo cuidado com a escrita matemática, situação que, normalmente, não encontramos nem entre os universitários, além de ter sido uma resolução com procedimentos bem definidos que indicavam o conhecimento de que equivalência entre frações é o conteúdo a subsidiar a regra de três. O uso correto da linguagem matemática com a utilização de equivalências faz-nos inferir que o estudante B tenha desenvolvido um PMA, mesmo tendo errado a resposta.

Quadro 5. Processos resolutivos dos estudantes C e D e discussões

Na resolução a seguir, é esperado que os estudantes C e D usem a seguinte ação mental: **interpretar –** compreender o que a questão pede. Apesar de não sabermos qual era a intenção do professor, esse problema não deve ser resolvido pela regra de 3, pois envolve, pelo menos, duas interpretações: i) enquanto um gato pega um rato, os outros ficam esperando; na sequência, o segundo pega outro rato e, assim, sucessivamente; por fim, esperando, o centésimo gato faz isso em mais um minuto; assim, seriam 100 minutos para os 100 gatos pegarem os 100 ratos; ii) os cem gatos vão atrás dos ratos ao mesmo tempo, levando 100 min, o que independe da quantidade de gatos; a ação toda demoraria 100 min. Na primeira interpretação, a resposta seria 8 min. Na segunda, 100 min.

Figura 3: Questão 8, estudante C

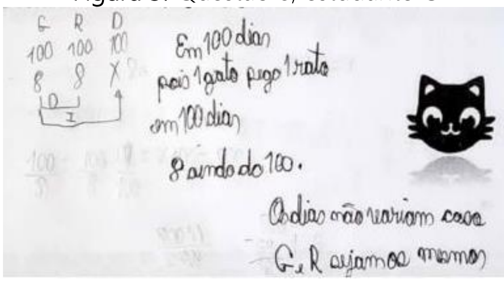
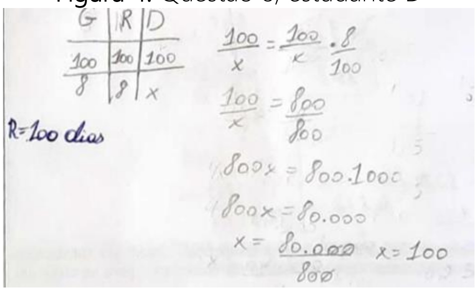


Figura 4: Questão 8, estudante D



Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes C e D aparentam ter entendido conforme a 2ª interpretação elencada.

O respondente C mobilizou as ações: **interpretar e identificar** – interpretou e identificou, corretamente, o que se pede na questão; **argumentar de forma textual sem linguagem matemática simbólica –** infere-se que, além de proceder adequadamente, o estudante finaliza com uma explicação generalizada, baseando-se somente na lógica da sua interpretação.

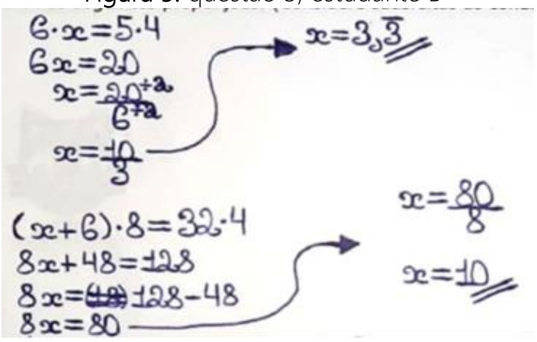
Por sua vez, o estudante D parecer ter mobilizado as ações: **interpretar e identificar –** interpretou que poderia ter solucionado por meio da regra de três composta inversamente proporcional e identificou-a com uma fórmula, certamente utilizada pelo professor e decorada pelo estudante; identificou 3 variáveis: gatos, ratos e dias; apesar de ter escrito *x* no lugar de 8, no lado direito da igualdade, procedeu às manipulações algébricas corretas; **representar** – empregou a representação em quadros, para separar as variáveis e analisá-las; parece ter usado a ideia de que se diminui a quantidade de gatos, então cada gato pegaria mais ratos; **acessar experiências anteriores** – o raciocínio pareceu-nos decorado.

A questão chamou-nos a atenção, pois é bem popular na internet, mas não faz sentido. As resoluções indicam o quanto os estudantes seguem os padrões mecanizados e repetitivos de pensamento. Então, por eles nem sequer apresentarem uma reflexão sobre o enunciado da questão, consideramos que os estudantes C e D apresentam um PME.

Quadro 6: Processo resolutivo do estudante B e discussões

Nessa resolução é esperado que o estudante use as seguintes ações mentais: **interpretar** – compreender o que a questão pede; **usar linguagem matemática adequada**; **classificar** – separar números de letras em lados diferentes, para melhor explicitar o valor da incógnita; **acessar experiências anteriores** – a questão pede o uso da multiplicação cruzada, e, ao usar esse método, o estudante conecta-se com experiências anteriores.

Figura 5: questão 3, estudante B



Fonte: Dados da pesquisa.

Identificar – o estudante identificou e classificou, corretamente, o que se pede na questão; **evidenciar** – apresentou o uso da barra em cima do 3, para indicar dízima periódica; **usar a linguagem matemática adequada** – vê-se essa ação em todas as etapas de suas resoluções, inclusive transpondo informações por meio de setas que parecem indicar equivalências entre igualdades; **acessar experiências anteriores** – o estudante compreende as regras aplicadas e dá a entender que recorda, de forma coerente e lógica, as operações de manipulações algébricas.

A resolução pareceu-nos impecável, e seu resolvente, pela letra, é o mesmo apresentado no quadro 4. O estudante não apresentou solução para as questões 7 e 8, o que nos leva a inferir que, apesar de suas resoluções serem repletas de consciência matemática, ele não se mostrou conhecedor dos conteúdos de regra de três. Porém, nessas resoluções, aparenta possuir um PMA.

Considerações finais

No decorrer deste trabalho, observamos que, ao estudarmos os processos mentais empregados pelos participantes, ficamos alerta, em relação às nossas próprias resoluções matemáticas. Então, trata-se de uma investigação de mão dupla: de um lado, vai na direção pesquisador → participante, isto é, analisamos as construções dos estudantes; por outro lado, vem na direção oposta, participante → pesquisador, pois autoanalisamos os nossos próprios processos mentais matemáticos. Isso aconteceu, principalmente, porque os estudantes do ensino médio atuaram como pesquisadores, além dos que estão em formação em licenciatura em matemática.

O estudo de processos mentais na matemática é pouco praticado em escolas e parece útil ser ensinado e evidenciado aos alunos tanto do ensino fundamental e do médio quanto do ensino superior. A importância de compreendê-los leva-nos a tomar consciência do que estamos fazendo e, consequentemente, não somente auxiliar os professores na elaboração e no emprego de atividades, com objetivo de desenvolver certas ações mentais ou indicá-las no ato das correções dos exercícios, mas também ajudar os alunos, que desenvolveriam suas resoluções de maneira mais consciente e, portanto, mais reflexivas, mais raciocinadas. Essas ideias respaldam o tão necessário, e pouco valorado, processo de desenvolvimento da metacognição.

Assim, consideramos ser importante que o docente esteja atento a essas ações mentais a ser estimuladas. Contribuindo com essa tomada de consciência, é possível que os alunos se sintam mais interessados e ativos, confiantes e capazes de fazer matemática, além do fato de que, com essas ações mentais, o professor terá uma noção mais próxima do que dificulta o processo de aprendizagem do aluno.

Referências

ABBAGNANO, N. *Dicionário de filosofia*. Portugal: WMF Martins Fontes, 2012.

ALVARENGA, K. B. Neurociência cognitiva e matemática. In: PINA NEVES, R. S.; DÖRR, R. C. (org.). *Cenários de pesquisa em educação matemática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2020.

ALVARENGA, K. B. Maneiras de avançar o pensamento matemático na educação básica com respaldo das neurociências. In: FARIA, E. C.; GONÇALVES JÚNIOR, M. A.; MORAES, M. G. (org.). *A educação matemática na escola: pesquisas e práticas goianas*. Goiânia: Centro Integrado de Aprendizagem em Rede (CIAR), 2021. Disponível em: https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/ebook_a_educacao_matematica_na_escola/05.html. Acesso em: 5 jun. 2022.

ALVARENGA, K. B.; DOMINGOS, A. *Ressignificação do pensamento matemático avançado*. Relatório de pós-doutorado. 2020 (não publicado).

ALVARENGA, K. B.; SANTOS, M. A. S.; SILVA, G. R. Pensamento matemático: gráficos de funções polinomiais e áreas no ensino superior. In: 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - 5º SIPEMAT. *Anais*. Pará, 2018.

BECKER, F. Abstração pseudoempírica e reflexionante: significado epistemológico e educacional. *Schème Rev Eletr Psic Epist Genéticas*, 2014.

BRABO J. C. Metacognição, ensino-aprendizagem e formação de professores de ciências. *Amaz RECM*, v.14 n. 29, 2018. p. 01-09

CABRAL, D. E. et al. Construção do pensamento matemático elementar e avançado na educação básica. In: IV Encontro de Licenciaturas e Educação Básica. *Anais*. IV ELEB, UFG, 2021.

CRISÓSTOMO, E.; LOPES, R. Funções e suas derivadas: uma pesquisa realizada na perspectiva do pensamento matemático avançado. *Educação matemática em foco*, v. 6, n. 2, 2017.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (org.) *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: TALL, D. (org.), *Advanced Mathematical Thinking*, Dorfrecht: Kluwer, 1991.

DUBINSKY, E. Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitária. *Educación Matemática*, v. 8, n. 3, Grupo Editorial Iberoamérica, 1996.

FLORES, M. V.; FONSECA, J. A.; BISOGNIN, E. Processos do pensamento matemático avançado revelados nas resoluções de tarefas envolvendo números racionais. *Ensino da matemática em debate*, v. 7, n. 1, 2020.

HAREL, G.; SOWDER, L. Advanced Mathematical-Thinking at any Age: Its Nature and Its Development. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 7, n. 1, 2005.

LEIKIN, M. et al. Brain Activity Associated with Translation from a Visual to a Symbolic Representation in Algebra and Geometry. *Journal of Integrative Neuroscience*, n. 13, v. 1, 2014. p. 35-59.

MLODINOW, L. *Subliminar*. São Paulo: Zahar, 2013.

NASSER, L. *O papel da abstração no pensamento matemático avançado*. In: Flores, R. (org.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. 2013. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/4175/. Acesso em: 17 jun. 2022.

NASSER, L.; SOUSA, G. A.; TORRACA, M. Desempenho em cálculo: investigando a transição do ensino médio para o superior. *Boletim GEPEM*, n. 70, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/115. Acesso em: 17 jun. 2022.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. *Metodologia de pesquisa*. Trad. Daisy Vaz de Moraes. Rev. Téc. Ana Gracinda Queluz Garcia, Dirceu da Silva, Marcos Júlio 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SARAVALI, E. G. et al. Abstração reflexionante em estudantes: implicações pedagógicas e psicopedagógicas. *Revista da Associação Brasileira de Psicopedagogia*, v. 36, n. 111, 2019.

TALL, D. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. (org.) *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

TOMIDA, Y. Locke and Berkeley on Abstract Ideas: from the Point of View of the Theory of Reference. *Philosophia* , v. 50, 2022, p. 2.161-2.182.

VARGAS, R.; JUST, M. A. Neural Representations of Abstract Concepts: Identifying Underlying Neurosemantic Dimensions. *Cerebral Cortex*, v. 30, 2020. p. 2.157-2.166.