

http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2022.v11i2p033-051

Programación Lineal de dos variables en un curso en línea al utilizar GeoGebra: una experiencia de clase

Two-Variable Linear Programming in an Online Course Using GeoGebra:
A Class Experience¹

GARCIA RIVERO MAYTHE ² 0000-0003-4808-2650

CURBELO DURÓ NATALIA ROSALÍA³ 0000-0003-1830-3571

> FLORES SÁNCHEZ VERÓNICA⁴ 0000-0002-6278-9284

RESUMO

Este estudo apresenta uma proposta de prática pedagógica que avalia a utilização do GeoGebra como ferramenta cognitiva no ensino da resolução de problemas de programação linear de desigualdades de duas variáveis com base no método gráfico. Inicialmente é proposto um questionário diagnóstico, depois uma lição de matemática e por último um questionário. Analisase se a atividade promove o intercâmbio entre o registro semiótico e o registro gráfico em alunos de Engenharia da Computação da Universidade de Guadalajara (UDG), considerando a modalidade de aula totalmente online. Como resultado da atividade, concluiu-se que os alunos manifestaram maior segurança e interesse na utilização do GeoGebra, conseguindo representar graficamente o sistema de desigualdades.

Palavras-chave: GeoGebra; programação linear; aula online.

ABSTRACT

_

This study presents a pedagogical practice proposal that evaluates the use of GeoGebra as a cognitive tool in teaching the resolution of linear programming problems of two-variable inequalities based on the graphical method. At the beginning, a diagnostic questionnaire is

¹ Apoyo: Instituto Politécnico Nacional/ CICATA-Legaria CICATA-Legaria

² Instituto Politécnico Nacional/ CICATA-Legaria – <u>mgarciar1203@alumno.ipn.mx</u>

³ Instituto Politécnico Nacional/CICATA-Legaria – <u>ncurbelod2000@alumno.ipn.mx</u>

⁴ Instituto Politécnico Nacional/CICATA-Legaria – <u>vfloress2000@alumno.ipn.mx</u>

proposed, then a mathematical task and finally a questionnaire. It is analyzed whether the activity promotes the exchange between the semiotic register and the graphic register in Computer Engineering students at the University of Guadalajara (UDG), considering the totally online class modality. As a result of the activity, we concluded that the students expressed greater security and interest in the use of GeoGebra, managing to graphically represent the system of inequalities.

Keywords: GeoGebra; linear programming; online class.

RESUMEN

Este estudio presenta una propuesta de práctica pedagógica en la que se valora el uso de GeoGebra como una herramienta cognitiva en la enseñanza de la resolución de problemas de programación lineal de desigualdades de dos variables basándose en el método gráfico. Al princípio se plantea un cuestionario diagnóstico, luego una tarea matemática y finalmente un cuestionario. Se analiza si la actividad promueve el intercambio entre el registro semiótico y el registro gráfico en estudiantes de Ingeniería en Computación de la Universidad de Guadalajara (UDG), considerando la modalidad de clase totalmente en línea. Como resultado de la actividad concluimos que los estudiantes manifestaron tener mayor seguridad e interés en el uso de GeoGebra logrando representar gráficamente el sistema de desigualdades.

Palabras-clave: GeoGebra; programación lineal; clases en línea.

Introducción

La investigación sobre el uso de GeoGebra como herramienta cognitiva que facilita el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas há encontrado el interés de diversos investigadores alrededor del mundo, que por un lado buscan acrecentar el banco de actividades disponibles en la biblioteca del software, y por el otro mostrar relaciones entre distintas representaciones de los objetos matemáticos (gráfica, algebraica y celdas de una hoja de cálculo) Dicho interés ha llevado a que en múltiples instituciones se ofrezca cursos en los que se permita explorar las opciones que ofrece GeoGebra, fomentando así su uso (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014).

Esto permite avanzar en el proceso de génesis instrumental, de acuerdo con Zbiek, Heid, Blume y Dick (2007) la génesis instrumental es el proceso por el cual un artefacto se transforma en una herramienta, lo que ocurre cuando el estudiante lo incorpora a su actividad.

Se han reconocido varias características de GeoGebra que representan una ventaja en la enseñanza en distintos niveles educativos, desde básico hasta superior. Se trata de un software gratuito, libre y de código abierto, amigable con el usuario, es multiplataforma y permite a los estudiantes enfocarse en la comprensión conceptual ya que es auxiliar en un cálculo rápido y preciso, brindando información sobre aspectos gráficos del fenómeno u objeto que se está estudiando (Bonilla, 2013).

Siguiendo en esta línea, y considerando que el uso de herramientas tecnológicas en el aula puede hacer la clase más interesante y explicativa para los estudiantes, permitiéndoles explorar las características de los objetos matemáticos de manera intuitiva que en otro caso serían de dificil acceso, en la investigación realizada por Canut (2017), se muestra una experiencia tras la que concluye que el uso del método gráfico al emplear GeoGebra despertó la curiosidad y motivación para el aprendizaje de la programación lineal en un grupo de estudiantes de nivel superior.

Por lo anterior surge nuestro interés sobre una propuesta pedagógica que involucre el uso de herramientas tecnológicas cognitivas que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Entendemos como una herramienta tecnológica cognitiva de acuerdo a la idea de Zbiek. et al. (2007), como aquella que permita sortear las limitaciones de la mente, que facilite la dimensión técnica de una actividad, pero sin interferir con la dimensión conceptual, así como tomar acciones sobre los objetos matemáticos o sus representaciones.

De esta manera nuestra investigación persigue generar una propuesta pedagógica para la enseñanza del tema resolución de un sistema de inecuaciones de dos variables por el método gráfico, al utilizar GeoGebra en un curso de Simulación por Computadora de la UDG en la modalidad en línea.

1. Fundamentos teóricos

1.1 La tecnología en la enseñanza de las matemáticas

La incorporación de la tecnología en el aula de clases de matemática y sus efectos han sido de los principales objetivos de investigadores en Matemática Educativa; se ha considerado el impacto que tiene en la parte técnica y la parte conceptual de la actividad matemática, lo cual ha permitido diferenciar las herramientas tecnológicas cognitivas que permiten al usuario un trato distinto al que sería con herramientas no tecnológicas, en el que la faceta técnica de la actividad es sencilla y se dá una mayor importancia a la faceta conceptual (Zbiek et al., 2007). Al respecto Waxman, Conell y Gray (2002) comentan que el uso de esta tecnología en la clase de matemática ha tenido un efecto positivo en el desarrollo de la habilidad de resolver problemas de matemáticas, al visualizar conceptos matemáticos abstractos.

Lo que ha llevado al desarrollo de distintos constructos teóricos emergidos de diversas investigaciones que permiten describir el impacto de la tecnología y su uso en la enseñanza de la matemática, a continuación se explica sobre ello.

Los constructos son conceptos teóricos que sirven para explicar la relación que hay entre la tecnología, la enseñanza y la matemática. Sin embargo, apoyándose en una

base empírica posibilitan interpretar el vínculo que hay entre herramientas, actividades, estudiantes, docente y contenido curricular (Zbiek et al., 2007).

Entre ellos encontramos el constructo de *privilegiar* que describe las prioridades que establecen los docentes al utilizar la tecnología en la clase. En este caso elegimos emplear como herramienta tecnológica la plataforma GeoGebra porque es una plataforma de fácil acceso y que los estudiantes ya habían utilizado en cursos anteriores. Un ejemplo de esta situación es considerada por De Albornoz Torres (2019) quien hace notar que el uso de tecnología em la enseñanza de las matemáticas permite centrarse en la construcción de conceptos y de métodos de resolución lo cual resta preocupación a la obtención de un resultado.

GeoGebra favorece la capacidad de analizar un objeto matemático a través de sus distintas representaciones (algebraica, geométrica o numérica), haciendo conexiones entre cada una de ellas e incorporando sus distintas conceptualizaciones; Zbiek et al.(2007) definen esta característica con el constructo de *fluidez representacional*.

Otro constructo de interés aquí es el de *caja blanca/caja negra*, que pone de manifiesto si los estudiantes utilizan la tecnología siendo conscientes de los conceptos matemáticos que le demandan o de manera automática sin tener ninguna expectativa de ello.

1.2 GeoGebra

Las tecnologías han impulsado cambios importantes en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Según Sánchez (2012), la tecnología incide y beneficia el proceso de aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas pues ésta produce, ordena y examina datos. Especialmente, en la educación a distancia, el uso de tecnologías de información y comunicación han sido de gran ayuda para continuar con la educación, pues han construido un puente por el cual poder mantener la relación y comunicación entre el docente y sus alumnos, para la construcción de conocimientos (Castro, Guzmán y Casado, 2021).

Una de estas herramientas tecnológicas es GeoGebra, al respecto Álvarez, et al. (2014) plantean:

Uno de los asistentes matemáticos desarrollados como software libre más popular en los últimos años es GeoGebra, un recurso escrito en Java y disponible en múltiples plataformas. Este permite el dinamismo de las figuras geométricas, lo que facilita analizar la variación o no de sus propiedades y relaciones al modificarlas. Asimismo, posibilita examinar un objeto matemático en diferentes registros de repente, el software GeoGebra puede ser considerado como una representación, por medio de la articulación de su interfaz gráfica con una

algebraica, una de cálculo simbólico y una hoja de cálculo, lo que favorece el establecimiento de relaciones y una comprensión más profunda de lo que se estudia. (p. 27)

Adicionalmente, el software GeoGebra puede ser considerado como una herramienta cognitiva, siguiendo la misma línea que Mendoza (2015) quien considera que utilizar GeoGebra como herramienta pedagógica en clase de matemática realza el aprendizaje de los estudiantes.

1.3 Programación lineal de dos variables

La programación lineal es una de las técnicas más utilizadas en la modelación y resolución de problemas que surgen en la Investigación de Operaciones y estudia la optimización, ya sea la minimización de costos o la maximización de utilidades, de una función lineal que satisface un conjunto de restricciones de igualdad y/o desigualdad. Las aplicaciones de la programación lineal constituyen una de las herramientas más utilizadas para los modelos de planificación de actividades; ha llegado a convertirse en una herramienta útil para la toma de decisiones por su capacidad de modelar problemas grandes y complejos con ayuda de herramientas informáticas.

Este estudio aborda problemas de programación lineal de dos variables, mismos que se presentan cuando se quiere optimizar un proceso en el cual están involucrados dos factores que influyen directamente en el resultado.

2. Metodología

2.1 Acerca de la toma de datos

En la actividad participaron 20 estudiantes del quinto semestre de la carrera de Ingeniería en Computación de la Universidad de Guadalajara (UDG) en México, en la materia de Simulación por Computadora que actualmente está siendo impartida en un formato totalmente en línea en el cual se usa como plataforma de comunicación Google Meet.

Se trata de una investigación de carácter cualitativo-interpretativo dado que tiene como base las expresiones lingüísticas y semióticas que provienen de los estudiantes que participaron en la investigación. Gall, et al. (1996, p. 767, como lo citó Hart, Smith, Swars & Smith, 2009, p. 28) definen la investigación cualitativa como:

... indagación que se basa en el supuesto de que los individuos construyen la realidad social en la forma de significados e interpretaciones, y que estas construcciones tienden a ser transitorias y situacionales. La metodología dominante consiste en descubrir estos significados e interpretaciones mediante el estudio de casos en profundidad.

Siendo así, se recolectaron las expresiones u oraciones completas de los estudiantes mediante cuestionarios abiertos, donde el significado de tales expresiones es el objeto de interés de nuestra investigación.

2.2 Procedimiento

La práctica pedagógica consta de tres momentos que ocurrieron durante las sesiones de clase en línea, en el primero se aplicó a los estudiantes un cuestionario exploratorio para conocer la situación en la que se encontraban, en el segundo momento se dio una clase con teoría, ejemplos y la realización de una actividad, en el tercer momento se les aplicó a los estudiantes un cuestionario para conocer la situación en la final así como su sentir al trabajar con GeoGebra y una representación gráfica.

El diseño del cuestionario inicial fue el siguiente:

1) Marca una opción de acuerdo con el grado en el que recuerdas cada tema:

	Tendría que repasar	Más o menos	Bien	Súper bien
Ecuaciones lineales con una incógnita				
Ecuaciones lineales con dos incógnitas				
Desigualdades con una incógnita				
Desigualdades con dos incógnitas				

Cuadro 1: Cuestionario inicial

- 2) Del 1 al 4, ¿cuál es el grado de seguridad que tienes al usar GeoGebra? Marca una opción del 1 al 4, donde 1 es el menor grado de seguridad y 4 es el mayor grado de seguridad.
- 3) En un sistema de dos desigualdades con dos incógnitas, ¿cómo se representa gráficamente la solución?

Para la clase sobre programación lineal de inecuaciones con dos variables se diseñó un plan de clase que incluye un Problema de Programación Lineal (PPL) contextualizado en una situación de la vida cotidiana y que los estudiantes resolvieron en equipos de 3. Dicho problema fue diseñado en la plataforma de GeoGebra para que los estudiantes empleen un método de resolución gráfica del sistema de inecuaciones.

Tabla 1: Plan de clase

Plan de clase			
Institución:	Universidad de Guadalajara		
Disciplina:	Simulación por Computadora		
Contenido de clase:	Resolución de Problemas de Programación Lineal de dos variables con GeoGebra.		
	El problema a resolver involucra desigualdades o sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.		
Fecha:	27/09/2021		
Duración:	Dos clases de 90 minutos		
Objetivos:			

- Presentar un problema similar a un contexto de la vida cotidiana que puede ser modelada como un Problema de Programación Lineal de dos variables.
- Fomentar que los estudiantes utilicen un método gráfico para resolver sistemas de inecuaciones con dos variables.
- Estimular un uso consciente de GeoGebra como herramienta cognitiva por parte de los estudiantes.

Estratégias:

- Iniciar la clase presentando la estructura del ejercicio a los estudiantes.
- Formar equipos de 3 estudiantes y asignar salas a cada uno dentro de la herramienta Google Meet.
- Proporcionar a los estudiantes el problema y el enlace para que guarden sus respuestas de la actividad en la plataforma GeoGebra Classroom.

Recursos:

- Computador
- Software GeoGebra
- Plataforma de comunicación Google Meet

Problema de Programación Lineal: Granja de pollos

En una granja de pollos se da una dieta para engordar, con una composición mínima de 25 unidades de una sustancia A y otras 25 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentran dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 7 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de siete unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de \$190 y del tipo Y es de \$420. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades de consumo mínimo?

En la experiencia se incluyeron imágenes para apoyar en el conocimiento del significado geométrico de un sistema de inecuaciones y el polígono de soluciones del mismo.

Para el cuestionario final se usó uno similar al cuestionario inicial más las siguientes dos preguntas:

- 4) ¿Volverías a utilizar el software GeoGebra para aprender temas de matemática? ¿Por qué?
- 5) ¿Consideras que el uso de GeoGebra ha sido útil para comprender el tema trabajado? ¿Por qué?

2.3 Respecto al análisis de datos

Dado el tipo de investigación se optó por tomar una inspiración de la ingeniería didáctica, retomar sus fundamentos teóricos, nos lleva a considerar algunos de los análisis que propone (explicados con más detalle posteriormente). La ingeniería didáctica surge en la didáctica de las matemáticas francesas en la década de los ochenta como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas y de la Transposición, de acuerdo con Douady (1996, p. 241): "...la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase."

La ingeniería didáctica como metodología de investigación tiene dos características principales, que de acuerdo con Artigue (1998, p. 40) son:

- 1. Por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en el aula; es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- 2. Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Para el desarrollo del estudio se realizaron análisis de enseñanza tradicional y sus efectos, así como de campo de restricciones previas al diseño de la actividad, posteriormente se realizó un análisis a priori que tras la aplicación de la actividad fue contrastado con un análisis a posteriori.

3. Resultados

De acuerdo con la metodología considerada en el estudio, posteriormente al diseño de la actividad se realizó un análisis a priori que se presenta más adelante contrastado con el análisis a posteriori, en el que se consideró que los alumnos emplean con frecuencia el software GeoGebra dentro del curso Simulación por Computadora.

Las respuestas al ejercicio planteado fueron recolectadas mediante la plataforma GeoGebra Classroom en la que los estudiantes colocaron sus respuestas.

La actividad se encuentra presentada en distintas tareas, en la primera parte los estudiantes respondieron algunas preguntas de carácter conceptual como las que se muestran en la Figura 1, dichas preguntas fueron orientadas a esclarecer las ideas sobre los elementos que se proporcionan en el problema. Se observa que los estudiantes identificaron la función que modela la función con las restricciones de no negatividad adecuadas al sistema del problema en contexto.

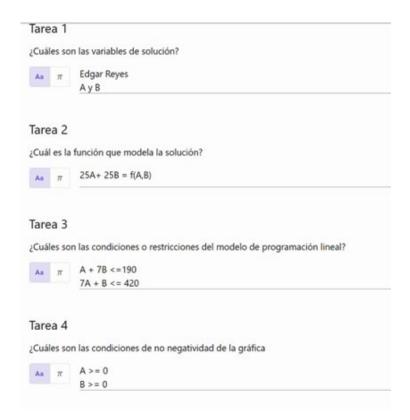


FIGURA 1. Respuestas de los estudiantes del primer equipo a las tareas 1 a 5 de la actividad.

Posteriormente se encuentran las tareas 5 a 7, donde los estudiantes graficaron la función con las restricciones que habían establecido, a partir de esto en las siguientes dos tareas determinaron los vértices que ofrecen una solución al sistema como se observa en la Figura 2. En ambos casos se encontró el mismo polígono de solución y ofrecieron la misma solución, en el caso del equipo 3 se aprecia que especificaron la solución directa al ejercicio planteado en términos monetarios.

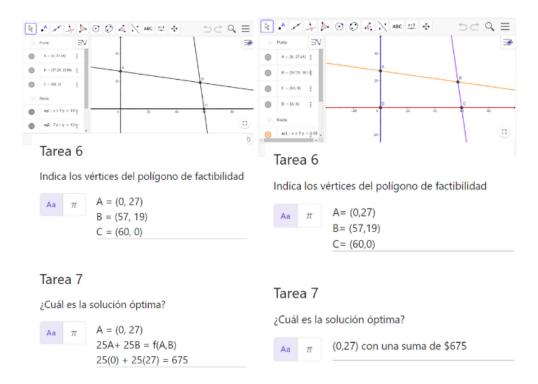


FIGURA 2. Del lado izquierdo se observan las respuestas del equipo 2, mientras a la derecha se encuentran las respuestas de los estudiantes correspondientes al equipo 3.

Las respuestas de los estudiantes fueron analizadas de acuerdo con la metodología de ingeniería didáctica. En la Tabla 2 se puede observar el contraste entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

Tabla 2: Análisis a priori y análisis a posteriori de la actividad

Actividad: La granja de pollos	
Análisis a priori	Análisis a posteriori
1. ¿Cuáles son las variables de solución?	

necesita conocer para resolver el identifican problema y los identifica con una letra necesarias para la mezcla. para representarlas algebraicamente.

El alumno identifica las variables que Los 5 equipos proponen dos letras que como las sustancias

x: cantidad de compuesto tipo X a comprar

y: cantidad de compuesto tipo Y a comprar

2. ¿Cuál es la función que modela la solución?

f(x,y)=190x+420y	Los equipos presentaron distintas respuestas como:
	25A+25B=f(A,B);
	A+7B=190 y 7A+B=420;
	f(z,y)=790x+420y;
	x(z)+y(w)=25a+25b.

3. ¿Cuáles son las condiciones o restricciones del modelo de programación lineal?

Se considera la composición mínima Los estudiantes propusieron varias

posible de cada sustancia	condiciones:
x+7y≥25	A+7B=190 y 7A+B=420;
7x+y≥25	A+7B≤190 y 7A+B≤420;
	A+7B≥190 y 7A+B≥420;
	A≥25 y B≥25.

4. ¿Cuáles son las condiciones de no negatividad de la gráfica?

x≥0

y≥0

Respetando las variables de cada equipo mostraron la misma idea

A≥0

B≥0

5. Gráfica (usando la calculadora gráfica de GeoGebra)

soluciones.

Grafica la función modelo con las Graficaron la función que modela el restricciones y marca el polígono de problema así como las restricciones consideradas en cada equipo además de marcar los puntos de intersección.

6. Indica los vértices del polígono de factibilidad

Identifica los vértices del polígono de Identificaron los vértices del polígono soluciones como las intersecciones entre las rectas graficadas: A=(0,3.57), B=(0,0), C=(3.57,0) y D=(3.13,3.13)

de soluciones como las intersecciones entre las rectas graficadas.

7. ¿Cuál es la solución óptima?

críticos en la función objetivo y se determina la mínima.

Se sustituye el valor de los puntos Las respuestas fueron variadas de acuerdo al equipo:

La solución óptima es 3.57 del compuesto X y 0 del compuesto Y. Minimizando el costo a \$678.30, la cual está en el punto C.

60x, 0y;

x=0, y=27.14;

2720;

675;

13740.

En el análisis a posteriori se observaron las siguientes situaciones:

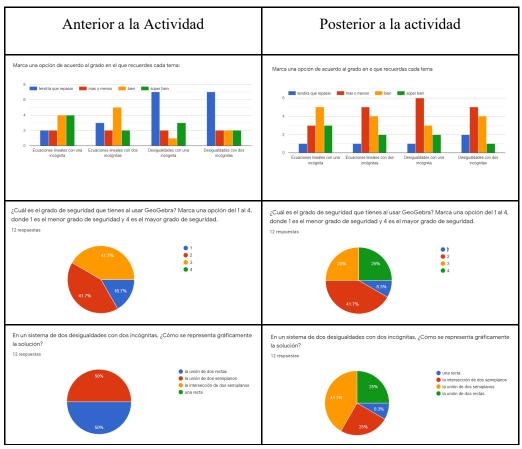
- Los estudiantes tienen una idea muy clara respecto a la asignación y utilización de variables.
- Dentro de las condiciones de restricción, reconocen los valores involucrados aunque no logran establecer las condiciones en lenguaje algebraico.
- Los estudiantes graficaron el modelo que diseñaron para solucionar el problema y lograron identificar el polígono de soluciones que va de la mano con la función objetivo y las restricciones consideradas en cada equipo.
- Asimismo, lograron identificar los vértices del polígono de soluciones como los puntos en los que se encontraba la solución que optimiza el problema.
- Los estudiantes escogen como solución aquella que es un vértice del polígono de soluciones y que es la mínima no trivial.

Con respecto a los resultados del formulario se observa que anterior a la clase y actividad, el grado de seguridad en la mitad de los estudiantes era muy poco en el tema desigualdades de dos incógnitas, identificándose en el nivel "tendría que repasar"; en cuanto a la confianza que mostraron al emplear el software GeoGebra poco más del 58% se identificó en los dos niveles más bajos de seguridad, mientras que el 41.7% se identificó en el tercer nivel, y ninguno de ellos se identificó con el nivel 4 que fue el máximo nivel de seguridad sugerido; en la última pregunta del formulario se evidenció que la mitad de los estudiantes consideraron que la representación gráfica de la solución de un sistema de desigualdades con dos incógnitas es la unión de dos rectas mientras que la otra mitad de los estudiantes consideró que era la unión de dos semiplanos.

De manera posterior a la actividad, se les presentaron estas mismas preguntas y se encontró que dos terceras partes del grupo se identificaron con el nivel intermedio (más o menos o bien) de seguridad al trabajar con temas de desigualdades con una o dos incógnitas; la mitad de los estudiantes se mantuvieron en los dos niveles inferiores de seguridad al trabajar con GeoGebra; una cuarta parte se identificó con el nivel más alto de seguridad y la otra cuarta parte con un nivel 3 de seguridad; con respecto la representación gráfica de la solución de un sistema de desigualdades de dos incógnitas 25% de los estudiantes lo identificaron como la intersección de dos

semiplanos, respuesta que no había sido considerada anteriormente, siendo esta respuesta la correcta.

Los gráficos correspondientes a estos datos pueden observarse concentrados en el Cuadro 2.



Cuadro 2: Respuestas a los cuestionarios

Al término de la clase se les preguntó a los estudiantes:

¿Volverías a utilizar el software GeoGebra para aprender temas de matemática? ¿Por qué? Las respuestas de los estudiantes se observan en la figura 3.

¿Volverías a utilizar el software GeoGebra para aprender temas de matemática? ¿Por qué? 12 respuestas

Sí, agiliza los procesos matemáticos

Si, se me hace un software bastante bueno y practico para realizar temas sobre matemáticas

Si debido a que facilita el realizar planos

Si. Tiene muchas herramientas y es fácil de aprender incluso de manera dinámica.

si por que ayuda mucho a la visualización de una solución

Por las representaciones gráficas que brinda

si

Si, por que nos ayuda a graficar funciones de manera sencilla

FIGURA 3: Algunas respuestas de los estudiantes en el cuestionario final a la pregunta 4

Todos los estudiantes consideran que volverían a utilizar GeoGebra ya sea por la variedad de herramientas que ofrece, por lo práctico que les resulta trabajar con él, porque les permite agilizar cálculos, porque es fácil de utilizar e intuitivo o por que permite visualizar la solución.

¿Consideras que el uso de GeoGebra ha sido útil para comprender el tema trabajado? ¿Por qué?

Las respuestas de los estudiantes se pueden observar en la figura 4.

Consideras que el uso de GeoGebra ha sido útil para comprender el tema trabajado? ¿Por qué?

Si, resuelve bastante bien las ecuaciones de una manera gráfica
Si se ve de una manera grafica
Si. Los datos que necesitaba se mostraban y fácil de manejar.
Facilita el trabajo
Si, por que con la ayuda de la representación grafica es mas fácil comprender los trabajos
Si, es muy didáctico
si porque me ayuda a obtener una solucion a base de funciones
Siempre un método visual con uno teórico ayuda a conllevar un ejemplo claro.
Si, no hace falta saber demasiado para poder usarlo y la gratificación es clara

FIGURA 4: Algunas respuestas de los estudiantes en el cuestionario final a la pregunta 5

Los estudiantes contestaron que sí, su justificación coincide con alguna de las siguientes razones: es muy didáctico, permite dar una visualización gráfica, los datos se observan fácilmente, porque es una combinación entre un método teórico y un método gráfico, porque el uso de la representación gráfica facilita comprender los trabajos.

4. Discusión

Durante el diseño de la actividad se consideró el uso de GeoGebra ya que favorece la fluidez representacional con su calculadora gráfica, además de que permite un trato consciente de la representación gráfica de los objetos matemáticos que fueron trabajados de manera algebraica previamente y por lo tanto un uso de la tecnología como caja blanca. Se privilegió el uso de GeoGebra Classroom porque permite la recolección de evidencias y la observación del tratamiento que dan los estudiantes a los objetos durante la actividad.

Con base en las respuestas de los alumnos (ver Figura 3 y Figura 4) al cuestionario planteado luego de las clases se observa que los estudiantes manifestaron mayor seguridad e interés en el tema al trabajar con la plataforma de GeoGebra Classroom, en función de algunas cualidades que ofrece dicha plataforma tales como: la variedad de herramientas, su facilidad y practicidad al utilizarla por la agilización de cálculos y su uso intuitivo. Sin embargo, la cualidad más nombrada de la plataforma fue el que permite visualizar y manipular una gráfica, lo que facilita la comprensión de los trabajos, es decir, les permite trabajar con el registro gráfico de una desigualdad y a la vez trabajar sobre el registro semiótico (algebraico).

La implementación de GeoGebra Classroom favoreció la enseñanza y aprendizaje en distintos puntos:

- La interpretación del polígono de soluciones, así como sus vértices coherente con los errores cometidos en el diseño del modelo.
- Se despertó el interés y se fomentó la seguridad de los estudiantes.
- Los alumnos exploraron características del registro gráfico en un período de tiempo corto en relación a hacer la tarea a lápiz y papel, lo cual es muy importante ya que debido al tiempo empleado en la actividad habría sido muy complicado llevarla a cabo.
- Los estudiantes valoran la agilización de cálculos y la representación gráfica de la herramienta.
- Emplearon el método gráfico para solucionar la actividad de clase.
- Algunos de los estudiantes lograron identificar la solución de un sistema de inecuaciones con dos variables como la intersección de semiplanos.

5. Conclusiones

De acuerdo con los resultados de la investigación consideramos que la actividad planteada cumplió con los objetivos que nos trazamos.

El uso de GeoGebra como herramienta tecnológica cognitiva evidencia beneficios en la enseñanza de las matemáticas ya que favorece la interpretación del registro geométrico y el intercambio con el registro semiótico, así como la comprensión de los objetos matemáticos con los que los estudiantes trabajaron. Se encontró que permite un manejo consciente de la representación gráfica de los objetos matemáticos, además, los estudiantes expresaron tener mayor seguridad e interés en el tema. Finalmente, los alumnos manifestaron que la herramienta les resultó práctica, ágil en el cálculo y de manejo bastante intuitivo.

Durante la investigación se detectaron algunos aspectos que podrían mejorarse para investigaciones futuras como aumentar la cantidad de sesiones, ampliar el número de estudiantes, fortalecer el nivel algebraico de los estudiantes e incrementar el número de actividades.

Sería interesante que los docentes que lean el presente estudio, encuentren en él una relación con su experiencia y apliquen a su práctica los beneficios encontrados.

Agradecimientos

Queremos agradecer al XXXXXXXXXX y al XXXXXXXXXXX quienes han trabajado como revisores de los manuscritos previos que permitieron la creación de este artículo. El proceso de revisión de un artículo es vital para el proceso de publicación, es una tarea valiosa en tiempo y dedicación que brinda un fuerte apoyo tanto a los editores como a los autores para perfeccionar el artículo.

Referencias

Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanzaaprendizaje de la matemática. Documentos Metodológicos. La Habana: Pueblo y Educación.

Gómez, P. (Ed.). (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica.

Bonilla, G. E. (2013). Influencia de uso del programa GeoGebra en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana. [Tesis de pregrado,

Universidad Central del Ecuador]. Repositorio digital de la Universidad Central del Ecuador. http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/1850

Canut, M. (Julio 26-28, 2017). Aprendiendo con GeoGebra programación lineal: a través del método gráfico [Conferencia]. Tercer encuentro universitario de mejores prácticas de uso de TIC en la educación (EDUCATIC 2017), CDMX, México.

Castro, S., Guzmán, B. & Casado, D. (2007). Las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Revista de educación Laurus*, 13 (23), 213-234.

De Albornoz Torres, A. (2019, mayo). GeoGebra como recurso para favorecer la interpretación matemática [Conferencia paralela]. CIAEM, Medellin, Colombia.

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En E. Barbin y R. Douady (Eds.), *Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas*. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M

Hart, L. C., Smith, S. Z., Swars, S. L. & Smith, M. E. (2009). An examination of research methods in mathematics education (1995-2005). *Journal of Mixed Methods Research*, 3 (1), 26-41.

Mendoza, J. (2015). Utilización del software GeoGebra, como herramienta cognitiva y su incidencia en el aprendizaje de la matemática en el primer semestre de la carrera de ingeniería en industrias pecuarias, FCP, ESPOCH. (Unpublished doctoral dissertation) Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH.

Sánchez, A. (2012). Incorporación de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario. *Revista De Educación Matemática*, 27(3), 26-38.

Waxman, H., Connell M., Gray, J. (2002). A Quantitative Synthesis of Recent Research on the Effects of Teaching and Learning With Technology on Student Outcomes. *North Central Regional Educational Laboratory*.

Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: the perspective of constructs. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning (2nd ed.)* (pp. 1169–1207). Charlotte, NC: Information Age Publishing.