



ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Aspectos Potenciais do Software GeoGebra para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática: Um Olhar a partir de Dissertações

Potential Aspects of the GeoGebra Software for Mathematics Teaching and Learning: An Overview from Dissertations

João Carlos Alves Pereira Junior^a; Everton José Goldoni Estevam^b

^a Secretaria da Educação e do Esporte do Paraná, União da Vitória, Brasil - joaocarlos14jr@gmail.com

^b Universidade Estadual do Paraná, Campus de Campo Mourão, Brasil - evertonjgestevam@gmail.com

Palavras-chave:

Educação matemática.
Tecnologia. Gênese instrumental.
Aprendizagem matemática.

Resumo: Este artigo investiga as potencialidades do software GeoGebra para o ensino e a aprendizagem matemática. Para tanto, é realizada uma revisão bibliográfica, de cunho interpretativo e à luz da Gênese Instrumental, alicerçada em 120 dissertações de mestrado acadêmico, disponíveis no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (2009 a 2019). Os resultados explicitam conteúdos matemáticos, empregos e ações de professores e alunos em práticas envolvendo o GeoGebra. Com a articulação teórica, elucidam-se artefatos diversos que podem ser constituídos a partir do software, além de modos como usuários modificam e se apropriam desses artefatos, mobilizando esquemas de uso e utilização. Desse modo, fica evidente a pertinência de orientações teóricas que permitam analisar com consistência esses processos, identificando a Gênese Instrumental, orientada pelos processos de instrumentação e instrumentalização, como aporte teórico promissor para subsidiar investigações envolvendo ensino e aprendizagem de Matemática e o software GeoGebra, considerando seus múltiplos agentes e aspectos.

Keywords:

Mathematics education.
Technology.
Instrumental genesis.
Mathematics learning.

Abstract: This article investigates the potential of Geogebra software for teaching and learning mathematics. Therefore, a bibliographic review is carried out, of interpretative nature in the light of Instrumental Genesis, and based on 120 academic master's dissertations, available in the catalog of Theses and Dissertations CAPES (2009 to 2019). The results show mathematical contents, uses, and actions of teachers and students in practices involving Geogebra. Making an additional theoretical articulation, it is evident the relevance of theoretical guidelines that allow to analyze with consistency these processes, identifying the Instrumental Genesis, guided by the instrumentation and instrumentalization processes, as a promising theoretical contribution to subsidize investigations involving Mathematics teaching and learning linked the Geogebra software, take into account its multiple agents and aspects.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Introdução

As tecnologias digitais têm favorecido o ensino e a aprendizagem de Matemática, em virtude das possibilidades dinâmicas que podem propiciar em diferentes contextos (VALENTE, 1993; 1999a; 1999b; BARANAUSKAS *et al.*, 1999; ARCAVI; HADAS, 2000; CYRINO; BALDINI, 2012; ESTEVAM *et al.*, 2018).

Um dos softwares que tem se destacado nesse cenário é o GeoGebra, por se tratar de um software livre, cujo foco não incide apenas na geometria, mas também na álgebra, probabilidade, estatística e em cálculos simbólicos, possibilitando interação com o usuário, cuja forma dinamizada contribui para a apropriação de conceitos matemáticos. Além de possuir aplicativo independente, que permite acesso e utilização em dispositivos móveis, o GeoGebra também permite a criação de páginas da web interativas, com miniaplicativos incorporados. Esses ambientes de aprendizado e demonstração são compartilhados livremente por educadores matemáticos em plataformas colaborativas on-line, como o GeoGebra – aplicativos matemáticos (ver www.geogebra.org).

Diversos trabalhos (PIERCE; STACEY, 2011; GAFANHOTO; CANAVARRO, 2014; GONZÁLES, 2016; ESTEVAM *et al.*, 2018) têm discutido possibilidades de investigação, experimentação e exploração proporcionadas pelo software GeoGebra, atribuídas ao potencial de seu dinamismo para contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Nesse contexto, este trabalho consiste em uma revisão bibliográfica com o objetivo de apresentar uma síntese sobre aspectos potenciais do software GeoGebra para o ensino e a aprendizagem de Matemática, em consonância com ações de professores e alunos nesses contextos, identificados nas discussões presentes em dissertações de mestrado. Nomeadamente, o trabalho mostra um inventário interpretativo dos apontamentos de 120 dissertações de mestrado acadêmico, disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, compreendendo o período de 2009 a 2019, e que abordam o GeoGebra no ensino da Matemática. Como forma de apresentar uma possibilidade de análise desses potenciais, os apontamentos são articulados à luz da Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995).

Tecnologia e o software GeoGebra no contexto do ensino e da aprendizagem de Matemática

O ensino e a aprendizagem de Matemática têm sido foco de debates em diferentes estudos e abordagens, tais como o conhecimento matemático do professor (SERRAZINA, 2012), tarefas como suporte fundamental para o ensino e a aprendizagem de Matemática

(PONTE, 2014), o conhecimento pedagógico e tecnológico de Matemática (BASNIAK; ESTEVAM, 2018), entre outros. Articulados com a tecnologia, as discussões evidenciam a importância dos aspectos didáticos e pedagógicos do conhecimento matemático (BASNIAK; ESTEVAM, 2018) e de diferentes estratégias para efetivar os processos de ensino e de aprendizagem (SERRAZINA, 2012), de tal forma que o professor possa ensinar os diferentes conteúdos matemáticos e os alunos possam aprender matemática.

Assim, o reconhecimento e a utilização de recursos tecnológicos são estratégias a considerar, pois uma educação de qualidade para todos, atualmente, não pode ser obtida sem que se leve em consideração a dimensão tecnológica (UNESCO, 2016). De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics* – Princípios e padrões para matemática escolar (NCTM, 2000), a tecnologia¹ enriquece o alcance e a qualidade das investigações, fornecendo um meio de *visualização* das ideias matemáticas em múltiplas perspectivas. A tecnologia não apenas influencia o modo como a Matemática é ensinada e aprendida, mas também afeta o que é ensinado e, por conseguinte, aprendido.

As tecnologias digitais inegavelmente têm favorecido as possibilidades de experimentação, visualização e simulação, e discussões sobre o uso pedagógico desses recursos nas aulas de Matemática constituem objeto de muitos estudos (ARCAVI; HADAS, 2000; CYRINO; BALDINI, 2012). De fato, a inserção e a integração das tecnologias de informação e comunicação podem estabelecer novos paradigmas no ensino e potencializar a prática pedagógica dos professores (MATTOS *et al.*, 2010). Espera-se que o grande potencial das ferramentas computacionais (calculadoras, planilhas eletrônicas, sistemas de geometria dinâmica ou computacionais algébricos) possam propiciar aos alunos em sala de aula problemas e situações não tradicionais, menos usuais, mais interessantes, do ponto de vista da aprendizagem (ALLEVATO *et al.*, 2010).

De acordo com Bittar (2011), é necessário distinguir inserção e integração tecnológica. Para a autora, inserir um novo instrumento na prática pedagógica significa fazer uso desse instrumento sem que ele provoque aprendizagem e sem conexões com a sala de aula, ou seja, a tecnologia é usada como um recurso que não está em consonância com as ações do professor. Já a integração na prática pedagógica significa passar a fazer parte dos recursos de que o professor dispõe para atingir seus objetivos. Resulta em utilizar para contribuir com o processo de aprendizagem do aluno, que oportunize compreender, acessar e explorar diferentes aspectos do que se pretende ensinar. Nesse contexto, a tecnologia deve ser usada de modo a permitir, ao aluno, ter acesso a propriedades ou a particularidades de um conceito; ou

¹ O conceito de tecnologia(s), neste texto, é entendido segundo as ideias de Álvaro Vieira Pinto (2005), como resultado dos processos históricos e coletivos, construção e expressões da atividade humana.

ainda a atividades matemáticas diferentes daquelas habitualmente tratadas no ambiente papel e lápis.

A existência do computador desafia os professores de Matemática a propor tarefas que aproveitem o potencial desses recursos e apoiem novas formas de aprendizagem. A ferramenta tecnológica em si é de pouco valor se não for acompanhada de tarefas que tirem proveito desses recursos de forma significativa (ARCAVI; HADAS, 2000). Atualmente, a concepção que orienta a presença do computador na educação formal tem sido enfatizada como ferramenta de ensino (VALENTE, 1993; 1999a; 1999b; ESTEVAM *et al.*, 2018), requerendo dos estudantes mais envolvimento. Os novos recursos inseridos no computador vêm ampliando sua capacidade de constituir ambientes de aprendizagem (BARANAUSKAS *et al.*, 1999). Entretanto, não é o computador que ensina conceitos, mas a forma como é utilizado e como o aluno é desafiado nas tarefas que criam essa condição.

Assim, de acordo com esses estudos e mobilizados pelo desafio de aliar tecnologia digital ao ensino de Matemática, pesquisadores têm discutido diferentes usos de softwares (VALENTE, 1993; 1999a; 1999b; ESTEVAM *et al.*, 2018) como possibilidade para realização de intervenções, por meio de tarefas ambiciosas que favoreçam o aprendizado dos alunos. Bittar (2010, p. 209) relata que “sabemos que a utilização adequada de um software permite uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecendo a individualização da aprendizagem e desenvolvendo a autonomia do estudante, o que é fundamental para que sua aprendizagem seja significativa”. Semelhantemente, o papel desempenhado pelo professor é fundamental nesse processo, já que ele “deve ter muito claro quando e como usar o computador como ferramenta para estimular a aprendizagem. Esse conhecimento também deve ser construído pelo professor e acontece à medida que ele usa o computador com seus alunos [...]” (VALENTE, 1999b, p. 98).

Desse modo, os professores devem utilizar a tecnologia, escolhendo ou desenvolvendo tarefas matemáticas que tirem proveito do potencial dessa ferramenta, com vistas a aprimorar as oportunidades de aprendizagem dos seus alunos (NCTM, 2000).

Nesse contexto, o software GeoGebra tem se destacado no ensino de Matemática e no campo de pesquisa associado. Bu e Schoen (2011), ao discutirem o potencial do GeoGebra para a aprendizagem matemática centrada em modelos, descrevem que o software, além de ser uma ferramenta computacional, tem sido caracterizado, por vários estudos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, como: (i) ferramenta conceitual - pela possibilidade de explorar conceitos e mobilizar a compreensão do pensamento matemático; (ii) ferramenta pedagógica - por favorecer a aprendizagem matemática; e (iii) ferramenta cognitiva ou transformadora - pela capacidade do software de apoiar atividades cognitivas do usuário.

Essa perspectiva de ferramenta sublinha os papéis versáteis do GeoGebra nas reformas de ensino de Matemática e na Educação Matemática.

Pierce e Stacey (2011), no âmbito do projeto RITEMATHS (*Real Intelligence Technology Enhance Mathematics*), desenvolveram investigações sobre o uso de problemas reais do contexto mundial, com a assistência da Tecnologia da Informação, para melhorar o envolvimento e o desempenho dos alunos do Ensino Médio em Matemática. Eles enfatizam que, com a utilização do GeoGebra, os alunos puderam criar simulações dinâmicas, realizar explorações, testar conjecturas e, assim, melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos. Dessa forma, o software de geometria dinâmica não é apenas matematicamente capaz, mas também atua, em certa medida, como uma interface do mundo real, conferindo potencial pedagógico e cognitivo à aprendizagem dos alunos.

Semelhantemente, Gafanhoto e Canavarro (2014) realizaram, em Portugal, uma intervenção didática na qual, de forma intencional, adaptaram/criaram tarefas que foram implementadas, com vistas a compreender o uso de representações matemáticas por alunos do 9º ano do 3º ciclo (14 anos de idade), utilizando o GeoGebra. Os resultados evidenciaram que o GeoGebra foi decisivo no trabalho autônomo dos grupos, considerado pelos alunos como recurso promissor na obtenção das diferentes representações. Ele propiciou facilidade, rapidez e rigor, bem como a simultaneidade de visualização das diferentes representações, o que tornou mais direto o estabelecimento de conexões entre elas.

Já Gonzáles (2016) discute diferentes cenários de atuação em que o grupo TEM – Tecnologias no Ensino de Matemática – atua, no contexto de um grupo de professores e futuros professores de Matemática. Nesse sentido, o grupo admitiu o software GeoGebra como sua principal ferramenta de trabalho, por favorecer a visualização, construção, descoberta/exploração, representação e comunicação matemática. O estudo salienta que o software GeoGebra facilitou o surgimento de métodos de trabalho, estratégias de ensino e aprendizado, atividades e materiais considerados inovadores e diversos às visões convencionais de integrar tecnologias no ensino de Matemática, embora reitere que a investigação ainda não explora todo o potencial que o GeoGebra oferece a seus usuários.

Estevam *et al.* (2018, p. 343), por sua vez, desenvolveram uma prática exploratória de ensino com alunos da licenciatura em Matemática com o objetivo de “analisar elementos potenciais que configuram o software GeoGebra como mediador da aprendizagem em um contexto de desenvolvimento de uma tarefa de natureza exploratória envolvendo a lei dos senos”. Seus resultados apontaram que um dos elementos potenciais do software consiste na provocação e sustentação de reflexões a partir da manifestação de ideias promissoras e erros dos alunos no decurso da aula. Outro elemento evidenciado foi a capacidade do software para articular e contrapor, dinamicamente, aspectos matemáticos de natureza diversa. O estudo

revelou, ainda, certa dificuldade dos futuros professores em reconhecer a tecnologia como ferramenta de ensino, o que demanda problematizações assentes em aspectos pedagógicos a ela relacionados.

Sem a pretensão de esgotar as discussões, os estudos supracitados sugerem várias possibilidades de emprego do GeoGebra no ensino e na aprendizagem de Matemática, ao mesmo tempo em que salientam a pertinência de lentes teóricas que auxiliem nessa tarefa. Nesse sentido, a próxima seção apresenta a Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995) como *uma possibilidade* de aporte teórico para orientar pesquisas com temática semelhante.

Gênese Instrumental

A *Abordagem Instrumental* oferece elementos para investigar a ação com instrumentos nos campos social e científico, não se aplicando somente à educação. Essa abordagem tem se mostrado muito apropriada para estudar aspectos importantes da integração tecnológica nos processos de ensino e de aprendizagem (BITTAR, 2010), cujo ponto de partida essencial é a distinção entre *artefato* e *instrumento* (RABARDEL, 1995; VERILLON; RABARDEL, 1995; KIERAN; DRIJVERS, 2006). Segundo Rabardel (1995), a Abordagem Instrumental estuda a distinção entre artefato e instrumento e os processos que desenvolvem a transformação gradativa do artefato em instrumento.

De acordo com Vérillon e Rabardel (1995), o *artefato* é o objeto, geralmente físico, usado como ferramenta, por exemplo, uma calculadora ou um software de computador usado por um sujeito para realizar uma tarefa. Já o *instrumento* é uma construção mental do sujeito com vistas à apropriação das possibilidades de uso do artefato e, portanto, associada a um ou vários esquemas de utilização. Assim, o instrumento, como tal, não é dado, mas deve ser elaborado pelo sujeito. Entretanto, o instrumento constituído não é efêmero. Tem um caráter permanente e é conservado como um todo, adaptável para futuras ações. Naturalmente, esse é um todo dinâmico que evoluirá de acordo com as situações às quais o instrumento for associado. Para Bittar (2011, p. 160), “um instrumento não existe ‘por si só’; o artefato se transforma em um instrumento para um determinado sujeito, quando este o incorpora às suas atividades”. O processo de transformar um artefato em um instrumento significativo nas mãos de um usuário é chamado *Gênese Instrumental* (KIERAN; DRIJVERS, 2006).

Durante a *Gênese Instrumental*, o indivíduo constrói esquemas mentais. Esse processo é complexo e depende das características do artefato, suas restrições e possibilidades, e também do conhecimento do usuário. Para Drijvers e Gravemeijer (2005), as possibilidades e restrições do artefato moldam o desenvolvimento conceitual do usuário. As concepções do

usuário, por outro lado, alteram a maneira como ele usa o artefato, podendo até levá-lo a adaptar o artefato ou personalizá-lo.

Para Rabardel (1995), esse processo de Gênese Instrumental tem duas dimensões. A *Instrumentação* refere-se às possibilidades e às restrições do artefato que influenciam as estratégias de resolução de problemas daquele que resolve a situação em voga e as correspondentes concepções emergentes, apropriando-se dos esquemas de utilização associados ao, agora, instrumento. Já na *Instrumentalização*, o conhecimento de quem utiliza o artefato orienta a maneira como ele é usado e, de certa forma, transforma/adapta esse artefato como um potencial instrumento.

Dessa forma, a perspectiva da instrumentação constitui um arcabouço teórico frutífero para a compreensão das dificuldades e possibilidades de uso efetivo da tecnologia, abarcando alunos e professores (KIERAN; DRIJVERS, 2006). Isto ocorre, de acordo com Basniak e Estevam (2019, p. 741), devido à “[...] dualidade de possibilidades do artefato: por um lado, de moldar o pensamento do aluno (instrumentação) e, por outro, de o pensamento do aluno moldar o artefato (instrumentalização)”. Essa dualidade oferece elementos consistentes para a identificação do potencial desse artefato – em nosso caso, o software GeoGebra – para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Assim, esses aspectos orientam o modo como as análises serão realizadas no presente estudo, alicerçados nas evidências dos trabalhos que constituem o *corpus* analítico da pesquisa, delineado conforme a próxima seção.

Encaminhamento metodológico

O presente estudo consiste em uma revisão bibliográfica (VOSGERAU; ROMANOWSKI, 2014) que inventaria, de maneira interpretativa, pesquisas brasileiras de mestrado (acadêmico) do período compreendido entre 2009 e 2019 (11 anos), envolvendo o software GeoGebra no ensino de Matemática. Para tanto, recorreremos, no primeiro semestre de 2020, ao Catálogo on-line de Teses e Dissertações da CAPES², para identificar trabalhos que atendessem à temática em questão.

Para delinear o conjunto de trabalhos objeto de análise deste artigo utilizamos, na base de dados da CAPES, “GeoGebra” como palavra-chave. Encontramos, num primeiro momento, 1.038 trabalhos, entre teses e dissertações de mestrado acadêmico e profissional, produzidas entre 2009 e 2019, e, com vistas a não comprometer a viabilidade do estudo, optamos por analisar apenas as dissertações de mestrado acadêmico desse período. Para além de viabilizar o processo analítico, esse recorte também levou em consideração o potencial de

² Disponível em: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

um estado de conhecimento dos estudos dessa natureza para sustentar o delineamento de pesquisas futuras de mestrado, como aquela realizada pelo primeiro autor deste artigo.

Esse refinamento resultou no delineamento de 120 publicações, que constituem o *corpus* analítico do estudo, cuja distribuição cronológica, geográfica e institucional está sistematizada no Quadro 1.

Quadro 1 - Distribuição cronológica, geográfica e institucional do *corpus* analítico do estudo

Ano	Trab.	Estados	IES
2009	03	MG (1), PR (1), SC (1)	UFJF (1), UEM (1), UNESC (1)
2010	05	SP (4), SC (1)	UNESP (2), PUC/SP (2), UFSC (1)
2011	07	PR(1), RJ(2), SP (4)	UEM (1), ESTACIO (1) UFRRJ(1), PUC/SP (3), UNIBAN (1)
2012	03	CE (1), RS (1), SP (1)	UFC (1), PUC/RS (1), UNESP (1)
2013	09	BA (1), CE (1), MS (1), PA (1), SP (5)	UESB (1), UECE (1), UFMS (1), UFPA (1), UNESP (1), UNIBAN (3), UNICAMP (1)
2014	08	BA (1), RS (2), SE (1), SC (1), SP (3)	UESB (1), UNIJUI (2), UFS (1), UNIVALI (1), UNESP (1), UNIAN (2)
2015	18	BA (1), CE (1), DF (1), MS (2), PR (3), RJ (1), RS (6), SP (3)	UESB (1), UFC (1), UNB (1), UFMS (2), UEM (1), UEL (1), UFPR (1), UFRRJ (1), ULBRA (1), UFSM (4), PUC/RS (1) PUC/SP (2), UNIAN (1)
2016	14	AM (1), BA (1), GO (1), MS (2), PE (1), RS (4), SP (4)	UFAM (1), UESC (1), PUC/GO (1), UFMS (2), UFPE (1), UFRGS (1), UFSM (3), PUC/SP (2) UNIAN (1), UNESP (1)
2017	26	BA (3), CE (4), MG (1), PB (1), PE (1), PR (1), RS (6), SE (1), SP (8)	UESC (3), IFCE (2), UFAL (1), UFC (1), UFLA (1), UEPB (1), UFPE (1), UNOPAR (1), FURG (1), UFSM (3), UNIFRA (2), UFS (1), PUC/SP (4), UNESP (3), UNIAN (1)
2018	19	AM (2), BA (2), PE (1), PR (4), RJ (1), RS (4), SC (1), SP (4)	UFAM (2), UESB (2), UFPE (1), UEM (2), UEPG (1), UFPR (1), UFRRJ (1), UNIFRA (1), UNIJUI (1), UFPEL (1), UFSM (1), UFSC (1), PUC/SP (1), UNESP (3)
2019	08	BA (2), RN (1), RS (3), SP (2)	UESB (1), UESC (1) UERN (1), UFPEL (2), UFRGS (1), PUC/SP(1), UNESP (1)
Total ³	120	SP (38), RS (26), PR (10), BA (11), CE (7), MS (5), RJ (4), SC (4), AM (3), PE (3), MG (2), SE (2), DF (1), GO (1), PA (1), PB (1), RN (1)	PUC/SP (15), UNESP (13), UNIAN (8), UNIBAN (1), UNICAMP (1), UFSM (11), UFRGS (3), UFPEL (3), UNIFRA (3), UNIJUI (3), PUC/RS (2), ULBRA (1), UEM (5), UFPR (2), UEL (1), UEPG (1), UNOPAR (1), UESB (6), UESC (5), UFC (3), IFCE (2), UECE (1), UFAL (1), UFMS (5), UFRRJ (3), ESTACIO (1), UFSC (2), UNESC (1), UNIVALI (1), UFAM (3), UFPE (3), UFLA (1), UFJF (1), UFS (2), UNB (1), PUC/GO (1), UFPA (1), UEPB (1), UERN (1)

Fonte: Sistematizado pelos autores a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Para a coleta de dados, foi realizada a leitura dos resumos das pesquisas em ordem cronológica invertida, ou seja, iniciada pelas de 2019 até as de 2009. Em virtude de sua antecedência à Plataforma Sucupira, para os trabalhos anteriores a 2013, foi necessário recorrer aos repositórios das bibliotecas dos programas de pós-graduação de vínculo. Ademais, cabe destacar que, em diversos trabalhos, os resumos não forneceram os elementos necessários ao presente estudo, cujos dados foram complementados com a leitura do trabalho completo, de modo geral, com informações coletadas nas seções de introdução, metodologia e

³ Com o intuito de facilitar a visualização, os totais estão apresentados em ordem decrescente de quantidade de trabalhos, tanto na coluna dos estados quanto das IES. Dessa forma, não respeitam a ordem alfabética nem as correspondências estabelecidas entre estas duas colunas, presentes nos respectivos anos.

conclusões ou considerações finais. Essas informações foram estruturadas em um quadro⁴ que sustentou o processo analítico, composto dos seguintes descritores: autor e data, objetivos, sujeitos/participantes da pesquisa, conteúdo(s) matemático(s) envolvido(s), modo(s) de emprego do software GeoGebra, e principais resultados e conclusões. Com isso, foi possível delinear as unidades de análise, a partir das convergências percebidas, que oferecem elementos para articular os diversos artefatos gerados⁵ pelos empregos do software GeoGebra, bem como os possíveis modos como os usuários lidam/lidaram com esses artefatos, considerando seu emprego e conteúdos matemáticos diversos presentes nas pesquisas. Apesar de ser possível admitir o próprio GeoGebra com *um* artefato, consideramos que as diferentes *modificações* no software particularizam potencialidades e motivações para seu emprego, podendo originar, assim, *ferramentas* diversas. Essa característica sustenta, portanto, nossa admissão de diferentes artefatos associados ao GeoGebra, com base nessas modificações. Desse modo, foram constituídas três unidades interdependentes de análise, na seguinte conformidade:

(i) *Conteúdos matemáticos abordados com o software GeoGebra*: explicitam quais conteúdos matemáticos têm sido enfoque das pesquisas envolvendo o software GeoGebra, tendo em conta a amplitude oferecida pelos recursos disponibilizados por ele.

(ii) *Empregos do software GeoGebra no ensino de Matemática*: identifica modos como o software GeoGebra vem sendo empregado no ensino de Matemática, considerando os conteúdos identificados na unidade (i), bem como o uso efetivo que os usuários têm feito dele, constituindo diferentes artefatos (e potencialmente, instrumentos).

(iii) *Ações do professor e do aluno no contexto de práticas envolvendo o software GeoGebra no ensino e na aprendizagem de Matemática*: esclarece implicações às ações e sobre as ações de professor e alunos nos contextos de utilização do software, tendo em conta os diferentes artefatos identificados na unidade (ii).

Essas unidades são circunstanciadas nas seções que seguem e os potenciais articulados à luz da Gênese Instrumental.

⁴ Para auxiliar nas análises, foi atribuído um código para cada dissertação, constituído pela letra D seguida dos números de 01 a 120, cuja ordem considera o ano de publicação e o nome do autor do trabalho, em classificação alfabética. A síntese de referência desse processo constitui o Apêndice A deste artigo.

⁵ A Gênese Instrumental emergiu, portanto, como uma (não a única) possibilidade teórica para articular esses resultados, a partir dos elementos identificados nos estudos. Evidentemente, o acesso às práticas efetivamente desenvolvidas poderá enriquecer o esclarecimento dos artefatos e instrumentos identificados, bem como a gênese que sustentou processos associados de instrumentação e instrumentalização.

Conteúdos abordados com o software GeoGebra

As pesquisas que compõem o *corpus* analítico deste artigo evidenciam que as características atribuídas ao software que conduzem os pesquisadores a escolhê-lo para as ações de intervenção e pesquisa referem seu dinamismo, o qual configura possibilidades diversas de exploração, visualização, manipulação e investigação, em consonância com Wassie e Zergaw (2019). Assim, conforme a abordagem realizada nas pesquisas, aproximamos os trabalhos por temática e quantidade de dissertações identificadas na seguinte conformidade: geometrias; números e álgebra; grandezas e medidas; probabilidade e estatística; e cálculo diferencial e integral. Cabe salientar que houve trabalhos que abordaram mais de um conteúdo, de acordo com nossa análise, o que poderá ser verificado nos quadros que compõem a seção. Apenas três pesquisas não trataram de conteúdos matemáticos específicos (D44, D60, D104). Ainda assim, esses trabalhos serão abordados nos demais eixos temáticos por apresentarem outros contributos para o estudo.

Para auxiliar na visualização, foram organizados cinco quadros por temática, destacando a dissertação e o conteúdo específico matemático abordado, conforme apresentado a seguir.

Quadro 2 - Conteúdos de Geometrias tratados nos trabalhos

Conteúdo	Dissertações
Analítica: Circunferência	D06, D15, D40, D42, D45, D62, D66, D94, D120
Analítica: Ponto e reta	D01, D31, D42, D65, D94
Analítica: Representação de um cicloide	D57
Cônicas	D13, D52, D95
Fractais	D17, D69, 116
Hiperbólica: h-plano	D02, D12
Homotetia	D64, D71
Isometrias	D37, D118
Mosaicos	D101
Poliedros (representação, classificação, características, propriedades)	D11, D50, D88, D96, D100, D110, D112, D114, D120
Polígonos (representação, classificação, características, propriedades)	D02, D06, D11, D14, D15, D16, D20, D28, D30, D40, D41, D43, D48, D50, D54, D72, D88, D90, D96, D99, D100, D108, D109, D114, D115, D120
Simetria	D25, D102, D111
Sólidos de revolução	D99, D112
Teorema de Pitágoras	D06, D40, D69, D86, D109
Teorema de Tales	D67, D86, D89, D109
Volume de poliedros	D19, D38, D70, D71, D75, D97, D107
Total	60

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

No quadro 2, é possível verificar a diversidade de conteúdos abordados em geometrias com a utilização do GeoGebra, bem como a preponderância desses conteúdos nos trabalhos analisados. Isso possivelmente decorre de o GeoGebra ter sido inicialmente pensado como um software de Geometria Dinâmica, no qual foram incorporadas outras janelas e ferramentas ao

longo de seu desenvolvimento, que ainda vem ocorrendo, o que sugere novas possibilidades de experimentação favorecidas pelo artefato. Ao visualizar a interface do Geogebra na barra de ferramentas, identificam-se ferramentas úteis para construção de pontos, retas, polígonos entre outros. A combinação das janelas de álgebra, onde é possível exibir atributos dos objetos construídos, com as janelas de visualização 1, 2 e 3D permite a visualização gráfica de objetos que possuem representação geométrica ou construções tridimensionais, vantagens que favorecem o desenvolvimento de inúmeras estratégias envolvendo esses conteúdos.

Quadro 3 - Conteúdos de Números e Álgebra tratados nos trabalhos

Conteúdo	Dissertações
Conjunto dos números racionais e irracionais	D68, D80, D106
Equações do 2º grau	D113
Função exponencial	D24, D47, D49, D81, D84, D86, D98
Função logarítmica	D09, D24, D81, D98
Função polinomial do 1º grau	D01, D10, D21, D26, D28, D29, D35, D36, D53, D56, D62, D63, D77, D80, D81, D82, D86, D98
Função polinomial do 2º grau	D23, D36, D55, D56, D58, D61, D62, D77, D80, D81, D92, D93, D98
Função polinomial do 3º grau	D03
Funções trigonométricas	D07, D63, D76, D81, D86
Números complexos	D05, D119
Produtos notáveis	D74, D71
Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas	D117
Simétrico e operações com inteiros	D08
Sistemas lineares	D103
Total	42

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Já no quadro 3, os conteúdos abordados com o GeoGebra indicam as possibilidades favoráveis da janela de álgebra associada à visualização gráfica, ao inserir comandos na caixa de entrada. A ferramenta controle deslizante, nesse caso, permite analisar funções de forma dinâmica, e o usuário pode utilizá-la para definir parâmetros como coeficientes da função, o que favorece a investigação e a exploração dos objetos matemáticos de maneira não estática, articulando álgebra e outras representações.

Quadro 4 - Conteúdos de Grandezas e Medidas tratados nos trabalhos

Conteúdo	Dissertações
Razões trigonométricas	D18, D32, D34, D59, D79, D86
Volume de poliedros	D19, D38, D70, D71, D75, D97, D107
Cálculo de áreas	D39, D46, D61, D71, D75, D78, D87, D93
Total	19

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Na abordagem dos conteúdos no quadro 4 as janelas de visualização 1, 2 e 3D possibilitam a investigação pelo usuário. Como exemplo, ao utilizar as ferramentas perímetro, área e volume, obtêm-se cálculos rápidos, com resultados observáveis na janela de álgebra. Também é possível, no campo de entrada, inserir os comandos área e volume, informando os

parâmetros desejados que retornarão os resultados correspondentes. No caso das razões trigonométricas, é possível a demonstração das relações de forma dinâmica.

Quadro 5 - Conteúdos de Probabilidade e Estatística tratados nos trabalhos

Conteúdo	Dissertações
Regressão linear	D52
Probabilidade geométrica	D73
Medidas de tendência central	D105
Total	03

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Ao analisar o quadro 5, identificamos que a abordagem dos conteúdos de probabilidade e estatística ainda foi pouco explorada, se comparada aos demais. Contudo, o software apresenta recursos, como a janela planilha, que podem ser explorados em conjunto com as janelas de álgebra e visualização. Ao inserir valores numéricos em uma das células da planilha, uma função ou pontos, é possível observar a resposta na janela de visualização e de álgebra. Utilizando as ferramentas da barra de ícones da planilha, é possível calcular, por exemplo, a média, as probabilidades, ou realizar a análise univariada dos dados, recursos que podem auxiliar o desenvolvimento e a compreensão desses conteúdos.

Quadro 6 - Conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral tratados nos trabalhos

Conteúdo	Dissertações
Límite	D04, D33, D51
Derivada de variável real	D04, D22, D27, D91
Integral de variável real	D04, D83
Integral de variável complexa	D85
Total	08

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Com relação ao quadro 6, os conteúdos de cálculo diferencial e integral são abordados em cursos de licenciatura, cujas ferramentas do software disponíveis na janela CAS⁶ possibilitam determinar o limite de uma função, integrá-la ou derivá-la. Também, em conjunto com a janela de visualização, é possível observar o comportamento da função, o que pode favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos, bem como representações geométricas das operações algébricas realizadas (como no caso de derivadas e integrais, e de variáveis complexas).

Os conteúdos abordados com o software GeoGebra, de acordo com os quadros apresentados, evidenciam diversidade de objetos matemáticos possíveis de serem discutidos por meio das diversas ferramentas do software. É possível, inclusive, empregá-lo em diferentes situações de ensino e de aprendizagem, dependendo do objetivo do professor, de modo a proporcionar oportunidades de natureza investigativa e exploratória que articulam

⁶ Abreviatura de *computer algebra system* que, em português, significa sistema de computação algébrica, o qual está disponível no GeoGebra no menu exibir.

cálculos aritméticos, algébricos e múltiplas representações gráficas desses objetos matemáticos, por exemplo, no conteúdo de polígonos e poliedros, em geometrias, ou funções, em números e álgebra. Também é possível perceber que o conteúdo probabilidade e estatística, mesmo apresentando aberturas para exploração, carece de mais abordagens nos estudos, considerando as evidências de seu potencial.

O dinamismo do software com a integração das janelas de visualização 1, 2 e 3D, planilha, e CAS, com as inúmeras ferramentas e comandos, significa uma vantagem para a variedade de conteúdos matemáticos e suas particularidades, abordados em diferentes contextos.

Tendo em conta os conteúdos abordados nas pesquisas, a seção seguinte esclarece modos como o software GeoGebra vem sendo empregado no ensino de Matemática, considerando as possíveis particularidades de seus diversos campos de conteúdo e respectivos potenciais.

Empregos do software GeoGebra no ensino de Matemática

A análise global dos estudos permite identificar os empregos do software GeoGebra enquanto artefato ou instrumento no ensino de Matemática, bem como a intencionalidade dos pesquisadores e professores quando realizam *modificações* no uso do software, que possibilitam empregos diversos. Assim, os empregos evidenciam possibilidades de construções, investigações/explorações, plotagens de gráficos, simulações, animações, micromundos, applets, produção de vídeos. Eles são entendidos como diferentes artefatos a partir da identificação, nos estudos, da intenção/motivação que orienta sua estruturação pelos professores/pesquisadores e sua utilização por outros/diferentes sujeitos (professores e alunos) no discurso dos estudos.

O quadro 7 sintetiza, desse modo, esses diferentes empregos do software, associado aos respectivos trabalhos. Apenas D18, D44, D95 e D104 não integram o quadro, porque constituem levantamentos bibliográficos sobre o uso do software, não especificando diretamente seu emprego.

Quadro 7 - Diferentes empregos do software GeoGebra

Empregos do software	Trabalhos associados
Animações (8)	D13, D55, D96, D97, D99, D109, D114, D116
Applets (9)	D22, D42, D46, D50, D60, D75, D77 D87, D106
Construções (43)	D02, D04, D05, D07, D08, D09, D10, D11, D14, D16, D28, D31 D36, D37, D38, D39, D40, D45, D48, D53, D65, D66, D68, D70, D73, D74, D76, D78, D83, D85, D88, D89, D91, D94, D100, D101, D103, D108, D111, D113, D115, D117, D120
Explorações/Investigações (27)	D06, D17, D20, D21, D23, D25, D26, D30, D32, D33, D34, D41, D43, D54, D58, D59, D61, D64, D67, D69 D71, D72, D79, D102 D107, D112, D118
Plotagem de gráficos (18)	D03, D35, D47, D49, D51, D52, D56, D57, D62, D63, D80, D81, D84, D92, D93, D98, D105, D119
Micromundos (2)	D19, D90
Produção de vídeos (1)	D110
Simulações (8)	D01, D12, D15, D24, D27, D29, D82, D86
Total	116

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

As *animações* são modificações realizadas utilizando ferramentas do software que possibilitam atribuir dinamicidade a objetos estáticos. Isso é possível utilizando a função animar do controle deslizante, por exemplo, o que favorece a exploração e visualização, de forma dinâmica e interativa e, assim, auxilia a compreensão dos conceitos e relações da Matemática de forma não estática. As animações são apontadas por professores de forma positiva devido à exploração propiciada durante a execução no GeoGebra. Para eles, esse tipo de artefato desperta interesse sobre o grau de dificuldade e como construir as animações (D13).

Já em relação aos alunos, seu potencial se assenta nas possibilidades de visualização, exploração e manipulação de diferentes representações de um mesmo objeto matemático de forma criativa e dinâmica (D55, D96, D97, D99, D109, D114, D116). Essa mesma construção, se fosse realizada com lápis e papel, não permitiria tal manipulação dinâmica, dificultando a visualização e a compreensão do conceito matemático envolvido (D109). A possibilidade de verificação instantânea do registro algébrico para o registro gráfico propicia a observação e animação das variáveis visuais e, assim, favorece a aprendizagem (D55).

Já os *applets* são entendidos como produções autoexecutáveis, que permitem interações e são intencionalmente elaborados no GeoGebra, de acordo com o conteúdo matemático que se deseja ensinar. Devido à sua dinamicidade, eles contribuem de forma eficaz nas investigações experimentais, o que é difícil de ser alcançado com outros recursos (D75). Outro fator destacado é o maior tempo que seria necessário em uma aula, caso fosse realizada a tarefa com papel e lápis (D22, D42, D50, D75, D87, D106).

Os applets desenvolvidos com o software GeoGebra são relativamente simples, se considerados todos os recursos disponibilizados por esse software (D42), porém desempenham um papel importante na exploração, manipulação e visualização (D77) para a

compreensão dos objetos matemáticos abordados. Isso é evidenciado, por exemplo, em D75, ao referir o quanto os estudantes sentiam prazer e conforto ao conhecerem, como alguns mencionavam, a “origem das fórmulas matemáticas”, por meio da interação com os applets.

As *construções*, por sua vez, são entendidas como resultado da manipulação do software, em suas diferentes janelas e utilizando seus comandos ou ferramentas, com objetivo pré-estabelecido e possibilidade de auxílio de um passo a passo para a elaboração da construção, resultando representações de um objeto matemático. Nas construções, professores evidenciam que o software GeoGebra é uma ferramenta de ensino que facilita a prática do professor em sala de aula (D04, D28, D40, D53, D65, D88, D120) pelas possibilidades de visualização, exploração, manipulação, investigação e construção de representações dos conceitos matemáticos. Assim, propicia experimentação das hipóteses matemáticas levantadas pelos usuários sobre as atividades propostas de forma independente, o que não ocorreria com a mesma facilidade utilizando outros materiais ou livros didáticos.

Devido à grande facilidade e versatilidade nas representações de objetos e relações que permitem acessar e compreender conceitos matemáticos, os alunos podem analisar as propriedades envolvidas em suas construções, e essa interação favorece atitudes de autonomia, além de aprendizagem colaborativa em sala de aula. Ao realizar essas práticas envolvendo construções, as pesquisas ainda salientam que a intencionalidade do professor é fundamental (D31), pois oportuniza aos alunos reflexões sobre suas estratégias e conhecimentos, depurando-os e (re)construindo-os (D45). De acordo com D02, a mediação proporcionada pelo GeoGebra potencializa o desenvolvimento cognitivo, reflexivo e matemático dos alunos.

Em se tratando de *investigações e explorações*, elas se diferenciam das construções por, ao invés de apresentar um protocolo a ser seguido, valorizar e problematizar as diversas estratégias possíveis de utilização, cuja experimentação pode conduzir a diferentes conjecturas, ideias e validações. Nas investigações/explorações, professores apontam a importância do GeoGebra na realização das tarefas para a experimentação, exploração, visualização, representação e construção de conceitos matemáticos. Nesses cenários, salienta-se a interação entre professor/aluno e aluno/aluno ao elaborarem e testarem suas conjecturas, interpretando e dando significado às tarefas envolvidas a partir das ferramentas disponíveis no software (D21, D25, D26, D41, D43, D59, D64, D71, D112).

O aspecto dinâmico do software mobiliza os alunos a questionarem, analisarem e elaborarem conceitos matemáticos, com a possibilidade de *ir e voltar, fazer e apagar*, de forma dinâmica (D17). A visualização e manipulação dos objetos matemáticos favorecem o ensino e a aprendizagem, proporcionando e motivando os estudantes a testarem suas conjecturas bem como estabelecerem e compreenderem as relações que envolvem e

significam os diversos conceitos matemáticos (D06, D17, D20, D23, D30, D32, D33, D34, D35, D46, D51, D54, D58, D61, D67, D72, D79, D107, D118).

Já a *plotagem de gráficos* consiste na representação gráfica de objetos matemáticos que possuem representação geométrica. As pesquisas salientam, como recursos gráficos proeminentes do GeoGebra, precisão, efeitos de estilo, e a possibilidade de destacar certos pontos da construção que não seriam possíveis utilizando papel e lápis (D51, D57 D93), bem como o reconhecimento das representações gráficas e associação entre as representações gráfica e algébrica (D52, D81, D92 D119).

Na plotagem de gráficos, professores consideram que o GeoGebra é uma ferramenta dinâmica, principalmente na mobilidade da construção e observação dos gráficos, permitindo exploração e proporcionando mobilização de conhecimentos sobre a relação entre a representação gráfica e algébrica, especialmente de funções (D49, D56, D57, D63, D93). Para os alunos, na plotagem destacam-se elogios quanto à dinamicidade na construção de gráficos (D03, D47, D52, D62, D80, D81, D84, D92, D98, D105, D119), o reconhecimento e a manipulação das representações gráficas e a associação entre as representações gráfica, algébrica e tabular que favorecem conjecturas sobre a relação dos valores encontrados com os dados de sua origem (D35, D47, D51, D84, D105 D119).

No emprego do GeoGebra como *micromundo*, o software configura um ambiente que possui uma linguagem simples e atrativa ao aluno e que lhe permite fazer construções, mudanças e estender relações e regras. Além disso, um micromundo deve contribuir para o desenvolvimento das atividades pedagógicas aplicadas, incluindo o envolvimento e a interação entre os alunos e entre professor/aluno (D19). Na abordagem de micromundos, D19 refere que ela proporcionou aos alunos a busca de conexões entre as multimídias e, assim, eles tomaram diferentes percursos, enquanto buscavam compreender o conceito de volume de uma pirâmide. Isso colaborou para que os alunos pudessem visualizar e interpretar as figuras geométricas espaciais sob vários ângulos, promovendo ganhos cognitivos em suas aprendizagens (D90).

Os *vídeos* produzidos a partir de gravações de tela de objetos matemáticos construídos com o GeoGebra, os quais podem ser realizados observando-se o passo a passo da construção ou apenas o resultado final, proporcionam melhor compreensão das características desses objetos. Na produção do vídeo *Vistas das figuras espaciais*, envolvendo poliedros e não poliedros construídos com as ferramentas disponíveis no GeoGebra, D110 refere que os vídeos contribuíram para interação com os alunos e proporcionaram melhor visualização, sendo essa uma habilidade importante do pensamento matemático, que auxilia as representações dos estudantes.

Em se tratando das *simulações* no GeoGebra, elas consistem em representações de um fenômeno real, do cotidiano ou não. O software apresenta ferramentas que possibilitam a representação do que se pretende modelar, promovendo um estudo experimental do contexto analisado. Com relação às simulações, os professores evidenciam o dinamismo possibilitado pela exploração e manipulação nas construções no GeoGebra, e as oportunidades de interação e colaboração propiciadas na experimentação (D01, D15, D86). Na abordagem das simulações com os alunos, são apontadas as possibilidades de visualização que potencializam o aspecto investigativo, quando utilizadas por alunos e professores para testar conjecturas e ideias matemáticas, as quais dificilmente poderiam ser percebidas utilizando lápis e papel (D12, D29). A mudança na ação do aluno, que sai da condição passiva e assume conduta ativa na construção do conhecimento e, também, o trabalho em duplas, permitem que os alunos compartilhem informações, levantem conjecturas e as testem para chegar às conclusões, contribuindo para o desenvolvimento de sua autonomia (D24).

De acordo com as evidências dos diversos artefatos que podem ser constituídos *dentro* do GeoGebra, percebem-se possibilidades diversas para seu emprego, envolvendo/promovendo múltiplos processos de instrumentação e instrumentalização, por professores e alunos, em diferentes abordagens dos conteúdos. No quadro 8, os campos da Matemática são relacionados aos diferentes empregos do software, conforme indetificado nos estudos analisados.

Quadro 8 - Campos da matemática e os diferentes empregos do software

Campos	Empregos do software
Geometrias (64)	animações (7); applets (4); construções (25); explorações/investigações (18); micromundos (2); plotagem de gráficos; (4); simulações (3); vídeos (1)
Números e álgebra (42)	animações (1); applets (2); construções (14); explorações/investigações (6); plotagem de gráficos (14); simulações (5)
Grandezas e Medidas (18)	animações (1); applets (3); construções (4); explorações/investigações (7); micromundos (1); plotagem de gráficos (1); simulações (1)
Probabilidade e Estatística (3)	construções (1); plotagem de gráficos (2)
Cálculo Diferencial e Integral (8)	applets (1); construções (4); explorações/investigações (1); plotagem de gráficos (1); simulações (1)

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Os diferentes artefatos articulam-se com os conteúdos matemáticos à medida que são intencionalmente planejados em contextos diversos pelo professor/pesquisador. Isso pode ser observado, por exemplo, em números e álgebra, especificamente no estudo de funções com a plotagem de gráficos; ou geometrias, no estudo de polígonos e poliedros em construções, explorações e investigações. Esses diferentes artefatos em si, ao serem elaborados, constituem aspectos de instrumentação; por sua vez, a forma como eles influenciam o pensamento matemático durante sua exploração dá indícios dos aspectos associados de instrumentalização (RABARDEL, 1995; VERILLON; RABARDEL, 1995).

Assim, em consonância com as ideias apresentadas por Bueno e Basniak (2020), entendemos que o processo de *instrumentação* ocorre quando: os sujeitos realizam as diferentes tarefas utilizando-se da manipulação e exploração do artefato; na interação com o software, entre os sujeitos (professor/aluno, aluno/aluno), ao utilizarem diferentes ferramentas de forma correta para desenvolver uma tarefa proposta; estabelecem relações entre as diferentes representações matemáticas; e elaboram conjecturas que possibilitam testes e conduzem a refutações ou validações, mobilizando pensamento e conhecimento matemático.

No que se refere ao processo de *instrumentalização*, compreendemos que professores e alunos assumem status de instrumentalizado quando na interação com o software, ou entre si (professor/aluno, aluno/aluno) e na compreensão do funcionamento e manipulação do artefato: percebem as potencialidades e os limites do artefato; utilizam o artefato de acordo com as suas necessidades; investigam seus componentes e suas funcionalidades; e conseguem explorar as potencialidades dos recursos disponíveis no artefato.

Esses diferentes artefatos constituem instrumentos quando ocorrem processos de adaptação/apreensão, propostos pelos pesquisadores nos trabalhos, com diferentes intencionalidades para investigação e implicações para os agentes envolvidos. Assim, na seção seguinte, identificamos as ações específicas de professores e alunos no contexto de práticas envolvendo o software GeoGebra no ensino de Matemática, tendo em conta os indícios dos processos de instrumentação e instrumentalização identificados nesses diferentes artefatos.

Ações de professor e aluno(s) no contexto de práticas envolvendo o software GeoGebra no ensino e na aprendizagem de Matemática

Esclarecer as ações de professores e alunos nas práticas de ensino de Matemática que envolvem o GeoGebra permite elucidar aspectos de base dos processos de instrumentação e instrumentalização que sustentam essas práticas, considerando a diversidade de artefatos que o software possibilita e os esquemas de uso e utilização desenvolvidos (TROUCHE, 2005). Isso porque essas ações esclarecem como esses indivíduos utilizam o(s) artefato(s) para modificar, desenvolver e apoiar suas ideias matemáticas, ao mesmo tempo que explicitam modos como o(s) artefato(s) interfere(m) nessas ações, considerando a diversidade discutida na seção anterior. Nesse contexto, foram identificados quatro eixos de ações: i) planejamento do professor e delineamento da tarefa; ii) conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo matemático; iii) reconhecimento da interface e ferramentas do software; e iv) interação no decurso das ações.

O *planejamento intencional e o delineamento da tarefa* são apontados como ações essenciais do professor e que se articulam às demais ações envolvidas na prática. Em animações, as tarefas proporcionam reflexões acerca do conteúdo que se pretende abordar, e permitem perceber a necessidade de alterações das representações do objeto para abstrair ideias matemáticas (D116), antecipando possíveis problemas técnicos (D99), sendo necessário determinar temas e elaborar roteiros de execução (D114). Os applets, sejam elaborados pelo professor ou aqueles disponíveis na internet, constituem ferramentas de apoio (D60), mas demandam atenção em novas elaborações para não *poluir* as construções com informações desnecessárias (D75). Nas construções, o planejamento assume função diversa, porque envolve a estruturação de roteiros que orientam a ação de alunos (D74), sendo necessário refletir (D88), pensar criteriosamente as tarefas (D11), buscar relações, ou seja, o sentido com o estudo realizado, e considerar as várias possibilidades (D113), de modo a favorecer o trabalho autônomo dos alunos (D14).

Nas explorações e investigações, pensar tarefas matemáticas desafiadoras (D41), com significado diferente daqueles manifestados em resoluções com lápis e papel, é considerado um árduo trabalho (D33). É preciso considerar, na (re)elaboração da tarefa, uma forma diferente de exploração do software com novas ferramentas (D112). A utilização de roteiros deve ser vista com cuidado, para que não se torne um processo mecânico que comprometa a investigação (D21). Já na plotagem de gráficos, a retomada da tarefa pelo professor, para orientação, é uma ação que possibilita reflexão dos alunos. O micromundo, por sua vez, permite aos professores observarem as dificuldades dos estudantes e, por consequência, mediar esse processo de aprendizagem. Já em se tratando de vídeos, é imprescindível que a aula seja interativa, de modo que os sujeitos possam constantemente comunicar suas formas de raciocinar visualmente (representar, descrever, construir, manipular, etc.) (D110).

As simulações permitem discutir estratégias e possibilidades oferecidas pelo software, seja com um passo a passo ou uma simulação pronta, que conferem ao aluno a responsabilidade por interpretar a construção (D01), trabalhando conteúdos de forma mais investigativa e menos instrucional (D86).

O *conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo matemático* é um aspecto que dialoga com o planejamento intencional do professor, na medida em que o orienta a pensar suas intervenções situadas nos diferentes artefatos. É considerado um fator relevante para o objeto matemático que se deseja estudar (D49), já que conduz a mediação do professor para fazer a articulação com outros conhecimentos matemáticos durante a aula (D35). Assim, não se apresenta como uma condição necessariamente obrigatória, ou como obstáculo que pode emergir durante a tarefa (D91). Ele pode ser instigado, quando os alunos apresentam

dificuldades (D48) para mobilizar a construção de novos conhecimentos (D85), e ainda conduzir estratégias do professor na (re)elaboração das tarefas (D117).

O *reconhecimento da interface e ferramentas do software* é um eixo considerado importante em todos os artefatos, para professores (ao (re)elaborar tarefas) e alunos (antes ou durante o desenvolvimento da tarefa). Os esquemas de uso/utilização que ocorrem na manipulação das ferramentas proporcionam a ambientação e familiarização do artefato pelo usuário.

Esses aspectos propiciam um primeiro contato para explorar os seus recursos, investigar suas potencialidades e funcionalidades, mas não se esgotam nesse momento, uma vez que indicam a variedade de possibilidades matemáticas a serem exploradas. No quadro 9 são relacionados os diferentes empregos dos artefatos ao reconhecimento do software (interface e ferramentas) antes ou durante a realização das intervenções.

Quadro 9 - Empregos e reconhecimento do software antes ou durante as intervenções

Empregos do software	Reconhecimento durante a intervenção	Reconhecimento antes da intervenção
Animações (8)	D13, D96, D97, D109, D116	D55, D99, D114
Applets (9)	D42, D46, D75, D77, D87, D106	D22, D50, D60
Construções (43)	D02, D04, D05, D10, D28, D31, D40, D45, D48, D65, D66, D68, D73, D74, D78, D83, D85, D88, D89, D91, D101, D111, D117, D120	D07, D08, D09, D11, D14, D16, D36, D37, D38, D39, D53, D70, D76, D94, D100, D103, D108, D113, D115
Explorações/Investigações (27)	D20, D21, D43, D54, D58, D59, D61, D64, D72, D79, D112	D06, D17, D23, D25, D26, D30, D32, D33, D34, D41, D67, D69, D71, D102, D107, D118
Plotagem de gráficos (18)	D35, D49, D51, D52, D56, D62, D63, D81, D84, D93, D105, D119	D03, D47, D57, D80, D92, D98
Micromundos (2)	D19	D90
Produção de vídeos (1)	D110	
Simulações (8)	D01, D12, D15, D24, D27, D82, D86	D29
Total	67	49

Fonte: Elaboração dos Autores, a partir do Banco de Teses e Dissertações da Capes.

O reconhecimento do software para cada artefato constituído é conduzido de acordo com os objetivos que se deseja explorar nas intervenções. Apesar de o quadro 9 apresentar uma ligeira vantagem para o reconhecimento do software durante a intervenção, não existe consenso sobre a necessidade ou não de conhecimentos prévios para lidar, no GeoGebra, com esses diferentes artefatos, ou se advoga pela necessidade ou inexistência desses conhecimentos.

No entanto, a falta de conhecimento dos professores acerca das ferramentas disponíveis pode interferir no planejamento e representação do conhecimento matemático (D63). No planejamento das tarefas, explorar o potencial do software (D49) para que os alunos conheçam e aprendam a utilizá-lo antes da realização (D17), ou à medida que as forem

realizando (D109), permite que a cada ferramenta requerida na intervenção se tenha um propósito e o motivo pelo qual seu uso é necessário (D119).

Já com relação à *interação no decurso das ações*, a comunicação é considerada ação fundamental. Essa comunicação auxilia em dúvidas que envolvem a compreensão da tarefa proposta para desenvolvimento individual ou em grupo, a manipulação do software e, conseqüentemente, o conhecimento matemático, de modo a preservar a autonomia do aluno.

Nesse contexto, quando o professor propõe animações, deve realizar intervenções por meio de questionamentos, capazes de orientar, induzir e provocar raciocínios que auxiliem o estudante na definição dos elementos relacionados ao conceito matemático em questão (D97). Em se tratando de applets, destaca-se a realização de intervenções provocativas, das tarefas em grupo, que promovem maior interação entre os alunos. Elas procuram intensificar e privilegiar discussões dos estudantes em ações colaborativas, identificando em suas falas a intencionalidade e as estratégias utilizadas na resolução (D50).

Nas construções, o professor deve estar atento às descrições dos alunos, lançar questionamentos, sem apontar erros, permitindo que vivenciem reflexões e depurações a partir das retroações do software, realizando sistematizações das informações ao longo desse processo (D45). Os alunos podem compartilhar com os colegas suas estratégias e como pensam suas respostas, explicando como o GeoGebra contribui para estruturar a solução do problema, e todos podem colaborar com observações e sanar dúvidas, principalmente no processo de visualização. Suas expressões e impressões funcionam como alicerce para o estabelecimento de conjecturas (D38). À medida que os alunos manipulam o software, percebem o vasto campo de possibilidades para encaminhamento de suas atividades (D85).

Em explorações e investigações, os professores assumem o desafio de compreender os questionamentos que surgem de seus alunos. Na interação provocada intencionalmente pela tarefa, a comunicação do grupo auxilia na formulação de conceitos, trazendo para o estudo muita colaboração e investigação (D21). A discussão e a socialização de informações conduzem a reflexões acerca de estratégias de resolução mais adequadas (D54), quando os alunos manipulam o software e se dispõem a esclarecer tais questionamentos (D71). Dessa forma, o software não é mais visto como uma simples ferramenta de uso, mas como potencializador da investigação (D71).

Em se tratando de plotagens de gráficos, as interações suscitadas nas intervenções do professor são importantes para auxiliar os alunos com dificuldades na resolução e interpretação dos problemas (D92). *Feedbacks* com orientações possibilitam reflexão e retomada pelo aluno (D51), sinalizadoras de um processo gradual de refinamento da linguagem matemática (D03). No caso de micromundos, as intervenções devem acontecer de acordo com a necessidade, a partir da dificuldade dos estudantes. Em relação aos vídeos, a

interação prevista para a aula intenta que alunos possam comunicar suas formas de raciocinar visualmente (D110). No que se refere às simulações, a interação com o software (D29) e o diálogo com o outro (D24) criam condições favoráveis para o aluno construir seu conhecimento (D01).

Os esclarecimentos das ações de professores e alunos em práticas de ensino envolvendo o software GeoGebra evidenciam esquemas de utilização, estratégias e possíveis interferências, destacadas no emprego dos diferentes artefatos. Assim, elas esclarecem elementos dos processos de instrumentação e instrumentalização quando se utiliza o software GeoGebra em diferentes abordagens, considerando os agentes envolvidos, quais sejam, professor e aluno, bem como os aspectos condicionantes das práticas realizadas – transcendentais ao software em si.

Conclusões e considerações finais

O que mobilizou este estudo foi apresentar uma síntese de discussões que têm sido privilegiadas nas investigações envolvendo o software GeoGebra, com o objetivo de evidenciar os aspectos potenciais desse artefato aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Como recorte do corpus analítico, foram consideradas dissertações de mestrado acadêmico do período de 2009 a 2019, disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. Ao recorrer, particularmente, a aspectos da Gênese Instrumental para orientar o inventário apresentado, percebemos que essa abordagem se mostra propulsora dos processos analíticos com enfoques semelhantes, porque permite analisar – a partir dos processos de instrumentação e instrumentalização – de fato, os papéis desempenhados pelo software nos processos de ensino e de aprendizagem, bem como indícios de esquemas de uso/utilização desenvolvidos, apropriados e empregados pelos agentes envolvidos nas práticas – professor e aluno(s). Desse modo, esclarece sua integração à prática pedagógica dos professores, em vez de uma inserção que sugere, por vezes, um potencial do software *per se*.

Há que se salientar que, considerando a natureza bibliográfica do estudo, não há condições de analisar os processos de instrumentação e instrumentalização de uma maneira pormenorizada para evidenciar aspectos tênues que permeiam as ações envolvendo o ensino e a aprendizagem de Matemática com o GeoGebra. Isso é um aspecto que deve ser considerado em estudos futuros, para os quais se tornam necessários dados e descrições mais amplas e detalhadas.

Contudo, a revisão apresentada sugere que, analisar os *conteúdos matemáticos* permite perceber a amplitude de alcance do GeoGebra, a qual abarca diferentes campos matemáticos e identifica predominâncias (como no caso da geometria e álgebra) e lacunas (como no caso de

probabilidade e estatística). Evidentemente, parte dessa disparidade decorre do próprio processo de concepção e desenvolvimento do software, inicialmente orientado à geometria dinâmica, com outros recursos incorporados ao longo do tempo, como a janela de visualização 3D e a planilha, integradas ao software mais recentemente.

Por outro lado, ao olhar para os *diferentes artefatos* constituídos no GeoGebra, identificamos indícios de instrumentação (associados à instrumentalização) nas transformações desse em instrumento por um mesmo sujeito ou diferentes sujeitos, que permitem ampliar intencionalmente e de maneira fundamentada as possibilidades de representações e acesso a ideias, objetos e relações matemáticas.

Por sua vez, as *ações de professor e aluno(s)*, considerando os diferentes artefatos, apontam a efetivação de instrumentos, ao elucidar modos como o usuário modifica e se apropria de esquemas de utilização. Essas ações evidenciam, assim, dimensões de instrumentalização (associadas à instrumentação) que esclarecem como o software pode influenciar, moldar ou auxiliar no processo de pensamento matemático, tanto de professor quanto de aluno, e ampliar possibilidades para compreensão dos diferentes objetos matemáticos. Nesse contexto, articulados às discussões de Pierce e Stacey (2011), Gafanhoto e Canavarro (2014), Gonzáles (2016) e Estevam *et al.* (2018), concluímos que incorporar a Gênese Instrumental como lente teórica nos trabalhos que discutem os diversos empregos do software GeoGebra no ensino de Matemática oferece elementos para análises com mais profundidade sobre papéis, potenciais, condicionantes e limitações desse tipo de prática, esclarecendo, em lugar da inserção dessa tecnologia digital no ensino de Matemática, suas influências sobre o que se ensina e como se aprende Matemática. Isso porque, ao evidenciar aspectos associados da instrumentação e da instrumentalização, permite-se elucidar sobre o impacto do software nos contextos, ações, motivações, significados e agentes envolvidas no processo pedagógico.

Desse modo, este estudo permite, além de uma compreensão do que vem sendo realizado com o GeoGebra no ensino de Matemática, uma superação dos resultados que sugerem contribuições do software dissociadas dos demais aspectos fundamentais ao processo pedagógico, os quais permeiam questões políticas e organizacionais, assim como conhecimentos, crenças e concepções dos envolvidos. A admissão dessa sustentação teórica para dar maior profundidade para análise de trabalhos futuros, com a complementação de um inventário envolvendo teses de doutorado e programas profissionais, permitirá o aprofundamento que pode significar um avanço nas discussões envolvendo o GeoGebra no ensino de Matemática, particularmente na direção de sua integração, ao invés de apenas sua inserção no processo didático-pedagógico.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo auxílio à pesquisa (Proc. 440517/2019-2).

Referências

ALEVATTO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R.; JAHN, A. P.; O computador no ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: reflexos sob a perspectiva da resolução de problemas. In: JAHN, A. P.; ALEVATTO, N. S. G. (Orgs.). *Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores*. Recife: SBEM, 2010, p. 187-208.

ARCAVI, A.; HADAS, N. Computer Mediated Learning: An Example of an Approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 5, n. 1, p. 25-45, 2000.

BARANAUSKAS, M. C. C.; ROCHA, H. V.; MARTINS, M. C.; ABREU, J. V. V. Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador. In: VALENTE, J. A. (Org.). *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999. p. 49-68.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Conhecimento tecnológico e pedagógico de matemática revelado por professores quando relatam suas práticas. *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas – Amaz RECM*, v. 14, n. 31, p. 03-21, mar./out. 2018.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Uma Lente Teórica para analisar o potencial das Tecnologias Digitais no Ensino Exploratório de Matemática. *Acta Latinoamericana de Matematica Educativa*, v. 32, n. 2, p. 738-747, 2019.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. *Educar em Revista*, n. Especial 1/2011, p. 157-171, 2011.

BITTAR, M. A incorporação de um software em uma sala de matemática: uma análise segundo a abordagem instrumental. In: JAHN, A. P.; ALEVATTO, N. S. G. (Orgs.). *Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores*. Recife: SBEM, 2010. p. 209-226.

BU, L.; SCHOEN, R. GeoGebra for model-centered learning in Mathematics Education. In: BU, L.; SCHOEN, R. (Eds.). *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers. 2011. p. 1-6.

BUENO, A. C.; BASNIAK, M. I. A construção de cenários animados no GeoGebra na mobilização de conhecimentos matemáticos por alunos com altas habilidades/superdotação. *Revista Paradigma*, n. extra, v. 41, p. 252-276, ago., 2020.

CYRINO, M. C. C. T.; BALDINI, L. A. F. O software GeoGebra na formação de professores de matemática – uma visão a partir de dissertações e teses. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 1, n. 1, p. 42-61, 2012.

DRIJVERS, P; GRAVEMEIJER, K. Computer algebra as an instrument: examples of algebraic schemes. In: GUIN, D; RUTHVEN, K; TROUCHE, L. (Eds.). *The didactical*

challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument. New York: Springer, 2005. p. 163-196.

ESTEVAM, E. J. G.; BASNIAK, M. I.; PAULEK, C. M.; SCALDELAI, D.; FELIPE, N. Ensino Exploratório de Matemática e Tecnologias Digitais: a elaboração da lei dos senos mediada pelo software GeoGebra. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 20, n. 3, p. 342-358, mai./jun. 2018.

GAFANHOTO, A. P.; CANAVARRO, A. P. A. adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: IEUL. 2014. p. 113-134.

GONZÁLES, J. L. P. GeoGebra en diferentes escenarios de actuacion. *Revista Electronica Conocimiento Librey Licenciamiento – CLIC*, Merida, v. 7, n. 14, p. 9-23, abr./nov. 2016.

KIERAN, C.; DRIJVERS, P. The coemergence of machine techniques, paper and pencil techniques and theoretical reflection. A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 11, n. 2, p. 205–263, 2006.

MATOS, F. R. P.; MORAES, T. G.; GUIMARÃES, L.C.; Tecnologias de informação na comunicação de objetos matemáticos. In: JAHN, A. P.; ALEVATTO, N. S. G. (Orgs.). *Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores*. Recife: SBEM, 2010. p. 227-242.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS-USA - NCTM. *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA, 2000.

PIERCE, R.; STACEY K.; Using dynamic geometry to bring the real world into the classroom. In: Bu. L.; Schoen. R. (Eds.). *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers. 2011. p. 41-55.

PINTO, Á. V. *O conceito de tecnologia*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: IEUL, 2014. p. 13-30.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995.

SERRAZINA, M. L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p. 266-283, mai. 2012.

TROUCHE, L. An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculators environments. In: GUIN, D; RUTHVEN, K; TROUCHE, L. (Eds.). *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer, 2005. p. 137-162.

UNESCO. *Os desafios do ensino da matemática na Educação Básica*. Brasília. São Carlos: EdUFSCar, 2016.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. *Em Aberto*, Brasília, v. 12, n. 57, p. 1-16, jan./mar. 1993.

VALENTE, J. A. Informática na Educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In: VALENTE, J. A. (Org). *O computador na sociedade do conhecimento*. São Paulo: UNICAMP /NIED, 1999a. p. 1-13.

VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de software usados na educação. In: VALENTE, J. A. (Org). *O computador na sociedade do conhecimento*. São Paulo: UNICAMP /NIED, 1999b. p. 89-99.

VÉRILLON, P.; RABARDEL, P. Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, v. 10, n. 1, p. 77–101, 1995.

VOSGERAU, D. S. R.; ROMANOWSKI, J. P. Review studies: conceptual and methodological implications. *Revista Diálogo Educacional*, v. 14, n. 41, p. 165-189, 2014.

WASSIE, Y. A.; ZERGAW, G. A. Some of the Potential Affordances, Challenges and Limitations of Using GeoGebra in Mathematics Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, v. 15, n. 8, p. 1-11, 2019.

SOBRE OS AUTORES

JOÃO CARLOS ALVES PEREIRA JUNIOR. Licenciado em Ciências (1996) e Matemática (1997) pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de União da Vitória-PR – FAFI-UVA, atualmente campus da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR. Possui Especialização em Ensino da Matemática (2001), pela mesma universidade, e Especialização em Educação do Campo (2014) pela Universidade Federal do Paraná - UFPR. É Mestre em Educação Matemática (2021) pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PRPGEM (UNESPAR). Professor da rede pública de ensino no estado do Paraná desde 1998. Membro do GEPTeMatE, Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística (UNESPAR).

EVERTON JOSÉ GOLDONI ESTEVAM. Licenciado em Matemática (2006) e Mestre em Educação (2010) pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP/PP e Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática (2015) pela Universidade Estadual de Londrina - UEL. Professor Adjunto do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, Campus de Campo Mourão e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PRPGEM, em que desenvolve pesquisas na área de formação de professores que ensinam Matemática, práticas pedagógicas e formativas e Educação Estatística. É membro do GT12 da SBEM: Educação Estatística, vice-líder do GEPTeMatE - Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística (UNESPAR) e membro do Gepefopem - Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Formação de Professores que ensinam Matemática (UEL).

APÊNDICE A – *Corpus* analítico do estudo

- D01:** Andréa Novelino Vianna; 2009; UFJF; A utilização do computador na prática docente: sentidos construídos por um grupo de professores de Matemática de uma instituição de Ensino Federal.
- D02:** Karla Aparecida Lovis; 2009; UEM; Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica em um Ambiente de Geometria Dinâmica: o que pensam e o que sabem os professores.
- D03:** Kristian Madeira; 2009; UNESC; O uso do software matemático GeoGebra na formação inicial do professor: manifestações de constituição de ZDP na aprendizagem das funções polinomiais do terceiro grau.
- D04:** Andriceli Richit; 2010; UNESP; Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais.
- D05:** Carlos Nely Clementino de Oliveira; 2010; PUC SP; Números Complexos - um estudo dos registros de representação e de aspectos gráficos.
- D06:** Guilherme Henrique Gomes da Silva; 2010; UNESP; Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica.
- D07:** José Roque Damasco Neto; 2010; UFSC; Registro de Representação Semiótica com o GeoGebra: Um ensaio para o ensino das funções Trigonométricas.
- D08:** Mauricio de Souza Machado; 2010; PUC SP; Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais".
- D09:** Adriana Tiago Castro dos Santos; 2011; PUC SP; O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática, ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra.
- D10:** Aislan Tott Bernardo; 2011; UNIBAN SP; Os registros de representação no ensino de função polinomial do 1º grau: Uma proposta para o caderno do aluno do Estado de São Paulo.
- D11:** Eduardo Seabra Guedes; 2011; ESTACIO DE SA; O ensino de desenho técnico com GeoGebra e o desenvolvimento de autonomia para a aprendizagem.
- D12:** Luciano Ferreira; 2011; UEM; Uma proposta de ensino de geometria hiperbólica: construção do plano de Poincaré, com o uso do software GeoGebra
- D13:** Marcelo Balduino Silva; 2011; PUC SP; Seções Cônicas: atividades com Geometria Dinâmica com base no Currículo do Estado de São Paulo.
- D14:** Rafael Teixeira dos Santos; 2011; UFRJ; Um estudo sobre a construção do conceito de polígonos por alunos do 6º ano.
- D15:** Wadames Procópio; 2011; PUC SP; O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo: sugestões de atividades com o uso do GeoGebra
- D16:** Eimard Gomes Antunes do Nascimento; 2012; UFC; Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria.
- D17:** Rejane Waiandt Schuwartz Faria; 2012; UNESP; Padrões Fractais: Contribuições ao processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos.
- D18:** Vanessa Juniric Cassol; 2012; PUC RS; Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos.
- D19:** Ana Paula Rodrigues Magalhaes de Barros; 2013; UNICAMP; Contribuições de um micromundo composto por recursos do GeoGebra e da coleção m3 para a aprendizagem do conceito de volume de pirâmide.
- D20:** Elisângela Dias Brugnara; 2013; UFMS; Estudo de atividades sequenciadas para o ensino de conceitos de geometria construídos por alunos utilizando o software GeoGebra.
- D21:** Gabriele Silva Carneiro Batista; 2013; UESB; Atividades investigativas com o GeoGebra: contribuições de uma proposta para o ensino de matemática.
- D22:** Izaías Cordeiro Neri; 2013; UNIBAN; Funções: Análise de crescimento e decréscimo e de concavidade explorando os registros de representações semióticas em um ambiente de geometria dinâmica.
- D23:** Luciano Augusto da Silva Melo; 2013; UFPA; Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de Função Quadrática.
- D24:** Patrícia Felipe; 2013; UNIBAN; A Proposta Curricular do Estado de São Paulo e o Software GeoGebra: uma análise de atividades sobre Funções Exponencial e Logarítmica à luz dos Três Mundos da Matemática.
- D25:** Rodrigo de Almeida Pupo; 2013; UNIBAN; O uso das tecnologias digitais na formação continuada do professor de Matemática.
- D26:** Rodrigo Lacerda Carvalho; 2013; UECE; Contribuições da teoria da atividade no ensino de funções com o uso do laptop educacional.
- D27:** Rosana Cavalcanti Maia Santos; 2013; UNESP; Utilizando o software GeoGebra como recurso didático para o ensino do movimento oscilatório de pêndulos
- D28:** Adriana Santos Sousa; 2014; UESB; Professores de matemática e recursos didáticos digitais: contribuições de uma formação continuada online.
- D29:** Cristiano Souza Ramos; 2014; UNIAN; Um experimento apoiado na teoria dos registros de representações semióticas sobre o ensino de função linear afim em um ambiente computacional.
- D30:** Fabio Bernardo da Silva; 2014; UNIJUI; Conceitos de geometria plana com software GeoGebra: um estudo de caso no ensino médio.

- D63:** Mauro Eduardo de Souza; 2016; UFMS; Professores e o uso do GeoGebra: (re) construindo conhecimentos sobre funções.
- D64:** Nilo Silveira Monteiro de Lima; 2016; PUC SP; Investigações em geometria plana com interfaces digitais: um estudo sobre homotetia.
- D65:** Renata Cezar Pinto; 2016; UFSM; Análise de questões de matemática do Enem: uma proposta de utilização do GeoGebra na perspectiva Ausubeliana.
- D66:** Roberta Lied; 2016; UFSM; Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica.
- D67:** Sergio Ricardo Abreu Rezende; 2016; PUC GO; Ensino desenvolvimental e investigação matemática com o GeoGebra: uma intervenção pedagógica sobre o teorema de Tales.
- D68:** Alan Silva dos Santos; 2017; PUC SP; Um estudo sobre o conceito de densidade do conjunto dos números racionais e do conjunto dos números irracionais: uma abordagem com tecnologias.
- D69:** Aline de Lima Brum; 2017; FURG; Investigação matemática e suas implicações no repensar do espaço educacional com a inserção das tecnologias digitais.
- D70:** Anne Desconsi Hasselmann Bettin; 2017; UNIFRA RS; O GeoGebra 3d na construção da pirâmide a partir de seu tronco: registros de representação semiótica.
- D71:** Carolina Cordeiro Batista; 2017; UNESP; O estudo de aula na formação de professores de Matemática para ensinar com tecnologia: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos.
- D72:** Cileide Teixeira da Silva Polli; 2017; UNOPAR; Geometria no 5º ano do Ensino Fundamental: Proposição de uma Sequência Didática para o Ensino de Polígonos.
- D73:** Denise Ritter; 2017; UNIFRA; O ensino de probabilidade geométrica: desafios e possibilidades.
- D74:** Erica Maria Remo Villela Dario; 2017; PUC SP; Produtos notáveis no 8º ano do ensino do Ensino Fundamental II: contribuições da utilização de diferentes recursos didáticos.
- D75:** Hakel Fernandes de Awila; 2017; UFSM; Uma análise da contribuição do GeoGebra como recurso interativo para o estudo de áreas e volumes.
- D76:** Helder Lima Silva; 2017; UESC - BA; Estudo de funções trigonométricas em dois ambientes de aprendizagem no ensino médio.
- D77:** Hercules Nascimento Silva; 2017; PUC-SP; Estudo de função: uma proposta de reconstrução de atividades do imagicel mediadas pelo GeoGebra.
- D78:** Joel Silva de Oliveira; 2017; UEPB; A Engenharia Didática como Referencial para a Ação Pedagógica Reflexiva: O Caso da Área de Figuras Planas Irregulares com o GeoGebra.
- D79:** Juliane Carla Berlanda; 2017; UFSM; Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software GeoGebra.
- D80:** Katia Maria Limeira Santos; 2017; UFS; Tecnologias da informação e comunicação no Ensino de Matemática: uma abordagem na prática docente.
- D81:** Lidiane Pereira de Carvalho; 2017; UFPE; Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas.
- D82:** Luciano Goncalves Moreira; 2017; UFLA; Estudo de um sistema embarcado para sinalização de ultrapassagem e análise de risco de colisão frontal.
- D83:** Maria Vanisia Mendonca de Lima; 2017; IFCE; Categorias intuitivas no ensino do cálculo e a visualização de critérios de convergência: o caso das integrais dependentes de parâmetros – IDPS.
- D84:** Mariana Silva Mendonca; 2017; UESC – BA; Tecnologias digitais e registro de representação semiótica na aprendizagem de função exponencial.
- D85:** Monique Rafaela Monteiro Marinho; 2017; IFCE; Transição complexa do cálculo: situações didáticas sobre a noção de série de Laurent e a identificação de categorias intuitivas.
- D86:** Patricia Fasseira Andrade; 2017; UNESP; A sala de aula de Matemática: Influências de um curso de formação continuada sobre o uso do GeoGebra articulado com atividades matemáticas.
- D87:** Priscila Arcego; 2017; UFSM; Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental.
- D88:** Rita de Cássia Idem; 2017; UNESP; Construcionismo, conhecimentos docentes e GeoGebra: uma experiência envolvendo licenciandos em Matemática e professores.
- D89:** Rubervan da Silva Leite; 2017; PUC SP; Formação de professores de Matemática e tecnologias digitais: um estudo sobre o Teorema de Tales.
- D90:** Terence Coelho Lopes de Magalhaes; 2017; UFAL; Modelagem de conceitos geométricos por meio de sistemas de micromundo.
- D91:** Ueslei Galvao do Rosario Santos; 2017; UESC - BA; O estudo de relações entre os conceitos derivada e declive da reta tangente envolvendo licenciandos em matemática.
- D92:** Wendel Melo Andrade; 2017; UFC; Um estudo sobre a aprendizagem das funções quadráticas com a mediação do software GeoGebra.
- D93:** Willians Adriano de Oliveira; 2017; UNIAN; Tecnologias Digitais na Formação continuada: situações de Ensino Articulando Geometria e Funções.
- D94:** Alysson Roberto Garcia Azevedo; 2018; UFAM; Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de conversões de Registros de Representação Semiótica com exploração dos temas: Ponto, Reta e Circunferência com o Uso do GeoGebra no Ensino Médio.

- D31:** Franciele Catelan Cardoso; 2014; UNIUI; O ensino da geometria analítica em um curso de licenciatura em matemática: uma análise da organização do processo educativo sob a ótica dos registros de representação semiótica.
- D32:** Lidiane Ferreira Nunes; 2014; UNIAN; A Lei dos Cossenos no Ambiente GeoGebra: explorando relações de registros de representações semióticas
- D33:** Lucas Carato Mazzi; 2014; UNESP; Experimentação-com-GeoGebra: revisitando alguns conceitos da análise real.
- D34:** Valdir Jose Correa Junior; 2014; UNIVALI; Uma experiência de uso do GeoGebra na identificação de padrões em trigonometria.
- D35:** Wellington Alves de Araujo; 2014; UFS; O GeoGebra: uma experimentação na abordagem da função afim.
- D36:** Alcione Cappelin; 2015; UFPR; O ensino de funções na lousa digital a partir do uso de um objeto de aprendizagem construído com vídeos.
- D37:** Alexandre Rodrigues de Assis; 2015; UFRRJ; Alunos do Ensino Médio trabalhando no GeoGebra e no Construtor Geométrico: mãos e rotações em touchscreen.
- D38:** Celso Marquetti; 2015; PUC SP; O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades.
- D39:** Clarissa Coragem Ballejo; 2015; PUC RS; Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o GeoGebra no 6º ano do Ensino Fundamental.
- D40:** Cleia Alves Nogueira; 2015; UNB; Ensino de geometria: concepções de professores e potencialidades de ambientes informatizados.
- D41:** Cristiane Stedile Dall Alba; 2015; ULBRA; Possibilidades de utilização do software GeoGebra no desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental.
- D42:** Fabricio Fernando Halberstadt ; 2015; UFSM; A aprendizagem da geometria analítica do ensino médio e suas representações semióticas no grafex.
- D43:** Janaina Xavier de Almeida; 2015; UFSM; As concepções de professores ao ensinar quadriláteros nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as possibilidades de contribuições das tic.
- D44:** Keli Cristina Farias; 2015; UEL; O uso do software educacional de autoria jclie como recurso pedagógico para o ensino de geografia: uma proposta de formação continuada.
- D45:** Mirian Jose da Silva; 2015; UFMS; O uso da lousa digital e um estudo sobre circunferência com alunos do 3º ano do ensino médio.
- D46:** Paula Gabrieli Santos de Assumpcao; 2015; UFSM; Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o GeoGebra sob o olhar das representações semióticas.
- D47:** Rita Lobo Freitas; 2015; PUC SP; A influência de organizações didáticas no trabalho matemático dos estagiários da licenciatura: um estudo da função exponencial.
- D48:** Romilson Gomes dos Santos; 2015; UFC; A sequência Fedathi na formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de geometria básica e frações equivalentes com o uso do software GeoGebra.
- D49:** Silvia Pereira dos Santos; 2015; UESB BA; Uso pedagógico de tecnologias e comunicação e informação nas aulas de matemática: artefato ou instrumento.
- D50:** Simeia Tussi Jacques; 2015; UFSM; Constituição de zona de desenvolvimento proximal na aprendizagem de conceitos geométricos em alunos de anos iniciais tendo o GeoGebra como instrumento mediador.
- D51:** Vanessa Rodrigues Lopes; 2015; UFMS; Aprendizagem em um ambiente construcionista: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais.
- D52:** Wesley Cabral de Oliveira; 2015; UEM; Utilização e avaliação de softwares no ensino de gases ideais: uma proposta de Unidade Didática para o Ensino Médio.
- D53:** Willian Rocha Padilha; 2015; UNIAN; Apropriação das tecnologias digitais móveis para explorar funções polinomiais do 1º Grau.
- D54:** Andre Pereira da Costa; 2016; UFPE; A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a luz da teoria Vanhieliana.
- D55:** Elvécio Pereira Lima; 2016; UFAM; Sequência didática usando o GeoGebra na aprendizagem de função quadrática no Ensino Fundamental II.
- D56:** Fabio Rogerio Porto; 2016; UNIAN; Formação Continuada do Professor de Matemática para uso do GeoGebra em dispositivo mobile.
- D57:** Guilherme Francisco Ferreira; 2016; UNESP; Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de professores e uso de tecnologias
- D58:** Igor Roberto Gonçalves Teixeira; 2016; UESC; A influência do software GeoGebra na aprendizagem de funções quadráticas.
- D59:** Luiz Felipe Araújo Mod; 2016; PUC SP; O objeto matemático triângulo em teoremas de regiomontanus: um estudo de suas demonstrações mediado pelo GeoGebra
- D60:** Maria Celimar da Silva; 2016; UFRGS; Desenvolvimento de um corretor automático de exercícios gerado por um software matemático.
- D61:** Mateus Both; 2016; UFSM; Relações entre grandezas geométricas: um estudo de caso baseado na aprendizagem significativa e análise de erros.
- D62:** Matheus Couto de Oliveira; 2016; UFMS; Uma prática de avaliação formativa em ambientes virtuais: processos de regulação e autorregulação da aprendizagem em um curso de matemática a distância.

- D95:** Amanda Rodrigues da Silva; 2018; UFPE; Concepção de um suporte para a elaboração de webdocumentos destinados ao ensino da geometria: o caso das curvas cônicas.
- D96:** Carla Vital; 2018; UNESP; Performance matemática digital e GeoGebra: possibilidade artístico-tecnológica em Educação Matemática.
- D97:** Catia Luana Bullmann; 2018; UNIJUI; Aprendizagem de conceitos de geometria espacial por estudantes do ensino médio: entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica.
- D98:** Daniele Galvao Mathias; 2018; UFPEL; A integração do GeoGebra no estudo de funções.
- D99:** Dionatan de Oliveira Nadalon; 2018; UNIFRA-RS; Sólidos e superfícies de revolução com auxílio do software GeoGebra.
- D100:** Franciele Isabelita Lopes Novak; 2018; UEPG; O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional.
- D101:** Gioconda Guadalupe Cristales Flores; 2018; UFSM; A construção de mosaicos no plano por um aluno com transtorno do espectro autista.
- D102:** Graziela Bombonato Delgado Valereto; 2018; UEM; Simetria de translação: identificando possíveis aprendizagens de alunos do 8º e 9º anos ao utilizar softwares e tarefas.
- D103:** Jefferson Jacques Andrade; 2018; UFSC; Registro de representação semiótica: conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando software GeoGebra.
- D104:** Joice Yuko Obata; 2018; UFPR; As tic no ensino de matemática: o que as produções didático-pedagógicas do pde nos dizem?
- D105:** Jose Ronaldo Alves Araujo; 2018; PUC-SP; Atividades para o estudo das medidas de tendência central: uma proposta com o apoio do GeoGebra.
- D106:** Míma Denise Silva de Abreu; 2018; UFAM; Ensino de Fração com o Software GeoGebra.
- D107:** Raissa Samara Sampaio; 2018; UNESP Rio Claro; Geometria e visualização: ensinando volume com o software GeoGebra.
- D108:** Taiane de Oliveira Rocha Araujo; 2018; UESB; Formação de conceitos de geometria plana na EJA com o software GeoGebra.
- D109:** Tawana Telles Batista Santos; 2018; UESB; Contribuições do software GeoGebra para a formação de conceitos geométricos de acadêmicos ingressos na licenciatura em matemática.
- D110:** Thais Fernanda de Oliveira Settimy; 2018; UFRRJ; Visualização em sala de aula utilizando recursos didáticos variados.
- D111:** Vanessa Kulichski Matias dos Santos; 2018; UEM; Simetria no plano: um estudo com alunos de 5º ano, utilizando o software GeoGebra e o Simis.
- D112:** Vinicius dos Santos Honorato; 2018; UNESP; Elaborando atividades matemáticas com o software GeoGebra.
- D113:** Clea Furtado da Silveira; 2019; UFPEL; Alunos Surdo e o Uso do Software GeoGebra em Matemática: possibilidades para compreensão das equações de 2º. Grau
- D114:** Fabio Nunes Magalhaes; 2019; UESB; O ensino de geometria com o GeoGebra e a metodologia ativa de aprendizagem do ensino híbrido – sala de aula invertida.
- D115:** Joaby de Oliveira Silva; 2019; UESC; Uma sequência didática voltada para a definição de polígono no sexto ano.
- D116:** Lara Martins Barbosa; 2019; UNESP; Aspectos do pensamento computacional na construção de fractais com o software GeoGebra.
- D117:** Leocides Gomes da Silva; 2019; UERN; Proposta de ensino de progressões aritméticas e geométricas mediado pelo origami e GeoGebra
- D118:** Marlei Tais Dickel; 2019; UFRGS; GeoGebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos.
- D119:** Rafael dos Reis Paulo; 2019; UFPEL; Ambiente de geometria dinâmica e seu potencial semiótico: uma abordagem no ensino dos números complexos.
- D120:** Renata Udvary Rodrigues; 2019; PUC - SP; Geometria e ensino híbrido... você já ouviu falar? Uma formação continuada de professores do Ensino Fundamental I.

Recebido: 24 de maio de 2021.

Revisado: 17 de junho de 2022.

Aceito: 14 de julho de 2022.