# Formulación Conjuntista de los Fundamentos Contables

Maria Dolly Garcia González.
Universidad del Quindio

MARIA DOLLY GARCIA G.

## Presentación.

Este documento presenta una parte del trabajo del Doctor RICHARD MATTESSICH, y en él se hace un tratamiento conjuntista a la teoría contable. Se explican las relaciones contables desde un lenguaje matemático, usando los conceptos de relación y se demuestran los teoremas que fundamentan dicha teoría.

## Conceptos Básicos.

El profesor Richard Mattessich hace una generalización de la teoría contable y en ella maneja los siguientes conjuntos:

- V: El conjunto de Valores
- T: El conjunto de periodos (intervalos)
- G: El conjunto de Agentes Económicos
- O: El conjunto de objetos económicos, los cuales asimilamos a las cuentas.
- p: El conjunto de Transactores positivos, los cuales asimilamos a los negociadores que adquieren el derecho de propiedad.
- u: El conjunto de Transactores negativos, los cuales asimilamos a los negociadores que ceden el derecho de propiedad.

Además considera las entidades E, cuyos elementos son objetos económicos o agentes económicos (pero no los dos), que interactúan en un instante o en un periodo de tiempo.

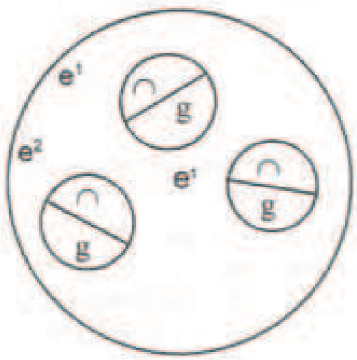
Si el instante es t, el estado de la entidad en t es:

$$e^{\tau} = \{x / x \in G, o, x \in O\}, (e \cap G) \cup (e \in O) \neq \phi$$

con lo cual $G \cap O = \phi$

La entidad E es el conjunto de todos los estados en los diferentes instantes o periodos.

$$E = \left\{ e^{\tau} : \tau = 1/\upsilon \right\} \quad y \quad \sum_{\tau=1}^{\upsilon} t^{\tau}$$ es la duración de la entidad




## Algunas Relaciones de la Teoría Contable.

### Relación: Derecho de Propiedad

$$\mathbf{W}(\mathbf{e}_i, \sigma_j, \mathbf{t}^{\tau}) = \upsilon_{ij} t$$

Donde $e_i$ es elestado de una entidad; $\sigma_j$ un objeto o cuenta; $t^{\tau} \in T$ es el periodo en el que se tiene el derecho a la propiedad; $\upsilon_{ij} t$ es positivo y es el valor que tiene el derecho de la propiedad en ese periodo de tiempo; todas las condiciones legales o económicas se cumplen.

**Relación "Tener Deuda".**

$$\delta(e_i, e_j, t^{t}) = \upsilon_{ij}^{t}$$

Donde $e_i$ es la parte deudora, $e_j$ la parte que reclama, $t^t$ el periodo de tiempo; y $e_i \neq e_j$, $t^t$ el tiempo durante el cual existe la deuda, $\upsilon_{ij}^{t} > 0$ es el valor de la deuda en el periodo $t^t$ y todas las condiciones legales o económicas se cumplen a satisfacción.

**RELACION: TRANSACCION**

$F(K_i, K_j, t^t) = \upsilon_{ij}^{t}$

Es una relación entre un transactor negativo (que cede el derecho de la propiedad), un transactor positivo (que adquiere el derecho de la propiedad) ambos en los mismos periodos y el valor de la transacción se asigna mediante hipótesis empíricas.

F es una relación de equivalencia'

$K_i$: representa una clase de equivalencia y pertenece al conjunto de los transactores negativos υ en ese periodo de tiempo ($K_i \in \upsilon$).

$K_j$: representa una clase de equivalencia y pertenece al conjunto de los transactores positivos π en ese periodo de tiempo ($K_j \in \pi$); $K_i$ y $K_j$ pueden pertenecer a entidades diferentes, pero ellas son equivalentes por estar relacionadas ($K_i \approx K_j$) o puede ser la misma entidad y $K_i \approx K_j$. Todo esto se desarrolla en un periodo de tiempo y tiene asociado un valor positivo $\upsilon_{ij}^{t} > 0, \upsilon_{ij}^{t} \in V$.

Por ejemplo cuando una entidad como Bavaria, negocia con una productora de televisión para su publicidad y cuando negocia la empresa con su embotelladora.

Respecto a este concepto de transactor, es bueno aclarar que hay muchos negociadores que son transactores potenciales; solamente toman el carácter de transactor positivo o negativo en el momento en que se realiza la transacción.

La relación transacción es de equivalencia, de tal manera que todos los agentes o cuentas que se relacionan con $K_i$, forman las clase de equivalencia $[K_i]$. Todo lo anterior describe un hecho económico que luego se translada al nivel contable cuando se escriben las cuentas de todas las entidades que intervienen en el negocio; en este momento cada cuenta representa otra clase de equivalencia llamada transactor contable y se nota $[\sigma]$.

Todas las cuentas hacen parte de un conjunto llamado plan de cuentas, el cual responde a la estructura de espacio topológico, pues al unir cualquier cantidad de cuentas, esta unión también es una cuenta que está en el plan de cuentas; si se hace intersección finita de cuentas, esta intersección también es una cuenta que está en el plan de cuentas; todo el plan es una gran cuenta y $\phi$ (vacío) es subconjunto del plan de cuentas por ser un subconjunto trivial de todo conjunto.

Moisés García, plantea divergencia con Mattessich cuando dice que el transactor mismo puede ser la relación de equivalencia.

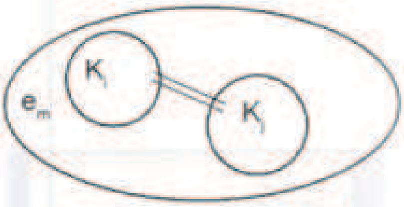
Existen transacciones $F(K_i, K_j, t^t) = \upsilon_{ij}^{t}$ intra-entidad, si y solo si $K_i \subset e_m$, $K_j \subset e_n$, $e_m$ y $e_n$ es la misma entidad pero $K_i \approx K_j$

Esto sucede cuando un negocio


afecta cuentas diferentes de la misma entidad.

Una transacción $F(K_i, K_j, t^t) = \upsilon_{ij}^{t}$ es inter-entidades si y solo si $K_i \subset e_m$, $K_j \subset e_n$, $e_m$ y $e_n$, las entidades son diferentes mientras que $K_i \approx K_j$

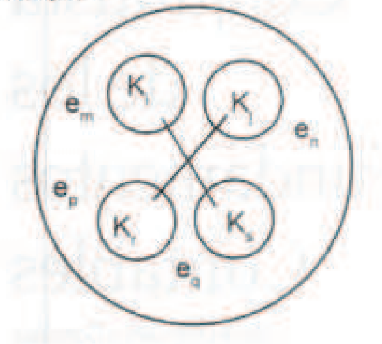
Son las transacciones que se dan




entre entidades diferentes, donde $K_i$ y $K_j$ por ser negociadores pertenecen a la misma clase de equivalencia.

**Transacciones Compensadas**

Dos transacciones inter-entidades $F_1(K_i, K_j, t^t) = \upsilon_{ij}^{t}$ y $F_2(K_r, K_s, t^t) = \upsilon_{rs}^{t}$ se llaman **compensadas** si y solo si: $K_i \subset e_m$, $K_j \subset e_n$, $K_r \subset e_p$, $K_s \subset e_q$ tal que $e_m = e_q$ y $e_n = e_p$, $e_m \neq e_n$, $K_i \approx K_j$, $K_r \approx K_s$, $\upsilon_{ij}^{t} = \upsilon_{rs}^{t}$ son los valores de las transacciones y suceden en el mismo periodo de tiempo.




*"La transacción compensada evidencia empíricamente la transacción (legal o económica) de la otra"*

**La Inversa de una Transacción**

se obtiene intercambiando los transactores. Si la transacción original es $F(K_i, K_j, t^t) = \upsilon_{ij}^{t}$ con $K_i$ transactor negativo y $K_j$ transactor positivo, entonces la inversa es $F(K_j, K_i, t^{t'}) = \upsilon_{ji}^{t'}$, donde $K_j$ es el transactor negativo, $K_i$ el transactor positivo, $t^{t'}$ puede ser menor, igual o mayor que $t^t$ y el valor asignado es el mismo para ambas transacciones $\upsilon_{ij}^{t} = \upsilon_{ji}^{t'}$.

**Transferencia del Derecho de Propiedad.**

Desde la entidad $e_m$ hacia la entidad $e_n$:

Consideramos las siguientes relaciones:

a) $W(e_m, \sigma_j, t^{r-1}) = \upsilon_{mj}^{r-1} > 0$ y $W(e_m, \sigma_j, t^r) = \upsilon_{mj}^{r} = 0$

b) $W(e_n, \sigma_j, t^{r-1}) = \upsilon_{nj}^{r-1} = 0$ y $W(e_n, \sigma_j, t^r) = \upsilon_{nj}^{r} > 0$

las entidades $e_m$ y $e_n$ son diferentes, $k_i \subset e_m, e_m$ es la entidad que cede el derecho de la propiedad; $k_j \subset e_n, e_n$ es la entidad que asume el derecho de la propiedad.

$K_i \approx K_j$ y $K_i$ está representada por la cuenta $\sigma_j$, la cual a su vez, es una clase de equivalencia en el plano contable.

### Creación de la Figura Propiedad de Acciones:

Es una transacción $Q(K_i K_j t^r) = \upsilon_{ij}^{r}$ en la cual:

a) $W(e_m, e_n, t^{r-1}) = \upsilon_{mn}^{r-1} = 0$ y $W(e_m, e_n, t^r) = \upsilon_{mn}^{r} > 0$

b) $K_i \subset e_m$, $e_m$ es la entidad que adquiere la propiedad de las acciones.

c) $K_j \subset e_n, e_n$ esla entidad que cede el derecho de propiedad de las acciones.

d) $K_i$ y $K_j$ pertenecen a la misma clase de equivalencia.

Las entidades son diferentes; los periodos de tiempo y los valores pertenecen a los conjuntos T y V respectivamente.

La entidad es propietaria sólo de objetos contenidos en ella pero no de los agentes.

### Creación de la Figura Tenedores de Deuda o de Bonos:

Es una transacción $D(K_i, K_j, t^r) = \upsilon_{ij}^{r}$ entre las entidades $e_n$ y $e_m$ donde $\delta(e_m, e_n, t^{r-1}) = \upsilon_{mn}^{r-1} = 0$ y $\delta(e_m, e_n, t^r) = \upsilon_{mn}^{r} > 0$

$K_i \subset e_m, e_m$ es la entidad propietaria

$K_j \subset e_n, e_n$ es la entidad que demanda o reclama

$K_i$ y $K_j$ están en la misma clase de equivalencia y los periodos y valores están en los conjuntos T y V respectivamente.

### La Figura Cancelación de Propiedad de Acciones:

Es una transacción $Q(K_i, K_j, t^\lambda) = \upsilon_{ij}^{\lambda}$ donde $W(e_m, e_n, t^{\lambda-1}) = \upsilon_{mn}^{\lambda-1} > 0$ y $W(e_m, e_n, t^\lambda) = \upsilon_{mn}^{\lambda} = 0$

$K_i \subset e_m, e_m$ es la entidad que tenía la acción

$K_j \subset e_n, e_n$ es la entidad que adquiere la propiedad de la acción

las entidades diferentes y los valores son iguales $\upsilon_{ij}^{\lambda} = \upsilon_{ij}^{\lambda-1}$.

En general se puede decir, que la transacción cancelación de acciones es la transacción inversa de la creación de propiedad de acciones.

### La Figura Pago de Bonos:

Es una transacción $D(K_i, K_j, t^\lambda) = \upsilon_{ij}^{\lambda}$ donde $\delta(e_m, e_n, t^{\lambda-1}) = \upsilon_{mn}^{\lambda-1} > 0$ y $\delta(e_m, e_n, t^\lambda) = \upsilon_{mn}^{\lambda} = 0$

$K_i \subset e_m, e_m$ es la entidad a quien le pagan los bonos

$K_j \subset e_n, e_n$ es la entidad que paga los bonos

Las entidades $e_m$ y $e_n$ son diferentes y $\upsilon_{ij}^{\lambda} = \upsilon_{ij}^{\lambda-1}$, además los periodos y los valores, pertenecen a T y V respectivamente.

En general se puede decir que la transacción "pago de bonos" es la inversa de la transacción "creación de tenedor de bonos".

**Periodo Contable $P^z$:** es la suma de intervalos de tiempo no interrumpidos. Se nota $p^z_r = \sum_{r=1}^{z} t^r$

si $t^r \in T$ y un subperiodo $p^s$ tiene la misma iniciación de $p^z$.

$p^s = \sum_{r=1}^{s} t^r$, $s \leq z$ y ambos empiezan en r=1.

### Plan de Cuentas de una Entidad $e_n$:

Es una familia de conjuntos $A_n = \{a_i \subset e_n, | \pm 1, \ldots y\}$ formada por las cuentas de la entidad; en un negocio las cuentas forman clases de equivalencia, algunas son subconjuntos de otras cuentas, por ejemplo:

$a_d = [\ \sigma_d\ ]$, $d = i, \ldots k$

$a_l = [\ \sigma_e\ ]$, $l = K+1, \ldots m$

$a_r = [\ \sigma_r\ ]$, $r = r+1, \ldots w$

$a_x = [\ \sigma_x\ ]$, $x = w+1, \ldots y$

$a_d, a_l, \ldots, a_r, a_x$ son conjuntos de cuentas de $A_n$ y se ajustan a cierta jerarquización; de esta manera la hoja de balance se puede ver como una cuenta, aunque el mecanismo débito-crédito no sea muy visible.

Un plan de cuentas se ajusta a la estructura de ESPACIO TOPOLOGICO, en el cual se considera $A_n$ como el conjunto de todas las cuentas y $C_n$ la familia de subconjuntos de cuentas del plan. Así:

a) $A_n \in C_n$ (todo el plan es un subconjunto de $C_n$)

$f \in C_n$ ($\phi$ es subconjunto trivial de todo subconjunto)

b) La unión de cualquier número de subconjuntos de $C_n$, es otra cuenta y por lo tanto están en $C_n$

c) La intersección de dos cuentas de $C_n$ es otra cuenta de $C_n$.

Además se cumple que en el plan, las cuentas aparecen en un orden de jerarquía y las cuentas de $C_n$ están en correspondencia uno a uno con las transacciones de la entidad. Las primeras condiciones son matemáticas y las dos últimas son contables. Las transacciones se realizan en el plano económico y son representadas mediante cuentas, así $F(a_i, a_j, t^r) = \upsilon_{ij}^{r}$ representa una "transacción contable" de la entidad $e_n$ donde:

$a_i, a_j$ son cuentas del plan de cuentas $A_n$

$a_i$ representa un transactor negativo y $a_j$ representa un transactor contable positivo el periodo y el valor están en los conjuntos T y V respectivamente y como $A_n$ es el plan de cuentas de la entidad, entonces $a_i \subset e_n$.

**Ilustración**

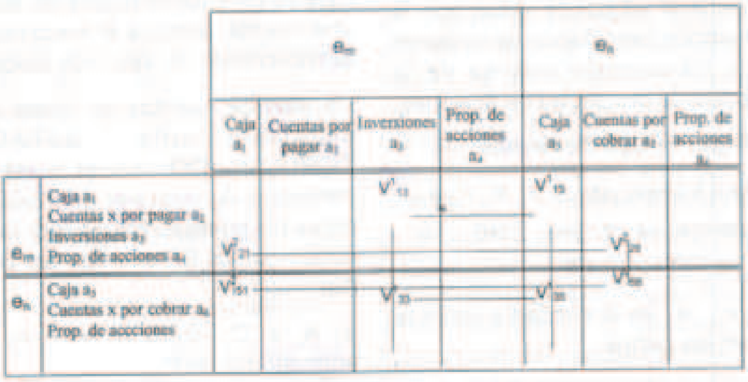
Consideremos que la entidad $e_i$ tiene el siguiente plan de cuentas:

$A_i = \{ a_1, a_2 \ldots a_7\}$. A su vez $e_i$ tiene dos sub-entidades $e_m$ y $e_n$

- La compra de acciones de $e_n$ por $e_m$ a cambio de dinero se muestra con las transacciones compensadas $\upsilon_{13}^1, \upsilon_{15}^1, \upsilon_{75}^1, \upsilon_{73}^1$.

- Un préstamo de dinero por $e_n$ de la entidad $e_m$ se muestra con las transacciones compensadas $\upsilon_{23}^2, \upsilon_{25}^2, \upsilon_{56}^2, \upsilon_{53}^2$.

En el siguiente cuadro se representan transacciones inter-entidades y transacción intra-entidades.




Como se ve el cuadrante superior izquierdo muestra transacciones intra-entidad de $e_m$ y el inferior derecho muestra transacciones intra-entidad de $e_n$. Los otros dos cuadrantes muestran transacciones inter-entidades.

Se pueden especificar las siguientes transacciones:

$F_1(a_1, a_5, t^1) = \upsilon_{15}^1$: transfiere el derecho de propiedad (caja con caja)

$F_2(a_7, a_5, t^1) = \upsilon_{75}^1$: es transacción intra-entidad de $e_n$

$F_3(a_7, a_3, t^1) = \upsilon_{73}^1$: es transacción "creación de propiedad de acciones".

$F_4(a_1, a_3, t^1) = \upsilon_{13}^1$: es transacción intra-entidad en $e_m$. Por otro lado:

$F_5(a_2, a_5, t^2) = \upsilon_{26}^2$: creación de "tenedores de deuda de $e_n$ hacia $e_m$.

$F_6(a_5, a_5, t^2) = \upsilon_{56}^2$: transacción intra-entidad de $e_n$.

$F_7(a_5, a_1, t^2) = \upsilon_{51}^2$: transacción del derecho de propiedad

$F_8(a_2, a_1, t^2) = \upsilon_{21}^2$: transacción intra-entidad en $e_m$

En una economía mayor, se consideran muchas entidades.

**Cuenta de Balance.**

Es la relación $\beta(a_i, p^s) = \upsilon_i^s$ donde $a_i$ es una cuenta, i=1,.... y al final del periodo $p^s$.

$$\upsilon_i^s = \sum_{r=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} \left( \upsilon_{ji}^r - \upsilon_{ij}^r \right)$$

$a_i \in A_n$ ($a_i$ es una cuenta del plan de cuentas),

$p^s = \sum_{r=1}^{s} r^y$ y $u_{ji}^s, u_{ji}^r, u_{ij}^r$ son los valores asignados a las transacciones contables.

Se dan los siguientes casos:

Balance Débito : si $\upsilon_i^s > 0$
Balance Crédito : si $\upsilon_i^s < 0$
Balance Cero : si $\upsilon_i^s = 0$
Balance de Prueba: $B^s = \{ (a_i, u_i^s)$: i= 1, ... y}

**T1. TEOREMA DE LA IGUALDAD DEL BALANCE DE PRUEBA.**

Es un balance de prueba, el total de todos los balances débito (balances positivos) es igual al total negativo de todos los balances crédito (balances negativos).

Sean los balances: débito

$\upsilon_k^s > 0$ ( k=1, ... m)

los balances crédito

$\upsilon_p^s < 0$ ( p=1, ... q)

y el balance cero

$\upsilon_r^s = 0$ ( r=1, ... u)

de un balance de prueba $B^s$ con y cuentas, tal que m + q + r = y y

$$\upsilon_{Bd}^s = \sum_{k=1}^{m} \upsilon_k^s$$

Donde $\upsilon_k^s$, $\upsilon_p^s$, $\upsilon_{Bd}^s$, $\upsilon_{Bc}^s$, son valores en el conjunto V.

$$\upsilon_{Bc}^s = \sum_{p=1}^{q} \upsilon_p^s$$

entonces: $\boxed{\upsilon_{Bd}^s = -\upsilon_{Bc}^s}$

**LEMA** : $\sum_{r=1}^{y} \upsilon_r^s = 0$ : La suma de todos los balances es cero

**Prueba del Teorema:**

Sabemos que:

$$\upsilon_i^s = \sum_{r=1}^{s} \sum_{j=1}^{y} \left( \upsilon_{ji}^r - \upsilon_{ij}^r \right)$$

Tomando la suma:

$$\sum_{i=1}^{y} \upsilon_i^s = \sum_{i=1}^{y} \left( \sum_{r=1}^{s} \sum_{j=1}^{y} \left( \upsilon_{ji}^r - \upsilon_{ij}^r \right) \right) =$$

$$\sum_{i=1}^{y}\sum_{j=1}^{y}\sum_{y=1}^{s} \upsilon_{ji}^{r} \quad - \sum_{i=1}^{y}\sum_{j=1}^{y}\sum_{y=1}^{s} \upsilon_{ij}^{r} = 0$$

Sabemos que:

$$\upsilon_{bd}^{s} = \sum_{k=1}^{m} \upsilon_{k}^{s} \qquad y \qquad \upsilon_{bc}^{s} = \sum_{p=1}^{q} \upsilon p$$

luego existe en el balance de prueba $B^s$, y balances: m positivos, q negativos y u balances cero con $m + q + u = y$.

Se sigue que

$$\sum_{k=1}^{m} \upsilon_{k}^{s} + \sum_{p=1}^{q} \upsilon_{p}^{s} = 0$$

$$\sum_{k=1}^{m} \upsilon_{k}^{s} = - \sum_{p=1}^{q} \upsilon^{s}$$

**Estado Contable**

Un conjunto $S^s$ se llama un estado contable si y solo si:

$S^s = \{\{(a_b, \upsilon_b^s): b=1, \dots , d\}, \{(a_e, \upsilon_e^s): e=1, \dots , h\}, (\upsilon_{cb}^s, \upsilon_{ce}^s, \upsilon_c^s)\}$

$= \{(a_1, \upsilon_1^s), (a_2, \upsilon_2^s), \dots , (a_d, \upsilon_d^s)\}$

$\{(a_1, \upsilon_1^s), (a_2, \upsilon_2^s), \dots , (a_c, \upsilon_h^s)\}$,

tal que

$$\upsilon_{cb}^{s} = \sum_{b=1}^{d} \upsilon_{b}^{s} = \upsilon_{1}^{s} + \upsilon_{2}^{s} + \dots + \upsilon_{d}^{s}$$

$$\upsilon_{ce}^{s} = \sum_{e=1}^{k} \upsilon_{b}^{s} = \upsilon_{1}^{s} + \upsilon_{2}^{s} + \dots + \upsilon_{h}^{s}$$

se llama balance del estado contable a

$$\upsilon_{c}^{s} = \upsilon_{cb}^{s} + \upsilon_{ce}^{s}$$

$d + h \leq y$ y $\upsilon_b^s, \upsilon_e^s, \upsilon_c^s, \upsilon_{cb}^s, \upsilon_{ce}^s, \upsilon_c^s \in V$

**T2. Teorema de los Estados**

Si hay dos estados contables con todas las cuentas balance no cero, al final de un periodo $p_s$, entonces el balance del primer estado es igual al negativo del balance del segundo estado contable.

Sean $S_B = \{\{(a_b, \upsilon_b^s): b=1, \dots, d\}$, $\{(a_e, \upsilon_e^s): e=1, \dots , h\}, (\upsilon_{Bd}^s, \upsilon_{Be}^s, \upsilon_b^s)\}$

$S_p = \{\{(a_p, \upsilon_p^s): p=1, \dots , l\}, \{(a_f, \upsilon_f^s): f=1, \dots , q\}, (\upsilon_p^s, \upsilon_f^s, \upsilon_p^s)\}$

$A_n = \{a_i \,/\, i=1, \dots y\}$ $a_b, a_e, a_p, a_f \in A_n$

y $d + h + l + g + u = y$

$\upsilon_h^s, \upsilon_e^s, \upsilon_f^s, \upsilon_p^s, \upsilon_{Bb}^s, \upsilon_{Be}^s, \upsilon_{pb}^s, \upsilon_{pc}^s, \upsilon_p^s \in V$

entonces se cumple que:

$$\upsilon_{B}^{s} = - \upsilon_{p}^{s} \qquad o$$

$$\upsilon_{Bp}^{s} + \upsilon_{Be}^{s} = - (\upsilon_{pb}^{s} + \upsilon_{pc}^{s})$$

**Prueba:**

Por hipótesis: $d + h + l + g + u = y$; esto significa que:

$$\sum_{b=1}^{d} \upsilon_{b}^{s} + \sum_{e=1}^{h} \upsilon_{p}^{s} + \sum_{p=1}^{l} \upsilon_{p}^{s} + \sum_{f=1}^{g} \upsilon_{f}^{s} + \sum_{r=1}^{u} 0 = \sum_{i=1}^{y} \upsilon_{i}^{s} \quad \text{además}$$

$$\upsilon_{Bb}^{s}, \upsilon_{Be}^{s}, \upsilon_{pb}^{s}, \upsilon_{pc}^{s} = 0$$
$$\upsilon_{Bb}^{s}, \upsilon_{Be}^{s} = -(\upsilon_{pb}^{s}, \upsilon_{pc}^{s})$$

En general se puede probar que la suma de los balances de todos los estados de cuentas es cero.

**Operación entre Transacciones Contables**

Una operación 0, sobre dos o más transacciones contables se puede realizar si las transacciones ocurren al mismo tiempo y si los balances de todas las cuentas quedan lo mismo después de la operación.

$$0\,(F_1(a_r, a_l, t^r) = \upsilon_{li}^{r}, \dots , F_m(a_r, a_s, t^l) = \upsilon_{rs}^{k}$$

esta operación se puede realizar si los balances

$$\beta(a_l p^s) = \upsilon_l^s, \dots , \beta(a_r p^s) = \upsilon_r^s$$
$$\beta(a_l p^s) = \upsilon_l^s, \dots , \beta(a_s p^s) = \upsilon_s^s$$

no son afectados por la operación 0 y $t^r = tl$ es decir ocurren en el mismo periodo.

$a_r\, a_l, \dots, a_r a_s \in A_n$.

**T3. El Teorema de Combinación.**

Dos transacciones contables $F_1$ y $F_2$ que ocurren simultáneamente y pertenecen a la misma entidad, pueden ambas ser sustituidas por una tercera transacción contable $F_3$ con tal que la cuenta crédito de una transacción original sea idéntica a la cuenta débito de la otra transacción original.

Sea

$$F_1(a_r, a_l, t^r) = \upsilon_{li}^{r}$$
$$F_2(a_l, a_u, t^k) = \upsilon_{lu}^{k}$$

existe una operación que sustituye $F_3$ por $F_1$ y $F_3$ si se cumple que

$$F_3(a_l, a_u, t^s) = \upsilon_{lu}^{s} \text{ si } a_r = a_l \qquad o$$
$$F_3(a_r, a_l, t^s) = \upsilon_{rl}^{s} \text{ si } a_l = a_u$$

$t^s = t^\lambda$, $t^r \in T$, $\upsilon_{ij}^s = \upsilon_{ru}^\lambda = \upsilon_{iu}^s$ y son elementos de V; $a_i, a_j, a_r, a_u \in A_n$.

**Prueba**

1) Supongamos los siguientes balances después de las transacciones $F_1$ y $F_2$

$B(a_i, p^s) = \upsilon_i^s$ , $B(a_r, p^\lambda) = \upsilon_r^\lambda$

$B(a_j, p^s) = \upsilon_j^s$ , $B(a_u, p^\lambda) = \upsilon_u^\lambda$

Bajo el supuesto que $t^s = t^\lambda$

se sabe que $\upsilon_i^s = \sum_{r=1}^{s-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{li}^r - \upsilon_{il}^r\right) - \upsilon_{ij}^s$ y

$$\upsilon_u^\lambda = \sum_{r=1}^{\lambda-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{lu}^r - \upsilon_{ul}^r\right) + \upsilon_{ru}^\lambda$$

si $a_r \equiv a_j$ entonces

$$\upsilon_r^\lambda \equiv \upsilon_j^s = \sum_{r=1}^{s-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{el}^r - \upsilon_{jl}^r\right) + \upsilon_{ij}^s - \upsilon_{ru}^\lambda$$

pero $\upsilon_{ij}^s = \upsilon_{ur}^\lambda$ entonces $\upsilon_r^\lambda \equiv \upsilon_j^s = \sum\sum\left(\upsilon_{ej}^r - \upsilon_{jl}^r\right)$

2) Por otro lado si $F_3$ ocurre y si $a_r \equiv a_j$ entonces las cuentas $a_r$ y $a_j$ no son afectadas y

$$\omega_r^s \equiv \omega_j^s = \omega_j^{s-1} = \sum_{r=1}^{s-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{lj}^r - \upsilon_{jl}^r\right) = \upsilon_r^\lambda \equiv \upsilon_j^s$$

$\omega_i^s, \omega_i^{s-1}, \ldots \upsilon^\lambda, \in V$

los balances de las cuentas $a_i$ y $a_n$ quedan:

$$\omega_i^s = \sum_{r=1}^{s-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{li}^r - \upsilon_{il}^r\right) - \upsilon_{ij}^s, \qquad \omega_i^s, \ldots, \omega_u^s \in V$$

$$\omega_u^s = \sum_{r=1}^{s-1}\sum_{l=1}^{y}\left(\upsilon_{lu}^r - \upsilon_{ul}^r\right) + \upsilon_{ru}^\lambda, \qquad \upsilon_{ji}^s = \upsilon_{ru}^s = \upsilon_{lu}^\lambda$$

3) Comparando 1 y 2 se concluye que

$$\omega_i^s = \upsilon_i^s \; \omega_j^s = \upsilon_j^s$$
$$\omega_r^s = \upsilon_r^s \; \omega_u^s = \upsilon_u^s$$

siempre que $t^s = t^\lambda$

Como se cumple que $a_r \equiv a_j$ o $a_i \equiv a_u$ se puede sustituir la transacción $F_3$ por $f_1$ y $F_2$.

**T4. Teorema de Sustitución.**

Un par de transacciones compensadas (inter-entidades) puede ser sustituido por dos transacciones intra-entidades cada una de las cuales pertenece a una de las dos entidades involucradas.

La operación de sustituir el par de transacciones compensadas

$F_{R1}(a_i, a_j, t^r) = \upsilon_{ji}^r$ y $F_{R2}(a_r, a_u, t^\lambda) = \upsilon_{ru}^\lambda$

por las dos transacciones intra-entidades:

$F_{I1}(a_i, a_u, t^r) = \upsilon_{iu}^r$ y $F_{I2}(a_r, a_j, t^\lambda) = \upsilon_{rj}^\lambda$

se puede hacer siempre que $\upsilon_{iu}^r = \upsilon_{rj}^r = \upsilon_{ru}^\lambda = \upsilon_{ij}^r$

**Prueba:**

Las condiciones para las transacciones compensadas son:

$a_i \subset e_m$, $a_j \subset e_n$, $a_r \subset e_p$, $a_u \subset e_q$, tal que $e_m \approx e_q$ y $e_n \approx e_p$ $e_m \neq e_n$, $e_n$, $e_m \in E$, $a_i \approx e_j$, $a_r \approx a_u$
donde $\upsilon_{iu}^r = \upsilon_{ru}^\lambda$, $\upsilon_{ij}^r$, $\upsilon_{ru}^\lambda \in V$ y $T^r \approx t^\lambda$, $\lambda \in T$

y ellos son la evidencia empírica de que una transacción es la consideración legal o económica de la otra.

1- Supongamos los siguientes balances antes de ocurrir $F_{R1}$ y $F_{R2}$ o antes de ocurrir $F_{I1}$ y $F_{I2}$

$B(a_i, p^{s-1}) = \upsilon_i^{s-1}$ , $B(a_r, p^{s-1}) = \upsilon_r^{s-1}$

$B(a_j, p^{s-1}) = \upsilon_j^{s-1}$ , $B(a_u, p^{s-1}) = \upsilon_u^{s-1}$

y los balances después de ocurrir $F_{R1}$ y $F_{R2}$ son:

$$\upsilon_i^s = \upsilon_i^{s-1} - \upsilon_{iu}^r \qquad \upsilon_r^s = \upsilon_r^{s-1} - \upsilon_{ru}^\lambda$$
$$\upsilon_j^s = \upsilon_j^{s-1} - \upsilon_{iu}^r \qquad \upsilon_u^s = \upsilon_u^s - \upsilon_{ru}^r$$

pero como $\upsilon_{iu}^r = \upsilon_{rj}^r = \upsilon_{ij}^r$ y $\upsilon_{ij}^r = \upsilon_{ru}^\lambda$ se da que

$\upsilon_i^s = \upsilon_i^r$ ,

$\upsilon_j^s = \upsilon_j^r$ , $\upsilon_r^s = \upsilon_r^r$ , $\upsilon_u^s = \upsilon_u^r$

Así los balances de las cuentas $a_i$, $a_j$, $a_r$, $a_u$ no se cambian al sustituir $F_{I1}$ y $F_{I2}$ por $F_{R1}$ y $F_{R2}$.

2- Como $t^r = t^\lambda$ la operación de sustituir las transacciones compensadas $F_{R1}$ y $F_{R2}$ por los transactores intra-entidades $F_{I1}$ y $F_{I2}$ se puede realizar.

El teorema de sustitución es importante para convertir transacciones básicas inter-entidades como transferencia de propiedad y creación de tenedores de deuda, etc., en transacciones contables intra-entidades. Usualmente se consideran las transacciones como simples relaciones, pero este teorema permite ver que las relaciones intra-entidades reflejan relaciones que vienen de otras entidades.

Cualquier transacción inter-entidades implica que al interior de cada entidad se realicen transacciones internas; a veces aumenta una cuenta débito y disminuye una cuenta crédito; a veces al contrario disminuye un crédito y aumenta una débito, a veces disminuyen las cuentas débito y crédito y a veces aumentan cuentas crédito y débito.

**Un Balance de Prueba** $B_n^s$ de una super-entidad $e_n$ es una consolidación de balances de prueba de dos o más entidades diferentes $e_i$ y $e_m$ en $e_n$ si éste es idéntico a un balance de prueba ficticio que resultaría de todas las transacciones de $e_i$ con $e_m$ durante un período de tiempo.

Supongamos los siguientes balances de prueba: $B_i^{s-1}$, ...., $B_m^{s-1}$, $B_n^{s-1}$ que se hacen al iniciar el periodo $p^s$ y se refieren a las entidades $e_i$,....$e_m$,$e_n$ respectivamente, los cuales tienen solo valores cero asignados en su cuentas. También supongamos que las sumas totales de todas las transacciones de cada una de las entidades durante ese periodo son designados $S_i$,...., $S_m$ y $S_n$ respectivamente y que los balances de prueba de esas entidades al final del periodo están dados como:

$$B_i^s = B_i^{s-1} \cup S_i$$

.....

$$B_m^s = B_m^{s-1} \cup S_m$$

$$B_n^s = B_n^{s-1} \cup S_n$$

entonces $B_n^s$ es un balance de prueba consolidado de las entidades $e_i$ y $e_m$ si y solo si:

$(S_i \cup .... \cup S_m = S_n) \Rightarrow$

$(B_i^s \cup .... \cup B_m^s = B_n^s)$

Nota: la teoría y la práctica de las hojas de balance de compañías matrices y sucursales, con frecuencia introducen transacciones adicionales que no ocurrirían si la entidad de mayor nivel se tomara desde el principio como la única entidad a considerar. Un caso típico es la situación en la cual la compañía matriz no es propietaria de todos los inventarios de las sucursales; pueden resultar conflictivos para los poseedores del inventario. Sin embargo si se consideran las compañías matriz y sucursales como una sola entidad, los poseedores minoritarios se considerarían como poseedores de inventarios ordinarios y no hay que separar las transacciones.

**T5.Teorema de Consolidación.**

Dos o más balances de prueba $B_i^s$,... . $B_m^s$ de entidades diferentes $e_i$, ...,$e_m$ en final del periodo se pueden consolidar en un solo balance $B_n^s$ de una entidad $e_n$ , si se realizan las siguientes operaciones:

a) Identificar si: $a_i^l \approx a_j^m$ o $a_i^l \neq a_j^m$

$$a_i^l \in A_i \quad y \; a_j \in A_m$$

b) Adicionar los valores asignados a las cuentas con representantes de las clases de equivalencia.

Si $(a_d^l, \upsilon_d^s) \in B_d^s$, $\quad$ d=1,....g

$(a_f^m, \upsilon_f^s) \in B_f^s$, $\quad$ f=1,....g

y si $a_d^l \approx a_f^m$

entonces $B_i^s \cup B_m^s = B_n^s$. $(a_k^n, \upsilon_k^s) \in B_n^s$ implica

$\upsilon_k^s = \upsilon_d^s + \upsilon_f^s$ si $a_k^m \approx a_d^l$

c) Incorporar las cuentas con sus valores acumulados, como las cuentas restantes de todos los balances de prueba, con sus valores originales dentro del balance de prueba consolidado.

$$B_i^s = \{ ( a_i^l , \upsilon_i^s): i=1, ... r\}$$

$$B_m^s = \{ ( a_j^m , \upsilon_j^s): j=1, ... q\}$$

$$B_n^s = \{ ( a_k^n , \upsilon_k^s): k=1, ... y\}$$

también asumimos los siguientes subconjuntos auxiliares de los balances de prueba:

$$\left.\begin{array}{l} B_i^s = \{ ( a_i^l , \upsilon_i^s): i=1, ... d\} \\ \gamma_i^s = \{ ( a_i^l , \upsilon_i^s): i=d+1, ... q\} \end{array}\right\} B_i^S = B_i^S \cup \gamma_i^S$$

$$\left.\begin{array}{l} B_m^s = \{ ( a_j^m , \upsilon_j^s): j=1, ... d\} \\ \gamma_m^s = \{ ( a_i^m , \upsilon_i^s): i=d+1, ... q\} \end{array}\right\} B_m^S = B_m^S \cup \gamma_m^S$$

$\delta_n^s = \{ ( a_j^m , \upsilon_j^s): j=1, ... d\}$ si

$a_i^l \approx a_j^m \approx a_k^n$, $\quad$ i , j, k = 1, ... d

entonces $B_i^s \cup B_m^s = B_n^s \Rightarrow B_n^s = \delta_n^s \cup \gamma_i^s \cup \gamma_m^s$

Lo anterior se refiere a dos balances de prueba para dos entidades, pero se puede realizar para un número finito de balances de prueba o de entidades.

* * *

## BIBLIOGRAFÍA

**ACCOUNTING AND ANALYTHICAL METHODS**. Scholars Book co Houston Texas 1964.

-Hacia una fundamentación general y axiomática de la ciencia contable. Articulo Técnica Económica año III Abril de 1958.

**GARCIA** G., Moisés. Modernas Tendencias Metodológicas en Contabilidad.

**LOPEZ** O., León y **GOMEZ** Martha Cecilia. Algebra Abstracta. EAFIT, Medellín.

**MATTESSICH**, Richard. Recientes perfeccionamientos en la presentación axiomática de los sistemas contables. Revista española de financiación y contabilidad No. 4 Abril de 1973.Madrid España.

---------- The Accounting and Analythic Methods.

**RODRIGUEZ** V., John. Cuentas Regionales e Insumo-Producto. Universidad La Gran Colombia, Armenia, 1993

### Notas

[1] Ver 2.1. "Transactor como una clase de equivalencia"

*En la próxima edición espere "Fundamentación Matemática de la Teoria Contable".*

# "En el principio era el caos..."

Todo comienzo es difícil. Al parecer, también para Dios. Sólo la constancia, el trabajo y el compromiso con los ideales y su gente, permiten al hombre, alcanzar las metas y las satisfacciones.

En el principio era el caos...pero fuimos afinando las herramientas, corrigiendo todos los errores, aprendiendo de ellos, repensando el camino, potenciando todas las posibilidades, confrontando los productos, alimentando la llama, soñando el futuro...

En el principio era el caos... pero largos años de trabajo nos han permitido construir una propuesta coherente de estudio e investigación a largo plazo para la Contabilidad y la Contaduría Pública en Colombia. Podemos discutirlo... pero estamos convencidos de que la Investigación Contable es el mejor camino para el desarrollo integral de la Universidad, el Gremio y la Comunidad.

En el principio era el caos... pero hoy es otra historia.

CENTRO COLOMBIANO
CINCO
DE INVESTIGACIONES CONTABLES

*Construyendo la Historia.*