

Tipo de artículo: Artículo original
Temática: Formación del Ingeniero en Ciencias Informáticas
Recibido: 12/02/2020 | Aceptado: 09/06/2020 | Publicado: 01/07/2020

Saberes matemáticos previos en el tema de Sucesiones Numéricas de los estudiantes de segundo año de la carrera Ingeniería en Ciencias Informáticas

Previous mathematical knowledge in the subject of Numerical Succession of the second-year students of the Computer Science Engineering career

Ilsen León Herrera ^{1*}, Abel Velázquez Pratts ², Gusbey Pérez Carrazana ³, Fernando Rodríguez Marzo ⁴, Pedro Álvarez Barreras ⁵

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños, Km 2 ½, reparto Torrens, municipio Boyeros, La Habana, Cuba. CP: 19370. ilsen@uci.cu

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños, Km 2 ½, reparto Torrens, municipio Boyeros, La Habana, Cuba. CP: 19370. abelv@uci.cu

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños, Km 2 ½, reparto Torrens, municipio Boyeros, La Habana, Cuba. CP: 19370. gusbey@uci.cu

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños, Km 2 ½, reparto Torrens, municipio Boyeros, La Habana, Cuba. CP: 19370. frmarzo@uci.cu

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños, Km 2 ½, reparto Torrens, municipio Boyeros, La Habana, Cuba. CP: 19370. palvarez@uci.cu

* Autor para correspondencia: ilsen@uci.com

Resumen

En la Universidad de Ciencias Informáticas (UCI) de La Habana los resultados académicos en la disciplina Matemática, en particular en la asignatura Matemática III, perteneciente al programa de la carrera Ingeniería en Ciencias Informáticas, son bajos. Teniendo en cuenta que en esta asignatura el Tema de Series Numéricas y de Funciones tiene un peso curricular notable, se hace una indagación de los conocimientos previos que tienen los estudiantes respecto a las sucesiones numéricas, tema que en la asignatura Matemática Discreta, que pertenece al primer año, se introducen los elementos básicos. La indagación se hace tomando como base el papel relevante que tienen estos contenidos para un aprendizaje eficiente en el Tema de Sucesiones Numéricas y de Funciones en Matemática III. Por tanto, los autores se proponen como objetivo fundamental indagar el nivel de aprendizaje de los saberes matemáticos previos, sobre sucesiones numéricas, de los estudiantes de segundo año y que son básicos para la

comprensión eficiente de los contenidos del tema de sucesiones numéricas y de funciones que aparecen en la Matemática III.

Palabras clave: habilidades, sucesión numérica; registro de representación.

Abstract

In the University of Computer Science (UCI) of Havana, academic results in Mathematics, particularly in the subject Mathematics III, are low. Taking into account that in this subject the Subject of Numerical Series and Functions has a remarkable curricular weight, it is made an investigation of the previous knowledge that students have regarding numerical successions, subject that in the subject Discrete Mathematics, which belongs to the first year, the basic elements are introduced. The investigation is made taking as a base the relevant role that these contents have for an efficient learning in the Subject of Numerical Successions and Functions in Mathematics III. Therefore, the authors propose as a fundamental objective to investigate the level of learning of the previous mathematical knowledge, about numerical successions, of the second-year students and that are basic for the efficient understanding of the contents of the topic of numerical successions and functions that appear in Mathematics III.

Keywords: numerical succession; skills; record of representation.

Introducción

Las matemáticas son reconocidas como una de las disciplinas que mayores dificultades presenta en su proceso de enseñanza aprendizaje, por consiguiente, existe un bajo rendimiento académico en esta disciplina en el nivel medio y universitario. En estas circunstancias aparecen anualmente un gran número de trabajos donde se muestran propuestas con la intención de influir positivamente en la resolución de estas dificultades (Godoy 2018 ; González-Jaimes et al. 2018 ; Rivasplata-Cuba y Crisólogo-Tello 2018 ; Marcos 2011 ; D'Andrea, Real y Sastre 2018 ; D'Andrea et al. 2018 ; Herrera et al. 2008). En Cuba, estas dificultades aparecen en todos los niveles de enseñanza de acuerdo a diversos autores como (Quesada-Izquierdo, Serrano-Vargas y Salazar-Montero 2018 ; Martínez 2011 ; Navarro-González et al. 2018) y otros. Los aspectos que evidenciados con frecuencia están relacionados con la interpretación y construcción de conceptos básicos del Algebra Lineal y el Cálculo, como los siguientes: concepto de espacio vectorial, base de un espacio vectorial, concepto de límites de sucesiones y funciones, continuidad, derivabilidad, a lo que hay que agregar como otro elemento de suma importancia la resolución de problemas matemáticos, ya sean intramatemáticos o extramatemáticos. A pesar de lo anterior es posible constatar que, el trabajo que se hace por parte de los docentes para utilizar en su práctica educativa los resultados investigativos en la educación matemática, constituye una insuficiencia a superar debido a la no utilización de las experiencias positivas en la práctica docente, es uno de los elementos que contribuye al bajo rendimiento académico de los estudiantes.

En este trabajo los autores trabajan en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (PEAM), dentro del cuadrilátero didáctico definido en (Pérez, Velázquez y Gamboa 2017), específicamente en el Tema de sucesiones numéricas que se declara en el programa de estudio de la Matemática III, en la especialidad de Ingenieros en Ciencias Informáticas que se forman en la UCI. Dados los resultados académicos no satisfactorios que obtienen los estudiantes en la asignatura Matemática III, específicamente en el Tema de Series Numéricas y de Funciones, lo que se ha analizado en los colectivos de la disciplina Matemática y corroborados en los exámenes parciales y finales de esa asignatura, los autores identifican el siguiente problema: Insuficiencias en el dominio, por parte de los estudiantes de segundo año, de los contenidos previos correspondientes al tema de sucesiones numéricas. En este caso los autores se proponen como objetivo fundamental indagar el nivel de aprendizaje de los saberes matemáticos previos, sobre sucesiones numéricas, de los estudiantes de segundo año y que son básicos para la comprensión eficiente de los contenidos del tema de sucesiones numéricas y de funciones que aparecen en la Matemática III.

Los estudiantes que llegan al segundo año recibieron en la asignatura Matemática Discreta conocimientos básicos sobre las sucesiones numéricas, así como algunos elementos en la asignatura Matemática I. Estos saberes matemáticos son básicos para la comprensión eficiente de los contenidos del tema de sucesiones numéricas y de funciones que aparecen en la Matemática III. En el trabajo se investigan procesos de pensamiento matemático avanzado involucrados en el desarrollo y manipulación de las sucesiones.

Para dar cumplimiento al objetivo fundamental del trabajo se tratan de determinar los obstáculos, dificultades y errores que surgen con mayor regularidad en los estudiantes. Esto se hace necesario para el posible diseño de las actividades a realizar en el mismo tema (ampliado) que estos estudiantes recibirán en Matemática III.

Materiales y métodos

Las Sucesiones Numéricas son, de acuerdo con (Bednarz, Kieran y Lee 1996), citado por (García, Espino y Olvera 2017), "... las que deben centrarse en la visualización; manipulación de la figura en la que se basa el proceso de generalización, facilitando de este modo la construcción de la fórmula; la formulación de una regla recursiva que muestra la manera de construir los siguientes términos a los precedentes y encontrar un patrón que conduce directamente a la fórmula". Los autores del trabajo coinciden con lo anterior por lo que se hace necesario el estudio didáctico de este objeto matemático.

Para la investigación se considera como sustento psicológico y pedagógico el enfoque histórico cultural de Vigostki (Talizina, Solovieva y Quintanar 2010), en particular la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin (Galperin 1995) y aceptando a la actividad como el proceso en que los individuos interactúan con la realidad objetiva, transformándola y dando la posibilidad de transformarse a sí mismo. Se tiene también en cuenta el concepto de situación didáctica en el sentido de Brousseau (Barros 2008). En el curso 19-20, para los contenidos de sucesiones numéricas, se hizo la siguiente distribución del fondo de tiempo:

Tabla 1: Distribución de fondo de tiempo del contenido de sucesiones en el curso 2019-2020.

Tema	Conferencia	Clase práctica	Taller
Sucesiones Numéricas	4 h	6 h	10 h

El contenido que recibirán en Mat III sobre el tema de sucesiones numéricas es el siguiente:

Sucesiones numéricas: Reactivación del concepto de sucesión. Concepto de sucesión numérica. Distintas formas de presentación de una sucesión numérica. Notaciones. Representación gráfica. Monotonía. Acotación. Sucesión de sumas parciales. Idea intuitiva de sucesión convergente. Concepto de sucesión divergente. Relación entre la convergencia de sucesiones numéricas y el límite en el infinito de funciones reales de una variable real. "Leyes de los límites para sucesiones". Teorema del Emparedado. Convergencia de sucesiones geométricas. "Teorema de las sucesiones monótonas".

(Jiménez, Suárez y Galindo 2010) citados por (Suárez-Sotomonte y Vargas-Cruz 2018) afirman que "en los centros escolares se dedica mayor tiempo a las actividades donde se privilegia la repetición y ejecución sistemática de los contenidos curriculares y se deja de lado aquellas que estimulan el razonamiento matemático". Estas limitaciones contribuyen a una formación inadecuada de los estudiantes, motivo por el cual, en este trabajo se indaga el nivel de aprendizaje de los conocimientos sobre sucesiones de los estudiantes que cursaron la asignatura Matemática Discreta en el primer año. Lo anterior puede tomarse como punto de partida para el diseño de las actividades que pudieran realizar los docentes de la Matemática III en el tema considerado.

Otro aspecto considerado por los autores, es tener en cuenta la importancia que tiene en el aprendizaje de las matemáticas el uso de varios registros para la representación de los objetos matemáticos a tratar. En este sentido (Duval 2004; 2006) señala que toda representación semiótica es parcialmente cognitiva respecto de lo que representa y destaca que, para que los estudiantes logren la conceptualización, es necesario que distingan al objeto matemático de su representación. Por ello afirma que la comprensión de un objeto matemático requiere del estudiante la capacidad de coordinar representaciones del mismo en distintos registros de representación.

Se reconoce que, el hallar y utilizar patrones constituye un elemento significativo para la resolución de problemas en matemáticas (Perez et al. 1989) lo que tiene además influencia en el desempeño profesional de un ingeniero en ciencias informáticas, por lo que se hace necesario consolidar habilidades en los estudiantes como la determinación de relaciones y regularidades para obtener patrones, la determinación de modelos matemáticos para representar las relaciones cuantitativas en un problema, contribuyendo a la formación de habilidades heurísticas para la solución de estos últimos.

Por esta razón a los estudiantes se les hizo en la primera semana de clases de la asignatura Matemática III, en tiempo adicional, un examen diagnóstico para conocer sus conocimientos previos sobre el tema de sucesiones y que se mostrará en el desarrollo del trabajo realizado. Los objetivos de este diagnóstico eran determinar si los estudiantes eran capaces de:

- a) Determinar patrones en una sucesión figurativa.
- b) Determinar el término general de una sucesión a partir de sus primeros elementos.
- c) Utilizar diversos registros de representación en las sucesiones numéricas.

Se orientó a los estudiantes que la asistencia al diagnóstico era voluntaria pero que el que asistiera debería de hacer su mayor esfuerzo para responder cada inciso de la evaluación. Se les comunicó, además, que el que obtuviera el aprobado tendría como reconocimiento la posibilidad de disponer de un quince a un veinte por ciento de la nota de la primera Prueba Parcial de la asignatura Matemática III que cursaban en ese semestre. El diagnóstico se realizó a 21 estudiantes (2 no asistieron) del grupo asignado a uno de los autores de este trabajo y también se les indicó dos días antes que se haría el diagnóstico y que por tanto debían revisar los contenidos que se evaluarían. El tiempo asignado para responder el examen era de 60 minutos. A continuación, se describe el mencionado instrumento.

Examen diagnóstico

Ejercicio 1: Considere el siguiente gráfico



- a) Represente el gráfico correspondiente a S₁₀.
- b) Halle el número de elementos de S₃₀ a partir de hallar una fórmula matemática de la que debe argumentar como se obtuvo.
- c) Represente la sucesión numérica S₁, S₂, S₃, ..., S₅, ... en al menos dos registros de representación.

Ejercicio 2: Considere el siguiente gráfico



- a) Represente el gráfico correspondiente a S₁₂.
- b) Halle el número de elementos de S₃₀ a partir de hallar una fórmula matemática de la que debe argumentar como se obtuvo.

Ejercicio 3: Dadas las siguientes sucesiones:

A. $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \dots$

B. $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{11}, \frac{4}{18}, \frac{5}{27}, \dots$

- a) Represente en forma tabular los diez primeros términos de la sucesión.
- b) Represente gráficamente la sucesión con al menos siete términos.
- c) Represente analíticamente la sucesión.

Resultados y discusión

Después de realizado el examen diagnóstico es posible realizar un análisis de los resultados obtenido para indagar el nivel de aprendizaje de los saberes matemáticos previos, sobre sucesiones numéricas, de los estudiantes de segundo año.

Tabla 2 - Resultados obtenidos en la aplicación del diagnóstico.

Ejercicio 1	Nota 5	Nota 4	Nota3	Nota 2	Aprobados
Inciso a	5	4	5	7	14
Inciso b	3	3	4	11	10
Inciso c	3	4	3	11	10
Ejercicio 2	Nota 5	Nota 4	Nota3	Nota 2	Aprobados
Inciso a	3	4	2	12	9
Inciso b	2	4	4	11	10
Ejercicio 3	Nota 5	Nota 4	Nota3	Nota 2	Aprobados
Inciso a	2	3	4	12	9
Inciso b	2	2	4	13	8
Inciso c	2	3	3	13	8

Totales	22	27	26	90	78

El número de incisos aprobados (para aprobar hay que obtener 3, 4 o 5) es el 46.4 % lo que indica que es inferior al número de incisos desaprobados que resultó ser 53.8 %. Solamente en el inciso a) del Ejercicio 1 esto no se cumple.

La calidad de los resultados (obtener 4 o 5) es de 29.2 %.

El análisis de las respuestas de los estudiantes indicó que:

1. Los estudiantes presentan grandes dificultades en reconocer patrones dada una sucesión en los registros de representación gráfico o numérico. Esto indica que tienen pocas habilidades en el proceso de abstracción y generalización tan necesario en el aprendizaje y aplicación de las matemáticas.
2. Los estudiantes presentan grandes dificultades en reconocer la expresión del término general de una sucesión dados los primeros términos de esta. Esto sugiere que hay poco desarrollo en los estudiantes de las habilidades heurísticas, así como en su pensamiento algebraico.
3. Los estudiantes presentan insuficiencias notables en la representación gráfica de sucesiones. Esto indica que presentan problemas en la interpretación de una sucesión como una función, lo que lleva a la conclusión que el dominio conceptual en el tema analizado en este trabajo es insuficiente.
4. En general se obtiene, como resultado de la calidad de las evaluaciones, que menos de un tercio de los estudiantes poseen saberes matemáticos previos aceptables para poder comprender con eficiencia el tema de sucesiones numéricas y de funciones en la asignatura Matemática III. Esto responde al objetivo fundamental del trabajo.

Conclusiones

Se obtiene que el paso de un registro de representación a otro constituye una dificultad para los estudiantes, lo que puede justificarse por el hecho de que no existan reglas para su realización dependiendo, por tanto, del nivel de desarrollo de estas habilidades en los estudiantes.

Se hace necesario incrementar las actividades relativas al cambio de registros de los objetos matemáticos para contribuir a su mejor comprensión. De aquí que se infiere que se deben utilizar en el PEAM situaciones didácticas en que se potencien en los estudiantes las habilidades que se han detectado como aún poco desarrolladas.

Este trabajo evidencia claramente que los estudiantes carecen de los conocimientos previos necesarios para una comprensión adecuada del tema de series numéricas y, por consiguiente, para las series funcionales.

Las limitaciones detectadas justifican tratar de hacer una propuesta pedagógica que permita contribuir a mejorar estas dificultades.

Estos autores trabajan en estos momentos con el objetivo de proponer una secuencia de actividades en el tema analizado.

Referencias

- BARROS, J.F., 2008. Enseñanza de las ciencias desde una mirada de la didáctica de la escuela francesa. En: *Revista EIA. Escuela de Ingeniería de Antioquía*, Vol. 5, no. 10, p. 55-71.
- BEDNARZ, N., KIERAN, C. Y LEE, L., 1996. Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. En: *Approaches to algebra*. Springer, p. 3-12.
- D'ANDREA, R. ET AL., 2018. El proceso lógico de verificación de hipótesis en el esquema argumentativo de la demostración. En: . Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,
- D'ANDREA, R., REAL, M. Y SASTRE, P., 2018. Análisis crítico de un dispositivo didáctico para el proceso de enseñanza y aprendizaje del lenguaje matemático. En: . Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,
- DUVAL, R., 2004. *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo: Curso del Doctorado en Educación con énfasis en Educación Matemática, Universidad del Valle, 1999*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía.
- DUVAL, R., 2006. Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. En: *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Vol. 9, no. 1, p. 143-168.
- GALPERIN, P., 1995. Teoría de la formación por etapas de las acciones mentales. En: *Moscú: Editorial MGY*.
- GARCIA, V., ESPINO, G. Y OLVERA, B., 2017. Sucesiones numéricas: una estrategia para su aprendizaje. En: . Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,

- GODOY, K.A.M., 2018. PICTOLAB: un juego didáctico empleado para la enseñanza y aprendizaje de los materiales y equipos de mayor uso en el laboratorio deficiencias. En: *Revista de Investigación N°95 Vol. 42 Septiembre-Diciembre, 2018*. Vol. 42, no. 95, p. 76.
- GONZÁLEZ-JAIMES, E.I. ET AL., 2018. Estrategia didáctica de enseñanza y aprendizaje para programadores de software. En: *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*. Centro de Estudios e Investigaciones para el Desarrollo Docente AC, Vol. 9, no. 17, p. 688-712.
- HERRERA, C.G. ET AL., 2008. Dificultades al justificar procedimientos en álgebra lineal. Estudio de casos con alumnos de ingeniería. En: *Revista de divulgación científica deficiencia y tecnología de la UNCa*. Vol. 1, no. 1.
- JIMÉNEZ, A., SUÁREZ, N.Y. Y GALINDO, S.M., 2010. La comunicación: eje en la clase de matemáticas. En: *Praxis & Saber*. Vol. 1, no. 2, p. 173-202.
- MARCOS, S.M.J., 2011. Un estudio comparativo de las habilidades emocionales y los estilos de aprendizaje de estudiantes venezolanos de bachillerato y formación técnica superior. En: *Revista de Estilos de Aprendizaje*. Vol. 4, no. 8.
- MARTÍNEZ, N.F.M., 2011. Estrategia didáctica para la formación del pensamiento estadístico en los estudiantes. En: *Pedagogía Universitaria*. Editorial Universitaria de la Republica de Cuba, Vol. 16, no. 4, p. 136-160.
- NAVARRO-GONZÁLEZ, J.C. ET AL., 2018. Los niveles de comprensión del contenido en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. En: *Panorama Cuba y Salud*. Vol. 13, no. 2, p. 10.
- PEREZ, M.M. ET AL., 1989. *Pensar matemáticamente*. Editorial Labor.
- PÉREZ, Y.A., VELÁZQUEZ, R.Y. Y GAMBOA, M.E., 2017. Conectividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la formación inicial del profesor de Matemática. En: *AC Ramos (Presidencia), X Taller Internacional Innovación Educativa-Siglo XXI. Simposio llevado a cabo en la I Convención Científica Internacional y Expoferia Las Tunas*.
- QUESADA-IZQUIERDO, J., SERRANO-VARGAS, R. Y SALAZAR-MONTERO, E., 2018. El tratamiento interdisciplinar de los contenidos matemáticos. En: *Redel. Revista Granmense de Desarrollo Local*. Vol. 2, no. 1.
- RIVASPLATA-CUBA, L.L. Y CRISÓLOGO-TELLO, M.M., 2018. Programa de material estructurado para desarrollar el Aprendizaje en Matemática en los niños/as de cuatro años de una Institución Educativa Pública, Trujillo, 2018. En: . Universidad César Vallejo,
- SUÁREZ-SOTOMONTE, P. Y VARGAS-CRUZ, J.F., 2018. Evaluación de geometría dinámica en ambiente virtual heurístico en una institución educativa. En: *Pensamiento y Acción*. no. 24, p. 25-41.

TALIZINA, N., SOLOVIEVA, Y. Y QUINTANAR, L., 2010. La aproximación de la actividad en psicología y su relación con el enfoque histórico-cultural de LS Vigotsky. En: *Novedades educativas*. Vol. 230, p. 4-8.