

La Impresión de Billetes en la Banca Central Moderna: Tendencias, Costos y Eficiencia *

JORGE EDUARDO GALÁN CAMACHO, MIGUEL SARMIENTO PAIPILLA

Resumen

En este documento se estudian las tendencias en la producción de billetes durante el periodo 2000-2005 a partir de una muestra de 56 bancos centrales. Se encontró que ante el elevado crecimiento de la demanda de efectivo en los últimos años, los bancos centrales han implementado nuevas estrategias para ganar eficiencia en la producción de billetes; entre estas se destacan, la vinculación del sector privado por medio de distintas modalidades (e.g. asociaciones de riesgo compartido, creación de subsidiarias o compra de billetes a firmas especializadas). Con el objetivo de examinar los efectos de estas estrategias y de otras características de la impresión de billetes sobre los costos de producción, se estimó una función de costos bajo un modelo de datos panel con efectos aleatorios, donde se encontró que la estructura de denominación, el tamaño de los billetes y la modalidad empleada por los bancos centrales, son variables que afectan los costos de manera significativa. A su vez, se identificó que la impresión a cargo del gobierno es la modalidad más costosa; mientras que la vinculación del sector privado al proceso de producción disminuye los costos de forma importante. Basado en estos resultados, se empleó un modelo no-paramétrico de frontera eficiente con el fin de encontrar medidas de eficiencia técnica en costos y cambios en productividad de los bancos centrales. Se encontró que la mayoría de los bancos centrales han incrementado su nivel de eficiencia técnica durante el periodo, siendo más evidente en los bancos que realizan su producción con participación de terceros. Por su parte, mediante el cálculo del índice de Malmquist se identificó un moderado incremento en productividad, el cual obedece principalmente a incrementos en eficiencia de escala y en menor proporción a un cambio técnico.

Abstract

This research focuses in the development of a model capable to measure the probability of contagion among Ecuadorian banks caused by liquidity runs. The model uses econometric analysis based on quantitative data as well as qualitative data, such as expert opinions, in a novel treatment for this issue. The applied methodology is also able to estimate minimal requirements of liquidity needed by the financial system in order to confront a widespread run of deposits as well as the expected time

-
- Trabajo presentado en el “IV Curso Internacional sobre Gestión de Efectivo”, organizado por el CEMLA, el Comité de Tesoreros y el Banco de la República, en Bogotá, D.C., septiembre 10 a 14 de 2007. Agradecemos los comentarios de los asistentes al evento, así como de Gerardo Hernández, Néstor Plazas, Javier Sepúlveda y Hernán Rincón. Este trabajo contó con la asesoría técnica de Martha Misas y Ligia Melo y la colaboración de Carolina Moreno como asistente de investigación. El artículo fue publicado previamente en la *Revista del Banco de la República*, Vol. LXXX, No. 962, Diciembre de 2007. La versión en inglés fue publicada en la serie *Borradores de Economía* No. 476, Banco de la República, disponible en: <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra476.pdf>

before a hypothetical “*Pool de Fondos*” would run out of money in front of a substantial decrease in the level of deposits kept by the system.

Introducción

La impresión de billetes es una función que tradicionalmente ha estado a cargo de los bancos centrales. Sin embargo, con el desarrollo de los mercados financieros y la consolidación de firmas especializadas en la producción de billetes, varios bancos centrales han vinculado al sector privado en el desempeño de esta función.

Uno de los aspectos que ha motivado estos cambios ha sido el alto crecimiento de la demanda de efectivo en los últimos años. En efecto, el crecimiento promedio del volumen de billetes en circulación durante el periodo 2000-2005 fue de 26,5% en los 56 países estudiados (Ver Anexo 1)¹. Esto ha generado, entre otros efectos, un incremento en la producción de billetes y por tanto en los costos de producción. En efecto, los bancos centrales han implementado diversas estrategias con el fin de incrementar la eficiencia en la producción y suministro de billetes a la economía². Algunas de las estrategias implementadas son: la creación de empresas subsidiarias (e.g. Australia y Bulgaria), la cesión de la función al sector privado (e.g. Inglaterra y Suecia) y la integración en un solo complejo de las actividades de impresión y distribución de efectivo (e.g. Portugal y Colombia).

Estas modalidades fueron estudiadas inicialmente por el Banco de la República (2005) para una muestra de 133 bancos centrales, donde se encontró que entre 1993 y 2003 se presentó una tendencia hacia la cesión parcial o total de la producción de billetes, principalmente en los bancos centrales de economías avanzadas. En el banco central del Japón, Nishihara (2006) encontró que los cambios en la modalidad de impresión de billetes en los bancos centrales del EMEAP dependen de la relación con el gobierno, el sector financiero y las compañías, así como de la estrategia de modernización adoptada por cada banco central³. Recientemente, Galán y Sarmiento (2007), empleando un modelo de datos panel para 68 bancos centrales durante el periodo 2000-2004, encontraron que la función de impresión de billetes

¹ Algunos estudios sugieren que el incremento reciente de los agregados monetarios obedece a la reducción de la inflación y de las tasas de interés nominales, así como a un crecimiento del ingreso real (Ver, Hernández, *et. al.*, 2005; De Gregorio, 2003).

² En Baxter et al. (2005) se estudian las modalidades para la distribución del efectivo en los bancos centrales de Australia, Canadá, Inglaterra, Malasia y Noruega.

³ Los bancos centrales que conforman el *Executives' Meeting of East Asia – Pacific* (EMEAP) son Australia, China, Hong Kong SAR, Indonesia, Japón, Corea, Malasia, Nueva Zelanda, Filipinas, Singapur y Tailandia.

es un determinante importante de la demanda laboral de los bancos centrales. A su vez, identificaron que el cambio de estrategia en la realización de esta función tiene importantes efectos en términos de la planta de personal⁴.

Si bien los trabajos mencionados dan luces sobre las recientes estrategias de modernización empleadas por los bancos centrales para ganar eficiencia en la producción de billetes, es importante considerar otros aspectos asociados al desempeño de esta función, tales como la estructura de denominación en cada país, las características de los billetes y los costos de producción. Estos aspectos son tratados a profundidad en este estudio identificando las variables que determinan los costos de impresión de billetes y el efecto de los cambios en las modalidades de producción sobre los costos y la eficiencia.

Para ello, el presente documento se divide en cuatro secciones, incluida esta introducción. En la segunda, se estudian las tendencias, la estructura de denominación y las características de los billetes de 56 bancos centrales durante el periodo 2000-2005. En la tercera, se construye un conjunto de indicadores comparativos de los costos de producción y se estima una función de costos a través de un modelo de datos panel, con el fin de identificar los principales determinantes de los costos de producción. Así mismo, se emplea un modelo no-paramétrico de frontera eficiente para examinar el nivel de eficiencia técnica de los bancos centrales en la producción de billetes, así como para identificar su cambio en productividad a través del cálculo del índice de Malmquist. Las principales conclusiones se presentan en la cuarta sección.

II. Tendencias en la impresión de billetes

1. Modalidades

En los últimos años, los bancos centrales han implementado diversas modalidades para la producción de billetes, entre las más usadas se destacan: la impresión directa por parte del banco central, la producción a través de una empresa subsidiaria, la compra a proveedores internos (empresas privadas y gobierno) y la importación. En la Tabla 1, se observa la importancia relativa de estas modalidades en el año 2005. Para la comparación, los bancos centrales se clasificaron en cuatro grupos así: Zona Euro, Otras Economías Avanzadas, Latinoamérica y Otros Países en Desarrollo.

⁴ Entre los estudios de caso, se destacan para Estados Unidos el trabajo de Booth (1989) y Lacker (1993). Por su parte, Daltung y Ericson (2004) analizan la reciente estrategia implementada por el banco central de Suecia para la impresión de billetes y el manejo del efectivo.

Tabla 1.
Modalidades de los bancos centrales para la producción de billetes (2005)

MODALIDAD	ZONA EURO		OTRAS ECONOMÍAS AVANZADAS		LATINOAMERICA		OTROS PAÍSES EN DESARROLLO	
	País (12)	%	País (14)	%	País (14)	%	País (16)	%
BANCO CENTRAL	Bélgica Francia Grecia Irlanda Italia	41,7%	Dinamarca Hong Kong Noruega	21,4%	Colombia México Venezuela	21,4%	Albania Armenia Bangladesh Eslovenia Rumania Tailandia Turquía	43,8%
EMPRESA PRIVADA	Alemania Finlandia Holanda	25,0%	Canadá Inglaterra Suecia	21,4%		0,0%	Polonia	6,3%
GOBIERNO	España	8,3%	Corea Estados Unidos Japón	21,4%	Argentina Brasil Chile	21,4%	Rep. Checa	6,3%
SUBSIDIARIA	Austria Portugal*	16,7%	Australia	7,1%		0,0%	Bulgaria Hungría	12,5%
IMPORTA	Luxemburgo	8,3%	Chipre Islandia Israel Nueva Zelanda	28,6%	Bolivia Costa Rica Guatemala Nicaragua Paraguay Perú Rep. Dominicana Uruguay	57,1%	Bosnia Croacia Eslovaquia Estonia Malasia	31,3%

* En Portugal desde 1999, la figura es la de una asociación de riesgo compartido con *De La Rue*.

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000 – 2005). Cálculos de los autores.

Se observa, que en la mayoría de los países de la Zona Euro y del grupo de Otros Países en Desarrollo la producción de billetes es realizada por el banco central. Sin embargo, los bancos centrales que desempeñan esta función representan menos de la mitad de la muestra analizada. Se aprecia también, que la compra de billetes a empresas privadas es más utilizada en los bancos centrales de Economías Avanzadas y de la Zona Euro, que en otras regiones. Por su parte, la creación de empresas subsidiarias de los bancos centrales es una modalidad que no se utiliza en Latinoamérica, allí más de la mitad de los países estudiados importa sus billetes.

En cuanto a la importación de billetes, es preciso mencionar que la mayoría de los bancos centrales acude a más de un proveedor⁵. En el Gráfico 1, se muestra la

⁵ Por ejemplo, el banco central de Eslovaquia tiene diferentes proveedores según la denominación de los billetes, entre ellos la empresa británica *De La Rue International Limited (De La Rue)* y la empresa

tendencia de estas modalidades durante el periodo 2000-2005, donde se aprecia una reducción en el número de bancos centrales impresores y un aumento de la participación de la empresa privada y de la importación. Esta tendencia, refleja la búsqueda permanente de estrategias de modernización para la producción de billetes, que se fundamenta en gran medida en la participación activa de terceros.

Los bancos centrales que cambiaron de modalidad durante el periodo, fueron los de Bulgaria y Croacia en el grupo de otros países en desarrollo, y los de Suecia e Inglaterra, en el grupo de otras economías avanzadas. En el caso del banco central de Bulgaria, la estrategia consistió en constituir su departamento de impresión de billetes como una entidad legal independiente (*Printing Works*) bajo la figura de subsidiaria del banco central, la cual comenzó a operar en enero de 2002⁶. En el mismo año, el banco central de Croacia dejó de producir directamente los billetes y empezó a importarlos, comprando inicialmente a *OeBS*, la empresa subsidiaria del banco central de Austria desde 1998.

La estrategia empleada por los bancos centrales de Inglaterra y Suecia fue vender sus imprentas de billetes a empresas privadas. En marzo de 2003, el banco central de Inglaterra vendió su imprenta de billetes a *De La Rue*, con el fin de lograr sus objetivos en términos de costos y de seguridad en los billetes ofrecidos⁷. Bajo un enfoque similar, el banco central de Suecia vendió en 2001 su imprenta de billetes a la compañía norteamericana *Crane & Co, Inc.* con el objetivo de concentrarse en las funciones objetivo⁸. De igual forma, el banco central de Noruega

canadiense *Giesecke & Devrient GmbH (G&D)*. Igualmente, el banco central de Bosnia importa billetes a dos empresas: *Oesterreichische Banknoten und Sicherheitsdruck (OeBS)* de Austria y la empresa francesa *Francois Charles Oberthur Fiduciaire (FCO)*.

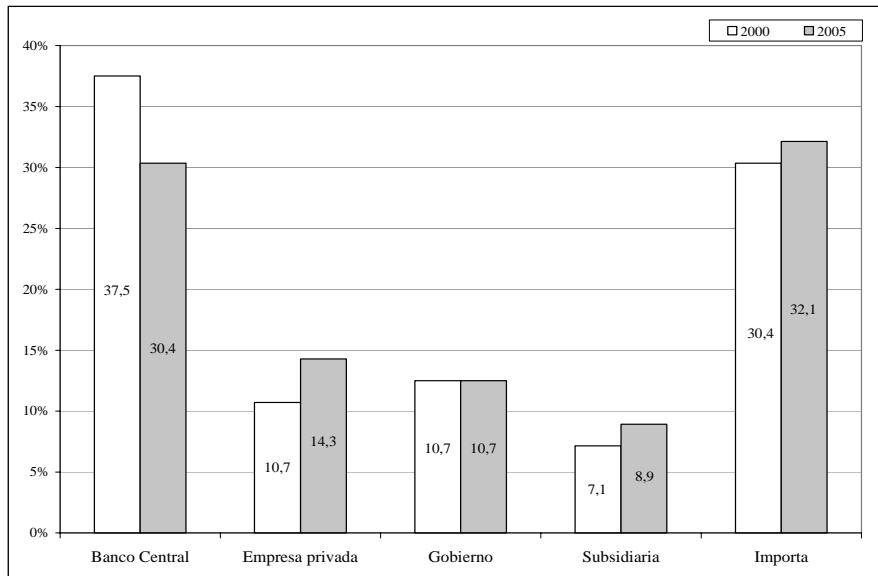
⁶ De esta forma, el banco central de Bulgaria asumió el 100% de participación en las acciones de la empresa, adquiriendo la facultad de gobernar las políticas financieras y operacionales de la misma y de obtener los beneficios de sus actividades. A partir de 2004, el gobierno empezó a tener también participación accionaria en la empresa. Cabe mencionar, que aunque la actividad principal de la empresa subsidiaria es la producción de billetes, también se ha encargado de producir algunos papeles o documentos para el Ministerio de Finanzas de Bulgaria y otras entidades gubernamentales. Ver *Bulgarian National Bank, Annual Report, 2002 y 2004*.

⁷ Inicialmente el banco central transfirió el capital y el personal relacionado con la producción de billetes a su empresa subsidiaria *Deben Security Printing Ltd*, la cual luego fue vendida a *De La Rue*. El acuerdo inicial estipuló que *De La Rue* le vendería billetes al banco central por 7 años. Ver, *Bank of England (2003)*.

⁸ Esta decisión, se dio luego de considerar que la empresa americana podría desarrollar mayores habilidades técnicas en la imprenta, que en ese momento pertenecía al banco central (*Tumba Bruk's Banknote Printing Works*) y a su vez, proporcionar el volumen de producción necesaria para alcanzar beneficios de largo plazo (Ver, *Sveriges Riksbank, 2002; Daltung y Ericson, 2004*).

decidió desde 2003 dejar de producir sus billetes con recursos propios a partir de 2007 (Norges Bank, 2003)⁹.

Gráfico 1.
Cambios en las modalidades empleadas por los bancos centrales para la producción de billetes (2000,2005)



Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000 – 2005). Cálculos de los autores.

La cesión de la producción de billetes por parte de los bancos centrales a otros agentes, no ha sido la única estrategia utilizada para mejorar la eficiencia en esta actividad. En 1995, el banco central de Portugal construyó el complejo *Carregado*, para integrar la distribución de efectivo y la producción de billetes. Allí, desde 1999 la impresión de billetes es realizada por *De La Rue*, a través de una asociación de riesgo compartido. En Colombia, a partir del año 2006 el banco central comenzó a operar la *Central de Efectivo*, un complejo donde se integran las actividades de producción de billetes y distribución del efectivo.

Otra estrategia fue la adoptada por los bancos centrales de la Zona Euro, quienes desde el año 2002, realizan la producción de billetes de forma agregada y descentralizada. De esta forma, cada banco central nacional es responsable de la

⁹ En diciembre de 2006, el banco central de Noruega contrató con *De La Rue* y con *FCO* la adquisición de billetes para el período 2007 – 2012 (Ver, Norges Bank, 2006).

producción de una parte del total de billetes, en un número reducido de denominaciones. En este proceso, cada banco central puede emplear una modalidad particular para la producción de los billetes¹⁰.

2. ESTRUCTURA DE DENOMINACIÓN

Los bancos centrales deben definir la estructura de denominación en circulación, independientemente de la modalidad de impresión empleada. Para ello, deben estimar la participación de cada denominación en el total de piezas demandadas por la economía e introducir una nueva denominación cuando el mercado así lo requiera. Por lo tanto, la elaboración de un plan de producción de billetes requiere un análisis de las necesidades de producción para cada denominación, involucrando principalmente tres factores: la variación en la cantidad de billetes demandada por el público; la reposición de los billetes deteriorados y las necesidades de inventario para cubrir eventos no esperados.

Cada uno de estos factores difiere entre denominaciones. La reposición de los billetes deteriorados es más frecuente en las bajas denominaciones, pues al ser usados en un mayor número de transacciones presentan una vida útil inferior a las demás.

Por su parte, la variación de las unidades requeridas para un año corriente y las necesidades de inventario, dependen del comportamiento de las preferencias del público por cada una de las denominaciones. A su vez, la cantidad de denominaciones vigentes en cada país es producto de un conjunto de circunstancias económicas que condicionan la demanda del efectivo. Para evidenciar esta situación, en la Tabla 2 se observa que los países de economías desarrolladas tienden a utilizar menos denominaciones que los países emergentes, aunque una proporción significativa de la muestra utiliza una estructura que varía entre cinco y siete denominaciones (Ver Anexo 2).

¹⁰ Sin embargo, el Banco Central Europeo planea para 2012 poner en marcha un procedimiento único de licitación para la producción de billetes del euro sistema, esto con el fin de que exista un solo oferente o muy pocos, que proporcionen los billetes de la forma más eficiente para la región (Ver, ECB Annual Report, 2002) Para detalles sobre el papel que asumieron los bancos centrales nacionales, luego de la creación del BCE puede consultarse Wellink *et al.* (2002).

Tabla 2.
Estructura de denominación de los billetes en circulación (2005)

ESTRUCTURA DE DENOMINACIÓN	ZONA EURO		OTRAS ECONOMÍAS AVANZADAS		LATINOAMÉRICA		OTROS PAÍSES EN DESARROLLO	
	Países (12)	%	Países (14)	%	Países (14)	%	Países (16)	%
Menor a 5 denominaciones			Chipre Corea Inglaterra Israel Japón	35,71%	Costa Rica	7,14%		
5 denominaciones			Australia Canadá Dinamarca Noruega Nueva Zelanda	35,71%	Nicaragua Paraguay Perú	21,43%	Albania Polonia Tailandia	18,8%
6 denominaciones			Hong Kong	7,14%	Argentina Chile Colombia México Venezuela	35,71%	Armenia Malasia Rumania Turquía	25,0%
7 denominaciones	Alemania Austria Bélgica España Francia Finlandia Grecia Holanda Irlanda Italia Luxemburgo Portugal	100%	Estados Unidos Islandia Suecia	21,43%	Bolivia Brasil Guatemala Rep. Dominicana	28,57%	Bulgaria Eslovaquia Hungría	18,8%
Mayor a 7 denominaciones					Uruguay	7,14%	Bangladesh Bosnia Croacia Eslovenia Estonia Rep. Checa	37,5%

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005), CEMLA (2005) y páginas web de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

En las economías con alto grado de desarrollo tecnológico en materia de medios de pago y distribución de efectivo, y con modelos avanzados de distribución de bienes y servicios (*e.g.* grandes cadenas de almacenes, integración de las redes de pago electrónicas con el comercio), puede esperarse que la dinámica del efectivo y la composición del circulante sean más estables (Misas *et. al.*, 2004). A esto se suma, el hecho de que las instituciones financieras pueden influir de manera significativa en la demanda de efectivo¹¹.

¹¹ Las instituciones financieras pueden influir en la demanda de efectivo, ya que por lo general, presentan sesgos a favor de las altas denominaciones y en contra de la moneda metálica para los retiros de efectivo

Por otra parte, en los países en desarrollo se presenta inestabilidad en la demanda de efectivo que altera su composición. En periodos de alta inflación, el poder adquisitivo de las denominaciones vigentes se reduce y hace necesaria la introducción de una denominación que se ajuste a las condiciones del mercado. En otras palabras, el aumento en el valor nominal de las transacciones diarias en la economía, ya sea por inflación o por un mayor crecimiento económico, se entiende como una señal para introducir una nueva denominación¹².

En el Gráfico 2, se presentan los cambios en la estructura de denominación para los bancos centrales estudiados, donde se observa una tendencia a incrementar el número de denominaciones. Entre 2000 y 2005, se redujo el porcentaje de países que utilizaba 6 denominaciones o menos y se incrementó la proporción de bancos centrales que emiten 7 o más denominaciones. Los cambios más representativos se dieron en la Zona Euro con la adopción de la moneda única, en Latinoamérica y en el grupo de otros países en desarrollo (Ver Anexo 2).

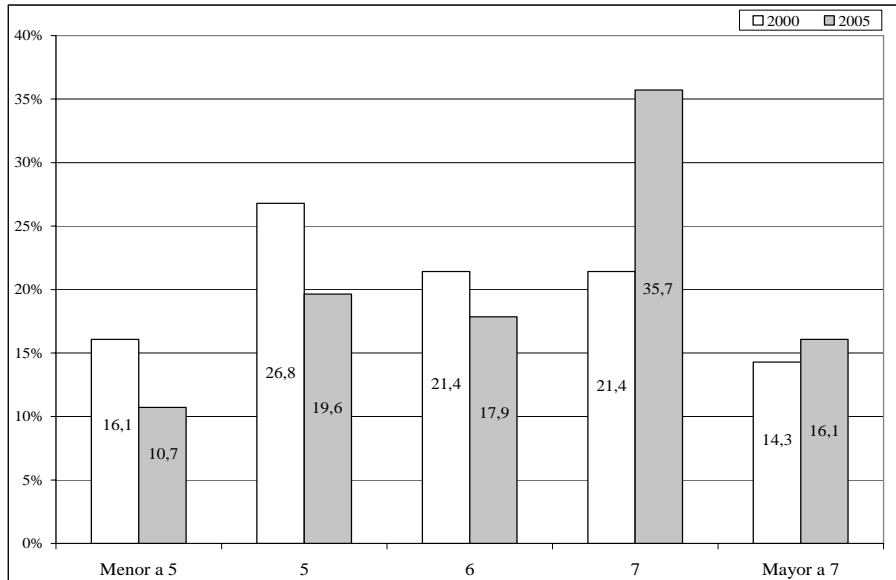
Para estos cambios existen diferentes motivos, por ejemplo, en algunos países (*e.g.* Uruguay, Armenia y Hungría) los años en que se introdujeron las nuevas denominaciones coinciden con periodos de alta inflación. En Colombia, los cambios obedecieron tanto al comportamiento de la inflación, como a un mecanismo para contrarrestar la falsificación, y en Rumania la inclusión de una denominación adicional, fue producto de una redenominación de los billetes que entró en vigencia a partir de 2005¹³.

de cajeros electrónicos, los cuales se constituyen en uno de los principales medios de distribución de los billetes.

¹² Este resultado aplica para los países que utilizan el “Sistema Métrico - D”, desarrollado por L. C. Payne y H. L. Morgan, para estimar la cantidad de billetes a producir por denominación y la estructura que debe predominar. El modelo relaciona la remuneración promedio diaria de la economía con las denominaciones de billetes y monedas que deben emitirse. Para detalles sobre los recientes modelos para la emisión de efectivo ver Mushin (1998).

¹³ Durante este periodo, el Banco de la República emitió el billete de \$50.000, dado el comportamiento de la inflación y el billete de \$1.000 para disuadir la falsificación de la moneda con la misma denominación.

Gráfico 2.
Cambios en la estructura de denominación de los billetes (2000,2005)



Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005), CEMLA (2005) y páginas web de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

3. CARACTERÍSTICAS DE LOS BILLETES

3.1. Seguridad

La inclusión de elementos de seguridad en la fabricación de billetes, es un mecanismo utilizado por los bancos centrales para prevenir su falsificación. El reto de los bancos centrales, es utilizar características de seguridad que vayan a la vanguardia con los avances tecnológicos en materia de impresión, copiado y grabado. Existe una amplia gama de características de seguridad utilizadas en los billetes; algunas implícitas en el proceso de manufactura (*e.g* grosor, textura, incrustaciones, etc.), y otras, como el uso de tintas especiales, símbolos, imágenes, números de serie, etc., se desarrollan en el proceso de impresión de los billetes. Así mismo, el material utilizado para la fabricación de los billetes puede determinar ciertas características de seguridad y la vida útil. Usualmente se emplea el papel de algodón, sin embargo, algunos países emiten billetes en sustrato plástico o polímero¹⁴. En la Tabla 3 se muestra la proporción de países que utiliza los

¹⁴ Algunas combinaciones se han utilizado como el caso de Bulgaria que emitió un billete híbrido papel – polímero en 2005 y actualmente se encuentra en período de prueba.

elementos de seguridad más comunes y que imprime billetes en polímero (Ver Anexo 3)¹⁵.

Tabla 3.
Utilización de las características de seguridad más comunes
en la impresión de billetes y uso del polímero (2005)

CARACTERÍSTICA	ZONA EURO	OTRAS ECONOMÍAS AVANZADAS	LATINOAMERICA	OTROS PAÍSES EN DESARROLLO
	Países (12)	Países (14)	Países (14)	Países (16)
Marca de agua	100%	85,7%	100%	92,3%
Hilo de seguridad	100%	78,6%	100%	92,3%
Impresión en alto relieve	100%	78,6%	100%	84,6%
Microimpresión	100%	85,7%	90,0%	100%
Imagen oculta	100%	71,4%	90,0%	92,3%
Registro perfecto	100%	57,1%	90,0%	92,3%
Tinta que cambia de color	100%	78,6%	60,0%	100%
Observación bajo luz ultravioleta	100%	85,7%	50,0%	69,2%
Holograma (Elementos de contraste)	100%	64,3%	50,0%	53,6%
Número de caract. promedio	9,0	6,7	7,1	7,4
Billetes de Polímero	0,0%	21,4%	21,4%	18,8%

Nota: La información corresponde a los elementos de seguridad usados por los bancos centrales en al menos una de denominación durante 2005. Las características de seguridad pueden variar entre denominaciones. En el Anexo 3 se explica la definición de cada una de estas características de seguridad.

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005) y páginas web de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

¹⁵ Existen muchas otras características de seguridad complementarias aunque menos generalizadas: Bandas holográficas (Brasil, Bulgaria, Canadá, Hungría, Nicaragua y Noruega); parches holográficos (Dinamarca, Inglaterra y Japón); holograma de redundancia múltiple (Chipre y Paraguay); hilo de seguridad holográfico (Bangladesh, Hong Kong y Perú); hilo de seguridad aventanillado (Argentina, Canadá, Corea, Costa Rica y Paraguay); banda iridiscente (México, Costa Rica y Perú); lentejuelas multicolores (Canadá y Colombia); microperforaciones (Zona Euro y Rumania); entre otras.

En general, la marca de agua y el hilo de seguridad son las características de seguridad más empleadas, ya que usualmente vienen impresas en el material de fabricación del billete, siendo más comunes cuando se utiliza el papel de algodón. En cuanto al hilo de seguridad existen varias singularidades, puede usarse normal, aventanillado u holográfico. Otras características ampliamente usadas son la impresión en alto relieve, la microimpresión y la imagen oculta. En contraste, el registro perfecto es menos utilizado en el grupo de otras economías avanzadas y la tinta que cambia de color es poco usada en Latinoamérica.

De otra parte, la observación bajo luz ultravioleta y los hologramas son características de seguridad menos comunes y utilizadas principalmente en economías avanzadas¹⁶. En el uso del holograma existen varias modalidades para su implementación. Por ejemplo, en Bulgaria, Canadá y Hungría se utilizan bandas holográficas; en Dinamarca, Inglaterra y Japón se emplean parches holográficos; mientras que los billetes de euro utilizan ambos tipos de holograma, el primero para bajas denominaciones y el segundo para altas denominaciones.

En cuanto al número de características utilizadas, la mayoría de los países vincula entre 7 y 8 características en promedio, aunque esto varía según las denominaciones¹⁷. Únicamente cinco bancos centrales utilizan menos de 6 características de seguridad; mientras que un grupo importante de países, incluyendo aquellos que usan el Euro, utilizan más de 10 características de seguridad. En ambos grupos se involucran elementos menos comunes, tales como: microperforaciones (e.g. Zona Euro y Rumania), fondos de seguridad (e.g. Guatemala), *Kinegram* (e.g. Eslovaquia), fibras de seguridad invisibles e impresiones con sellos y tinta infrarroja (e.g. Albania) y marcas de agua acentuadas y tridimensionales (e.g. Uruguay).¹⁸ En síntesis, los bancos centrales combinan las características de seguridad de diferentes maneras y no todos utilizan la gama expuesta.

¹⁶ En cuanto a la observación bajo luz ultravioleta, la mayoría de los bancos centrales que la utilizan, imprimen sus billetes en papel no fluorescente que se torna opaco al exponerlo bajo este tipo de luz. Los elementos más comunes para esta observación son los números de serie, los hilos de seguridad, textos especiales y fibrillas. Estados Unidos se destaca por no utilizar tinta fluorescente en el proceso de impresión. Sin embargo, se considera que los colores del fondo de los billetes son claves para disuadir la falsificación.

¹⁷ En general, las denominaciones más altas contienen mayor número de características de seguridad. Por ejemplo, en Rumania la menor denominación sólo tiene 3 características de seguridad, mientras que la mayor presenta 10.

¹⁸ El fondo de seguridad consiste en una impresión plana en el fondo del billete con diseños finos que forman figuras de alta complejidad. Por otra parte, las microperforaciones son pequeñas perforaciones que atraviesan el billete y que en su conjunto forman una figura al observarse contra la luz. El *Kinegram* consiste en una lámina metálica en forma de medialuna que permite formar imágenes que cambian con el ángulo de la luz.

Por último, se identifica una tendencia hacia la adopción de polímero, principalmente en billetes de baja denominación, que son aquellos que presentan una menor vida útil. Algunos de los nuevos países que emitieron billetes en polímero durante el periodo fueron Brasil en 2000, México en 2002 y Chile en 2004.

3.2. Tamaño

A diferencia de las características de seguridad de los billetes, que obedecen más a una decisión en materia de disuasión de la falsificación, el tamaño de los billetes es un aspecto del proceso de producción que el banco central puede controlar para reducir los recursos de producción (*e.g.* papel, tinta). En muchos casos, el tamaño de los billetes varía con las denominaciones. Por ejemplo, el banco central de Dinamarca estableció que todos los billetes deben ser producidos con la misma altura pero con una diferencia de 10 mm. entre cada denominación, para facilitar no sólo el proceso de clasificación y conteo, sino también la distinción de las denominaciones por parte de las personas invidentes. Este último propósito sirvió de justificación, para que los billetes de euro se diseñaran con tamaños que varían conforme aumenta la denominación, al igual que sucede en Inglaterra con la libra esterlina y a partir de 2006 con el peso en México¹⁹.

Sin embargo, también existen razones en términos de costos respecto al tamaño de los billetes, pues un billete de mayor tamaño requiere la utilización de mayor cantidad de materiales y recursos. Por ejemplo, puede requerirse una mayor cantidad de pliegos de papel, que a su vez, se traduce en un mayor tiempo de fabricación y verificación de una misma cantidad de billetes.

En la Tabla 4, se compara el área promedio de los billetes en circulación para el grupo de bancos centrales, donde se observa que los países de economías avanzadas y de la Zona Euro presentan el mayor tamaño promedio de los billetes. Mientras que los billetes de menor tamaño circulan en Latinoamérica, seguidos de cerca por la región de otros países en desarrollo. Sin embargo, este último grupo presenta la mayor dispersión, dado que se encuentran los países con el menor y mayor tamaño de billetes de toda la muestra, (Polonia con 87,48 cm² y Turquía con 123,17cm²).

Una estrategia para reducir los costos de producción, ha sido producir billetes de menor tamaño en las denominaciones más bajas, debido a su menor vida útil. Por ejemplo, en Colombia, el banco central decidió en 2006 reducir el tamaño de los

¹⁹ México planea entre 2006 y 2010 tener en circulación la totalidad de la nueva familia de billetes con diferenciación de tamaño.

billetes de las dos denominaciones más bajas, con el objetivo de disminuir sus costos de producción²⁰.

Tabla 4.
Tamaño de los billetes en circulación (2005)

ZONA EURO		OTRAS ECONOMÍAS AVANZADAS		LATINOAMÉRICA		OTROS PAÍSES EN DESARROLLO	
País	Área (cm2)	País	Área (cm2)	País	Área (cm2)	País	Área (cm2)
Alemania	105,58	Australia	93,6	Brasil	91,0	Polonia	87,5
Austria		Nueva Zelanda	93,6	Perú	91,0	Bulgaria	89,2
Bélgica		Israel	98,0	México	96,6	Malasia	91,9
España		Islandia	100,5	Colombia	98,0	Croacia	92,1
Francia		Noruega	101,6	Venezuela	98,5	Bosnia	94,6
Finlandia		Estados Unidos	103,4	Rep. Dominicana	99,2	Estonia	96,6
Grecia		Dinamarca	104,4	Nicaragua	100,5	Albania	100,7
Holanda		Canadá	106,5	Argentina	100,8	Rumania	101,5
Irlanda		Suecia	106,5	Guatemala	101,3	Eslovenia	101,7
Italia		Chipre	112,9	Chile	101,5	Hungría	103,5
Luxemburgo		Inglaterra	113,2	Bolivia	102,2	Rep. Checa	104,2
Portugal		Hong Kong	117,3	Uruguay	102,3	Bangladesh	104,5
		Japón	117,8	Costa Rica	102,3	Armenia	106,1
		Corea	118,6	Paraguay	105,2	Tailandia	108,0
						Eslovaquia	108,5
						Turquía	123,2
Promedio		105,58	Promedio	106,27	Promedio	99,31	Promedio

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005) y páginas web consultadas de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

III. COSTOS DE IMPRESIÓN, FUNCIÓN DE COSTOS Y EFICIENCIA

1. Análisis comparativo de costos

En esta sección, se realiza un análisis comparativo de los costos de impresión de billetes de 28 bancos centrales, para los cuales se obtuvo información detallada de sus costos. Los costos de impresión, hacen referencia a lo que efectivamente le cuesta al banco central producir o abastecerse de billetes según la modalidad empleada²¹.

²⁰ La reducción de las denominaciones más bajas (\$1.000 y \$2.000), significó pasar de billetes con tamaño de 140mm x 70mm a 130mm x 65mm que implica, una reducción del 14% en su área. Esta decisión permitirá reducción en los costos de producción de estas denominaciones cercanas al 15% y 20%, respectivamente.

²¹ Cuando el banco central compra la producción a una empresa privada, ese valor incluye la rentabilidad financiera para dicha empresa; mientras que cuando el gobierno es el encargado de la producción, usualmente los bancos centrales reconocen únicamente los costos de producción o parte de ellos. Cuando

Para la comparación de costos entre bancos centrales, es necesario tener presentes dos aspectos. El primero de ellos, es que los datos de costos para un mismo banco central presentan diferencias importantes entre un año y otro, debido a diversos factores que alteran la composición en la producción durante el año. Por ejemplo, existen periodos en los que la producción de billetes es muy reducida, pues el inventario disponible es suficiente para abastecer las necesidades de producción; y periodos en los que se requiere producir grandes cantidades de billetes, como consecuencia de su deterioro o falsificación. Por esta razón, los datos de costos se analizan como promedio del período 2000 - 2005.

El segundo aspecto, es que los costos también presentan amplias diferencias entre bancos centrales, pues las cantidades de billetes producidos son muy diferentes dependiendo de las características del país y la economía. Por ejemplo, mientras que el banco central de Eslovenia presenta costos de USD \$0,5 millones al año, en Japón esta cifra asciende a USD \$586 millones anuales (Ver detalles en el Anexo 4). Esto hace necesario construir indicadores que permitan comparar los costos en términos de variables como la población del país y el efectivo en circulación²².

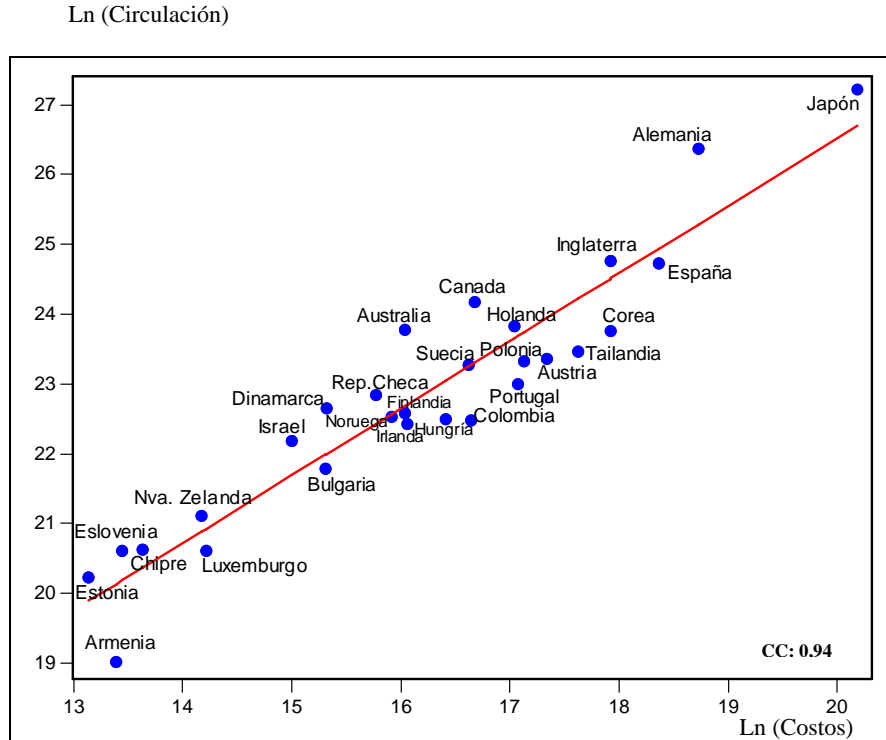
1.1. Costos de impresión y efectivo en circulación

El nivel de efectivo en circulación, es una medida muy cercana de la cantidad de billetes que debe producir un banco central para suplir las necesidades de efectivo en la economía. En efecto, entre mayor sea la cantidad de efectivo en circulación, mayor será la cantidad de billetes que debe producirse, y por tanto mayores los costos. Esto se comprueba mediante el alto coeficiente de correlación de las series en el Gráfico 3.

el banco central produce los billetes, el costo incluye lo referente a materiales de producción, depreciaciones de la maquinaria y costos de personal que interviene directamente en la producción. Para los bancos centrales de la Zona Euro, los datos de 2002 a 2005 corresponden a los costos de producción de las denominaciones asignadas por el Banco Central Europeo.

²² El indicador más preciso sería el costo por billete producido, sin embargo, sólo se logró obtener información detallada para 11 bancos centrales. En el Anexo 4 se muestra este indicador, así como dos indicadores adicionales, uno en relación al PIB y otro en relación a los costos operacionales del banco central.

Gráfico 3.
Costo de producción de billetes y Efectivo en Circulación (2000 – 2005)



Nota: CC: Coeficiente de correlación. Datos en logaritmos.

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000 - 2005). Cálculos de los autores.

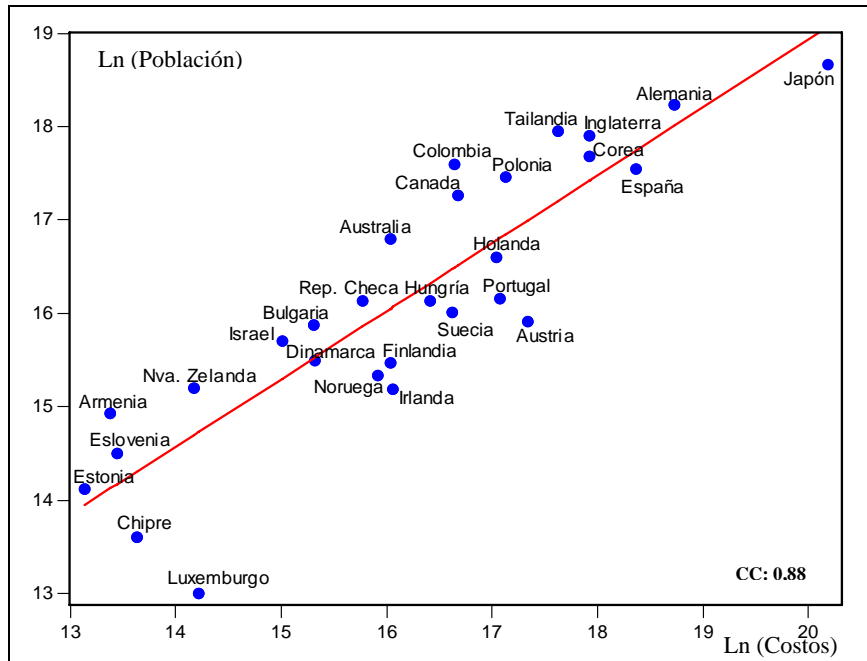
Los bancos centrales que se ubicaron por encima de la línea de regresión, tienen comparativamente un menor costo dado el volumen de efectivo en circulación. En este sentido, los bancos mejor ubicados son Alemania, Canadá y Australia. Por su parte, los que se ubican por debajo de la línea y más alejados de ésta son los bancos centrales de Armenia, Corea, Colombia y Tailandia.

1.2. Costos de impresión y población

La población del país es considerada como otra medida de la cantidad de billetes que requiere la economía. Bajo este indicador se comparan los costos de impresión frente a la población que el banco central debe abastecer de billetes. En el Gráfico 4

se observa que los bancos centrales que se ubican por encima la línea de regresión presentan costos comparativamente bajos dada su población. Entre los países mejor ubicados se encuentran Colombia, Australia, Canadá y Armenia. Por su parte, entre los países que se ubican debajo de la línea de regresión se encuentran Japón, Luxemburgo y Austria. En el caso de Japón, el banco central presenta costos 4 veces mayores a los de Alemania, pero con una población solo 1,5 veces mayor.

Gráfico 4.
Costo de producción de billetes y Población (2000 – 2005)



Nota: CC: Coeficiente de correlación. Datos en logaritmos.

Fuente: Reportes anuales de los bancos centrales (2000 - 2005) y Banco Mundial. Cálculos de los autores.

2. Una función de costos para la impresión de billetes

Con el fin de sugerir estrategias que conduzcan a la reducción de los costos de impresión, e incrementar su eficiencia en el desempeño de esta función, es necesario identificar las variables que determinan estos costos. Bajo esta óptica, se plantea una

función de costos que se estima mediante un modelo de datos panel con efectos dinámicos, para 28 bancos centrales durante el periodo 2000-2005.

2.1. El modelo

La función de costos de impresión de billetes para los bancos centrales se asume como una función de costos tradicional tipo *Cobb-Douglas* que se expresa de la siguiente manera:

$$(1) \quad \ln C(y, w) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(Y) + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot \ln(w_i)$$

Donde (Y) representa la cantidad del bien final o servicio producido y (w) los precios de los i factores de producción. La utilización de una función Cobb-Douglas es apropiada para este ejercicio, ya que permite inferir directamente a cerca de la elasticidad de las variables independientes. Para efectos de la estimación econométrica, esta función se puede expresar como una ecuación log-lineal, donde adicionalmente se involucran variables de tipo ambiental (z) que afectan los costos de producción y que no son del control del banco central (Ver, Battese y Coelli, 1995). Debido a la no disponibilidad de información sobre precios de los insumos, y a que no se pretende estimar directamente medidas de eficiencia, se omite la variable (w), se emplea la siguiente función de costos de corto plazo:

$$(2) \quad \ln(C_{it}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(Y_{it}) + \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \ln(Z_{jit}) + u_{it}$$

A partir de la ecuación (2), se vinculan variables que reflejan el nivel de producto, las características de la producción de billetes y la modalidad de producción empleada por los bancos centrales. El modelo está dado por:

$$(3) \quad \ln(C_{it}) = B_0 + B_1 \cdot \ln(N_{it}) + B_2 \cdot \ln(Circ_{it}) + B_3 \cdot \ln(Y_{it}) + B_4 \cdot \ln(Den_{it}) + B_5 \cdot \ln(Seg_{it}) \\ + B_6 \cdot \ln(Tam_{it}) + B_7 \cdot Pr iv_{it} + B_8 \cdot Gob_{it} + u_{it}$$

En la ecuación (3), los costos de producción de billetes para cada banco central (C) se encuentran en función de: la población del país (N), el dinero en circulación en la economía ($Circ$), el ingreso per cápita (Y), el número de denominaciones que se producen y circulan en la economía (Den), el número promedio de características

de seguridad (*Seg*), el tamaño promedio de los billetes (*Tam*), y de la modalidad empleada por el banco central para la impresión de billetes (*Priv* y *Gob*)²³.

La variable (*Priv*), hace referencia a una modalidad donde se ha permitido la participación de terceros de carácter privado en el proceso de impresión. Esto incluye contratos de administración de riesgo compartido *joint venture*, diversas modalidades de subsidiarias y la delegación total del proceso a empresas privadas, a las cuales el banco central compra la producción. Esta es una variable *dummy* que toma el valor de 1 en cualquiera de los casos anteriores y 0 en otro. Por su parte, la variable (*Gob*) también es una variable *dummy* que identifica específicamente la modalidad donde el gobierno es el encargado de la producción de los billetes y por tanto, toma el valor de 1 en ese caso y 0 en otro²⁴.

La relación de las primeras dos variables explicativas (*N* y *Circ*) con los costos de impresión se corroboró mediante los indicadores construidos. En el modelo se introducen como *proxies* del nivel de producto que debe suministrar el banco central y se espera signo positivo sobre ellas, ya que a mayor población del país, mayor es la cantidad de billetes que debe suministrar y por ende mayores sus costos. Así mismo, si el volumen de efectivo en circulación en la economía es elevado, mayores son las necesidades de efectivo de dicho país y por tanto mayores los costos de producción.

El ingreso per cápita (*Y*), es una variable que pretende identificar en qué medida el nivel de desarrollo financiero de un país afecta los costos de producción. Esto debido a que en general, las economías más desarrolladas presentan una mayor penetración del uso de medios de pago diferentes a efectivo (*e.g.* transacciones electrónicas o tarjetas). Se espera un signo negativo sobre esta variable²⁵.

El número de denominaciones (*Den*), también es en alguna proporción una medida del producto, pues el banco central debe suministrar billetes de todas las denominaciones existentes para circulación. Se espera un signo positivo sobre esta variable pues al existir más denominaciones, se hace necesario utilizar más tipos de planchas, papel, combinaciones de tintas y mayor esfuerzo en tiempo.

²³ Es importante anotar que una característica del producto que podría afectar los costos, es el uso de polímero. Sin embargo, esta variable no pudo ser incluida en el modelo debido a que de la muestra de 28 bancos centrales, únicamente 3 utilizan este material (Australia, Nueva Zelanda y Tailandia), y de ellos solo Tailandia presentó cambios durante el período estudiado. Esto no permite realizar una adecuada inferencia estadística sobre esta variable.

²⁴ En este caso, la modalidad en que el banco central es el encargado de la producción de los billetes en su totalidad, constituye el caso base del modelo. Es decir, que se identifica porque en este caso la variables (*Priv*) y (*Gob*) toman el valor 0 de manera simultánea.

²⁵ Sobre esta situación hay importante evidencia en ECB (2007) y BIS (2007)

De otra parte, las características de seguridad (*Seg*) y el tamaño de los billetes (*Tam*), son aspectos propios del producto y definidos por el banco central. Sin embargo, en la primera de ellas el banco central ejerce un control indirecto, pues depende de factores como la falsificación y deberá introducir los niveles de seguridad necesarios para prevenirla. Para ambas variables, se espera que se presenten signos positivos, pues tanto a mayores características de seguridad como a mayor tamaño de los billetes es necesario un mayor uso de materiales y factores de producción que incrementan los costos.

Por último, las variables (*Priv* y *Gob*), pretenden identificar si las modalidades utilizadas para la producción de billetes son determinantes de sus costos y cual de ellas puede ser más beneficiosa en términos de costos.

2.2. Metodología y resultados

Para estimar la ecuación (3) se empleó un modelo de panel de datos con efectos dinámicos, cuya expresión toma la siguiente forma:

$$(4) \quad y_{it} = X_{it}\beta + u_{it}$$

con: $i = 1, \dots, 28$ y $t = 2000, \dots, 2005$.

La ecuación (4) representa el modelo tipo panel tradicional, donde Y_{it} es la variable dependiente que varía para cada banco central i durante cada periodo de tiempo t ; X_{it} hace referencia al conjunto de variables explicativas y u_{it} representa el término de error que a su vez se compone de la siguiente manera:

$$(5) \quad u_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it}$$

En la expresión (5) μ_i representa el efecto dinámico individual (fijo o aleatorio) y ε_{it} es el error de la observación²⁶. En la práctica, un estimador con efectos dinámicos asigna valores distintos a cada observación, lo que admite

²⁶ La diferencia entre un modelo con efectos fijos y uno con efectos aleatorios es que éste último aduce a una variable aleatoria que cambia para cada individuo, mientras que en el primero el efecto es un número fijo. La elección del modelo depende de la correlación entre el efecto individual y las variables explicativas, la cual se revisa a través del *Test de Hausman* (Ver, Hsiao, 2003).

diferencias en los costos fijos entre bancos centrales²⁷. La estimación del modelo planteado en la ecuación (3) se realizó mediante el método de mínimos cuadrados generalizados (MCG) y bajo la condición de efectos aleatorios que resultó de la aplicación del *Test de Hausman*. El modelo planteado en la ecuación (3) muestra una buena especificación y una elevada significancia conjunta de las variables. Los resultados se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5.
Resultados del Modelo

Variable dependiente: Ln(C) Observaciones: 168, Método MCG	
Intercepto	10.3371 (1.50)
Ln (N)	0.5894 (4.35)***
Ln (Circ)	0.7395 (5.21)***
Ln (Y)	-0.1085 (-2.03)**
Ln (Den)	0.6740 (1.87)*
Ln (Seg)	S.C (-0.71)
Ln (Tam)	1.9855 (3.09)***
Priv	-0.0895 (-2.17)**
Gob	0.3402 (2.11)**
Wald (p-value)	293.59 (0.00)
Hausman (p-value)	2.7103 (0.93)

Fuente: Cálculos de los autores.

Los símbolos (*, **, ***) indican que el estadístico es significativamente diferente de cero, con un nivel de confianza del 90%, 95% y 99%. SC: Signo contrario.

Test de Wald: Significación conjunta de las variables (Prob. > Chi 2)

Test de Hausman: Diferencias en los coeficientes no son sistemáticas (Prob. > Chi 2)

Los coeficientes de población y circulación resultaron positivos y significativos con un nivel de confianza de 99%, lo cual evidencia que son buenas aproximaciones del producto y que afectan los costos positivamente. En cuanto a la variable de

²⁷ Un ejercicio interesante sería obtener coeficientes diferentes en todas las variables para cada banco central mediante la utilización de un modelo tipo Swamy. Sin embargo, el número de años para los que se obtuvo información es muy corto e imposibilita emplear este tipo de modelos (Ver, Amemiya, 1978).

ingreso per cápita, su coeficiente resultó significativo y su signo negativo, tal como se esperaba teóricamente. Esto corrobora, que las economías más desarrolladas presentan un mayor uso de medios de pago electrónicos, que se relaciona con una menor necesidad de efectivo y menores costos.

La estructura de denominaciones empleada por los bancos centrales resultó significativa con un nivel de confianza del 90%. Esto muestra que su definición afecta los costos de impresión de billetes y por lo tanto, un banco central con menor número de denominaciones podría obtener costos más bajos.

De otra parte, la variable que capturaba el número de características de seguridad (*Seg*) arrojó un coeficiente con signo contrario al esperado y estadísticamente no significativo, mostrando no ser determinante de los costos de producción. Esto seguramente se debe a que, más que el número, lo relevante en los costos sea el tipo de seguridad empleada. Sin embargo, esta información es muy difícil de capturar dentro de la estructura del modelo.

La variable de tamaño de los billetes, que pretendía capturar una característica importante del producto, resultó altamente significativa y con el signo esperado. Esto quiere decir, que las decisiones que un banco central tome acerca del tamaño de los billetes impactan de forma importante los costos de producción y que para reducirlos, puede optar por billetes de menor tamaño. Lo anterior, soporta en buena parte las decisiones que en ese sentido han tomado recientemente varios bancos centrales (*e.g.* Colombia y México).

Uno de los resultados más relevantes del modelo, tiene que ver con los coeficientes de las variables relacionadas con las modalidades de producción. Estas variables resultaron altamente significativas, validando que el tipo de modalidad escogida en un país para la fabricación de los billetes determina significativamente los costos. Los coeficientes obtenidos y sus signos, permiten concluir algunos aspectos importantes teniendo en cuenta que la modalidad base dentro del modelo es el caso en que la producción está a cargo del banco central. En primer lugar, cuando la producción de billetes se encuentra a cargo de los gobiernos, los costos son más altos que cuando lo hace el banco central, por una amplia diferencia. En efecto, el coeficiente sugiere que en aquellos países donde el gobierno se encarga de la producción, el costo es en promedio un 34% mayor que cuando está a cargo del banco central.

En segundo lugar, cuando se permite algún grado de participación por parte de agentes privados en el proceso de producción de billetes, los costos son menores que cuando lo realiza el banco central únicamente. Estos resultados, validan decisiones que han tomado algunos bancos centrales, respecto a la vinculación de agentes privados especializados en producción de billetes a sus procesos, ya sea mediante

contratos de administración, creación de subsidiarias, venta total de sus imprentas, etc. El cálculo de elasticidades a partir de los coeficientes, permite inferir que un banco central que vincule al sector privado en la producción de billetes podría obtener una reducción cercana al 9% en sus costos anuales.

3. Eficiencia y cambio en productividad

La estimación de la función de costos, permitió identificar las variables que determinan los costos de impresión de billetes en los bancos centrales estudiados, así como las posibles estrategias que pueden emplear para su reducción. Para complementar este análisis, es necesario conocer el nivel de eficiencia técnica de los bancos centrales en la producción de billetes y a su vez, el cambio en productividad que han presentado durante el periodo de estudio. Estas medidas se obtienen mediante la estimación de una frontera de producción eficiente y el cálculo del índice de Malmquist, el cual permite a su vez, descomponer el crecimiento de la productividad en dos componentes: cambios en eficiencia y en la tecnología a través del tiempo.

La frontera de eficiencia se puede estimar mediante el método no-paramétrico *Data Envelopment Analysis* (DEA), o a través del enfoque paramétrico *Stochastic Frontier Approach* (SFA)²⁸. Entre las aplicaciones recientes para la banca central, se destaca el trabajo de Wheelock y Wilson (2004), donde se emplea un modelo DEA para la medición de eficiencia en el procesamiento de cheques que realizan las oficinas de la Fed. Bajo el enfoque de frontera estocástica (SFA), Bohn *et. al.* (2001) evalúan la eficiencia en la función de procesamiento del efectivo que realizan las 37 oficinas de la Fed. Esta misma función, fue evaluada por Sarmiento (2005) utilizando un modelo DEA para las 15 sucursales del Banco de la República, durante el periodo 2000-2004. Una comparación a nivel internacional, fue realizada por McKinley y Banaian (2005) empleando el enfoque SFA para evaluar la eficiencia de la política monetaria y la supervisión financiera en 32 bancos centrales de la OECD y de economías en desarrollo²⁹.

²⁸ El método SFA propuesto por Aigner *et. al.* (1977) se basa en la estimación de una función de costos o de producción (*e.g.* Cobb Douglas o Translog) cuyos parámetros permiten caracterizar la frontera de eficiencia. Bajo este enfoque, el término de error se divide en dos componentes: el error aleatorio y la ineficiencia técnica (Ver detalles en Kumbhakar y Lovell, 2000). Por su parte, en el método DEA propuesto por Charnes *et. al.* (1978), se define un conjunto de variables (insumos y productos) y el tipo de rendimientos a escala mediante un programa lineal que es optimizado para encontrar un índice de eficiencia técnica para cada unidad evaluada (Ver Cooper *et. al.* 2000).

²⁹ Un análisis detallado de los modelos de frontera eficiente y su aplicación en la banca central puede verse en Mester (2003) y Sarmiento (2007).

Por su parte, el cambio en productividad se puede calcular a través de la estimación de una función de producción (o de costos), o mediante la construcción de números índices usando métodos no-paramétricos. Bajo este último enfoque, se encuentra el índice de Malmquist que fue planteado inicialmente por Caves *et. al.* (1982) y ampliado por Färe *et al.* (1989) para descomponer el crecimiento de la productividad en dos componentes: cambios en eficiencia técnica y en la tecnología a través del tiempo³⁰.

Para evaluar la eficiencia técnica en la producción de billetes de los 28 bancos centrales seleccionados, se propone un modelo DEA orientado a insumos con información del periodo 2000-2005. Bajo el mismo enfoque, se calcula el índice de Malmquist para estimar el cambio en productividad y sus dos componentes, durante el periodo de estudio.

La adopción del enfoque no-paramétrico para estimar las medidas de eficiencia y cambio en productividad, radica en que este no requiere la imposición de una forma funcional específica (no conocida) para la estructura de producción o tecnología, la cual es necesaria bajo el enfoque paramétrico. Adicionalmente, el índice de Malmquist no exige información sobre las cantidades y los precios de los insumos y productos; y a su vez, no requiere supuestos acerca de la condición de maximización de beneficios o minimización de costos para las unidades evaluadas, condiciones que requieren los índices de Törnqvist y Fisher empleados para medir el cambio en productividad. Estas características convierten al índice de Malmquist en un instrumento de gran utilidad para el análisis de los cambios de productividad en el sector público, en el que los precios habitualmente no están disponibles, situación que también se presenta en la banca central (Ver, Coelli, 1998).

3.1. Eficiencia técnica, global y de escala

Bajo el enfoque DEA, se considera un Conjunto de Posibilidades de Producción (CPP) o tecnología, que en adelante denominaremos Z , el cual se asume cerrado, convexo y que cumple fuerte disponibilidad de insumos y productos. El CPP se compone de un vector M de insumos $x = (x_1, \dots, x_M)' \in R_+^M$ que son empleados para producir un vector S de productos $y = (y_1, \dots, y_S)' \in R_+^S$.

³⁰ El índice de Malmquist ha sido ampliamente aplicado en el sistema financiero principalmente para analizar los cambios en productividad después de los procesos de liberalización financiera (Ver, Humphrey, 1993; Wheelock y Wilson, 1999; Park y Weber, 2006) Una amplia revisión de las aplicaciones de esta metodología en la sistema financiero puede verse en Berger y Mester (1997).

Una vez definida la tecnología de producción, se tienen que los N bancos centrales consumen cada uno M cantidades de insumos para producir S productos³¹.

En particular, el banco central j consume X_{ji} del insumo i y produce Y_{jr} del producto r , asumiendo que $X_{ji} \geq 0$ y $Y_{jr} \geq 0$. En efecto, X y Y son matrices $M \times N$ y $S \times N$ que contienen la totalidad de los insumos y productos correspondientes a los N bancos centrales evaluados. De esta forma, el modelo que permite medir la eficiencia técnica en insumos para cada uno de los bancos centrales durante el periodo t se plantea como (Charnes et. al., 1978):

$$(6) \quad \begin{aligned} & \text{Min } \theta \\ & \theta, \lambda \\ & \text{s.a. } \lambda X^t - \theta x_0^t \leq 0 \\ & \lambda Y^t \geq y_0^t \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

El modelo expresado en (6) busca minimizar la cantidad de insumos empleados por el banco central evaluado, donde θ es un escalar que acompaña cada uno de sus insumos y λ un vector de intensidad ($N \times 1$) que pondera el nivel de insumos y productos de todos los bancos centrales evaluados. Este proceso se repite para cada banco central j , introduciendo en el modelo $(x_o, y_o) = (x_j, y_j)$. De esta forma, un banco central presenta eficiencia técnica si $\theta^* = 1$ y $\lambda^* = 0$, y es ineficiente cuando $\theta^* < 1$ y $\lambda^* > 0$ ³².

³¹ Färe (1988) define formalmente que en el CPP de los productos $P(x)$ y de los insumos $L(y)$, se cumple que $(x, y) \in Z \Leftrightarrow y \in P(x) \Leftrightarrow x \in L(y)$. Dada esta relación, Z satisface fuerte disponibilidad de productos e insumos si para un proceso productivo $(x, y) \in Z, \forall x' \geq x \Rightarrow (x', y) \in Z$ y $\forall y' \leq y \Rightarrow (x, y') \in Z$ ó, alternativamente si $x \in L(y), x' \in L(y), \forall x' \geq x$ e $y \in P(x), y' \in P(x), \forall 0 \leq y' \leq y$.

³² Sin embargo, puede ocurrir que un banco central presente $\theta^* = 1$ y $\lambda^* > 0$, siendo este un punto fronterizo ubicado en la zona débil de la frontera de eficiencia. Para distinguir entre un punto fronterizo y un punto fronterizo eficiente, Seiford y Thrall (1990) señalan que la proyección radial $(x_o, y_o) \rightarrow (\theta^* x_o, y_o)$ siempre conduce a un punto fronterizo, pero la eficiencia técnica sólo se

El modelo supone rendimientos constantes a escala (CRS), lo cual indica que todos los bancos centrales operan bajo una escala óptima de producción. Sin embargo, las imperfecciones del mercado y la presencia de factores fuera del control de los bancos centrales (e.g. la demanda de efectivo), pueden generar que un banco central deje de operar a escala óptima. Por tal motivo, Banker et. al., (1984) tratan la presencia de retornos variables a escala (VRS) incorporando en el modelo (6) la restricción $e^T \lambda = 1$ (e es un vector de unos $N \times 1$), lo cual genera un requerimiento de convexidad que fuerza a la frontera eficiente de posibilidades de producción a constar de segmentos que unen los puntos extremos. De esta forma, bajo el modelo CRS se obtiene una medida de eficiencia técnica global (ETG) sin eficiencias de escala; mientras que con el modelo VRS se encuentra una medida de eficiencia técnica (ET), donde se identifica adicionalmente si el banco central opera en una zona de rendimientos crecientes o decrecientes a escala. La razón entre ambos modelos permite encontrar una medida de eficiencia de escala (EE) para cada banco central, donde $EE = \theta^{CRS} / \theta^{VRS}$.

3.2. El cambio en productividad bajo el índice de Malmquist

Para estimar el cambio en productividad, se emplea el índice de Malmquist siguiendo el enfoque propuesto por Färe et. al. (1989) donde los cambios en productividad son determinados por cambios en eficiencia y tecnológicos a través del tiempo. El índice de Malmquist se expresa de la siguiente manera (Ver Apéndice):

(7)

$$M_I(X^{t+1}, Y^{t+1}, X^t, Y^t) = \frac{D_I^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_I^t(X^t, Y^t)} \left[\frac{D_I^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_I^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})} \times \frac{D_I^t(X^t, Y^t)}{D_I^{t+1}(X^t, Y^t)} \right]^{1/2}$$

De esta forma, el primer término de (7) cuantifica el cambio en la eficiencia técnica (catch-up) del banco central y tiene por función comparar su cercanía a la frontera de eficiencia en cada periodo de tiempo. Si este componente registra un valor por encima de 1, indicará que el banco central ha sido más eficiente en el periodo t+1, comparado con el periodo t (se ha movido más cerca de la frontera en el periodo t+1). Por el contrario, cuando este componente este por debajo de 1, se entiende que el banco central ha sido menos eficiente entre los periodos de comparación. El segundo componente de la expresión, registra el cambio técnico (boundary shift) que exhibe la industria (conjunto de bancos centrales), el cual se

logra si $\theta^* x_o = X\lambda^*$ y $y_o = Y\lambda^*$, para todo λ^* . Por tanto, para alcanzar la eficiencia técnica las restricciones se deben cumplir con igualdad.

encuentra al comparar la distancia entre las dos fronteras de eficiencia calculadas en t y $t+1$. En efecto, si éste término toma un valor superior a 1 indicará que la industria presentó un progreso tecnológico que benefició al banco central.

El producto de ambos componentes da origen al índice de Malmquist, donde un valor superior a 1 indicará que el banco central evaluado presentó un incremento en su productividad, el cual puede obedecer a una mayor eficiencia técnica y/o a un progreso tecnológico. En presencia de retornos variables a escala (VRS), el cambio en la eficiencia técnica medido por el primer componente del índice de Malmquist, puede a su vez dividirse en dos componentes: eficiencia técnica pura y de escala (Färe et. al., 1994):

(8)

$$CE = \frac{D_I^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_I^t(X^t, Y^t)} = \frac{D_{VRS}^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_{VRS}^t(X^t, Y^t)} \times \frac{\frac{D_{CRS}^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_{VRS}^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}}{\frac{D_{CRS}^t(X^t, Y^t)}{D_{VRS}^t(X^t, Y^t)}}$$

Para el cálculo del índice de Malmquist y sus componentes se emplea el método no-paramétrico (DEA), asumiendo que las funciones de distancia son recíprocas de la medida de eficiencia técnica orientada a insumos definida en (6) (Seiford y Thrall, 1990).

3.2. Resultados sobre eficiencia y cambio en productividad

Para la medición de eficiencia técnica y cambio en productividad se emplearon como insumos: el costo de impresión y el tamaño de los billetes, por considerarse de manejo discrecional para el banco central, y como productos se incluyeron: el efectivo en circulación por habitante y el número de denominaciones; variables que también presentaron una alta significancia estadística como determinantes de los costos de producción de billetes (Sección 2). La estimación se realizó para los 28 bancos centrales con información del periodo 2000-2005 (ver Anexo 5).

Tabla 6.
Eficiencia Técnica, Global y de Escala en los Bancos Centrales (2000-2005)

Banco Central	Modalidad 1/	Eficiencia Técnica (ET-VRS)						Promedio (2000-2005)		
		2000	2001	2002	2003	2004	2005	ET (vrs)	ETG (crs)	EE
Alemania	E.P	0,946	1,000	1,000	1,000	1,000	0,933	0,980	0,973	0,994 (drs)
Armenia	B.C	0,993	0,928	0,966	0,932	1,000	0,946	0,961	0,717	0,746 (irs)
Australia	S	0,940	0,961	0,972	0,990	0,996	0,995	0,976	0,790	0,810 (drs)
Austria	S	0,971	0,918	0,891	0,910	0,922	0,941	0,925	0,866	0,935 (drs)
Bulgaria	S	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,879	0,8792 (irs)
Canadá	E.P	0,912	0,878	0,874	0,880	0,878	0,881	0,884	0,689	0,780 (drs)
Chipre	I	1,000	0,876	0,999	0,958	0,915	0,895	0,940	0,591	0,628 (drs)
Colombia	B.C	0,878	0,867	0,888	0,913	0,921	0,927	0,899	0,714	0,794 (irs)
Corea	G	0,776	0,757	0,773	0,782	0,782	0,778	0,775	0,553	0,714 (drs)
Dinamarca	B.C	0,938	0,937	0,918	0,925	0,930	0,931	0,930	0,732	0,788 (drs)
Eslovenia	B.C	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000 (crs)
España	G	0,904	0,887	0,871	0,871	0,886	0,903	0,887	0,832	0,938 (drs)
Estonia	I	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,949	0,949 (drs)
Finlandia	E.P	0,896	0,891	0,968	0,958	0,966	0,949	0,938	0,841	0,897 (drs)
Holanda	E.P	0,899	0,854	0,897	0,892	0,915	0,938	0,899	0,844	0,938 (drs)
Hungría	S	0,872	0,880	0,893	0,891	0,897	0,894	0,888	0,821	0,925 (irs)
Inglaterra	E.P	0,797	0,806	0,814	0,828	0,833	0,829	0,818	0,633	0,774 (drs)
Irlanda	B.C	0,984	0,947	0,893	0,908	0,935	0,937	0,934	0,845	0,904 (irs)
Israel	I	0,996	0,937	0,922	0,969	0,959	0,953	0,956	0,623	0,651 (drs)
Japón	G	1,000	1,000	0,898	1,000	1,000	1,000	0,983	0,969	0,985 (drs)
Luxemburgo	I	1,000	0,986	0,975	1,000	1,000	1,000	0,994	0,905	0,911 (drs)
Noruega	B.C	0,939	0,931	0,922	0,939	0,940	0,946	0,936	0,770	0,823 (drs)
Nva. Zelanda	I	0,954	0,967	1,000	0,993	1,000	0,986	0,983	0,726	0,738 (irs)
Polonia	E.P	0,955	0,961	0,970	1,000	1,000	1,000	0,981	0,740	0,754 (drs)
Portugal	S	0,875	0,889	0,873	0,900	0,923	0,906	0,894	0,804	0,899 (irs)
Rep. Checa	G	0,927	0,926	0,925	0,928	0,932	0,941	0,930	0,906	0,975 (drs)
Suecia	E.P	0,905	0,879	0,877	0,902	0,911	0,904	0,896	0,725	0,809 (irs)
Tailandia	B.C	0,815	0,794	0,816	0,838	0,846	0,845	0,826	0,663	0,803 (drs)
Promedio	..	0,931	0,916	0,921	0,932	0,939	0,934	0,929	0,789	0,848

1/ Modalidad para la producción de los billetes en 2005. E.P: Empresa Privada; B.C: Banco Central; S: Subsidiaria; I: Importación; G: Gobierno. ET: Eficiencia Técnica – modelo VRS; ETG: Eficiencia técnica Global – modelo CRS; EE: Eficiencia de Escala (EE = ETG/ET); drs: retornos a escala decrecientes; irs: retornos a escala crecientes; crs: retornos a escala constantes.

Fuente: Cálculos de los autores.

En la Tabla 6 se presentan los resultados de las tres medidas de eficiencia (técnica, global y de escala) calculadas con el modelo expresado en (6). Los resultados del modelo bajo retornos variables a escala (VRS), muestran que durante el periodo de estudio el 75% de los bancos centrales evaluados incrementaron su eficiencia técnica (ET) en la producción de billetes y que en promedio el conjunto de bancos centrales registró un índice del 0,93. Se destacan los bancos centrales de Bulgaria, Eslovenia y Estonia por ubicarse en la frontera de eficiencia durante todo

el periodo. En estos bancos centrales, la producción de billetes se realiza bajo la modalidad de subsidiaria, banco central e importación, respectivamente.

Al examinar la eficiencia técnica global (ETG) que resulta del cálculo del modelo bajo CRS, se observa una reducción importante en el índice de eficiencia que pasa al 0,79 en promedio. Esto obedece a que bajo el enfoque CRS, los bancos centrales se comparan asumiendo que operan en una escala óptima de producción, lo cual en la práctica no ocurre para todos los bancos debido a las imperfecciones del mercado, en especial al comportamiento de la demanda de dinero. Esta situación se contrasta empíricamente mediante el cálculo de un índice de eficiencia de escala (EE), donde se aprecia que el 68% de los bancos centrales están en la zona de retornos decrecientes a escala (drs), mientras que el 28% se ubicó en la zona de retornos crecientes a escala (irs). Únicamente el banco central de Eslovenia se ubica en la zona de retornos constantes o escala óptima (crs) con un índice de 1.

Conocer el tipo de retornos a escala es muy útil para nuestro análisis de eficiencia, ya que permite identificar aspectos claves para el desempeño de los bancos centrales. En efecto, para los bancos centrales ubicados en la zona de rendimientos crecientes (irs) se espera que un aumento en el nivel de insumos conduzca a incrementos proporcionalmente mayores en el nivel de producto. En el caso de Colombia, por ejemplo, este resultado indica que un aumento en la capacidad instalada se verá compensado por incrementos mayores en el nivel de producción de billetes. Esto valida en parte, la creación de la Central de Efectivo, el complejo donde convergen los procesos de impresión de billetes y distribución del efectivo que inició operaciones en 2006.

Los resultados del cálculo del índice de Malmquist y de sus componentes se presentan en la Tabla 7. Se observa que durante el periodo los bancos centrales presentaron un incremento moderado en su productividad, siendo el periodo 2004-2005 el de mayor incremento (1,7%). Los bancos centrales de Portugal, Bulgaria, Austria, Australia, Colombia y Suecia presentaron incrementos de productividad promedio superiores al 10%; mientras que el total del grupo se ubicó en el 0,2%. Se destaca que cerca del 40% de los bancos centrales que presentaron un incremento promedio en productividad realizan la producción de billetes por medio de una subsidiaria. Le siguen en participación la modalidad de empresa privada y de banco central con 3 referencias cada una.

Tabla 7.
Índice de Malmquist, Cambio Técnico y Cambio en Eficiencia
(2000-2005)

Banco Central	Modalidad 1/	Índice de Malmquist					Promedio (2000-2005)				
		00 - 01	01 - 02	02 - 03	03 - 04	04 - 05	Índice de Malmquist	Cambio Técnico	Cambio en Eficiencia	Eficiencia Pura	Eficiencia Escala
Alemania	EP	0,996	1,000	1,000	1,000	0,960	0,991	1,002	0,992	0,998	0,993
Armenia	B.C	0,974	1,018	1,033	0,997	0,966	0,998	0,961	1,037	0,992	1,048
Australia	S	0,994	0,986	1,023	1,018	1,051	1,014	1,039	0,975	1,011	0,965
Austria	S	0,986	1,002	1,000	1,047	1,031	1,013	1,015	0,999	0,994	1,003
Bulgaria	S	0,995	1,033	1,024	0,997	1,019	1,014	1,013	1,001	1,000	1,001
Canadá	EP	0,975	0,935	1,010	0,994	1,039	0,991	0,999	0,990	1,007	0,996
Chipre	I	0,994	1,031	1,033	0,997	0,971	1,005	1,015	0,991	0,982	1,011
Colombia	B.C	0,995	1,002	1,003	1,056	1,005	1,012	0,937	1,069	1,011	1,057
Corea	G	0,985	0,976	1,000	1,036	1,013	1,002	1,033	0,994	1,001	0,993
Dinamarca	B.C	0,966	0,950	1,015	1,003	1,046	0,996	0,988	0,993	0,998	0,994
Eslovenia	B.C	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
España	G	0,961	0,971	0,999	0,995	1,029	0,991	0,950	1,048	1,000	1,048
Estonia	I	0,976	1,009	1,004	0,999	1,003	0,998	0,984	1,010	1,000	1,010
Finlandia	EP	0,977	0,994	1,022	1,010	1,007	1,002	0,934	1,072	1,012	1,056
Holanda	EP	0,972	0,988	0,992	1,014	1,049	1,003	0,977	1,026	1,009	1,015
Hungría	S	0,985	1,013	0,999	0,996	1,010	1,001	0,970	1,032	1,005	1,027
Inglaterra	EP	0,971	0,987	1,000	0,995	1,042	0,999	0,998	0,994	1,008	0,986
Irlanda	B.C	0,963	1,005	0,999	1,023	1,029	1,004	0,983	1,021	0,991	1,032
Israel	I	0,973	0,955	1,000	0,995	1,025	0,990	1,001	0,989	0,992	0,998
Japón	G	1,000	0,988	1,009	0,977	1,006	0,996	0,990	1,002	1,002	1,001
Luxemburgo	I	0,976	1,007	1,024	0,995	1,005	1,001	0,959	1,049	1,000	1,049
Noruega	B.C	0,974	0,986	1,000	1,031	1,055	1,009	1,015	0,994	1,007	0,989
Nva. Zelanda	I	0,998	0,995	1,003	0,996	1,005	1,000	0,998	1,002	1,007	0,996
Polonia	EP	0,988	0,994	0,998	0,996	1,010	0,997	0,996	1,002	1,009	0,993
Portugal	S	0,986	1,057	1,005	1,016	1,027	1,018	0,968	1,051	1,007	1,044
Rep. Checa	G	0,981	1,004	0,999	0,995	1,018	0,999	0,990	1,006	1,003	1,003
Suecia	EP	0,987	1,003	1,017	0,990	1,060	1,011	1,024	0,988	1,000	0,988
Tailandia	B.C	0,994	1,002	1,001	0,999	0,997	0,998	0,999	0,999	1,007	0,992
Promedio		0,983	0,996	1,008	1,006	1,017	1,002	0,991	1,012	1,002	1,010

1/ Modalidad para la producción de los billetes en 2005. E.P: Empresa Privada; B.C: Banco Central; S: Subsidiaria; I: Importación; G: Gobierno.

Fuente: Cálculos de los autores.

En términos generales, se aprecia que el incremento en productividad obedece en mayor medida a una ganancia en eficiencia por parte de los bancos centrales y en menor proporción a un cambio técnico. A su vez, en la mayoría de los casos, el cambio positivo en eficiencia es el resultado de una mayor eficiencia de escala y en menor magnitud de un acercamiento de los bancos centrales a su frontera de referencia (eficiencia pura). Esto puede obedecer a la creciente demanda de efectivo que ha generado un incremento importante en la producción de billetes para la mayoría de los bancos centrales estudiados. En el caso particular de Colombia, la

producción de billetes se ha incrementado en cerca de un 45% durante el periodo, debido principalmente al gravamen a las transacciones financieras que desincentivó el uso del cheque y de los medios electrónicos de pago³³.

IV. CONCLUSIONES

En este documento, se identificaron las recientes estrategias de modernización que los bancos centrales han implementado para atender la creciente demanda de efectivo en los últimos años. Se destaca, que durante el período de estudio se presentó una reducción en el número de bancos centrales impresores y un incremento de la participación parcial o total de terceros en el proceso de producción de billetes (*e.g.* Croacia, Inglaterra, Suecia y Bulgaria). Otra estrategia, fue la implementada por los bancos centrales de Portugal y Colombia, donde se integran en un solo complejo actividades de producción, procesamiento y distribución del efectivo.

Se encontró que en Latinoamérica, la mayoría de los bancos centrales estudiados importa sus billetes, lo cual se convierte en una oportunidad de mercado para los bancos centrales impresores de la región. En cuanto a la estructura de denominación, se identificó que los países de economías avanzadas tienden a mantener un número menor de denominaciones frente a los países en desarrollo y que a su vez, estos últimos han emitido nuevas denominaciones en los años recientes (*e.g.* Bulgaria y Uruguay).

Existen importantes diferencias en el uso de características de seguridad en los billetes, las cuales varían entre países y denominaciones, y se relacionan con el material utilizado para imprimir los billetes (papel de algodón o polímero). En este sentido, se identifica una tendencia hacia la producción de billetes en polímero, especialmente de las denominaciones más bajas, que son las que presentan una menor vida útil (*e.g.* Brasil, México y Chile). Se resalta también, que en Latinoamérica y en el grupo de otros países en desarrollo, el tamaño promedio de los billetes es menor al de los países de economías avanzadas. Se identifica una tendencia hacia reducir el tamaño de los billetes, buscando diferenciarlos de acuerdo con la denominación (*e.g.* Colombia y México).

De otra parte, el análisis comparativo de los costos de impresión de billetes, permitió identificar que existen amplias diferencias entre bancos centrales que obedecen principalmente, al tamaño de la población del país y al nivel de efectivo en circulación. La estimación de la función de costos, por su parte, muestra que el número de denominaciones y el tamaño de los billetes son determinantes

³³ Arango et. al 2006. muestran que la economía subterránea también ha tenido un efecto importante sobre la demanda de efectivo en Colombia.

importantes de los costos de impresión. Por tanto, reducciones en estas características conducen a ahorros significativos en términos de costos. Así mismo, se encontró que la modalidad empleada por un banco central para la producción de billetes, es un factor determinante de los costos. En efecto, se identificó que la impresión a cargo del gobierno es la modalidad más costosa; mientras que la vinculación del sector privado al proceso de producción (*e.g.* contratos de administración, subsidiarias, firmas especializadas) disminuye los costos de forma importante.

Mediante la estimación del modelo de frontera eficiente, se encontró que la mayoría de los bancos centrales han incrementado su eficiencia técnica durante el periodo de estudio, principalmente aquellos que cuentan con la participación del sector privado a través de diferentes modalidades. De igual forma, el cálculo del índice de Malmquist mostró que los bancos centrales han presentado un leve incremento en su productividad, lo cual obedece en mayor medida al incremento en la eficiencia y en menor proporción a un cambio técnico. En la mayoría de los casos, el cambio positivo en eficiencia es el resultado de una mayor eficiencia de escala que obedece en parte al elevado crecimiento de la demanda de efectivo.

Este estudio identifica las posibles estrategias para reducir los costos de impresión de billetes e incrementar la eficiencia en el desempeño de esta función. Entre las principales estrategias se destacan la reducción en el número de denominaciones y en el tamaño de los billetes, así como la vinculación del sector privado en alguna medida al proceso de producción. Sin embargo, en algunos países existen condiciones económicas e institucionales (*e.g.* alto nivel de falsificación o economía subterránea) que deben ser evaluados cuidadosamente antes de la adopción de alguna de las estrategias mencionadas.

REFERENCIAS

Aigner, D.J., Lovell, C.A.K y P.J. Schmidt. (1977). "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models", *Journal of Econometrics*, No. 6, pp. 21-37.

Amemiya, T. (1978) "A Note on a Random Coefficients Model" *International Economic Review*, Vol. 19, No. 3, octubre.

Arango, C., Misas, M, y E. López. (2006) "Economía subterránea en Colombia 1976- 2003: Una medición a partir de la demanda de efectivo, *Ensayos sobre Política Económica*, No. 50. pp. 155-211, Banco de la República.

Banco de la República (2005). *Tendencias en Funciones y Planta de Personal de Bancos Centrales*, Departamento de Planeación y Presupuesto, Banco de la República, Bogotá, D.C., junio. Disponible en: <http://www.banrep.gov.co/banco/pdf/Bancos-centrales- tendencias.pdf>

Banker, R.D., Charnes, A., y W. Cooper (1984). "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, No. 30, Vol. 9, pp. 1078-1092.

Bank of England. (2003) "Sale of Bank Note Printing Operations", Marzo, Disponible en: <http://www.bankofengland.co.uk/publications/news/2003/041.htm>

Battese, G. y T. Coelli (1995) "A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data", *Empirical Economics*, No. 20, pp. 325-32.

Baxter, A., Gerard, A. Melbourn, B. y B. Noble (2005) "Alternative Models for Outsourcing Banknote Services" in *Central Bank Modernisation* (eds.) Courtis, N. and Peter N., Central Banking Publications, London.

Berger, A.N. y L.J. Mester. (1997) "Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions?", *Journal of Banking and Finance*, No. 21, pp. 895-947.

BIS. (2007) "Statistics on payment and settlement systems in selected countries" Prepared by the Committee on Payment and Settlement Systems of the Group of Ten Countries, Bank for International Settlements, March.

Bohn, J., Hancock, D. y P. Bauer (2001) "Estimates of Scale and Cost Efficiency for Federal Reserve Currency Operations", Research Department, Federal Reserve Bank of Cleveland, *Economic Review*, Q. IV, pp. 2-26.

Booth, G. (1989) Currency and coin responsibilities of the Federal Reserve: A historical perspective, *Federal Reserve Bank of Cleveland, Cleveland*.

Caves, D.W., Christensen, L.R. y W.E. Diewert. (1982) "The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity", *Econometría*, Vol. 50 No.6, pp. 1393-1414.

CEMLA. (2005) "Estadísticas Comparativas de Sistemas de Pago de América Latina y el Caribe 2000-2004", Grupo de Trabajo sobre Sistemas de Pago de América Latina y del Caribe (GTSP-ALC), CEMLA, diciembre.

Charnes, A., W. Cooper. y E. Rhodes. (1978) "Measuring the Efficiency on Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.

Coelli, T.J., Prasada, D. y G. Battese (1998) *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston.

Cooper W., L. Seiford y K. Tone (2000) *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*, Kluwer Academic Publishers.

Daltung, S y M. Ericson (2004) "Cash-supply efficiency", Sveriges Riksbank, *Economic Review*, No. 3, pp. 27-42, Stockholm.

De Gregorio, J. (2003) "Mucho dinero y poca inflación: Chile y la evidencia internacional", *Documento de política económica*, Banco Central de Chile, Septiembre.

ECB. (2007) "Payment and securities settlement systems in the European Union", European Central Bank, August.

Färe, R., S. Grosskopf, S., Lindgren, B y P. Roos. (1989) "Productivity Developments in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach", *Discussion Paper* No. 89-3, Southern Illinois University, Illinois.

Färe, R., S. Grosskopf, S. Norris. y Z. Zhang. (1994). "Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Changes in Industrialised Countries", *American Economic Review*, No. 84, pp. 66-83.

Galán, J. y M. Sarmiento. (2006) "Staff, Functions, and Staff Costs at Central Banks: An International Comparison with a Labor-demand Model", *Borradores de Economía*, Banco de la República, No. 419, noviembre.

Hernández, M., Jalil, M. y C. Posada (2006). "¿Por qué ha crecido tanto la cantidad de dinero?: Teoría y Evidencia Internacional (1975-2002)", *Borradores de Economía*, Banco de la República, No. 402, agosto.

Hsiao, C. (2003) *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press, Cambridge.

Humphrey, D.B. (1993). "Cost and Technical Change: Effects from Bank Deregulation", *Journal of Productivity Analysis*, No. 4, pp. 5-34.

Kumbhakar, S.C. y C.A.K. Lovell. (2000) *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press.

Lacker, J. (1993) "Should we subsidize the use of currency?", *Economic Quarterly*, Winter, pp. 47-73.

McKinley, V. y K. Banaian. (2005) "Central Bank Operational Efficiency: Meaning and Measurement" en *Central Bank Modernisation*, (eds.) Neil Curtis & Peter Nicholl, Central Banking Publications Ltd, London.

Mester, L. (2003) "Applying Efficiency Measurement Techniques to Central Banks", Federal Reserve Bank of Philadelphia and Finance Department, the Wharton School, University of Pennsylvania, *Working Paper*, No. 03-13.

Misas, M., Arango, C. y J. Hernández. (2004) "La Demanda de Especies Monetarias en Colombia: Estructura y Pronóstico", *Borradores de Economía*, Banco de la República, No. 309, octubre.

Mushin, J. (1998) "Modeling the currency issue", *Atlantic Economic Journal*, Vol. 26, No. 3, September.

Nishihara, R. (2006) "Central Bank Services-Focusing on Core Banking Operations: Cash, Account, and Settlement Services", Report for the 9th BOJ-EMEAP High-Level Workshop, Bank of Japan, mayo.

Park, K.H. y W.L. Weber. (2006) "A note on efficient productivity growth in the Korean Banking Industry, 1992-2002", *Journal of Banking and Industry*, No. 30, pp. 2371-2386.

Sarmiento, M. (2005) "Eficiencia técnica en el procesamiento de efectivo a cargo de las sucursales del Banco de la República", *mimeo*, Departamento de Planeación y Presupuesto, Banco de la República, agosto.

Sarmiento, M. (2007) "Eficiencia en la Banca Central Moderna: Teoría, Evidencia y Lecciones para América Latina", *mimeo*, Trabajo presentado en el "Ciclo de Conferencias sobre Banca Central", organizado por el Banco Central del Ecuador, Quito, junio 4-7.

Seiford, L.M. y R.M. Thrall. (1990) "Recent Developments in DEA: The Mathematical Approach to Frontier Analysis", *Journal of Econometrics*, No. 46, pp. 7-38.

Symes, P. (1993). "Security features in world banknotes". Disponible en: www.pjsymes.com.au/articles/security.htm

Wheelock, D. y P. Wilson. (1999) "Technical Progress, Inefficiency, and Productivity Change in U.S. Banking, 1984-1993", *Journal of Money, Credit, and Banking* Vol. 31, No.2, pp. 212-234.

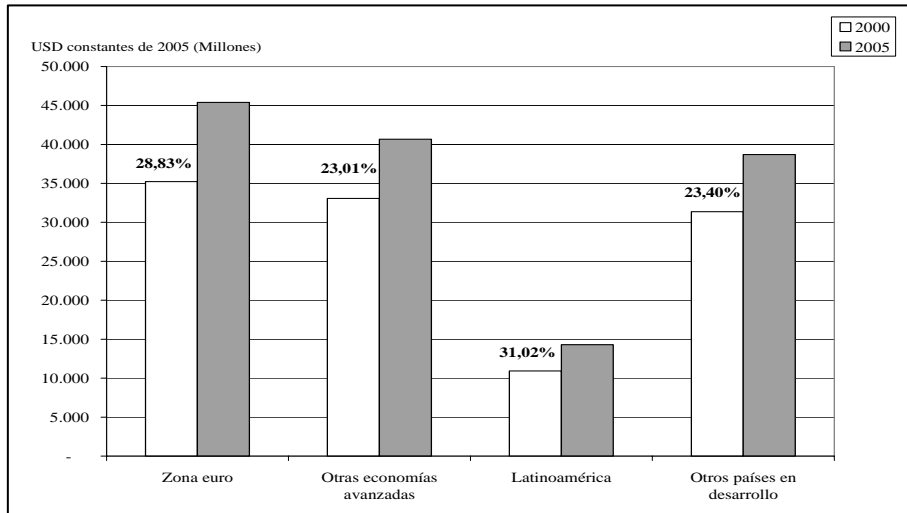
Wheelock, D. y P. Wilson. (2004) "Trends in the Efficiency of Federal Reserve Check Processing Operations", *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, September/October 2004, Vol. 86, No. 5, pp.7-19.

Wellink, N. Chapple B. y P. Maier.(2002). "The Role of National Central Banks within the European System of Central Banks: The example of the Nederlandsche Bank", MEB Series, 2002-13, *Netherlands' Central Bank, Monetary and Economic Policy Department*.

ANEXO 1

Gráfico A1.

Evolución del valor de los billetes en circulación (2000,2005)



Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005). Cálculos de los

*Anexo 2***Tabla A1.****Países que cambiaron la estructura de denominación (2000, 2005)**

País	Número de denominaciones	
	2000	2005
Alemania	8	7
Armenia	5	6
Austria	6	7
Bélgica	6	7
Bosnia	7	8
Bulgaria	6	7
Colombia	4	6
Costa Rica	7	4
España	4	7
Finlandia	5	7
Francia	5	7
Grecia	6	7
Holanda	6	7
Hungría	6	7
Irlanda	5	7
Luxemburgo	3	7
México	5	6
Portugal	5	7
Rumania	5	6
Uruguay	8	9

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000-2005) y páginas web de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

Anexo 3.

Billetes en Polímero

El sustrato de polímero es una película transparente que se opaca utilizando una cobertura especialmente desarrollada. La transparencia del sustrato varía alterando el espesor de esta cobertura. Los billetes en polímero pueden contener la mayoría de características de seguridad tradicionales de los billetes de papel de algodón, aunque presentan algunas características exclusivas como las ventanas transparentes y los elementos de difracción. Sin embargo, desde 2006 De La Rue y G&D han desarrollado diferentes tecnologías que permiten introducir ventanas transparentes en el papel.

Los billetes de polímero presentan una vida útil entre 3 y 4 veces mayor a los de papel de algodón, pueden ser reciclados y se han definido como más higiénicos y más difíciles de falsificar. Sin embargo, sus costos de producción son más elevados, aunque, al tener una mayor vida útil, pueden representar ahorros financieros en el largo plazo.

Australia ha sido líder en la producción de billetes en polímero y fue pionero en 1992 al emitir para circulación un billete en ese material. En 1996, fue el primer país en abandonar completamente el papel y emitir todas sus denominaciones en sustrato plástico. Adicionalmente, se ha convertido en gran exportador de estos billetes a través de *Note Printing Australia*, empresa subsidiaria del banco central.

Para finales de 2005, se estima que existían en circulación más de 3.500 millones de billetes de polímero en el mundo. Para el mismo año, 23 países habían implementado el sustrato plástico en al menos una denominación, de los cuales 12 lo hicieron durante el período de estudio. Sin embargo, 2 de estos países retornaron al papel en 2004 debido a altos costos de producción: Indonesia había emitido en 1999 el billete de 100.000 Rupias y Tailandia el billete de 50 Baht en 1997 .

Fuente: Reportes Anuales de bancos centrales (2000-2005) y páginas web de los bancos centrales.

Tabla A2.

Países que han emitido billetes en polímero

País	Año de introducción de billetes en polímero	Número de denominaciones en polímero en circulación (2005)
Billetes para Circulación General		
Australia ¹	1992	5
Brunei ²	1996	3
Tailandia ³	1997	0
Sri Lanka	1998	1
Indonesia ⁴	1999	0
Nueva Zelanda ⁵	1999	5
Rumania ⁶	1999	7
Brasil ⁷	2000	1
Bangladesh	2001	1
Islas Salomón ⁸	2001	1
México ⁹	2002	1
Papúa Nueva Guinea ¹⁰	2003	6
Vietnam ¹¹	2003	6
Zambia ¹²	2003	2
Chile ¹³	2004	1
Malasia	2004	1
Singapur	2004	1
Nepal	2005	1
Nigeria ¹⁴	2007	0
Hong Kong ¹⁵	2007	0
Guatemala ¹⁶	2007	0
Solo Billetes Conmemorativos		
Samoa	1990	0
Kuwait	1993	0
Irlanda del Norte	1999	0
Taiwán	1999	0
China	2000	0

¹ En 1988 Australia introdujo el billete conmemorativo de \$10 AUD y en 1996 fue el primer país en tener todas las denominaciones en polímero.

² Los billetes de 1, 5 y 10 Ringgit fueron los primeros no conmemorativos después de Australia

³ En 1996 emitió billetes conmemorativos y en 1997 para circulación el de 50 Baht. Aunque regresó al papel en 2004.

⁴ En 1999 emitió para circulación general el billete de 100.000 Rupias. En 2004 volvió al papel.

⁵ Importa sus billetes de Australia. En 1999 introdujo el polímero en todas las denominaciones.

⁶ En 1999 fue el primer país europeo en introducir todas sus denominaciones en polímero. En 2005 llevó a cabo la redenominación y volvió a emitir todas las denominaciones en polímero.

⁷ En 2000 emitió en polímero el billete de 10 Reales para circulación, siendo el primer país latinoamericano en hacerlo.

⁸ En 2001 emitió el billete de \$2 pero en 2006 volvió al papel

⁹ En 2002 emitió en polímero el billete de \$20 pesos y en 2006 uno nuevo de \$20 y el de \$50.

¹⁰ En 1991 introdujo una conmemorativa de 2 Kina. En 2003 emitió el billete de 20 Kina e inició el proceso de cambiar todas las denominaciones a polímero. A 2007 solo le falta cambiar la de 5 Kina del total de sus 7 denominaciones

¹¹ En 2001 emitió el billete conmemorativo de 50 Dong. Entre 2003 y 2006 cambió todas las denominaciones a polímero.

¹² En 2003 fue el primer africano en emitir en polímero con los billetes de 500 y 1000 Kwacha

¹³ En 2004 emitió en polímero el billete de \$2000 pesos para circulación general.

¹⁴ Emitió el billete de 20 Naira. En 2008 será el primer país africano en emitir todas sus denominaciones en polímero.

¹⁵ En 2007 emitió el billete de 10 Dólares por un período de prueba de 2 años.

¹⁶ A finales de 2007 Guatemala emitirá en polímero el billete de 1 Quetzal.

Nota: Bulgaria emitió en 2005 un billete híbrido papel – polímero. Se encuentra en período de prueba.

Fuente: Reportes Anuales de bancos centrales (2000-2005) y páginas web de los bancos centrales.

**Cuadro A1.
Características de seguridad más usadas por los bancos centrales
en la producción de billetes**

CARACTERÍSTICAS DE SEGURIDAD
<p><u>Marca de agua</u> Característica de seguridad que se considera estándar en el proceso de producción de los billetes. Se crea otorgando diversos grados de grosor al papel, para diferentes niveles de humedad en el proceso de secado, que le confieren variedad de sombras al billete cuando es observado a contraluz.</p>
<p><u>Hilo de seguridad</u> Elemento de seguridad que se incrusta en el papel fabricado a base de fibra algodón. Puede ser sintético, metálico, con microimpresiones, con hologramas, con tinta fluorescente, con tinta que cambia de color, aventanillado (parece tejido a través del papel), etc.</p>
<p><u>Impresión en alto relieve o impresión calcográfica</u> Técnica especial que le confiere mayor grosor a la tinta empleada en la impresión de elementos del billete como caracteres, gráficos, firmas, números de serie, retratos, valor de la denominación, etc.</p>
<p><u>Registro perfecto o imagen coincidente</u> Dispositivo de seguridad que se resalta cuando el estampado de un lado del billete esta perfectamente alineado con el estampado del otro lado. Algunos billetes incluyen un <i>contra registro</i> que permite que el estampado del anverso complementa el estampado del reverso formando una nueva figura cuando el billete se observa a contraluz o a trasluz.</p>
<p><u>Imagen oculta o latente</u> Elemento de seguridad que aparece oculto a simple vista y sólo se hace visible bajo ciertas circunstancias, por ejemplo, cuando se inclina el papel, cuando el billete se observa a la luz, etc.</p>
<p><u>Observación bajo luz ultravioleta</u> El uso de tinta fluorescente o de incrustaciones fluorescentes en el papel como fibras, hilos o bandas ocasiona reacciones en el billete cuando éste es observado bajo luz ultravioleta. Es posible distinguir elementos antes no visibles, elementos visibles que cambian de color o elementos que producen más brillo bajo este efecto.</p>
<p><u>Tintas especiales</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Tinta de colores: Tintas realizadas con mezclas especiales que permiten obtener colores de difícil reproducción con máquinas convencionales. • Tinta que cambia de color: Produce el efecto de cambiar, cuando se inclina el billete en diferentes ángulos, el color de algún elemento observado a simple vista. • Tinta magnética: Utilizada principalmente en los números de serie permitiendo que éstos puedan ser leídos por máquinas con campos magnéticos.
<p><u>Microimpresión</u> Técnica de impresión que permite observar con lentes de aumento números, caracteres o mensajes especiales que a simple vista se resaltan como una fina línea en el billete.</p>
<p><u>Elementos de contraste: holograma</u> Característica de seguridad que permite que diferentes elementos del billete como imágenes, símbolos o valores puedan ser vistos en tercera dimensión o se alternen con otros elementos cuando el billete se observa desde diferentes ángulos.</p>

Fuente: Symes (1993) y páginas web de los bancos centrales.

Tabla A3.

Características de seguridad más usadas en la producción de billetes (2005)

País	Polímero	MA	HS	IAR	RP	Hol	IO	UV	MI	TCC	Tot.
Zona Euro		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Otras Ec. Avanz.											
Australia	x			x	x		x	x	x	x	6
Canadá		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Chipre		x	x	x	x	x	x	x		x	8
Corea		x	x				x		x	x	5
Dinamarca		x	x	x		x	x	x	x	x	8
Estados Unidos									x	x	4
Hong Kong	x	x	x	x	x	x	x	x		x	8
Inglaterra		x	x	x		x		x	x		6
Islandia		x	x	x				x	x		5
Israel		x	x	x	x	x		x	x	x	8
Japón		x		x		x	x	x	x	x	7
Noruega		x	x		x	x	x	x	x	x	8
Nueva Zelanda	x			x	x		x	x	x		5
Suecia		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Latinoamér.											
Argentina		x	x	x	x		x		x	x	7
Bolivia		x	x	x	x		x	x	x		7
Brasil	x	x	x	x	x		x		x		6
Chile	x	x	x	x	x		x			x	6
Colombia		x	x	x	x		x	x	x	x	8
Costa Rica		x	x	x	x		x		x		6
Guatemala ¹		x	x	x	x	x		x	x		7
México	x	x	x	x	x			x	x	x	7
Nicaragua		x	x	x	x	x		x	x	x	8
Paraguay		x	x	x	x	x		x	x		8
Perú		x	x	x			x		x	x	6
Rep. Dominicana		x	x	x				x	x	x	6
Uruguay		x	x	x	x	x	x	x	x		8
Venezuela		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Otros país. en desarr.											
Albania		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Armenia		x	x	x	x				x		5

Bangladesh	x	x	x	x	x	x	x		x	x	8
Bosnia		x	x	x	x		x		x		6
Bulgaria		x	x	x	x	x		x	x	x	8
Croacia		x	x	x	x		x	x	x	x	8
Eslovaquia		x	x	x	x		x	x	x	x	8
Eslovenia		x	x	x	x			x	x	x	7
Estonia		x	x	x		x	x	x	x	x	8
Hungría		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Malasia	x	x	x	x	x		x		x		6
Polonia		x	x		x	x	x	x	x	x	8
Rep. Checa		x	x		x			x	x	x	6
Rumania	x		x	x	x			x	x	x	6
Tailandia ²		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
Turquía		x	x	x	x		x	x	x	x	8
Total Muestra	10	41	41	39	35	21	30	33	40	32	

Nota: MA: Marca de agua; HS: Hilo de seguridad; IAR: Imagen en alto relieve; RP: Registro perfecto; Hol: Holograma; IO: Imagen oculta; UV: Observación bajo luz ultravioleta; MI: Microimpresión; TCC: Tinta que cambia de color.

¹ Guatemala emitirá próximamente un billete en polímero. ² En 2004, Tailandia volvió al papel luego de usar polímero.

Fuente: Reportes Anuales de bancos centrales (2000-2005) y páginas web de los bancos centrales. Cálculos de los autores.

Anexo 4

Tabla A4.
 Costo de impresión de billetes (promedio 2000 – 2005)

Banco Central	Costo promedio anual ¹	Costo en relación al PIB ²	Costo en proporción a costos operacionales ³	Costo por billete producido ⁴
Estonia	\$509.885	\$0,5880	3,95%	
Armenia	\$650.835	\$2,2071	8,97%	
Eslovenia	\$694.686	\$0,2672	2,20%	\$ 0,039
Chipre	\$834.281	\$0,6845	2,86%	
Nva. Zelanda	\$1.429.484	\$0,1897	6,73%	
Luxemburgo	\$1.490.411	\$0,5827	4,10%	
Israel	\$3.292.655	\$0,2887	1,71%	
Bulgaria	\$4.462.928	\$2,3769	14,22%	\$ 0,055
Dinamarca	\$4.491.171	\$0,2254	4,78%	
Rep. Checa	\$7.090.582	\$0,8325	1,82%	\$ 0,079
Noruega	\$8.182.138	\$0,3830	3,67%	\$ 0,113
Finlandia	\$9.221.025	\$0,6053	8,64%	
Australia	\$9.232.025	\$0,1825	7,49%	
Irlanda	\$9.436.190	\$0,6669	12,95%	\$ 0,055
Hungría	\$13.376.340	\$1,7526	15,95%	
Suecia	\$16.649.807	\$0,5866	12,09%	
Colombia	\$16.884.348	\$1,8570	10,61%	\$ 0,027
Canadá	\$17.508.515	\$0,2061	12,73%	
Holanda	\$25.281.483	\$0,5303	8,13%	
Portugal	\$26.148.199	\$1,9014	9,20%	
Polonia	\$27.361.343	\$1,2364	9,40%	\$ 0,100
Austria	\$33.828.479	\$1,4028	12,58%	
Tailandia	\$45.002.927	\$3,1903	44,01%	\$ 0,023
Inglaterra	\$60.551.726	\$0,3443	18,73%	\$ 0,070
Corea	\$61.136.159	\$1,0144	19,62%	\$ 0,052
España	\$95.034.242	\$1,1590	22,90%	
Alemania	\$135.992.422	\$0,5921	7,28%	
Japón	\$586.364.623	\$1,3377	27,09%	\$ 0,166

¹ Costo promedio anual en dólares constantes de 2005.

² Costo por cada USD\$10.000 de producto interno bruto, en dólares constantes de 2005.

³ Costo de impresión como porcentaje de los costos operacionales del banco central.

⁴ Costo promedio por billete, en dólares constantes de 2005.

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000 – 2005). Cálculos de los autores.

Anexo 5

Tabla A5.
VARIABLES EMPLEADAS EN EL MODELO DE DATOS PANEL
(Muestra: 28 países; Período: 2000 – 2005; Observaciones: 168)

Variable	Promedio	Máximo	Mínimo	Desv. Estándar
<i>C</i>	43,72	665,14	0,18	118,10
<i>N</i>	24.269,8	127.956,0	438,0	29.401,5
<i>Circ.</i>	45.286	722.159	138,38	131.596
<i>Y</i>	22.482	75.189	571,21	15.844
<i>Den.</i>	5,7	9,0	3,0	1,5
<i>Seg.</i>	7,0	11,9	3,0	2,1
<i>Tam.</i>	103,6	119,1	84,8	7,7

C: costos de impresión en millones de dólares constantes de 2005.

N: Población en miles de habitantes.

Circ.: Efectivo en circulación en la economía en millones de dólares constantes de 2005.

Y: PIB per cápita en dólares constantes de 2005.

Den.: Número de denominaciones en circulación.

Seg.: Número de características de seguridad promedio de los billetes en circulación.

Tam.: Tamaño promedio de los billetes en circulación en cm².

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000 - 2005). Cálculo de los autores.

Tabla A6.

**Modalidades empleadas por los bancos centrales para la producción de billetes
 (panel de datos 2000-2005)**

País	Banco Central		Empresa Privada		Gobierno		Subsidiaria ^a		Importación	
	2000	2005	2000	2005	2000	2005	2000	2005	2000	2005
Alemania	si	si
Armenia	si	si
Australia	si	si
Austria	si	si
Bulgaria	si	si
Canadá	si	si
Chipre	si	si
Colombia	si	si
Corea	si	si
Dinamarca	si	si
Eslovenia	si	si
España	si	si
Estonia	si	si
Finlandia	si	si
Holanda	si	si
Hungría	si	si
Inglaterra	si	si
Irlanda	si	si
Israel	si	si
Japón	si	si
Luxemburgo	si	si
Noruega	si	si
Nva.										
Zelanda	si	si
Polonia	si	si
Portugal	si	si
Rep. Checa	si	si
Suecia	si	si
Tailandia	si	si

^a Incluye asociaciones de riesgo compartido.

Fuente: Reportes Anuales de los bancos centrales (2000, 2005). Cálculos de los autores.

Apéndice

El enfoque del índice de Malmquist³⁴

El punto de partida bajo este enfoque es la definición de un conjunto Z^t o tecnología de producción, en el cual se produce la transformación de insumos $X^t \in R_+^M$ en productos $Y^t \in R_+^S$ para cada periodo de tiempo $t = 1, \dots, T$, donde se cumple que: $Z^t = \{(X^t, Y^t) : X^t \text{ puede producir } Y^t\}$. El índice de Malmquist se fundamenta en las funciones de distancia introducidas por Shepard, que en el caso de la orientación a insumos corresponde a:

$$(9) \quad D_t^t(X^t, Y^t) = \max[\theta \geq 1 : (X^t / \theta, Y^t) \in Z^t]$$

La expresión (9) busca la máxima contracción radial en los insumos para alcanzar un nivel dado de producto en el periodo t . De igual forma, en el periodo $t+1$ la función distancia esta dada por: $D_t^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$. Para la comparación entre periodos, se debe definir una función de distancia $D_t^t(X^{t+1}, Y^{t+1})$, donde la combinación (X^{t+1}, Y^{t+1}) es factible en relación con la tecnología en t y a su vez, una función de distancia $D_t^{t+1}(X^t, Y^t)$ donde la combinación (X^t, Y^t) sea posible bajo la tecnología en $t+1$. Una vez definidas las funciones de distancia, podemos especificar el índice de Malmquist como:

$$(10) \quad M_t(X^{t+1}, Y^{t+1}, X^t, Y^t) = \left[\frac{D_t^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_t^t(X^t, Y^t)} \times \frac{D_t^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_t^{t+1}(X^t, Y^t)} \right]^{1/2}$$

La expresión (10) muestra que el índice de Malmquist es la media geométrica de dos índices que usan como referencia la tecnología en t y $t+1$. Esta ecuación puede ser reformulada para obtener el cambio en productividad producto del cambio en la eficiencia técnica y del cambio tecnológico a través del tiempo, tal como se expresa en la ecuación (9) del Capítulo III:

³⁴ Esta sección sigue el enfoque propuesto por Färe *et. al.* (1989) y Cooper *et. al.* (2000).

La medición del cambio en productividad para los bancos centrales entre t y $t+1$ requiere resolver cuatro problemas de programación lineal: $D_t^t(X^t, Y^t)$, $D_t^{t+1}(X^t, Y^t)$, $D_t^t(X^{t+1}, Y^{t+1})$, $D_t^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$. Para ello, suponemos que cada banco central $j = 1, 2, \dots, N$, usa $m = 1, 2, \dots, M$ insumos $x_m^{t,j}$ para producir $s = 1, 2, \dots, S$ productos $y_s^{t,j}$. En el primer caso, donde tomamos como referencia la tecnología y las observaciones en el periodo t , se debe resolver el siguiente problema para el banco central j' :

$$(11) \quad D_t^t(X^{t,j'}, Y^{t,j'}) = \min \theta^{j'}$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^N \lambda^{t,j} x_m^{t,j} = \theta^{j'} x_m^{t,j'}$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda^{t,j} y_s^{t,j} = y_s^{t,j'}$$

$$\lambda^{t,j} \geq 0$$

Por su parte, la función de distancia $D_t^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$ se computa de manera análoga al modelo (11) al sustituir $t+1$ en t . Cuando las funciones de distancia requieren información de los dos periodos simultáneamente el problema se plantea de la siguiente forma:

$$(12) \quad D_t^t(X^{t+1,j'}, Y^{t+1,j'}) = \min \theta^{j'}$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^N \lambda^{t,j} x_m^{t,j} = \theta^{j'} x_m^{t+1,j'}$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda^{t,j} y_s^{t,j} = y_s^{t+1,j'}$$

$$\lambda^{t,j} \geq 0$$

En (12) la tecnología de referencia para el banco central evaluado $(X^{t+1,j'}, Y^{t+1,j'})$ corresponde a t y por ende $D_t^t(X^{t+1,j'}, Y^{t+1,j'})$ puede tomar valores por encima de 1; mientras que en (11) se tiene que $(X^{t,j'}, Y^{t,j'}) \in Z^t$ y por tanto se cumple que $D_t^t(X^{t,j'}, Y^{t,j'}) \leq 1$. En el caso de la función de distancia $D_t^{t+1}(X^t, Y^t)$ el problema se plantea como en (12) pero trasponiendo t y $t+1$. Para descomponer el cambio en eficiencia técnica en eficiencia pura y de escala, calculamos las funciones de distancia bajo (VRS) incorporando a los problemas anteriores la

restricción $\sum_{j=1}^N \lambda^{t,j} = 1$.