

**UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL
DINÁMICO Y ESTOCÁSTICO (DSGE) PARA LA
ECONOMÍA ECUATORIANA**

UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO Y ESTOCÁSTICO (DSGE) PARA LA ECONOMÍA ECUATORIANA

Eduardo Cabezas Gottschalk

Resumen:

El presente documento desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para la economía ecuatoriana con el objetivo de analizar y explicar los ciclos. Para ello, utiliza en un primer momento filtros de descomposición entre ciclo y tendencia y se encuentra que la Inversión y el Gasto Público son los agregados macroeconómicos con mayor volatilidad durante el período de 1965-2015. Sobre estos hechos estilizados, se construye un modelo DSGE, que incluye una demanda de saldos reales en una economía cerrada y pública. El modelo tiene la capacidad de evidenciar la neutralidad del dinero sobre las variables reales de la economía, al igual que sus efectos en precios y saldos reales.

El modelo cierra con dos *shocks* estocásticos: productividad y tasa exógena de crecimiento del dinero, que permiten acercarse a las volatilidades observadas del ciclo en el producto y la inversión.

Palabras claves: equilibrio general, modelo de equilibrio general dinámico y estocástico.

CÓDIGO JEL: C68, D58

Abstract

This paper develops a dynamic stochastic general equilibrium model for the Ecuadorian Economy with the objective to analyze and explain the cycles. It first uses filters which make decomposition between cycles and trends to find out that investment and government spending are the macroeconomic aggregates with higher volatility between 1965-2015. On these stylized facts the DSGE model also includes a demand for real balances in a closed and public economy. The model has the ability to evidence the neutrality of money on real variables of this economy as well as its effects on prices and real balances.

The stochastic model closes with two *shocks*: exogenous productivity and growth rate of money, which allow to approximate to the observed volatility of output and investment.

Keywords: general equilibrium, dynamic and stochastic general equilibrium model
JEL CODE: C68, D58

I. INTRODUCCIÓN

Ecuador, a partir de enero del año 2000, cuando las autoridades de Gobierno, políticas y económicas, tomaron la decisión de asumir como modelo monetario la “dolarización”, frente a la grave crisis económica que atravesaba el país, se perdió la capacidad de utilizar su política monetaria y cambiarla como mecanismo para reducir la volatilidad de los ciclos económicos.

Entre los distintos objetivos que se puede plantear en la esfera de la política económica, uno es llevar a cabo políticas públicas que generen la menor volatilidad sobre los agregados macroeconómicos para así crear certidumbre entre los agentes económicos sobre sus decisiones.

En este documento, se presenta un modelo de equilibrio general que permite explicar y modelar los ciclos económicos a través de un conjunto de actores y ecuaciones de comportamiento y los hechos macroeconómicos observados.

Los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE)¹ constituyen una herramienta que permite, por excelencia, estudiar y explicar los ciclos de las principales variables macroeconómicas en una economía. Estos modelos han sido el centro de atención para el análisis macroeconómico en los últimos treinta años y tuvieron el mayor impulso a través de la investigación pionera que realizaron Kydland y Prescott en 1982, con su trabajo denominado *Time to Build and Aggregate Fluctuations*. A partir de este trabajo, se desarrollaron un conjunto de investigaciones. En el trabajo de King (2000) se vuelve a señalar la importancia y el resurgimiento de los modelos de los ciclos reales, en particular, caracterizando los impactos que tienen los *shocks* de productividad y la manera de modelar la inversión real, como mecanismos de amplificación sobre los ciclos (expansiones y contracciones) de la economía.

Los modelos de equilibrio general dinámicos y estocásticos (DSGE), en comparación con los modelos econométricos, que buscan explicar y estudiar los ciclos de la economía a través de series de tiempo, poseen una ventaja al fundamentarse sobre la teoría microeconómica, para analizar los fenómenos macroeconómicos; y, a su vez, muestran cómo cambian los principales agregados macroeconómicos a lo largo del tiempo (esto es lo que se conoce como la dinámica del modelo en el tiempo).

Estos modelos se fundamentan en la microeconomía porque se construyen a través de las definiciones sobre preferencias de los consumidores y de las funciones

1. Es la sigla en inglés, utilizada para referirse a este tipo de modelos.

de tecnología que las empresas utilizan para la transformación de bienes y servicios que serán demandados finalmente, por los mismos hogares. Este sector se comporta a través de la optimización de una función de utilidad sujeta a una restricción presupuestaria; en cambio las empresas maximizan su ganancia sujeta a la restricción de recursos tecnológicos.

Con la descripción de los hogares y las empresas realizada hasta el momento, se tiene una economía cerrada y privada. Adicionalmente, para tener una economía pública y aún cerrada se debe agregar al Sector Público en el modelo, cuya función es la de recaudar impuestos al ingreso (directos) o al consumo (indirectos) y redistribuirlo a los hogares vía transferencias².

Finalmente, se puede agregar al modelo DSGE el saldo comercial a la economía pública y privada descrita previamente, para tener una economía abierta. A estos modelos se los conoce dentro de la literatura de los modelos de equilibrio general como *small open economy* (SOE).

Existen también en la literatura económica sobre modelos DSGE aquellos que agregan restricciones de precios o fricciones en la economía, es decir existen empresas que pueden cambiar sus precios ante los diferentes *shocks* que se presentan en la economía, mientras que otro grupo de empresas podrán realizar ajustes a sus precios solamente con respecto al pasado. A este tipo de modelos, la teoría económica los ha enmarcado dentro de los *new keynesian models*; en estos, la política monetaria tiene efectos reales sobre los agregados macroeconómicos (Galí, 2008).

Una ventaja adicional de los modelos DSGE es que no están sujetos a las críticas sobre expectativas racionales de Robert Lucas, puesto que se incluyen variables que consideran expectativas sobre los períodos futuros. Es decir, las decisiones que realizan consumidores y productores son intertemporales, puesto que las decisiones de cuánto ofertar empleo, cuánto consumir, o cuánto acumular de capital se consideran en un horizonte de planeación futura.

En el modelo, al considerar este horizonte de planeación, se incluye la incertidumbre en determinadas variables a través de la modelización explícita de *shocks* estocásticos.

En el caso particular de este documento, el objetivo es desarrollar un modelo DSGE en economía cerrada y pública, que permita explicar y estudiar los ciclos de

2. El Gobierno puede intervenir en la economía ofreciendo servicios que no son los realizados por el sector privado.

negocios para la economía ecuatoriana durante el período 1965 -2015. Para ello, se toman como referencia los trabajos desarrollados por Kydland (1982) y Hansen (1985), y se agregan a los modelos anteriores una demanda de saldos reales de dinero por parte de los hogares. La idea de considerar una demanda de dinero real, es la de agregar un bien adicional a la economía: “*el dinero*”. Implícitamente, existe un Banco Central que forma parte del Gobierno, que puede cambiar la cantidad de dinero en esta economía y entregarlo a través de transferencias a los hogares.

Una característica en el desarrollo de este modelo DSGE es que no se consideran restricciones de precios o salarios, razón por la cual es un modelo en el que se podrá evidenciar la neutralidad del dinero sobre variables reales de la economía.

Siguiendo como referencia el documento de Hansen (1985), el autor caracteriza y realiza una distinción entre “*trabajo divisible*” e “*indivisible*”. Al recoger este aspecto para la economía ecuatoriana, un trabajo “indivisible” es similar a considerar un mercado de trabajo con rigidez laboral. Las innovaciones sobre el trabajo realizado por Hansen (1985) son dobles: se agrega una demanda real de dinero para observar el ciclo real de la economía y costos de ajuste que enfrentan las empresas en cuanto a las decisiones de inversión real.

El documento se encuentra estructurado de la siguiente manera: se realiza una descripción de los hechos estilizados para los agregados macroeconómicos, utilizando dos filtros de descomposición para series de tiempo (Hodrick and Prescott y Lineal), para obtener los ciclos y tendencia de las variables macroeconómicas a estudiar y explicar, así como los segundos momentos de sus distribuciones para conocer sus volatilidades. La siguiente etapa es la descripción del modelo de equilibrio general dinámico, a través de sus actores, al igual que la descripción de los supuestos y formas funcionales sobre las cuales se construirá el modelo. En esta etapa se determinará el estado estacionario para las funciones de comportamiento de los agentes, e inmediatamente se procederá a realizar una expansión de Taylor de primer orden.

Finalmente, se calibran ciertos parámetros que se necesitan para la solución del modelo utilizando mínimos cuadrados clásicos e información de contabilidad nacional. Una vez calibrado el modelo, se procede a la determinación del equilibrio, al igual que las funciones respuestas de las variables reales ante los *shocks* estocásticos (funciones impulso-respuesta). También se menciona las principales conclusiones del documento.

II. REGULARIDADES EMPÍRICAS

Se asume que la actividad económica y las variables asociadas a la misma son originadas por un proceso estocástico (la variable en cada momento del tiempo sigue una función de distribución de probabilidad) pero sus realizaciones son los datos disponibles en las estadísticas oficiales.

Por lo tanto, una serie de tiempo es la suma de cuatro componentes: tendencia, ciclo, factores estacionales y factores irregulares.

$$y_t = T_t + \mu_t + \varepsilon_t + \gamma_t \quad (1)$$

En la ecuación anterior y_t es la variable de interés a modelar; es evidente que para separar los componentes de cualquier serie económica, es necesaria la ausencia de correlación entre los mismos reflejada en la matriz varianza-covarianza en la que en su diagonal principal se observa la varianza de cada componente temporal, y todos los demás valores correspondientes a sus covarianzas son iguales a cero.

Aunque en este trabajo, el análisis se concentra en estudiar el componente cíclico de los agregados macroeconómicos reales, se realiza una breve explicación sobre los otros componentes de la serie.

La tendencia, también llamada componente secular de la serie, cambia muy suavemente en el tiempo, mientras que las fluctuaciones cíclicas cambian muy rápidamente. Los factores estacionales representan movimientos periódicos, es decir son oscilaciones de corto plazo y baja persistencia, que ocurren después de un lapso equivalente de tiempo. Y, finalmente, el componente irregular representa movimientos desiguales e impredecibles en el tiempo.

Otra característica del componente tendencial en una serie es su asociación al largo plazo y que se encuentra determinado por factores reales tales como: acumulación de capital, crecimiento poblacional, cambios en la dotación de factores y cambios en la productividad o en la tecnología. Mientras que el componente del ciclo, es la fluctuación periódica alrededor de esa tendencia de crecimiento originado, por ejemplo, por factores nominales o por *shocks* exógenos. Esta es una característica importante del ciclo, es decir todas las políticas económicas sobre demanda agregada a través de la política monetaria o fiscal, cambiaria o salarial explican el componente cíclico pues, por definición teórica, tienen influencia sobre este componente.

Aunque la mayor parte de la teoría de los ciclos reales reconoce que las fluctuaciones de la economía son el resultado de cambios en las variables fundamentales de la economía como los *shocks* de productividad, también hay una corriente de pensamiento económico que indica que los ciclos pueden deberse simplemente a las expectativas que se formen los agentes económicos sobre los fundamentales de la economía. Este trabajo ha sido desarrollado por Beaudry P., Portier F (2004) donde el canal de transmisión es a través de *shocks* ortogonales a los fundamentales. A esta corriente de pensamiento se la llama “*news shock*” Barsky Sims (2011).

En este caso particular, las series de las principales variables macroeconómicas, pueden descomponerse en una parte tendencial y una parte cíclica; este último componente es el objeto de explicación a través de un modelo DSGE.

Dado que los componentes de toda serie son inobservables, sus características dependen del método utilizado para obtenerlos. En general, en la literatura sobre los modelos DSGE, la tendencia es extraída a través del filtro de Hodrick-Prescott (HP) sobre el logaritmo de cada serie.

El filtro (HP) tiene por objetivo encontrar una tendencia (z_t) suave respecto a cada dato observado (x_t) , por lo tanto, la expresión a minimizar es la siguiente:

$$\text{Min} \quad \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} (x_t - z_t)^2 \quad (2)$$

Sin embargo minimizar la expresión anterior es básicamente llevar $(x_t - z_t)$ a cero, por lo que se agrega una restricción a la minimización, de modo que la ecuación es la siguiente:

$$\sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - z_t) - (z_t - z_{t-1})]^2 = \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - 2z_t + z_{t-1})]^2 \quad (3)$$

La ecuación anterior penaliza la variación en la tendencia, por lo que el problema anterior se convierte en una minimización restringida; planteando el lagrangiano se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{t=-\infty}^{t=\infty} (x_t - z_t)^2 + \lambda \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} [(z_{t+1} - 2z_t + z_{t-1})]^2 \quad (4)$$

La característica de este filtro es que permite eliminar fluctuaciones de frecuencias altas, de esta forma se puede extraer el componente de largo plazo o de baja frecuencia. El ciclo, en tanto se calcula como la diferencia entre el logaritmo de

la serie y el componente de la tendencia anteriormente obtenida y su interpretación, consiste en desviaciones porcentuales de la serie respecto a su tendencia.

También se puede utilizar un filtro lineal³ para la extracción de la tendencia y ciclo; en este caso se supone que el componente tendencial es determinístico a lo largo de la serie y se expresa de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + v_t \quad (5)$$

La idea de agregar otro filtro de descomposición es obtener estadísticas comparables entre ambos, con las que se realizarán comparaciones una vez que el modelo DSGE sea resuelto.

En este trabajo, las estadísticas descriptivas que se emplean para caracterizar los ciclos son: la desviación estándar del ciclo para cada una de las variables macroeconómicas seleccionadas, la desviación relativa de los ciclos respecto al ciclo de la variable en comparación (en el este caso particular se toma al PIB), el coeficiente de correlación del ciclo de cada variable con el ciclo del PIB y el grado de persistencia de los mismos (coeficiente asociado al proceso autorregresivo de orden uno), medido a través de un modelo AR(1).

2.1 Datos

Se analiza los hechos estilizados de las series macroeconómicas de Ecuador con frecuencia anual y en valores reales, para el período 1965-2015, datos correspondientes a las últimas publicaciones de la contabilidad nacional⁴ en Ecuador y que son elaboradas por el Banco Central del Ecuador (BCE).

2.1.1 Hechos estilizados anuales

En el Gráfico 1 se presentan los componentes de la utilización del PIB en niveles, al igual que su participación en el Producto. El PIB, el Gasto de Consumo final de los hogares y la Inversión son crecientes en el tiempo, característica de una serie no estacionaria⁵.

3. También está el filtro Band-Pass.

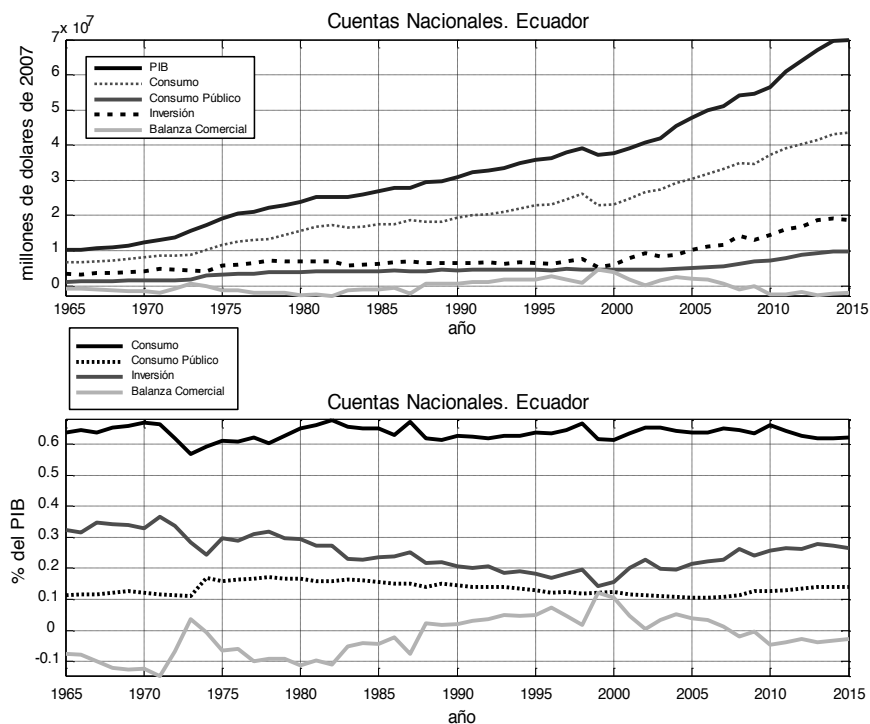
4. Se utiliza la serie anual y trimestral.

5. Una serie es no estacionaria, cuando su función de distribución cambia en el tiempo, por lo tanto, la media y varianza ya no son constantes. Una forma alternativa, para la modelación de estas series, es a través de la diferenciación.

Durante el período analizado, el Gasto de Consumo Final de los Hogares ha mantenido su participación en el PIB y la Inversión, en cambio ha reducido su participación en la economía ya que en el año 1965 representaba el 32% y en el 2015 representa el 27%; mientras que el gasto público se ha incrementado: en el año 1965 era del 11% y en el 2015 fue del 14% del PIB.

Gráfico 1: Evolución del PIB y de sus componentes

Millones de USD de 2007



Fuente: Banco Central del Ecuador

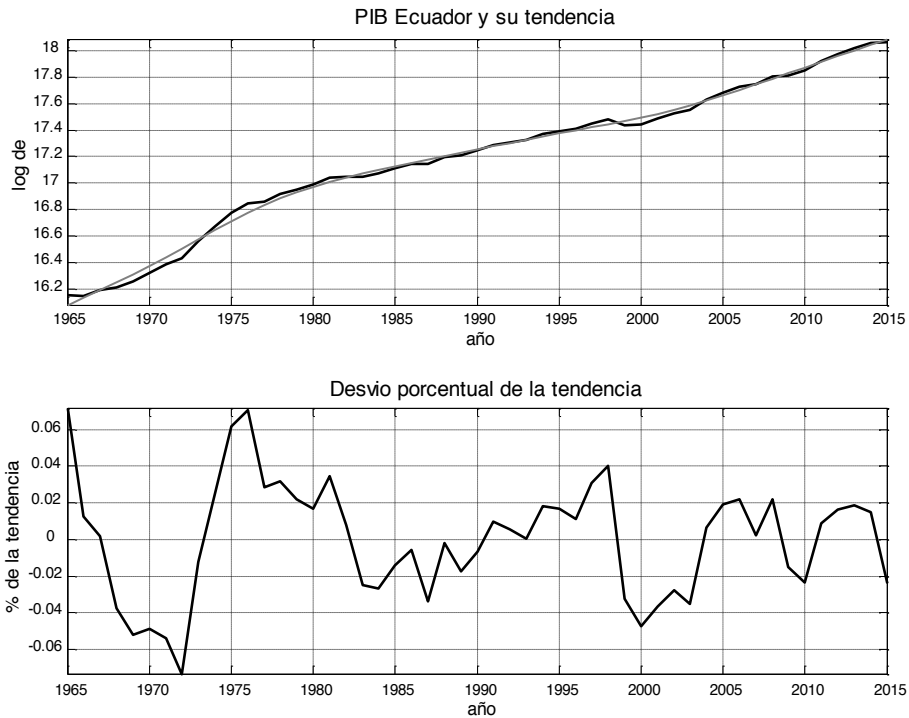
En el Gráfico 2 se procede a aplicar el filtro HP a la serie del PIB; se presenta, por tanto, el componente tendencial, al igual que el componente del ciclo a través de desviaciones porcentuales respecto a su tendencia.

Durante el período analizado, 1972 representa el año de mayor desvío respecto a su tendencia (7% por debajo); en cambio en el período 1973-1976, cuando Ecuador pasó a una explotación petrolera a mayor escala, se presentan los mayores desvíos cíclicos por encima de la tendencia. En este último año el desvío es de 7%.

El análisis es similar: en el año 2000, período de crisis económica (contracción de la actividad económica, inestabilidad en el sector financiero, devaluación de la

moneda nacional, desempleo alto, *shocks* de la naturaleza, etc.) la desviación negativa respecto a la tendencia fue cerca del 5%.

Gráfico 2: Componente tendencial y cíclico del PIB
(Filtro Hodrick and Prescott)

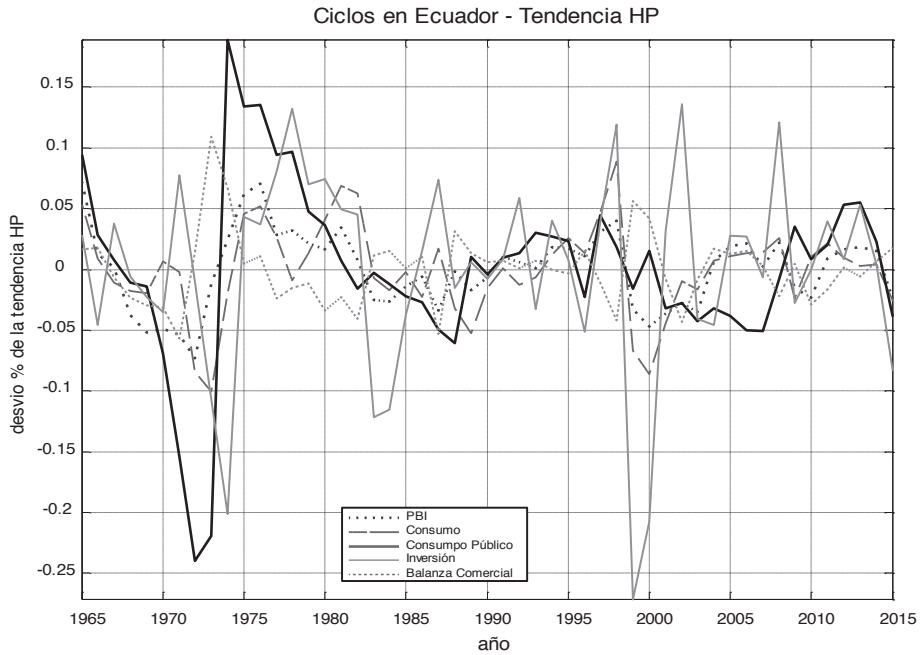


Fuente: Banco Central del Ecuador

Sin embargo, para un mayor análisis y con el objetivo de explicar las variaciones cíclicas en el PIB, el Gráfico 3 presenta el componente cíclico para cada uno de los componentes de la utilización del PIB. El Gasto de Consumo del Gobierno en 1974 representa la mayor desviación por encima de la tendencia (20%), que se explica porque a través de la explotación petrolera el Estado tuvo un crecimiento significativo en sus ingresos, lo que le permitió consecuentemente, incrementar su gasto; y en el año de 1999, con la crisis económica (caída en los precios de exportación del petróleo, inestabilidad en el sistema financiero, *shocks* climáticos como el fenómeno de El Niño, contracción en el producto real del 7%), la inversión productiva real del país cayó en 27.5% por debajo de su tendencia; es decir, durante el período de 1965 a 2015, en los años de la crisis económica, la inversión productiva sufrió la mayor desviación negativa respecto de la tendencia. Esta es la explicación

de por qué en el año 1999 y 2000, el PIB tiene una variación negativa de un 4% y 5% respectivamente, en la tendencia.

Gráfico 3: Componente cíclico del PIB y de sus utilidades
(Filtro Hodrick and Prescott)



Fuente: Banco Central del Ecuador

Para profundizar el análisis, como se mencionó en la introducción, se utilizan ciertos momentos de las variables y los indicadores se presentan en la Tabla 1.

Las regularidades empíricas encontradas son las siguientes: el ciclo del PIB fluctúa, aproximadamente, en 3.2% alrededor de su tendencia; en cambio la Inversión real de la economía fluctúa en 8.2% respecto a su tendencia, variable que presenta la mayor volatilidad entre los agregados macroeconómicos analizados, mientras que las Exportaciones Netas⁶ tienen la menor fluctuación, 3% respecto a la tendencia. El siguiente indicador a utilizar es la relación del desvío de la variable, respecto al desvío estándar del producto (PIB). La Inversión es 2.6 veces más volátil que el PIB, en tanto que las Exportaciones Netas muestran la menor volatilidad respecto al PIB: 0.93 veces. Un indicador adicional es el coeficiente de correlación,

6. Las exportaciones netas son la diferencia entre las exportaciones e importaciones.

las variables son pro-cíclicas, es decir se relacionan positivamente con el PIB y la variable mas correlacionada es el Gasto de Consumo Final de los Hogares.

Tabla 1: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico (Filtro HP) 1965-2015					
	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Con- sumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío estándar σ_x	0.032	0.038	0.074	0.082	0.03
Desvío estándar relativo al PIB σ_x/σ_y	1	1.2	2.3	2.6	0.93
Correlación al PIB σ_{xy}	1	0.69	0.68	0.37	0.059
Persistencia	0.63	0.46	0.57	0.21	0.32

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

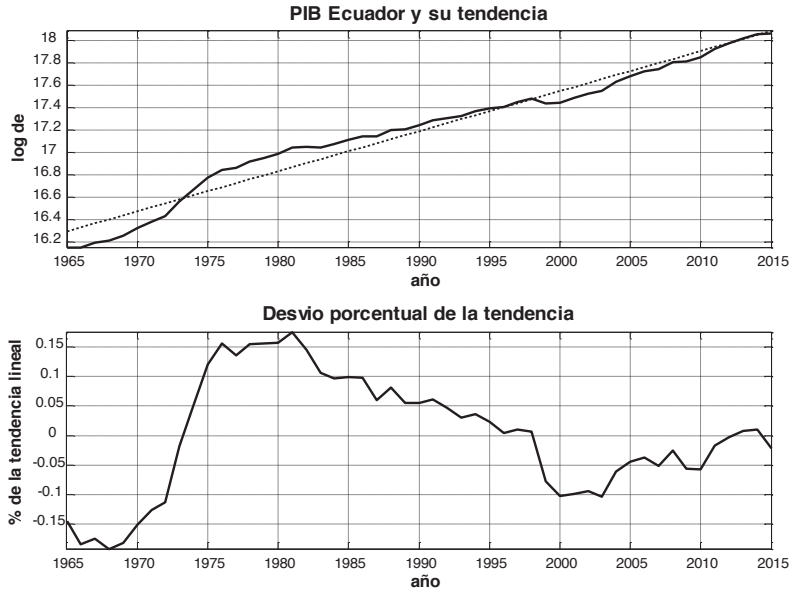
Aunque en la literatura de los modelos DSGE, es común el uso del filtro HP, se presenta como referencia comparativa de los resultados el filtro lineal.

En el Gráfico 4 se descompone la tendencia y el componente cíclico del PIB utilizando el filtro lineal, mientras que en el Gráfico 5 se presentan las desviaciones cíclicas para cada uno de los componentes de las utilidades.

Del análisis de los gráficos (Gráficos 4 y 5), se observa que la economía ecuatoriana antes de 1975 tenía variaciones cíclicas por debajo de su tendencia. A partir de este año hasta 1996, se presentan oscilaciones cíclicas por encima de la tendencia. Las mayores variaciones cíclicas positivas se presentan en 1976 y 1981. En el año 2000, período de crisis económica, el componente cíclico del PIB varió en 10% por debajo de la tendencia.

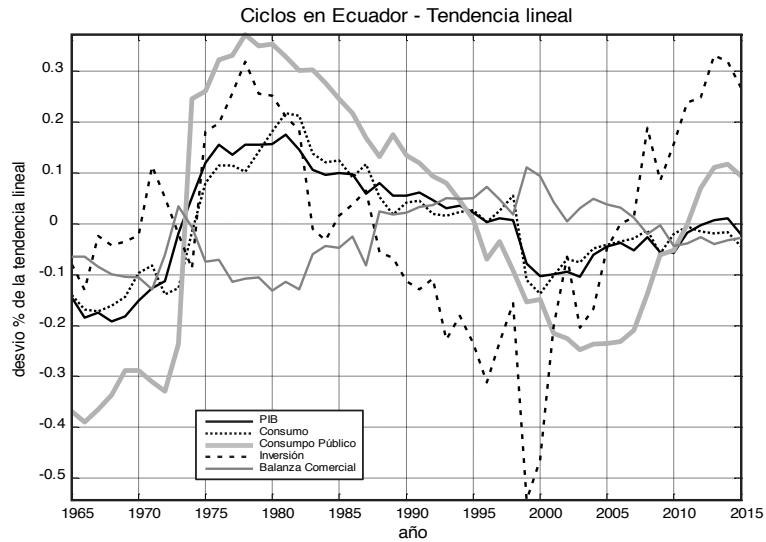
En el Gráfico 5 se observa que a partir de 1973, con la explotación petrolera a mayor escala, el Gasto de Consumo Final del Gobierno tuvo crecimientos cíclicos por encima de la tendencia y significativos en magnitud; en 1978, esta variación es del 40% sobre el producto tendencial. Utilizando el mismo proceso descrito con el filtro HP, en la Tabla 2 se presentan los momentos estadísticos cuando se utiliza el

Gráfico 4: Componente tendencial y cíclico del PIB:
(Filtro Lineal)



Fuente: Banco Central del Ecuador

Gráfico 5: Componente cíclico del PIB y de sus utilidades
(Filtro Lineal)



Fuente: Banco Central del Ecuador

filtro lineal. La volatilidad de las variables respecto a su tendencia se incrementa, comparado con el filtro HP, lo cual es evidente porque el filtro lineal considera un componente determinístico en la tendencia. El Gasto Público tiene la mayor volatilidad respecto a su tendencia 24% y es 2.3 veces más volátil que el Producto. En cambio, la Inversión tiene una volatilidad del 20% respecto a su tendencia y es 1.9 veces más volátil que el PIB. También la persistencia de las variables macroeconómicas es mayor, es decir las variables permanecen varios años por encima o por debajo de su tendencia.

Tabla 2: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico:
(Filtro lineal)
1965-2015

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Con- sumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío estándar σ_x	0.1	0.1	0.24	0.2	0.064
Desvío estándar relativo al PIB σ_x/σ_y	1	0.99	2.3	1.0	0.63
Correlación al PIB σ_{xy}	1	0.94	0.95	0.39	-0.16
Persistencia	0.94	0.9	0.92	0.87	0.84

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

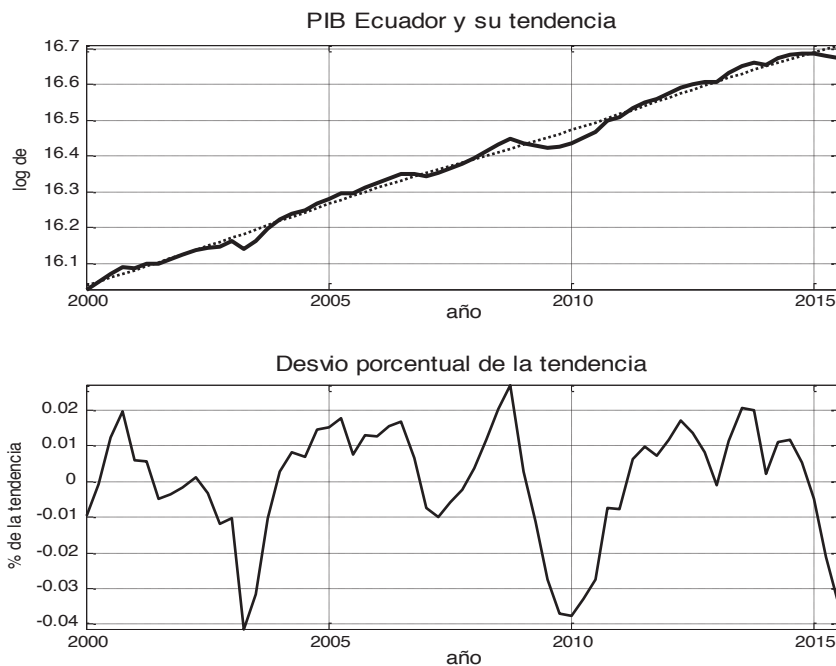
2.1.2 Hechos trimestrales

En esta sección, con el objetivo de explotar las series macroeconómicas, también se utiliza la información con frecuencia trimestral con el objetivo de comparar con los resultados anuales⁷. En este caso, la serie utilizada es 2000.I hasta 2015.III aplicándose igualmente el filtro HP y el Lineal.

De acuerdo al Gráfico 6, la economía ecuatoriana tiene desvíos negativos respecto a la tendencia en los períodos 2003.II, 2009.IV y 2010.I. Las variaciones son: 4.2%, 4.1% y 4.2% respectivamente. De la misma manera, en 2015 (2015.II y 2015.III), las variaciones negativas del ciclo fueron: 2.5% y 4% respectivamente.

7. Tiene un objetivo adicional: la posterior calibración del modelo.

Gráfico 6: Componente tendencial y cíclico del PIB
(Filtro Hodrick and Prescott)



Fuente: Banco Central del Ecuador

En el Gráfico 7 se presentan las variaciones cíclicas de todos los componentes de las utilidades del PIB.

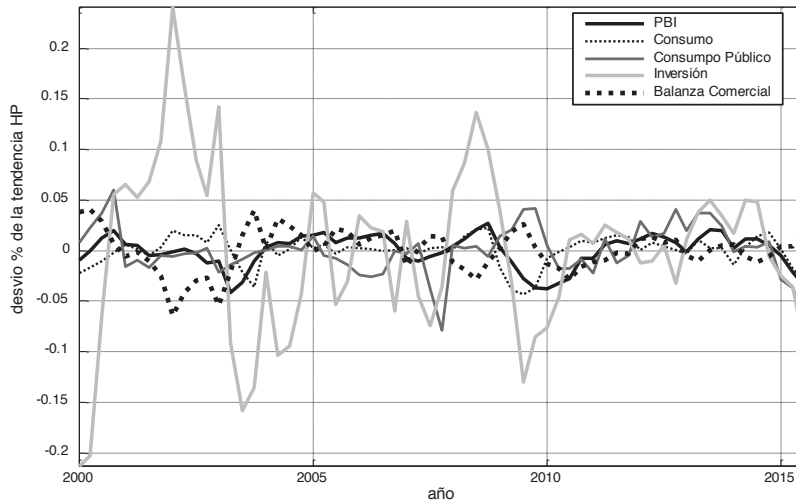
La Inversión productiva del país es muy volátil comparada con las otras variables macroeconómicas: se presentan varios picos por encima y por debajo de la tendencia. En el período 2002.I la inversión es un 24.4% superior a la tendencia y en el año 2015.III es 14.6% inferior a la tendencia.

Este crecimiento por encima de la tendencia, se explica porque en junio del 2001 empezó la construcción del Oleoducto de Crudos Pesados (OCP), inversión que se reflejó en los trimestres siguientes con un crecimiento significativo en la Inversión y, consecuentemente, los efectos multiplicadores sobre la producción, así como también permitió disminuir el castigo que recibía el crudo ecuatoriano por la mezcla entre distintas densidades del petróleo, lo cual llevó, finalmente, a mayores ingresos petroleros para el Gobierno Central.

Gráfico 7: Componente cíclico del PIB y sus utilizaciones:

(Filtro Hodrick and Prescott)

Ciclos en Ecuador - Tendencia HP



Fuente: Banco Central del Ecuador

En la Tabla 3 se confirma que la inversión es la variable que muestra la mayor volatilidad: fluctúa en 8.3% respecto a la tendencia y es 5.1 veces más volátil que el producto. El Gasto de Consumo final del los Hogares tiene la mayor correlación con el PIB y la variable que representa mayor persistencia es el Producto (PIB). El hecho de que una variable tenga una alta persistencia implica que su permanencia por encima o por debajo de su tendencia es prolongada.

Tabla 3: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico

(Filtro HP)

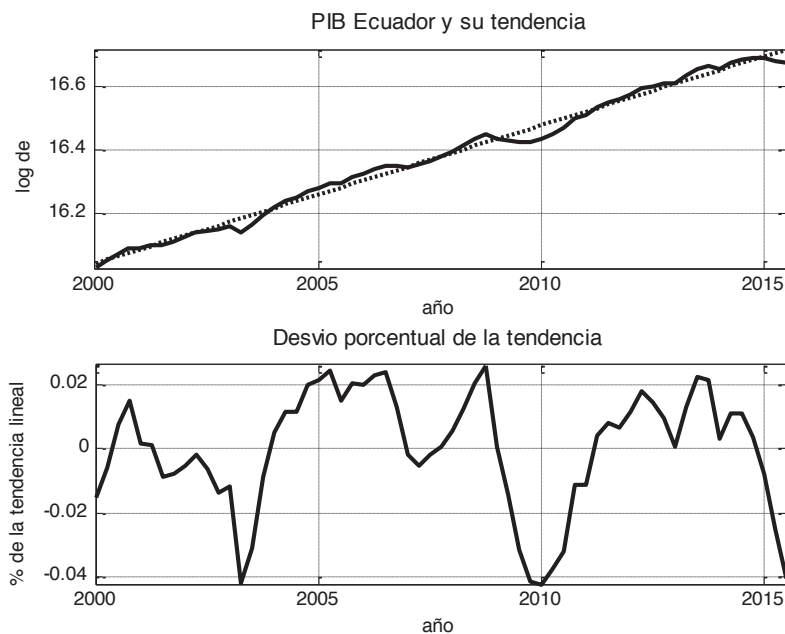
2000.I-2015.III

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Con- sumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío estándar σ_x	0.016	0.015	0.024	0.083	0.021
Desvío estándar relativo al PIB σ_x/σ_y	1.00	0.91	1.50	5.10	1.30
Correlación al PIB σ_{xy}	1.00	0.52	0.25	0.42	0.11
Persistencia	0.83	0.61	0.58	0.65	0.68

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

A continuación, se presentan resultados de utilizar un filtro lineal. En el Gráfico 8 se presenta la tendencia y el ciclo del PIB, y en el Gráfico 9 todos los componentes de su utilización.

Gráfico 8: Componente tendencial y cíclico del PIB
(Filtro Lineal)



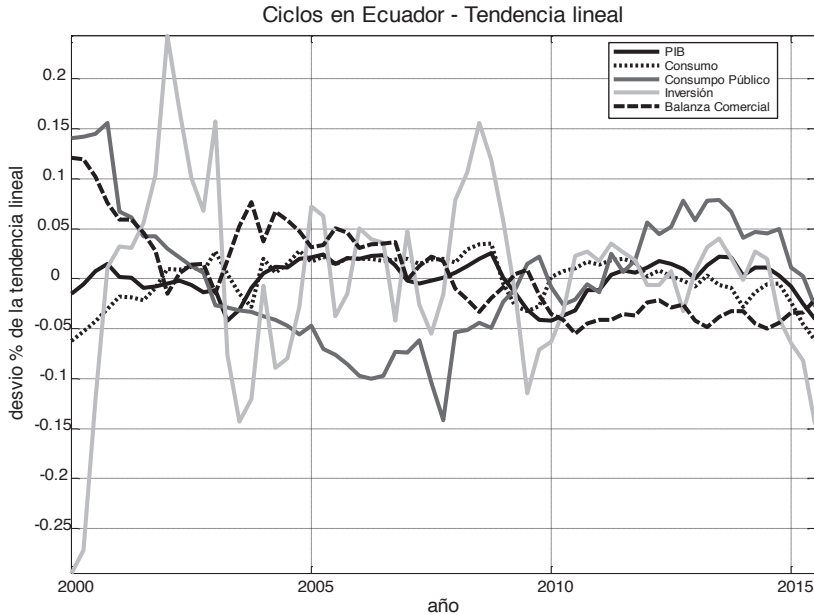
Fuente: Banco Central del Ecuador

Del análisis se evidencia coherencia en los resultados al aplicar el filtro lineal comparado con el filtro HP. Los picos del PIB por encima o por debajo de la tendencia son coincidentes; al igual que la inversión dentro de los agregados macroeconómicos es muy volátil (Gráfico 9).

En la Tabla 4 se presentan los momentos de las variables al utilizar un filtro lineal para analizar el comportamiento cíclico. Los resultados son similares al filtro HP; se confirma que la inversión es la variable más volátil, fluctúa 9.2% respecto a su tendencia y es 5 veces más volátil que el PIB. De igual manera, el Gasto de Gobierno ocupa el segundo lugar en la varianza, su volatilidad es el 6.5% respecto a la tendencia y es 3.5 veces mayor a la volatilidad del producto.

Finalmente, en esta sección descriptiva de los hechos en la Tabla 5, se presentan los momentos estadísticos para la tasa real de interés; es de particular atención conocer los hechos estilizados porque es una variable que afecta a las decisiones de

Gráfico 9: Componente cíclico del PIB y de sus utilizaciones
(Filtro lineal)



Fuente: Banco Central del Ecuador

inversión y consumo, es decir, se aplica el procedimiento de descomponer la serie entre tendencia y ciclo y se analiza este último componente. La volatilidad de las tasas reales pasivas y activas es de 12.4% y 12.3% respectivamente, en relación a su tendencia. Sin embargo, la volatilidad de las tasas son 7 veces la volatilidad del producto y tienen una correlación negativa con el PIB; hechos que se presentan en el período 2000: I-2015: III.

Tabla 4: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico
(Filtro lineal)
Período 2000.I-2015.III

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Con- sumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Desvío estándar σ_x	0.018	0.023	0.065	0.092	0.044
Desvío estándar relativo al PIB σ_x/σ_y	1	1.3	3.5	5	2.4

Tabla 4: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico
(Filtro lineal)
Período 2000.I-2015.III

	PIB Producto Interno Bruto	GCFH Gasto de Con- sumo final de hogares + ISFLSH	G Gasto Público	I Inversión: FBKF+Variación de existencias	XN Exportaciones Netas
Correlación al PIB σ_{xy}	1	0.44	-0.065	0.36	0.1
Persistencia	0.86	0.81	0.9	0.67	0.88

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

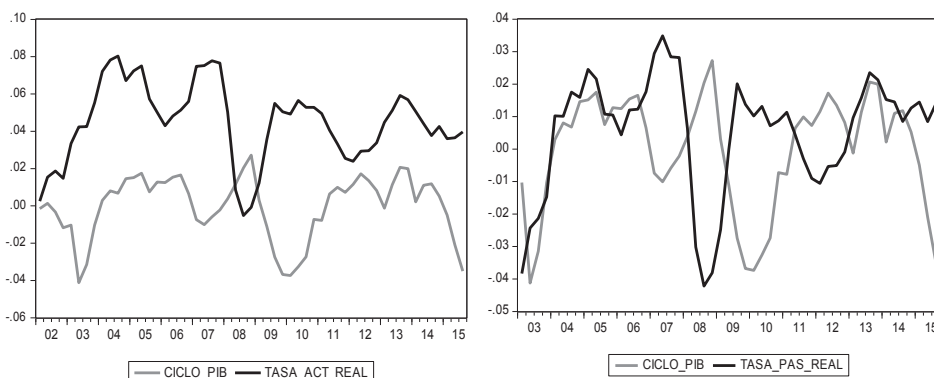
Tabla 5: Momentos estadísticos del comportamiento cíclico:
Filtro lineal Período 2000: I-2015: III

	Tasa Pasiva Real	Tasa Activa Real
Desvío estándar σ_x	0.124	0.123
Desvío estándar relativo al PIB σ_x / σ_y	7.73	7.72
Correlación al PIB σ_{xy}	-0.10	-0.12

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

En el Gráfico 10 se presenta una comparación entre el ciclo del PIB y las tasas reales. Con una correlación pequeña (magnitud), como se indica en la Tabla 5, las tasas son a cíclicas respecto al PIB.

Gráfico 10: Evolución del ciclo del PIB y de las tasas de interés activa y pasiva reales



Fuente: Banco Central del Ecuador

III. MODELO

Para estudiar el ciclo de la economía, en el caso particular de esta investigación, se utiliza como herramienta un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE), que permite relacionar y explicar las variables macroeconómicas reales como: PIB, Consumo, Inversión, mercado de trabajo, a través del número de personas ocupadas o también a través del número de horas laborales y el mercado monetario a través de la demanda de saldos reales y la tasa de interés.

En el mercado de trabajo, Hansen, (1985), la rigidez laboral hace referencia a que los empresarios pueden demandar una jornada laboral fija, es decir se pueden contratar trabajadores únicamente a tiempo completo, característica extensiva en la contratación laboral para la economía ecuatoriana. De igual manera, los trabajadores están dispuestos a ofrecer su trabajo también por una jornada completa, porque existen costos que no se compensan o son poco atractivos para una modalidad de trabajo parcial. Esto es llamado por Hansen (1985) trabajo indivisible, en el cual los trabajadores trabajan a tiempo completo o no trabajan.

A continuación se procede a analizar a los actores que intervienen en esta economía y que permitirán explicar los ciclos para la economía ecuatoriana.

3.1 Empresas

Las empresas son unidades institucionales, que tienen como característica demandar trabajo y capital, y ofrecer bienes y servicios para el conjunto de consumidores de la economía. Las firmas son maximizadoras su beneficio y se considera que hay una sola firma (también se puede suponer que hay un gran número de empresas homogéneas), la misma que tiene acceso a una tecnología descrita por una función de producción de tipo Cobb-Douglas.

Esta función de producción es característica de los mercados en competencia perfecta, por lo que se considera una función con rendimientos constantes a escala.

La función de producción es la siguiente:

$$\begin{aligned} f(\lambda_t, K_t, H_t) &= \lambda_t K_t^\theta H_t^{1-\theta} \\ y_t &= \lambda_t K_t^\theta H_t^{1-\theta} \end{aligned} \tag{6}$$

Donde (H_t) representa el empleo, (K_t) el stock de capital y (λ_t) es un *shock* estocástico de productividad.

La firma enfrenta el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \min \quad & w_t h_t + r_t k_t \\ \text{sujeto a: } \quad & y_t = \lambda_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} \end{aligned} \quad (7)$$

Para resolver el problema se plantea el lagrangiano, con lo que las condiciones de primer orden son:

$$L = \lambda_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - (w_t h_t + r_t k_t) \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = \theta \lambda_t k_t^{\theta-1} h_t^{1-\theta} - r_t = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = (1-\theta) k_t^\theta h_t^{-\theta} - w_t = 0 \quad (10)$$

De la ecuación 9 se obtiene que la productividad marginal del capital es igual a la tasa del costo de alquiler del capital.

$$r_t = \theta \lambda_t k_t^{\theta-1} H_t^{1-\theta} \quad (11)$$

De igual manera, en la ecuación 10, la productividad marginal del trabajo debe ser igual al salario.

$$w_t = (1-\theta) \lambda_t k_t^\theta H_t^{-\theta} \quad (12)$$

El supuesto de que la tecnología tiene retornos constantes a escala implica que las firmas tienen en el equilibrio utilidad cero, lo cual lleva a suponer que es igualmente válido tener una firma o un continuo de firmas.

Finalmente, al considerar que la economía es cerrada, la producción de las firmas tiene dos utilidades, el consumo por parte de los hogares o la inversión.

$$C_t + I_t \leq \lambda_t k_t^\theta H_t^{1-\theta} \quad (13)$$

Y la dinámica del modelo se presenta en la inversión, ya que tiene como finalidad la acumulación del capital y la producción futura. Para la ecuación del *stock* de capital se realiza una innovación al considerar que esta tiene un costo de ajuste y es la siguiente función:

$$k_{t+1} = k_t (1-\delta) - \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 + I_t \quad 0 \leq \delta \leq 1 \quad (14)$$

De la ecuación 14, el parámetro (δ) corresponde a la tasa de depreciación del capital y se agrega un costo de ajuste a la inversión (ϕ), el mismo que es una función cuadrática que penaliza la acumulación de capital por encima o por debajo del período anterior en la misma proporción.

3.2 Hogares

La economía está constituida por un conjunto continuo de hogares que tienen la característica de ser idénticos y que viven infinitos períodos. Al suponer que existen infinitos hogares se los puede representar a través del intervalo abierto $(0,1)$; de esta manera se puede pensar también que existe un hogar representativo.

Los hogares son dueños de las empresas y, por lo tanto, de los factores de producción (capital y trabajo), de los que exigen, consecuentemente, el pago de salarios (w_t) y un retorno por el capital invertido (r_t)⁸.

También los hogares, al ser dueños de las empresas, piden el beneficio o la ganancia de la empresa al final del período contable, pero en el equilibrio, como se mencionó anteriormente y bajo mercados de competencia perfecta, este beneficio es igual a cero.

En cuanto a las preferencias de los hogares, ellos demandan bienes y servicios (c_t), tiempo de ocio (l_t) y, además, saldos reales de dinero (m_t / p_t).

Los hogares, en esta economía, son maximizadores de utilidad esperada $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \mu(c_t, l_t, m_t / p_t)$, en donde: β es la tasa de descuento de los hogares que se encuentra en el intervalo $0 < \beta < 1$, c_t es el consumo, (l_t) es el ocio y (m_t / p_t) es la demanda de saldos reales; es decir, los hogares reciben utilidad por consumo, saldos reales de dinero y por ocio.

La forma funcional anterior introduce dinero en la función de utilidad, una variación respecto al trabajo original de Hansen, (1985); esta forma funcional indica que las derivadas parciales son positivas en ambos argumentos y la segunda derivada es negativa, lo que indica que la función de utilidad es cóncava. Los hogares, se asume, tienen la siguiente forma funcional en sus decisiones:

$$U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, l_t^i\right) = U\left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i\right) \quad (15)$$

8. En este caso, dado que los hogares son los dueños del capital, lo alquilan a las empresas. Las empresas demandan capital, hasta su costo marginal; en este caso, es el retorno por alquiler.

Este sector, al elegir maximizar la utilidad esperada, decide una secuencia óptima de las siguientes variables:

$$\left\{ c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, k_{t+1}^i, h_t^i \right\}_{t=0}^{t=\infty} \quad (16)$$

La forma funcional anterior representa las variables que maximizan la utilidad esperada descontada del hogar, por lo tanto, el agente representativo resuelve el siguiente problema de optimización:

$$MAX_{\{c_t^i, l_t^i, m_t^i / p_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i \right) \quad (17)$$

Sujeta a la restricción intertemporal del ingreso:

$$c_t^i + l_t^i + \frac{M_t^i}{p_t} = w_t h_t^i + r_t k_t^i + \frac{M_{t-1}^i}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}^i}{p_t} \quad (18)$$

$$c_t^i + k_{t+1}^i + \frac{\phi}{2} (k_{t+1}^i - k_t^i)^2 + \frac{M_t^i}{p_t} = w_t h_t^i + r_t k_t^i + (1 - \delta) k_t^i + \frac{M_{t-1}^i}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}^i}{p_t}$$

Donde $(g_t - 1)M_{t-1}^i$ es una transferencia de suma fija que la autoridad monetaria transfiere al hogar en el período t .

Se asume que los agentes económicos toman sus decisiones en base a toda la información disponible en el período t ; ellos deciden cuánto ofertar de trabajo al salario (w_t) y cuánto ofertar de servicios de capital a la renta (r_t); implícitamente, está presente el concepto de expectativas racionales, ya que en sus decisiones incluyen un horizonte de tiempo infinito.

Se considera la siguiente función de utilidad de Hansen (1985), a la que se agrega una demanda de saldos reales:

$$U \left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, l_t^i \right) = U \left(c_t^i, \frac{M_t^i}{p_t}, 1 - h_t^i \right) = \ln c_t^i + D \ln \left(\frac{M_t^i}{p_t} \right) + B h_t^i \quad (19)$$

De la ecuación 19, la constante $D > 0$ y $B = \frac{A \ln(1 - h_0)}{h_0}$ ⁹

La resolución del problema de maximización intertemporal para el hogar es la siguiente:

9. A es una constante y h_0 es el tiempo promedio dedicado al trabajo.

$$L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \ln c_t^i + D \ln \left(\frac{M_t^i}{P_t} \right) + B h_t^i + \lambda_t \left[w_t h_t^i + r_t k_t^i + (1-\delta) k_t^i + \frac{M_t^i}{P_t} (g_t - 1) \frac{M_t^i}{P_t} c_t^i - k_{t+1}^i \right] - \frac{\phi}{2} (k_{t+1}^i - k_t^i)^2 - \frac{M_t^i}{P_t} \right\} \quad (20)$$

Las condiciones de optimalidad de la ecuación 20, son las siguientes:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \beta^t \frac{1}{c_t^i} - \beta^t \lambda_t = 0 \quad \lambda_t = \frac{1}{c_t^i} \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = \beta^t B + \beta^t \lambda_t w_t = 0$$

$$-B = \lambda_t w_t$$

$$-B = \frac{1}{c_t^i} w_t \quad (22)$$

$$\frac{-B}{w_t} = \frac{1}{c_t^i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} = \beta^t \lambda_t (-1) - \beta^t \lambda_t \phi (k_{t+1} - k_t) + \beta^{t+1} E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-\delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] = 0$$

$$\beta^{t+1} E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-\delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] = \beta^t \lambda_t + \beta^t \lambda_t \phi (k_{t+1} - k_t)$$

$$\beta E_t \lambda_{t+1} [r_{t+1} + (1-\delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] = \lambda_t [1 + \phi (k_{t+1} - k_t)] \quad (23)$$

$$\beta E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} [r_{t+1} + (1-\delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] = \frac{1}{c_t^i} [1 + \phi (k_{t+1} - k_t)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial M_t} = \beta^t D \frac{1}{M_t / P_t} + \beta^t \lambda_t \left(-\frac{1}{P_t} \right) + \beta^{t+1} E_t \lambda_{t+1} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) = 0$$

$$\frac{D}{m_t} + \beta E_t \lambda_{t+1} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) = \frac{\lambda_t}{P_t}$$

$$\frac{D}{m_t} + \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} \left(\frac{1}{P_{t+1}} \right) = \frac{1}{c_t^i P_t} \quad (24)$$

$$\frac{1}{c_t^i} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) + \frac{D P_t}{m_t}$$

De estas condiciones se desprende que es una economía en la que no hay externalidades, ni tampoco distorsiones de precios o salarios, por lo tanto, se cumple el Primer Teorema del Bienestar; y el equilibrio de esta economía corresponde a un equilibrio competitivo.

Se agregan los *shocks* de productividad y la regla de tasa de crecimiento del dinero que es exógena.

Para el *shock* de productividad:

$$\ln \lambda_t = \gamma \ln \lambda_{t-1} + \varepsilon_t^\lambda \quad (25)$$

La tasa de crecimiento del dinero:

$$\ln g_t = (1 - \pi) \ln \bar{g} + \pi \ln g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (26)$$

En la ecuación 26, \bar{g} representa la tasa estacionaria de crecimiento del dinero.

Los *shocks* (productividad y tasa de crecimiento del dinero) tienen distribución normal, con media cero y varianza constante¹⁰.

$$\varepsilon_t^i \sim N(0, \sigma^i) \quad i = \lambda, g \quad (27)$$

Hasta ahora se ha logrado completar una especificación del sistema económico a través de preferencias, tecnología y *shocks* estocásticos. En cada período de tiempo se intercambian cuatro bienes: trabajo, producción, servicios de capital y saldos reales de dinero.

Es un sistema con 8 ecuaciones y con 8 incógnitas más dos *shocks* estocásticos (el *shock* de productividad y el *shock* de crecimiento exógeno del dinero).

La secuencia de las variables es: $\{c_t, y_t, k_{t+1}, r_t, w_t, h_t, p_t, m_t / p_t\}$

Dado que en esta economía hay un continuo de agentes y de empresas homogéneas, para cada período de tiempo t , se cumple la siguiente condición:

10. Los *shocks* son estacionarios; de esta manera se pueden observar las funciones impulso-respuesta sobre las variables macroeconómicas y cómo este va decreciendo en el tiempo.

$$\begin{aligned}
 C_t &= c_t^i \quad \forall t \\
 Y_t &= y_t^i \quad \forall t \\
 M_t &= m_t^i \quad \forall t \\
 H_t &= h_t^i \quad \forall t \\
 K_t &= k_t^i \quad \forall t \\
 W_t &= w_t^i \quad \forall t
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Para la resolución de un modelo de (DSGE) se deben usar métodos numéricos, ya que corresponde a un sistema de ecuaciones en diferencias y en tiempo infinito. El trabajo pionero es de Blanchard y Kahn (1980), quienes determinan las condiciones para la existencia de un equilibrio. Adicionalmente, existen varios métodos de resolución, entre los que se destacan el de coeficientes indeterminados de McCallum (1983), el de la descomposición QZ de Klein (2000), el de Sims (2000), el de King y Watson (1998), y el de Uhlig (1990).

El procedimiento para la resolución del modelo es encontrar las ecuaciones de movimiento para cada una de las variables en estado estacionario; etapa que ha sido llevada a cabo. Por lo tanto, el siguiente paso es encontrar el estado estacionario y "log linealizar" el sistema para posteriormente resolverlo.

3.3 Cálculo del estado estacionario no estocástico

El estado estacionario se define como aquella situación en la cual las variables son invariantes en el tiempo. En el caso de las variables que tienen un proceso estocástico (el *shock* de productividad y la tasa de crecimiento del dinero) se supone que estas tienen su valor esperado.

La secuencia en el estado estacionario no estocástica es:

$$\{\bar{Y}, \bar{C}, \bar{H}, \bar{K}, \bar{W}, \bar{r}, \bar{p}, \bar{m}\}
 \tag{29}$$

En estado estacionario, la tasa de crecimiento del dinero $g = \bar{g}$ y la tasa de inflación, consecuentemente está definida como:

$$\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \bar{g}
 \tag{30}$$

De la ecuación (23) se obtiene:

$$1 = \beta [\bar{r} + (1 - \delta)]$$

$$\bar{r} = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta) \quad (31)$$

De la ecuación (22), correspondiente a la utilidad marginal del ocio, se obtiene:

$$-\frac{B}{\bar{w}} = \frac{1}{\bar{c}} \quad \bar{c} = -\frac{\bar{w}}{B} \quad (32)$$

La ley de movimiento del capital $k_{t+1} + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 = (1 - \delta)k_t + i_t$ implica que en estado estacionario:

$$\bar{i} = \delta \bar{K} \quad (33)$$

De la condición de factibilidad, en una economía cerrada y reemplazando la inversión por su estado estacionario, se obtiene:

$$\bar{y} = \bar{c} + \bar{i} \quad \bar{y} = \bar{c} + \delta \bar{K} \quad \bar{y} = \bar{z} \bar{K}^\theta \bar{H}^{1-\theta} \quad (34)$$

De la ecuación 6, y con $\lambda = 1$ se resuelve:

$$\bar{r} = \theta \bar{K}^{\theta-1} \bar{H}^{1-\theta}$$

$$\bar{r} = \theta \bar{K}^{\theta-1} \bar{H}^{-(\theta-1)} \quad (35)$$

$$\bar{r} = \theta \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^{\theta-1} \quad \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} = \frac{\bar{K}}{\bar{H}}$$

Se sabe también que de la ecuación 12:

$$\bar{w} = (1 - \theta) \bar{K}^\theta \bar{H}^{-\theta} \quad \bar{w} = (1 - \theta) \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}} \right)^\theta$$

$$\bar{w} = (1 - \theta) \left[\left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} \right]^\theta \quad (36)$$

$$\bar{w} = (1 - \theta) \left[\left(\frac{\theta}{\bar{r}} \right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} \right]$$

De la ecuación 24 se sigue:

$$\begin{aligned}\frac{1}{P_t C_t} &= \beta E_t \frac{1}{P_{t+1} C_{t+1}} + D \frac{1}{M_t} \\ \frac{1}{C_t} &= \beta E_t \frac{P_t}{P_{t+1} C_{t+1}} + D \frac{P_t}{M_t} \\ \frac{1}{\bar{C}} &= \beta \frac{1}{\bar{C}\bar{\pi}} + D \frac{\bar{P}}{\bar{M}}\end{aligned}$$

Multiplicando la ecuación anterior por \bar{C} :

$$\begin{aligned}1 &= \beta \frac{1}{\bar{\pi}} + D\bar{C} \frac{\bar{P}}{\bar{M}} \\ 1 &= \beta \frac{1}{\bar{g}} + D\bar{C} \frac{1}{\bar{M} / \bar{P}} \\ 1 - \beta \frac{1}{\bar{g}} &= \frac{D\bar{C}}{\bar{M} / \bar{P}} \\ \bar{M} / \bar{P} &= D \left(\frac{\bar{g}\bar{C}}{\bar{g} - \beta} \right)\end{aligned}\tag{37}$$

Para determinar el nivel de producción, se parte de la ecuación 35:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\bar{r}}{\theta}\right) &= \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}}\right)^{\theta-1} & \left[\left(\frac{\bar{r}}{\theta}\right)\right]^{-1} &= \left[\left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}}\right)^{\theta-1}\right]^{-1} \\ \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right) &= \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}}\right)^{-(\theta-1)} & \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right) &= \left(\frac{\bar{K}}{\bar{H}}\right)^{1-\theta}\end{aligned}\tag{38}$$

El nivel de producción en estado estacionario es:

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \bar{K}^\theta \bar{H}^{1-\theta} \\ \frac{\bar{K}}{\bar{H}} &= \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{1-\theta}} & \frac{\bar{H}}{\bar{K}} &= \left[\left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}\right]^{-1} & \frac{\bar{H}}{\bar{K}} &= \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{-\frac{1}{1-\theta}} \\ \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{-\frac{1}{1-\theta}} & \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{-\frac{1}{-(\theta-1)}} & \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\theta}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}\end{aligned}\tag{39}$$

Finalmente, se puede determinar el nivel de producción en estado estacionario:

$$\bar{Y} = \bar{K}^\theta \left[\bar{K} \left(\frac{\theta}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \right]^{1-\theta} \quad \bar{Y} = \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) \quad (40)$$

Ahora se determina el *stock* de capital en estado estacionario:

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \bar{C} + \bar{I} \\ \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) &= \bar{C} + \delta \bar{K} & \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) - \delta \bar{K} &= \bar{C} \\ \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} - \delta \right) &= \bar{C} & \bar{K} &= \frac{\bar{C}}{\left(\frac{\bar{r}}{\theta} - \delta \right)} \end{aligned} \quad (41)$$

Ahora se determina el número de horas trabajadas:

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \bar{K}^\theta \bar{H}^{1-\theta} \\ \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) &= \bar{K}^\theta \bar{H}^{1-\theta} \\ \frac{\bar{K}}{\bar{K}^\theta} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) &= \bar{H}^{1-\theta} & \bar{K}^{1-\theta} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) &= \bar{H}^{1-\theta} & \left[\bar{K}^{1-\theta} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right) \right]^{\frac{1}{1-\theta}} &= \left[\bar{H}^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \\ \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\bar{r}}{\theta} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} & \bar{H} &= \bar{K} \left(\frac{\theta}{\bar{r}} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \end{aligned} \quad (42)$$

3.4 "Log linealización" del modelo

Una vez que se tienen los valores estacionarios para cada una de las variables del modelo, el siguiente paso corresponde a encontrar las desviaciones porcentuales respecto a ese estado estacionario. En la log linealización se utiliza la aproximación de primer orden.

Y las variables log linealizadas son: $\{\hat{K}_t, \hat{M}_t, \hat{P}_t, \hat{r}_t, \hat{W}_t, \hat{C}_t, \hat{Y}_t, \hat{H}_t\}$, mas las variables de los *shocks* estocásticos $\{\hat{\lambda}_t, \hat{\varepsilon}_t\}$.

De la ecuación 22 se obtiene la ecuación de movimiento para el consumo y el salario de la economía ecuatoriana.

$$\begin{aligned}
 \frac{-B}{w_t} &= \frac{1}{c_t} \quad -B(c_t) = w_t \\
 -B\bar{c}e^{\hat{c}_t} &= \bar{w}e^{\hat{w}_t} \\
 -B\bar{c}(1+\hat{c}_t) &= \bar{w}(1+\hat{w}_t) \\
 -B\bar{c} - B\bar{c}\hat{c}_t &= \bar{w} + \bar{w}\hat{w}_t \\
 -B\bar{c}\hat{c}_t &= \bar{w}\hat{w}_t \\
 \hat{c}_t = \hat{w}_t \quad \hat{c}_t - \hat{w}_t &= 0 \quad \hat{w}_t - \hat{c}_t = 0
 \end{aligned} \tag{43}$$

De la ecuación 23 correspondiente a la ley de movimiento del capital, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 E_t \frac{1}{c_{t+1}^i} [r_{t+1} + (1-\delta) + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})] &= \frac{1}{\beta c_t^i} [1 + \phi(k_{t+1} - k_t)] \\
 \frac{1}{\beta} [1 + \phi(\bar{k}e^{\hat{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\hat{k}_t})] &= E_t e^{\hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}} [(1-\delta) + \phi(\bar{k}e^{\hat{k}_{t+2}} - \bar{k}e^{\hat{k}_{t+1}}) + \bar{r}e^{\hat{r}_{t+1}}] \\
 1 + \phi[\bar{k}(1+\hat{k}_{t+1}) - \bar{k}(1+\hat{k}_t)] &= \beta E_t (1 + \hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}) [(1-\delta) + \bar{r}(1+\hat{r}_{t+1}) + \phi[\bar{k}(1+\hat{k}_{t+2}) - \bar{k}(1+\hat{k}_{t+1})]] \\
 1 + \phi[\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \bar{k}\hat{k}_t] &= \beta E_t (1 + \hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}) \left[\frac{1}{\beta} + \bar{r}\hat{r}_{t+1} + \phi(\bar{k}\hat{k}_{t+2} - \bar{k}\hat{k}_{t+1}) \right] \\
 1 + \phi[\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \bar{k}\hat{k}_t] &= \beta + \beta\hat{c}_t - \beta E_t \hat{c}_{t+1} \left[\frac{1}{\beta} + \bar{r}\hat{r}_{t+1} + \phi(\bar{k}\hat{k}_{t+2} - \bar{k}\hat{k}_{t+1}) \right] \\
 1 + \phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \phi\bar{k}\hat{k}_t &= 1 + \hat{c}_t - E_t \hat{c}_{t+1} + \beta\bar{r}\hat{r}_{t+1} + \beta\bar{r}\hat{c}_t \hat{r}_{t+1} - \beta\bar{r}\hat{c}_{t+1} \hat{r}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+2} + \beta\phi\bar{k}\hat{c}_t \hat{k}_{t+2} \\
 &\quad + \beta\phi\bar{k}E_t \hat{c}_{t+1} \hat{k}_{t+2} - \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \beta\phi\bar{k}\hat{c}_t \hat{k}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}E_t \hat{c}_{t+1} \hat{k}_{t+1} \\
 \phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \phi\bar{k}\hat{k}_t &= \hat{c}_t - E_t \hat{c}_{t+1} + \beta\bar{r}\hat{r}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+2} - \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} \\
 \phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} - \phi\bar{k}\hat{k}_t \hat{c}_t - \hat{c}_t + E_t \hat{c}_{t+1} &- \beta\bar{r}\hat{r}_{t+1} - \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+2} = 0 \\
 \beta\bar{r}E_t \hat{r}_{t+1} + \hat{c}_t - E_t \hat{c}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+2} - (1+\beta)\phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} &+ \phi\bar{k}\hat{k}_t = 0 \\
 \hat{w}_t + \beta\bar{r}E_t \hat{r}_{t+1} - E_t \hat{w}_{t+1} + \beta\phi\bar{k}\hat{k}_{t+2} - (1+\beta)\phi\bar{k}\hat{k}_{t+1} &+ \phi\bar{k}\hat{k}_t = 0
 \end{aligned} \tag{44}$$

Ahora, de la ecuación 18 correspondiente a la restricción presupuestaria se obtiene:

$$\begin{aligned}
 c_t + k_{t+1} + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 &= w_t h_t + r_t k_t + (1 - \delta)k_t \\
 \bar{c}_t + \bar{k}_{t+1} + \frac{\phi}{2}(\bar{k}_{t+1} - \bar{k}_t)^2 &= \bar{w}_t \bar{h}_t + \bar{r}_t \bar{k}_t + (1 - \delta)\bar{k}_t \\
 \bar{c}e^{\bar{c}_t} + \bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} + \frac{\phi}{2}(\bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\bar{k}_t})^2 &= \bar{w}\bar{h}e^{\bar{w}_t + \bar{h}_t} + \bar{r}\bar{k}e^{\bar{r}_t + \bar{k}_t} + (1 - \delta)\bar{k}e^{\bar{k}_t} \\
 \bar{c}(1 + \bar{c}_t) + \bar{k}(1 + \bar{k}_{t+1}) &= \bar{w}\bar{h}(1 + \bar{w}_t + \bar{h}_t) + \bar{r}\bar{k}(1 + \bar{r}_t + \bar{k}_t) + \bar{k}(1 - \delta)(1 + \bar{k}_t) - \frac{\phi}{2}(\bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\bar{k}_t})^2 \\
 \bar{c} + \bar{c}\bar{c}_t + \bar{k} + \bar{k}\bar{k}_{t+1} &= \bar{w}\bar{h} + \bar{w}\bar{h}\bar{w}_t + \bar{w}\bar{h}\bar{h}_t + \bar{r}\bar{k} + \bar{r}\bar{k}\bar{r}_t + \bar{r}\bar{k}\bar{k}_t + (1 - \delta)\bar{k} + (1 - \delta)\bar{k}\bar{k}_t - \frac{\phi}{2}(\bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\bar{k}_t})^2 \\
 \bar{c}\bar{c}_t + \bar{k}\bar{k}_{t+1} - \bar{w}\bar{h}\bar{w}_t - \bar{w}\bar{h}\bar{h}_t - \bar{r}\bar{k}\bar{r}_t - \bar{r}\bar{k}\bar{k}_t - (1 - \delta)\bar{k}\bar{k}_t - \frac{\phi}{2}(\bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\bar{k}_t})^2 &= 0 \\
 \bar{c}\bar{c}_t + \bar{k}\bar{k}_{t+1} - \bar{w}\bar{h}\bar{w}_t - \bar{w}\bar{h}\bar{h}_t - \bar{r}\bar{k}\bar{r}_t - \bar{k}\bar{k}_t[\bar{r} + (1 - \delta)] - \frac{\phi}{2}(\bar{k}e^{\bar{k}_{t+1}} - \bar{k}e^{\bar{k}_t})^2 &= 0
 \end{aligned}$$

Dado que corresponde a una aproximación de Taylor de primer orden, el último elemento es igual a cero.

$$\bar{c}\bar{c}_t + \bar{k}\bar{k}_{t+1} - \bar{w}\bar{h}\bar{w}_t - \bar{w}\bar{h}\bar{h}_t - \bar{r}\bar{k}\bar{r}_t - \bar{k}[\bar{r} + (1 - \delta)]\bar{k}_t = 0 \quad (45)$$

De la ecuación 24 correspondiente a la demanda de saldos reales, la ecuación log linealizada es:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c_t} &= \beta E_t \frac{P_t}{P_{t+1} c_{t+1}} + D \frac{P_t}{M_t} \\
 \frac{1}{\bar{c}e^{\bar{c}_t}} &= \beta E_t \frac{\bar{P}e^{\bar{P}_t}}{\bar{P}e^{\bar{P}_{t+1}} \bar{c}e^{\bar{c}_{t+1}}} + D \frac{\bar{P}e^{\bar{P}_t}}{\bar{M}e^{\bar{M}_t}} \\
 \frac{e^{-\bar{c}_t}}{\bar{c}} &= \beta \frac{1}{\bar{c}} E_t e^{\bar{P}_t - \bar{P}_{t+1} + \bar{c}_t} + D \frac{\bar{P}}{\bar{M}} e^{\bar{M}_t} \\
 e^{-\bar{c}_t} &= \beta E_t e^{\bar{P}_t - \bar{P}_{t+1} + \bar{c}_t} + D \frac{\bar{P}\bar{c}}{\bar{M}} e^{\bar{M}_t}
 \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
 (1 - \bar{c}_t) &= \beta E_t (1 + \hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} - \hat{c}_{t+1}) + D \frac{\bar{P}\bar{c}}{\bar{M}} (1 + \hat{P}_t - \hat{M}_t) \\
 1 - \bar{c}_t &= \beta + \beta E_t (\hat{P}_t - \hat{P}_{t+1} + \hat{c}_{t+1}) + D \frac{\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} + D \frac{\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} (\hat{P}_t - \hat{M}_t) \\
 \frac{\beta}{\bar{c}} + \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} &= \beta + \beta \hat{P}_t - \beta E_t \hat{P}_{t+1} - \beta E_t \hat{c}_{t+1} + \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} + \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{P}_t - \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{M}_t + \hat{c}_t \\
 \hat{c}_t + \left[\beta + \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \right] \hat{P}_t - \beta E_t \hat{c}_{t+1} - \beta E_t \hat{P}_{t+1} - \frac{D\bar{c}}{\bar{M} / \bar{P}} \hat{M}_t &= 0
 \end{aligned}$$

Ahora se procede a log linealizar la función de producción

$$\widehat{y}_t - \widehat{\lambda}_t - \theta \widehat{k}_t - (1-\theta) \widehat{h}_t = 0 \quad (47)$$

Y la función de retorno del capital log linealizada es:

$$\widehat{r}_t - \widehat{\lambda}_t - (\theta-1) \widehat{k}_t - (1-\theta) \widehat{h}_t = 0 \quad (48)$$

Para la función del salario, la ecuación es:

$$\widehat{w}_t - \widehat{\lambda}_t - \theta \widehat{k}_t + \theta \widehat{h}_t = 0 \quad (49)$$

De la ecuación de crecimiento del dinero, se obtiene:

$$M_t = g_t M_{t-1} \\ \log M_t = \log g_t + \log M_{t-1} \quad (50)$$

$$\widehat{m}_t - \widehat{g}_t - \widehat{m}_{t-1} = 0$$

Finalmente, se debe log linealizar los *shocks* estocásticos, para la ecuación del *shock* de productividad:

$$\widehat{\lambda}_t = \gamma \widehat{\lambda}_{t-1} + \varepsilon_t^\lambda \quad (51)$$

Y para el *shock* de crecimiento del dinero es:

$$\widehat{g}_t = \pi \widehat{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (52)$$

Resumiendo, el sistema de ecuaciones log linealizadas es:

$$\begin{aligned} \widehat{w}_t - \widehat{c}_t &= 0 \\ \overline{c} \widehat{c}_t + \overline{k} \widehat{k}_{t+1} - \overline{w} \widehat{w}_t - \overline{w} \widehat{h}_t - \overline{r} \widehat{r}_t - \overline{k} [\overline{r} + (1-\delta)] \widehat{k}_t &= 0 \\ \widehat{y}_t - \widehat{\lambda}_t - \theta \widehat{k}_t - (1-\theta) \widehat{h}_t &= 0 \\ \widehat{r}_t - \widehat{\lambda}_t - (\theta-1) \widehat{k}_t - (1-\theta) \widehat{h}_t &= 0 \\ \widehat{w}_t - \widehat{\lambda}_t - \theta \widehat{k}_t + \theta \widehat{h}_t &= 0 \\ E_t \widehat{m}_t - E_t \widehat{g}_t - E_t \widehat{m}_{t-1} &= 0 \\ \widehat{c}_t + \left[\beta + \frac{D\overline{c}}{M/P} \right] \widehat{P}_t - \beta E_t \widehat{c}_{t+1} - \beta E_t \widehat{P}_{t+1} - \frac{D\overline{c}}{M/P} \widehat{M} &= 0 \\ \widehat{w}_t + \beta \overline{r} E_t \widehat{r}_{t+1} - E_t \widehat{w}_{t+1} + \beta \overline{\phi} \widehat{k}_t E_t \widehat{k}_{t+2} - (1+\beta) \overline{\phi} \widehat{k}_t \widehat{k}_{t+1} + \overline{\phi} \widehat{k}_t \widehat{k}_t &= 0 \\ \widehat{\lambda}_t &= \gamma \widehat{\lambda}_{t-1} + \varepsilon_t^\lambda \\ \widehat{g}_t &= \pi \widehat{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g \end{aligned}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales se utiliza la metodología de coeficientes indeterminados de Uhlig, Harald, metodología estándar para el análisis de los ciclos reales.

La idea subyacente es describir a todas las variables como una función lineal de variables endógenas y exógenas que no pueden ser cambiadas en el período t . A este conjunto de variables se las llama "de estado o predeterminadas".

Ahora, para la resolución de este sistema de ecuaciones en diferencias (variables endógenas) más los dos *shocks* estocásticos (variables exógenas), se debe escribir el sistema log linealizado como sigue:

$$\begin{aligned}
 AX_t + BX_{t-1} + Cy_t + Dz_t &= 0 \\
 E_t [FX_{t+1} + GX_t + HX_{t-1} + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t] &= 0 \\
 Z_{t+1} &= Nz_t + \varepsilon_{t+1} \\
 E_t [\varepsilon_{t+1}] &= 0
 \end{aligned} \tag{53}$$

En el sistema de ecuaciones anteriores, las matrices F, G, H, L, M, recogen los coeficientes en estado estacionario. Mientras que la matriz N recoge únicamente los autovalores estables.

Empleando esta metodología, las variables de estado para esta economía son:

$$X_t = [\widehat{k}_{t+1}, \widehat{M}_t, \widehat{P}_t]$$

Y las variables de control son:

$$Y_t = [\widehat{r}_t, \widehat{w}_t, \widehat{c}_t, \widehat{y}_t, \widehat{h}_t]$$

Mientras, que las variables con expectativa son:

$$Z_t = [\widehat{\lambda}_t, \widehat{g}_t]$$

En función de las matrices X_t, Y_t, Z_t , se procede a completarlas de acuerdo a los coeficientes en estado estacionario, para posteriormente calibrarlos en función a los datos observados y solucionar el modelo.

Las matrices con los coeficientes se encuentran detalladas en el Anexo.

3.5 Calibración

El proceso de calibración para una economía en particular tiene por objetivo encontrar los parámetros que permitan que el modelo teórico pueda replicar los datos observados. Para ello se pueden hacer usos de técnicas econométricas clásicas o bayesianas y a través de indicadores macroeconómicos de contabilidad nacional. Los parámetros tecnológicos pueden ser calibrados usando los datos de las cuentas nacionales.

De la condición de primer orden (capital), en la maximización de beneficios de la firma, se obtiene que:

$$r_t = \theta \lambda k_t^{\theta-1} H_t^{1-\theta} \quad r_t = \frac{\theta \lambda k_t^{\theta} H_t^{1-\theta}}{k_t} \quad (54)$$

$$r_t k_t = \theta y_t \quad \theta = \frac{r_t k_t}{y_t}$$

Es decir, θ mide la participación del capital en el producto y $1-\theta$ la participación del trabajo en el producto.

Para obtener esta estimación se utiliza el enfoque del PIB por el lado del ingreso, se dispone de una serie 2007-2014 y de las cuentas de los sectores institucionales, con año base 2007. Con la información de sectores se obtiene la variable de ingreso mixto de los hogares, la misma que se suma a las remuneraciones.

Esta estrategia se aplica porque los hogares, al ser empresas no constituidas en sociedad, su beneficio no es atribuido directamente al trabajo o capital, por lo que se denomina ingreso mixto por lo que se lo asigna directamente al trabajo.

Consecuentemente, utilizando la Tabla 6, la participación promedio del capital es 0.3303.

Para la determinación del factor de descuento se parte de la siguiente ecuación:

$$1 = \beta [\bar{r} + (1 - \delta)]$$

$$1 = \beta (1 + \bar{r}) \quad \beta = \frac{1}{(1 + \bar{r})} \quad (55)$$

Tabla 6: Enfoque del PIB por el ingreso
En USD

Variable	2007	2008	2009	2010	2011	2012 (sd*)	2013 (sd*)	2014 (p**)
Remuneraciones	16,106,689	19,119,405	21,864,162	23,238,230	26,899,816	30,879,612	34,616,684	37,607,264
+ Otros impuestos sobre la producción	161,851	191,452	237,871	282,834	380,371	590,876	715,257	766,274
+ Excedente bruto de Exploración e Ingreso Mixto	32,242,363	40,240,045	36,911,242	42,978,396	49,256,028	52,385,683	55,065,128	58,057,879
Ingreso Mixto	14,074,270	18,702,395	18,865,089	21,003,891	23,389,363	25,117,683	26,629,309	31,238,591
EBE	18,168,093	21,537,650	18,046,153	21,974,505	25,866,665	27,268,000	28,435,819	26,819,288
= VALOR AGREGADO BRUTO	48,510,903	59,550,902	59,013,275	66,499,460	76,536,215	83,856,171	90,397,069	96,431,417
+ Otros Elementos del PIB***	2,496,874	2,211,733	3,506,411	3,055,907	2,740,449	4,068,373	4,379,101	4,485,955
= PRODUCTO INTERNO BRUTO	51,007,777	61,762,635	62,519,686	69,555,367	79,276,664	87,924,544	94,776,170	100,917,372

Fuente: Banco Central del Ecuador, Cuentas Nacionales

Se dispone de información de las tasas de interés nominal pasivas y activas en dólares, desde el año 2000, con frecuencia mensual. Se calcula las tasas reales de interés tomando en cuenta la tasa de inflación y se obtiene el promedio de las tasas reales.

Se excluye del período de cálculo los tres primeros años de la dolarización, puesto que los precios tuvieron una inercia frente a la devaluación de la moneda, llegando a tener tasas reales negativas muy altas durante los primeros años de la dolarización en Ecuador. La tasa real bruta de interés fue de 1.03.

Para la tasa de depreciación del capital, se parte de la ecuación de la productividad marginal del capital

$$\begin{aligned}
 r + \delta &= PmgK \\
 r + \delta &= \theta \lambda k_t^{\theta-1} H_t^{1-\theta} \\
 r + \delta &= \theta \frac{y}{k} \frac{1}{r + \delta} = \frac{1}{\theta} \frac{k}{y} \\
 \delta &= \theta \frac{y}{k} - r
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

La tasa de depreciación anual fue de 0.057.

Para la estimación de los *shocks* de productividad se estiman los residuos de Solow a partir de la contabilidad clásica de crecimiento y se estima posteriormente un proceso AR (1), de acuerdo a la forma funcional definida con anterioridad.

De la ecuación 6, la productividad total de los factores (λ_t) se obtiene como diferencia no explicada entre la producción y la acumulación de factores (capital y trabajo).

$$\lambda_t = y_t - \theta k_t - (1 - \theta)h_t \quad (57)$$

Los resultados de aplicar la ecuación 57, se presentan en la Tabla 7; se calibra con el coeficiente de lo proceso AR (1) y de la varianza de la regresión.

Tabla 7: Modelo AR (1) a los residuos de Solow				
Variable	Coefficiente	Error Estándar	Valor t	Valor P
C	1.052606	0.331562	3.17	0.0026
AR(1)	0.969684	0.045593	21.27	0.0000
R-squared	0.904067			
Adjusted R-squared	0.902068			
Error estándar de la regresión	0.033464			
Suma cuadrada residuos	0.053752			
Durbin-Watson	1.905065			
Inverted AR Roots	.97			

Para la demanda de saldos reales, se utiliza la serie 2000-2015, con frecuencia mensual. Para el concepto de demanda de dinero, la variable utilizada es la correspondiente a M2 (Liquidez Total). La liquidez total de la economía es la suma de la oferta monetaria M1 más el Cuasi dinero.

De la Tabla 8, se utiliza para la calibración del modelo el coeficiente asociado al proceso AR (1), al igual que la varianza de la regresión.

Tabla 8: Modelo AR (1) a la Demanda de saldos reales				
Variable	Coeficiente	Error Estándar	Valor t	Valor P
C	0.016308	0.002306	7.07	0.0000
AR(1)	0.194396	0.070423	2.76	0.0063
R-squared	0.038953			
Adjusted R-squared	0.033841			
S.E. of regression	0.025605			
Suma cuadrada residuos	0.123257			
Durbin-Watson stat	1.931338			
Inverted AR Roots	.19			

De esta manera se ha logrado completar, el conjunto de parámetros que requiere la solución al sistema de ecuaciones diferenciales.

En este modelo (DSGE), la demanda de saldos reales que obedece a una regla de Política Monetaria, ha sido modelada a través de una función sencilla. Se puede pensar que dinero es la suma de componente endógeno y exógeno, en particular para la economía ecuatoriana que perdió la política monetaria con su sistema dolarizado, es de suma importancia la generación dinero a través de la actividad económica.

$$M_t = f(\Omega_t) + \eta_t \quad (58)$$

De acuerdo a la ecuación 58, la demanda de dinero es la suma de factores exógenos η_t y de un conjunto de factores endógenos Ω_t . Este último factor que puede

recoger y ser explicado a través de variables reales de la actividad económica, no se encuentran modelados.

IV. PRINCIPALES RESULTADOS

Esta es la parte final del modelo, ya que se tiene el sistema de ecuaciones diferenciales log linealizadas, se han calibrado los parámetros y se han construido las matrices de coeficientes para las variables endógenas y exógenas. La resolución se lleva a cabo a través del programa Matlab y se procede a observar el comportamiento de las variables reales ante *shocks* exógenos de productividad y de la tasa de crecimiento del dinero; esto es lo que se conoce como funciones impulso–respuesta.

En el Gráfico 11 y en el Gráfico 12, se presentan las funciones impulso–respuesta ante un *shock* de productividad y ante un *shock* en la tasa de crecimiento exógena del dinero, respectivamente.

Como era de esperarse, en el Gráfico 12 se puede apreciar la neutralidad del dinero, un *shock* al crecimiento del dinero no tiene efecto sobre las variables reales de la economía, solamente una variación en el *shock* de productividad tiene efectos reales.

Con respecto al Gráfico 11, un crecimiento de 1% de en la productividad total de factores de la economía, tiene efectos multiplicadores: la producción total de la economía se incrementa en 2.5% y disminuye a lo largo del tiempo (en el período 18 posterior al *shock*, el crecimiento en la producción es de 1.5%); el salario, el consumo, el retorno del capital y el stock de capital se incrementan ante el *shock* de productividad.

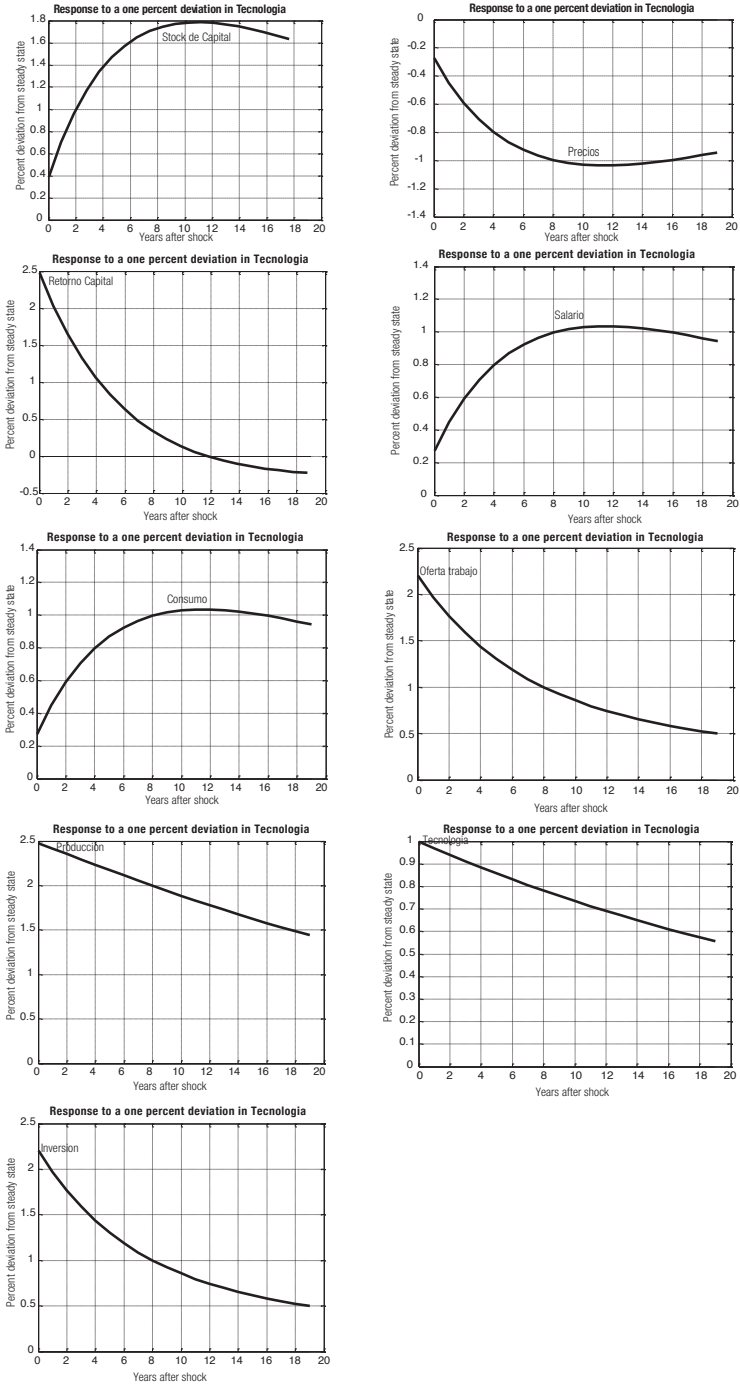
El consumo y el salario tienen un crecimiento más suave en el tiempo, el stock de capital tiene un efecto creciente en el tiempo y en el año doce alcanza el mayor crecimiento (1,8%).

Los precios de esta economía disminuyen ante un incremento en la productividad, esto se explica por el crecimiento en la producción total de la economía.

En cuanto a la oferta de trabajo, esta se incrementa porque la variable responde a un crecimiento en los salarios.

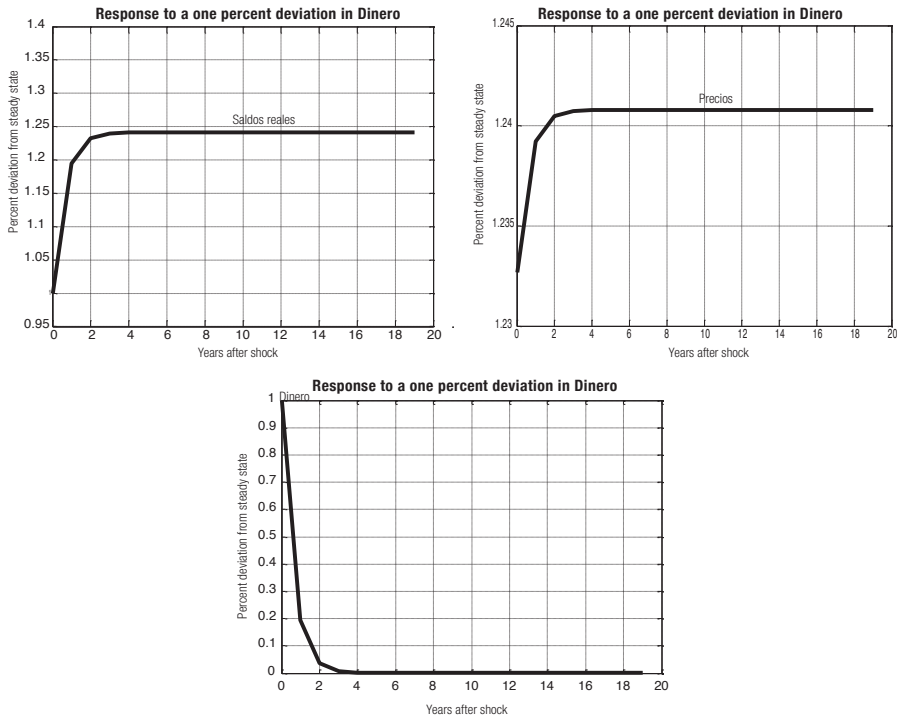
La variable final es la inversión, el multiplicador es de 2.25% ante un crecimiento del *shock* de productividad de un 1%.

Gráfico 11: Funciones respuesta ante un *shock* de productividad del 1%



En el Gráfico 12, se presentan las respuestas ante un crecimiento en la tasa de variación de los saldos reales de dinero. El efecto se presenta en los precios y en la demanda de saldos reales.

Gráfico 12: Funciones respuesta ante un shock de crecimiento del dinero del 1%



Ante el shock exógeno en el crecimiento del dinero, el efecto corresponde a que los precios se incrementan mucho más rápido, a lo que sucede con la demanda de saldos reales.

Adicionalmente, el shock de crecimiento del dinero tiene un coeficiente de persistencia baja por lo que los efectos desaparecen en el cuarto período.

Finalmente, para conocer si el modelo tiene la capacidad de replicar las volatilidades de las variables macroeconómicas que se describieron en los hechos estilizados del documento, se presenta en la Tabla 9 el desvío estándar de las variables simuladas respecto a su estado estacionario.

El producto varía en 4.5% frente al 3% del valor observado¹¹; el consumo varía en 1.2% frente al 4% de la variación del Gasto de Consumo Final de los Hogares. Mientras que la volatilidad observada de la inversión es de 8% y la estimada por el modelo es de 4%.

Tabla 9: Desvío estándar de las variables simuladas respecto al estado estacionario	
Stock de Capital	0.0206
Saldos reales	0.0340
Precios	0.0356
Retorno Capital	0.0462
Salario	0.0119
Consumo (C)	0.0119
Producción(PIB)	0.0452
Inversion	0.0400
Oferta trabajo	0.1231
shock de tecnología	0.0182
shock de tasa del dinero	0.0217

Finalmente, en el Gráfico 13 (Ver Pág. 52) se presenta la simulación de los ciclos que se pueden generar a través del modelo DSGE desarrollado, para cada una de las variables.

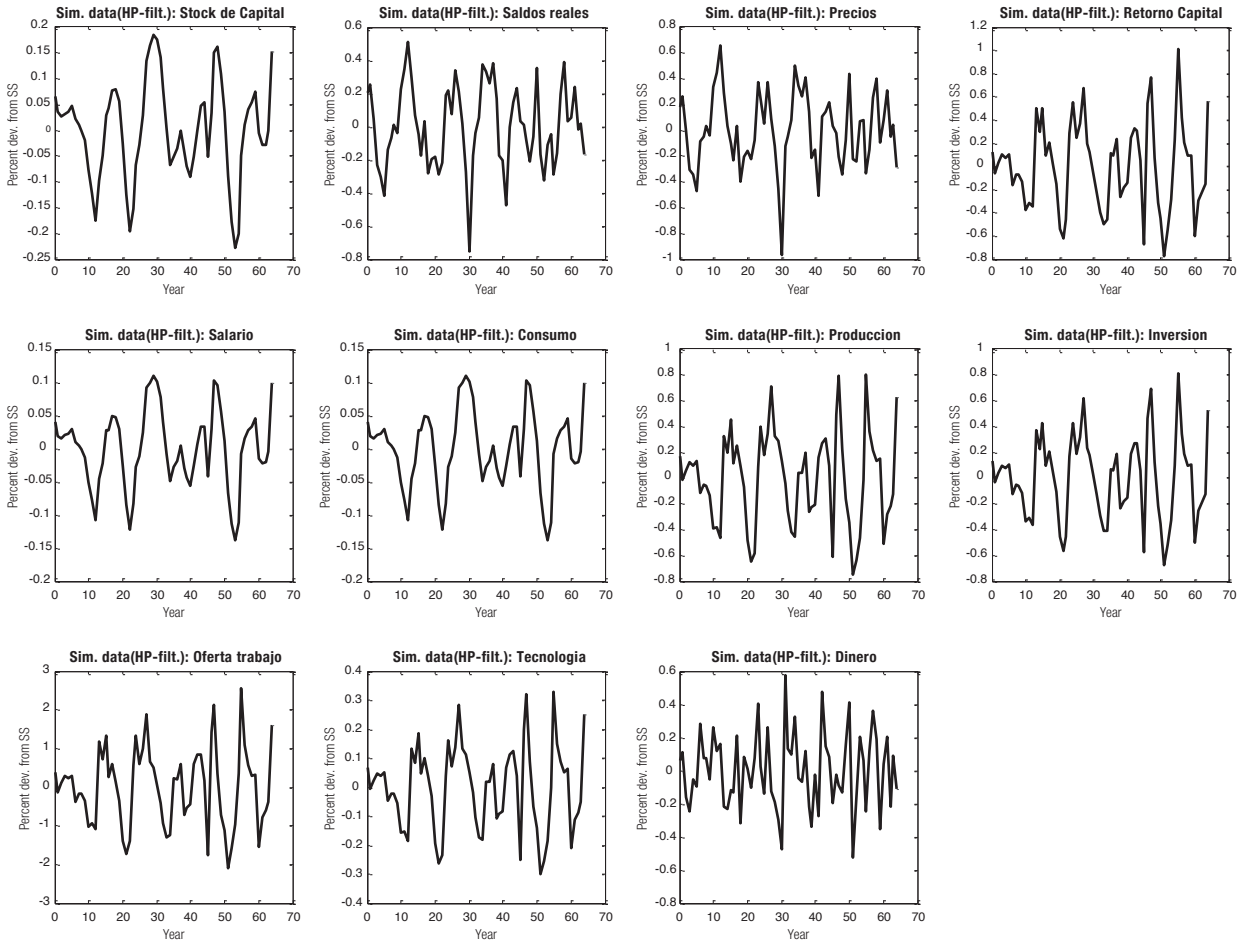
V. CONCLUSIONES

El modelo de economía cerrada y pública que se presenta y desarrolla en el documento, tiene la virtud que permite explicar, en gran medida, la volatilidad del producto (PIB), al igual que la neutralidad del dinero en los ciclos reales de la economía, cuando en esta no se presentan restricciones de precios o de salarios, es decir, lo que la literatura de modelos DSGE llama ausencia de precios pegajosos.

Los resultados de las variables reales de la economía ante un *shock* de productividad son los esperados de acuerdo a la literatura de ciclos reales: para la economía ecuatoriana, un crecimiento en 1% en la productividad total de factores lleva a un crecimiento en la producción del PIB en 2.5% y su efecto se desvanece lentamente en el tiempo aunque el multiplicador de la inversión es menor (2.2%).

11. Se utiliza el filtro HP para la comparación.

Gráfico 13: Series simuladas filtradas con HP



Un hecho a ser resaltado es que el ciclo de la inversión real, al igual que el gasto público, son muy volátiles en la economía ecuatoriana, en especial en las recesiones; la inversión tiene el mayor ajuste por debajo de su tendencia; en cambio, en las expansiones sucede con el gasto público.

Un aspecto a ser tomado en cuenta y que es relevante en la coyuntura actual del país, es el relacionado con la apreciación en el tipo de cambio real por varios factores que no son de análisis en este documento. Sin embargo, bajo este modelo DSGE, un crecimiento en la productividad de la economía genera una reducción en el nivel general de precios de 0.3% y las reducciones en esta variable son crecientes, tanto así que en el año 10 se produciría una reducción de un 1%. Este hecho es relevante en la elaboración de políticas públicas que busquen incrementar la productividad de la economía, ya que llevaría a un mayor bienestar en la población.

Ahora, en cuanto al comportamiento exógeno en la cantidad de dinero, se evidencia la neutralidad en las variables reales de la economía en un contexto de ausencia de fricciones en precios o salarios. Un crecimiento en la tasa de creación de dinero, los precios se incrementan más rápidamente en esta economía en comparación a los saldos reales.

Finalmente, un hecho a tomar en consideración es la baja correlación entre las tasas reales de interés y el ciclo de la producción evidenciando la dificultad de observar en qué parte del ciclo se encuentra el producto y la manera de suavizarlo a través de la tasa de interés. En este modelo DSGE, no se encuentra explicitada una regla de decisión para las tasas de interés, pero se puede agregar en futuras investigaciones una función que tenga en cuenta una tasa nominal y un *target* de inflación.

ANEXO

Las matrices que se presentan a continuación corresponden a las ecuaciones resumidas del sistema y de acuerdo al orden que indica el algoritmo de Huhlig; las matrices de coeficientes son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{K} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -[\bar{r} + (1-\delta)]\bar{K} & 0 & 0 \\ -\theta & 0 & 0 \\ -(\theta-1) & 0 & 0 \\ -\theta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -\bar{r}\bar{K} & -\bar{w}\bar{h} & \bar{c} & 0 & -\bar{w}\bar{h} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -(1-\theta) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -(1-\theta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \theta \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta/g \\ \beta\phi\bar{k} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} & \left[\frac{\beta}{g} + \frac{D\bar{c}}{\bar{M}/\bar{P}} \right] \\ -(1+\beta)\phi\bar{k} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \phi\bar{k} & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta/\bar{g} & 0 & 0 \\ \beta\bar{r} & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \pi \end{bmatrix}$$

BIBLIOGRAFÍA

- Barsky, R. B., & Sims, E. R. (2011). *News shocks and business cycles*. Journal of Monetary Economics, 58(3), 273-289.
- Beaudry, P., & Portier, F. (2006). *Stock prices, news, and economic fluctuations*. The American Economic Review, 96(4), 1293-1307.
- Blanchard, O.J., & Kahn, C. M. (1980). *The solution of linear difference models under rational expectations*. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1305-1311.
- Escudé, G. (2010). *Modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE): una introducción*. Documentos de Trabajo, 47.
- Galí, J. (2008). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications*. Princeton University Press.
- Hansen, G. D. (1985). *Indivisible labor and the business cycle*. Journal of monetary Economics, 16(3), 309-327.
- King, R. G., & Watson, M. W. (1998). *The solution of singular linear difference systems under rational expectations*. International Economic Review, 1015-1026.
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1982). *Time to build and aggregate fluctuations*. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1345-1370.
- McCallum, B. T. (1983). *A linearized version of Lucas's neutrality model*. NBER Working Papers No.1160, National Bureau of Economic Research, Inc.
- McCandless, G. (2008). *The abcs of rbc's*. Cambridge, Massachusetts, London: Harvard.
- Uhlig, H. (1990). *A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily*.