

ISSN No. 2631-2743

KAIROS

Revista de ciencias económicas,
jurídicas y administrativas

Kairós, Vol. (4) No. 7, pp. 73-93, julio - diciembre 2021

Fausto D. Erazo-Guijarro

fausto.erazo@unach.edu.ec
Universidad Nacional de Chimborazo
Facultad de Ciencias Políticas y
Administrativas
(Riobamba - Ecuador).

ORCID: 0000-0002-8628-8898

Damián E. Gibaja-Romero

damianemilio.gibaja@upaep.mx
Universidad Popular Autónoma del
Estado de Puebla Departamento
de Matemáticas
(Puebla – México)

ORCID: 0000-0002-3536-4117

INTERACCIONES REPETIDAS Y LA DISMINUCIÓN DEL SECTOR INFORMAL

*REPEATED INTERACTIONS
AND THE DECREASE OF THE I
NFORMAL SECTOR*

DOI:

<https://doi.org/10.37135/kai.03.07.04>

Recibido: 5/01/21

Aceptado: 26/05/21

Resumen

A pesar de que la formalización de actividades productivas genera externalidades positivas para el desarrollo económico de los países, la informalidad es un fenómeno que persiste en el tiempo. Por medio de la teoría de juegos, se estudia a la informalidad como el resultado de la interacción repetida entre el gobierno y los agentes productivos; particularmente se asume que el juego base es el dilema del prisionero, pues la formalización y la provisión de servicios públicos de calidad genera costos que ambos agentes quisieran evitar. Aplicando el teorema de la tradición oral, establecemos condiciones necesarias y suficientes sobre las preferencias de los agentes para que la cooperación y, por ende, la formalización persistan a través del tiempo.

Palabras clave

Teoría de juegos, dilema del prisionero, informalidad.

Abstract

Despite the fact that the formalization of productive activities generates positive externalities for the economic development of the countries, it is known that informality is a phenomenon that persists over time. As it is an activity in which government and productive agents interact, we study it from a theoretical approach of a game. We look at the sector from the perspective of the repeated prisoner's dilemma. Also, we consider the benefits provided by formalization among our agents through their preferential rate with respect to time.

Keywords

Game theory, prisoner's dilemma, informality.

INTERACCIONES REPETIDAS Y LA DISMINUCIÓN DEL SECTOR INFORMAL

REPEATED INTERACTIONS AND THE DECREASE OF THE INFORMAL SECTOR

1. Introducción

La informalidad es uno de los principales problemas que enfrentan las economías en desarrollo pues implica una baja recaudación fiscal, lo cual limita su inversión en infraestructura y servicios públicos (La Porta & Shleifer, 2014; Loayza, 2018). Más aún, los países en desarrollo han visto crecer el número de empresas que ocultan actividades y ganancias para pagar menos impuestos, como las microempresas, razón por la cual tiende a subestimarse el impacto de la informalidad en las economías (La Porta & Shleifer, 2014; Ladino, 2018; Alberti, 2020). Así, los agentes informales no sólo son los vendedores ambulantes sino que también se deben de incluir a las empresas que no cumplen al cien por ciento con la normativa impuesta por la autoridad fiscal (Banerjee y Duflo, 2011).

Puesto que el pago de impuestos es un proceso dinámico y no una actividad estática, es necesario establecer políticas públicas que contribuyan a la formalización de las mismas y así incrementar la recaudación fiscal (Ulyseas, 2020). En otras palabras, las decisiones del gobierno y las empresas impactan en los pagos que obtiene cada uno periodo a periodo, los cuales son representados por los beneficios y la recaudación fiscal, respectivamente. El presente artículo analiza el diseño de políticas públicas para la formalización por medio de un juego repetido, ya que el comportamiento secuencial de empresas y gobierno puede influir en las decisiones que tomen respecto a sus obligaciones en el futuro; a saber, el pago de impuestos y la provisión de servicios públicos (Moreno Ramos, 2017).

El juego repetido que proponemos considera como juego base el dilema de la Informalidad (Erazo-Guijarro y Gibaja-Romero, 2019), el cual considera que la informalidad se relaciona con el equilibrio no cooperativo del dilema del prisionero estático. Es decir, los costos de formalización y la ausencia de externalidades positivas, asociadas a los servicios públicos, generan incentivos a no cooperar. Sin embargo, un agente informal también puede ser una empresa registrada ante la autoridad fiscal que no cumpla con sus obligaciones a lo largo de su vida, debido a la mala calidad de los servicios públicos que el gobierno proporciona. Entonces, la repetición del dilema de la Informalidad captura tanto el pago de impuestos que hacen las empresas como la provisión de servicios públicos de calidad por parte del gobierno.

Entre los trabajos más cercanos al nuestro, destaca el de Mejía y Posada (2007), quienes proponen un modelo de equilibrio general por medio del cual explican relaciones no lineales entre la producción, las normas públicas y la posibilidad de violarlas. Los autores enfatizan que la estructura del mercado genera incentivos para eludir el registro de

actividades productivas ante la autoridad hacendaria. Por su parte, Azevedo y Almeida (2010) estudian la elección de ser formal o informal mediante un juego evolutivo, es decir, siguen un enfoque de variación poblacional respecto al cumplimiento de las obligaciones fiscales de los agentes económicos. Los trabajos previos se enfocan en las características del mercado como causantes de la informalidad.

Por el contrario, al analizar los equilibrios del dilema de la informalidad repetido infinitamente, el presente trabajo establece políticas públicas para la formalización de empresas basadas en las preferencias de los agentes involucrados. Así, la formalización de los agentes se puede lograr por medio de la generación de credibilidad y confianza en la interacción repetida que proponemos. En este sentido el presente artículo amplía lo hecho por Erazo-Guijarro y Gibaja-Romero (2019), quienes se limitan a analizar las condiciones bajo las cuales las empresas se registran y dejan de lado el componente dinámico de la interacción entre gobierno y empresas. Así, el modelo que proponemos permite considerar una definición más completa de agente informal y, por ende, de formalidad en la que es fundamental pagar impuestos periodo a periodo.

Aunque se han propuesto diferentes esquemas de pago de impuestos para incentivar el registro formal de empresas y trabajadores, el problema de la informalidad persiste, particularmente en las economías en desarrollo (Baker, Berens, Feierherd, & González, 2020). En América Latina y África se estima una tasa de informalidad superior al 40% y 50%, respectivamente (Pérez-Ruiz, 2020; Ayigba, et al., 2020). Lo anterior se debe a que las empresas perciben sólo los costos de pagar los impuestos pero no los beneficios (Adame y Tuesta, 2017; Galarza y Requejo, 2019). Es decir, las empresas siguen un comportamiento estratégico durante su interacción con la autoridad fiscal pues prefieren no cubrir los costos de formalización (Elgin y Tosun, 2017). En este sentido, nuestro trabajo enfatiza la importancia del gobierno como generador de externalidades positivas, a través de servicios públicos de calidad, para consolidar la formalización de las empresas.

La estructura del artículo es la siguiente. En la segunda sección se presenta el modelo correspondiente al juego repetido del dilema de la informalidad; primero se describen los elementos básicos de la interacción y después el juego base que será repetido infinitamente. Posteriormente, en la tercera sección, se analiza el equilibrio de Nash como concepto de solución; se establece el comportamiento que los agentes seguirán durante la interacción. En la cuarta sección se comparan las estrategias de formalización a seguir en distintos países por medio de sus tasas de descuento. La quinta sección cierra el artículo con las conclusiones.

2. Modelo

En el presente trabajo, como ya se mencionó en la introducción, consideramos que una empresa es formal cuando se registra y paga sus impuestos cada año fiscal. Dado que las empresas interactúan con el gobierno año con año, una empresa deja de ser formal cuando no cumple con alguna de sus obligaciones fiscales. Por lo anterior, modelamos la interacción entre empresas y gobierno como un juego repetido. En la presente sección describimos los elementos que componen el juego base que será repetido infinitamente. También, establecemos el concepto de solución a analizar.

2.1. Juego base

El juego base que consideramos es el dilema de la informalidad (DI), introducido por Erazo-Guijarro y Gibaja-Romero (2019). El DI es un juego simultáneo cuyo conjunto de jugadores es $J = \{g, e\}$, donde g denota el gobierno y e es un agente productivo representativo, usualmente nos referimos a este último como empresa. Cada jugador puede elegir entre las acciones cooperar (C) o no hacerlo (NC). La cooperación para el agente g implica generar servicios públicos de calidad, mientras que para e representa el pago de impuestos. La acción de no cooperar significa lo opuesto para ambos jugadores.

El conjunto de acciones de cada jugador es $A_g = A_e = \{C, NC\}$. Aunque en apariencia los conjuntos de acciones son iguales, es importante resaltar que la interpretación de las acciones depende del jugador. Una acción genérica de la empresa se denota por a_g , mientras que una acción genérica del gobierno es a_e . Un perfil de acciones es un vector $a = (a_g, a_e) \in A_g \times A_e$.

Los impuestos que la empresa e debe pagar al gobierno para cumplir con sus obligaciones fiscales se representan con $I \in R_+$. Por su parte, el gobierno incurre en un costo C_1 cuando proporciona servicios públicos de calidad a la empresa. Asumimos que el costo de proporcionar servicios públicos de mala calidad es cero.

Dado que el pago de impuestos forma parte de los ingresos del gobierno, el beneficio que el gobierno obtiene al brindar servicios públicos de buena calidad es $\pi_g = I - C_1$. Es importante mencionar que la calidad de los servicios públicos impacta los procesos de producción de la empresa e debido a la ausencia de externalidades positivas, lo que a su vez impacta en los beneficios de la empresa. Entonces, representamos las preferencias de la empresa e por medio de una función de utilidad U donde $U(SC)$ indica la utilidad

que los servicios de buena calidad le proporcionan a la empresa, mientras que $U(MC)$ representa la utilidad asociada a recibir servicios de mala calidad. Naturalmente, asumimos que $U(SC) > U(MC)$ y $U(SC) > 0$. Entonces, el beneficio de la empresa es $\pi_e = U(x) - I$ para cualquier $x \in \{SC, MC\}$. La tabla 1 resume los pagos de cada jugador en los posibles perfiles de estrategias resultantes al término del DI.

Tabla 1. Pagos de cada jugador según estrategias resultantes al término del DI.

		Agente Productivo Representativo (e)	
		C	NC
Gobierno (g)	C	$I - C_1; U(US) - 1$	$-C_1; U(SC)$
	NC	$I; U(MC) - 1$	$0; U(MC)$

Nota: $U(SC)$ utilidad que proporciona al agente productivo los servicios de calidad; (I) impuestos; (C) costos de gobierno.

Fuente: Fuente: elaboración propia

2.2. Juego repetido infinitas veces

Al considerar que una empresa es formal cuando cumple periodo a periodo con sus obligaciones, la interacción entre e y g se repite infinitamente. Es decir, el pago de impuestos es una actividad que las empresas realizan año con año. Sea t el año fiscal tal que $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Notemos que el periodo $t=0$ representa el año en que la empresa se registra ante la autoridad fiscal.

Asumimos que la empresa y el gobierno conocen la estructura de la interacción y observan las acciones que cada uno elige en cada periodo. En otras palabras, consideramos que el juego repetido es de información completa.

Antes de explicar los pagos que los jugadores reciben, es necesario establecer el concepto de estrategia. Puesto que los jugadores observan el desarrollo del juego, la toma de decisiones en el periodo t depende de los resultados en periodos previos. Formalmente, se dice que las estrategias se toman con base en la historia del juego. Una historia $h_t = (\bar{a}_0, \dots, \bar{a}_{t-1})$ del periodo t es una secuencia de perfiles estratégicos que se desarrollaron durante los periodos $0, \dots, t-1$. Matemáticamente, las historias son vectores de dimensión t que muestran los perfiles de acciones \bar{a}_k resultantes en cada periodo k , donde $k \in \{0, 1, 2, \dots, t-1\}$. Por ejemplo, en el DI, la secuencia:

$$\{(C,C), (C,NC), (C,C), (NC,NC), (NC,C)\}$$

es una posible historia del juego con respecto al periodo $t=5$. Es decir, se muestran perfiles de acciones resultantes en los periodos $t = 0,1,2,3,4$.

En juegos repetidos infinitamente, una historia se produce mediante un proceso iterativo. Este proceso parte del inicio del juego, donde no hay historia previa, y considera los perfiles estratégicos en cada periodo. Por consiguiente, la construcción de las historias sigue los siguientes pasos:

1. $H^0 = \{\emptyset\}$
2. $H^1 = S$
3. \vdots
4. $H^{t+1} = H^t \times S$
5. $H = \bigcup_{t=1}^{\infty} H^t$,

donde S representa los perfiles de estrategias del juego base. Es decir, $S = A_g \times A_e$. Así H es el conjunto de todas las historias posibles que resumen las decisiones tanto del gobierno como de la empresa, a lo largo de la repetición del juego.

A partir de la definición de historias, podemos establecer formalmente el concepto de **estrategia** para un juego repetido infinitamente. Una estrategia indica para cada historia una acción, es decir, una estrategia σ_i para el jugador i es una función $\sigma_i : H \rightarrow A_i$. Así, la estrategia también indica las decisiones elegidas por el jugador en cada repetición del juego base. Sea Σ_i el conjunto de estrategias de un jugador cualquiera i , y $\Sigma = \Sigma_e \times \Sigma_g$ el conjunto de todos los perfiles de estrategias $\sigma = (\sigma_g, \sigma_e)$, Usamos $\sigma = (\sigma_g, \sigma_e)$ para representar la estrategia de un jugador en la etapa 0 del juego; es decir, cuando no existe interacción previa.

Los pagos dependen del perfil de estrategias que los jugadores eligen durante el desarrollo del juego. Puesto que estamos considerando un juego repetido con información completa, en cada etapa del juego los jugadores obtienen un pago que depende del perfil estratégico $\sigma = (\sigma_g, \sigma_e) \in \Sigma$. Entonces, el pago total debe resumir los pagos que se obtienen en cada periodo de acuerdo a la historia y al perfil de estrategias que se elige. Sea $\delta_i \in [0,1]$ el factor de descuento del jugador i , el cual refleja la preferencia del jugador del presente con respecto al futuro; también, se dice que δ_i representa la paciencia del agente i a pagos futuros. Sí $\delta_i = 0$, esto implica que a i no le importan los pagos futuros, en este caso, decimos que i es impaciente. En el caso contrario, $\delta_i = 1$, i es indiferente entre su pago inmediato o su pago futuro, es decir, i es paciente.

Al multiplicar los pagos de periodos futuros por δ_i obtenemos el valor presente del pago para dichos periodos. Entonces, el pago total que recibe el jugador i en un juego repetido un número infinito de veces es:

$$U_i(\sigma) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t u_i(\sigma^t(\sigma)), \quad (1)$$

donde $\sigma^t(\sigma)$ es el perfil de estrategias cuando restringimos σ al periodo t , para todo $t \in \{0, 1, 2, \dots, t-1\}$.

Recordemos que en el dilema de la informalidad, las acciones a elegir en cada periodo son también estrategias pues los jugadores sólo tienen un conjunto de información. Lo anterior nos permite reescribir la expresión (1) de la siguiente manera:

$$u_i(a_g^0, a_a^0) + \delta_i u_i(a_g^1, a_a^1) + \dots + \delta_i^t u_i(a_g^t, a_a^t) + \dots = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t u_i(a_j^t, a_j^t)$$

En palabras, el pago que un jugador obtiene en un juego repetido infinitamente es el valor presente de la suma de los pagos en cada periodo.

Un equilibrio de Nash es un perfil de estrategias $\sigma^* = (\sigma_g^*, \sigma_e^*)$ tal que cada jugador no tiene incentivos a desviarse unilateralmente. Entonces, se tiene que:

$$U_i = (\sigma_i^*, \sigma_j^*) \geq U_i = (\sigma_i, \sigma_j^*)$$

para cualquier $i, j \in J$ y $\sigma_i \in \Sigma$.

3. Análisis de equilibrio

Al repetir infinitamente el Dilema de la Informalidad, una empresa es formal cuando elige cooperar en cada periodo. Al cooperar en cada periodo, la empresa cumple con sus obligaciones fiscales: tanto con el registro ante la autoridad fiscal en el periodo $t=0$, como con el pago de impuestos año con año. Sin embargo, sabemos que las empresas tienen incentivos a no cooperar pues no pagar impuestos implica reducir costos e incrementar beneficios. También, el ejercicio inadecuado de recursos fiscales conlleva costos de oportunidad que repercuten en la no formalización de la empresa pues esta no percibe las externalidades positivas de los servicios públicos.

Aunque la no cooperación es el equilibrio que se alcanza en el DI estático, la repetición infinita puede generar un equilibrio cooperativo. Lo anterior se debe a la generación de,

entre otras cosas, confianza y credibilidad. De acuerdo con el Teorema del Folk, cualquier vector de pagos se puede alcanzar mediante un equilibrio de Nash cuando el factor de descuento δ tiene una magnitud significativa para el resultado que se quiere alcanzar.

En este sentido, consideramos que la estrategia tit-for-tat refleja el comportamiento de empresas y gobierno. Por un lado, las empresas suelen no pagar sus impuestos en el siguiente año cuando el gobierno deja de proporcionar servicios públicos de calidad. Por otra parte, el gobierno no provee servicios públicos de buena calidad en el siguiente año fiscal cuando las empresas no pagan impuestos ya que no cuenta con los recursos necesarios. Así, tanto el gobierno como las empresas castigan al otro jugador cuando alguno de ellos se desvía de la cooperación. Además, deciden volver a cooperar cuando cada uno cumple con sus responsabilidades (Axelrod, 2016). En resumen, el pago de impuestos refleja el cambio en el comportamiento de los jugadores en J .

3.1. Estrategia Tit-for-tat

En el caso de la estrategia tit-for-tat, un jugador cambia su comportamiento cuando observa que el otro jugador ha modificado su comportamiento en el periodo previo. Bajo esta estrategia, por ejemplo, la no cooperación de alguno de los jugadores se traduce en la no cooperación del otro jugador en periodos posteriores, hasta que el jugador que se desvió elija cooperar nuevamente.

Formalmente definimos la estrategia tit-for-tat de la siguiente manera:

- En la etapa 1 el agente i elige cooperar.
- Para $t > 1$ el agente i elige la acción que su competidor eligió en la etapa $t-1$.

Entonces, en la estrategia tit-for-tat, cada jugador es castigado cuando el otro agente se desvía de la cooperación. Es decir, el castigo prevalece hasta que el agente que se desvía vuelve a cooperar.

Por un lado, las empresas informales disminuyen el ingreso del gobierno y, por consiguiente, este no puede brindar servicios públicos de calidad; situación que se prolonga hasta que las empresas pagan sus impuestos. Por otra parte, cuando el gobierno no provee servicios públicos de calidad, estos no generan externalidades positivas a las empresas lo que las incentivó a dejar de pagar los impuestos (Axelrod, 2016).

La tabla 2 muestra la historia asociada a un comportamiento tit-for-tat donde el gobierno se desvía de la cooperación en el periodo t y vuelve a cooperar en el periodo $t+3$. De acuerdo con el comportamiento tit-for-tat, la empresa deja de pagar sus impuestos en los periodos $t+1, t+2, t+3$.

Tabla 2. Historia asociada a un comportamiento tit-for-tat

Etapa	t	$t + 1$	$t + 2$	$t + 3$	$t + 4$
a_g	$N C$	$N C$	$N C$	C	C
a_e	C	$N C$	$N C$	$N C$	C

Fuente: elaboración propia

Es importante considerar que la cooperación puede persistir en el tiempo cuando g y e siguen la estrategia tit-for-tat. Es decir, al elegir cooperar en la primera etapa, mientras no haya desvíos, ambos jugadores seguirán cooperando. Por consiguiente, la empresa es un agente formal mientras la cooperación prevalezca, a la vez que el gobierno genera servicios públicos de calidad. Denotamos por $(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT})$ el perfil de estrategias donde gobierno y empresa cooperan en cada periodo. Utilizando la serie geométrica, tenemos que el gobierno obtiene un pago de:

$$u_g(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT}) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_g^t (I - C_1) = \frac{I - C_1}{1 - \delta_g}$$

Por su parte, el pago de la empresa es:

$$u_e(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT}) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_e^t (U(SC) - I) = \frac{U(SC) - I}{1 - \delta_e}$$

El perfil de estrategias $(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT})$ crea y consolida la cooperación de ambos agentes, lo cual se traduce en la provisión de servicios públicos de calidad y el cumplimiento de las obligaciones fiscales.

Se sabe, por el teorema del Folk (Miyagawa, Miyahara & Sekiguchi, 2008), que el perfil $(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT})$ puede ser un equilibrio de Nash cuando los jugadores son lo suficientemente pacientes. Por consiguiente, es necesario establecer las condiciones bajo las cuales σ_g^{TFT} es la mejor respuesta a σ_e^{TFT} , y viceversa.

Observación 1. Consideremos σ_e la estrategia donde e elige NC en $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Entonces, e recibe el pago de $U(SC)$ en la etapa cero del juego, pero el gobierno elige NC en los siguientes periodos ya que sigue un comportamiento tit-for-tat. Es decir, la cooperación no

se consolida en periodos posteriores, y el agente productivo recibe un pago de $U(MC)$. El pago acumulado de $t-1$ es:

$$\begin{aligned} u_e(\sigma_e, \sigma_g^{TFT}) &= U(SC)\delta_e^{T-1} + U(MC)(\delta_e^{T-1} + \delta_e^T + \delta_e^{T+1} \dots) \\ &= U(SC)\delta_e^{T-1} + \frac{U(MC)\delta_e^T}{1-\delta_e} \end{aligned}$$

Ahora, el gobierno sigue la estrategia σ_g^{TFT} . La estrategia tit-for-tat es la mejor estrategia para el agente siempre que δ_e satisfaga la siguiente desigualdad

$$(U(SC) + U(MC))\delta_e \geq I.$$

Prueba. Sabemos que el gobierno elige una estrategia tit-for-tat. Entonces, cuando el agente productivo decide no cooperar en la etapa cero del juego, el gobierno tampoco cooperará en la siguiente etapa.

$$\begin{aligned} u_e(\sigma_e', \sigma_g^{TFT}) &= (U(SC)) - I(\delta_e^T, \delta_e^{T+1}, \delta_e^{T+2} \dots) \\ &= (U(SC)) - \delta_e^T I(1 + \delta_e + \delta_e^2 + \dots) \\ &= U(SC) - \delta_e^T I \left(\frac{1}{1-\delta_e} \right) \\ &= \frac{(U(SC) - I)\delta_e^T}{1-\delta_e} \end{aligned}$$

Entonces, σ_g^{TFT} es la mejor respuesta si:

$$u_e(\sigma_e^{TFT}, \sigma_g^{TFT}) \geq u_e(\sigma_e', \sigma_g^{TFT})$$

Es decir

$$\begin{aligned} \frac{(U(SC) - I)\delta_e^T}{1-\delta_e} &\geq U(SC)\delta_e^{T-1} + \frac{U(MC)\delta_e^T}{1-\delta_e} \\ U(SC) - I &\geq U(SC)(1-\delta_e) + U(MC)\delta_e \\ -\frac{I}{(U(SC) + U(MC))} &\geq -\delta_e \end{aligned}$$

La observación anterior nos indica que el agente productivo no se desvía unilateralmente cuando:

$$(U(SC) + U(MC))\delta_e \geq I.$$

En palabras, la suma descontada de los servicios de mala calidad con los servicios de buena calidad tienen que ser mayores a los impuestos.

Observación 2. Sea σ_e la estrategia donde e elige NC para todo periodo entre t y $t-1$ y en el futuro elige C para $t \geq T$. Entonces, los pagos que recibe el agente e son

$$u_e(\sigma_e', \sigma_g^{TFT}) = U(SC)\delta_e^T + U(SC)\delta_e^{T+1} \dots + U(SC)\delta_e^{T+k+1} + ((U(MC) - I)\delta_e^{T+k}).$$

Prueba. El gobierno castiga al agente productivo en el siguiente periodo y elige NC pues sigue un comportamiento tit-for-tat. La cooperación retorna en el periodo $t+k+1$. Sin embargo, el pago del agente productivo en la estrategia tit-for-tat es:

$$u_e(\sigma_e^{TFT}, \sigma_g^{TFT}) = (U(SC) - I)(\delta_e^T + \delta_e^{T+1} + \dots + \delta_e^{T+k}).$$

Por lo que, σ_g^{TFT} es mejor respuesta si y solo si

$$u_e(\sigma_e^{TFT}, \sigma_g^{TFT}) \geq u_e(\sigma_e', \sigma_g^{TFT}).$$

Entonces tenemos:

$$U(SC)\delta_e^{T-1} + \frac{U(MC)\delta_e^T}{1-\delta_e} \geq \frac{(U(SC) - I)\delta_e^T}{1-\delta_e}$$

Es decir:

$$\begin{aligned} U(SC)(1-\delta_e) + U(MC)\delta_e &\geq U(SC) - I \\ U(SC) - \delta_e U(SC) + U(MC)\delta_e &\geq U(SC) - I \end{aligned}$$

Cancelando los términos similares en ambas partes de la desigualdad, tenemos que:

$$\delta_e U(SC) - U(MC)\delta_e \leq I$$

Al despejar la tasa de descuento se llega a la siguiente expresión:

$$\delta_e \leq \frac{I}{U(SC) - U(MC)}$$

Entonces, se tiene que:

$$\begin{aligned} (U(SC) - U(MC))\delta_e &\leq I \\ U(SC) &\leq \frac{I}{\delta_e} + U(MC) \\ -\frac{I}{\delta_e} &\leq U(MC) - U(SC). \end{aligned}$$

Cambiando la dirección de los signos, obtenemos la siguiente condición:

$$U(SC) - U(MC) \geq \frac{I}{\delta_e} \geq 0.$$

Por la desigualdad anterior, concluimos que la cooperación se mantiene cuando la utilidad proporcionada por los servicios de calidad es mayor que la que generan los servicios públicos de mala calidad. Además, encontramos que la diferencia entre ambas utilidades, para garantizar un equilibrio cooperativo donde la empresa se vuelva un agente formal, debe ser al menos el valor futuro de los impuestos (I / δ_e).

Observación 3. Sea σ'_g la estrategia donde g elige NC en $t=0$. Es decir, los pagos de g durante los $t-1$, donde no existe cooperación son

$$u_g(\sigma_g, \sigma_e^{TFT}) = (I)\delta_g^{T-1} + (0)(\delta_g^{T-1} + \delta_g^T + \delta_g^{T+1} \dots) = I\delta_g^{T-1}.$$

Prueba. Sabemos que el agente productivo representativo elige la estrategia tit-for-tat. Entonces, cuando el gobierno decide no cooperar en la primera etapa del juego, el agente productivo tampoco coopera. La situación anterior cambia hasta que el agente productivo decide cooperar. Por lo que, la cooperación no se da y el gobierno recibe pagos de (0).

Entonces, cuando el gobierno g sigue la estrategia tit-for-tat, el pago es:

$$\begin{aligned} u_g(\sigma_g^t, \sigma_e^{TFT}) &= I - C_1(\delta_g^T + \delta_g^{(T+1)} + \delta_g^{(T+2)} \dots) \\ &= I - \delta_g^T C_1(1 + \delta_g + \delta_g^T + \dots) \\ &= I - \delta_g^T C_1 \left(\frac{1}{1 - \delta_g} \right) \\ &= \frac{(I - C_1)\delta_g^T}{1 - \delta_g} \end{aligned}$$

Por lo que, σ_g^{TFT} es la mejor respuesta si:

$$u_g(\sigma_g^{TFT}, \sigma_e^{TFT}) \geq u_i(\sigma_g^t, \sigma_e^{TFT}).$$

Es decir:

$$\begin{aligned} \frac{(I - C_1)\delta_g^T}{1 - \delta_g} &\geq (I)\delta_g^{T-1} + \frac{(0)\delta_g^T}{1 - \delta_g} \\ I - C_1 &\geq (I)(1 - \delta_g) + (0)\delta_g \\ -C_1 &\geq -I\delta_g \end{aligned}$$

Esta observación indica que el gobierno no se desvía unilateralmente cuando:

$$I\delta_g \geq C_1.$$

Intuitivamente, la desigualdad anterior señala que el gobierno cooperará cuando el valor presente de los impuestos, que recibe el gobierno, es al menos el costo al que incurre el gobierno para proveer servicios públicos de calidad.

El siguiente teorema resume el resultado principal de nuestra investigación, en este, se presentan las condiciones suficientes para garantizar que la cooperación prevalezca entre el gobierno y el agente productivo. Dicho en otras palabras, la formalización de los agentes se logra cuando las condiciones encontradas en los resultados previos se cumplen simultáneamente en el mercado de interés.

Teorema 1. *La cooperación prevalece cuando:*

$$\delta_g \geq \frac{C_1}{I}$$

$$\delta_e \geq \frac{I}{(U(SC) + U(MC))}.$$

El Teorema 1 establece que el valor presente de los impuestos debe superar el costo de proveer servicios de calidad. Al mismo tiempo, las empresas están dispuestas a registrarse ante la autoridad fiscal cuando la diferencia entre la utilidad de los servicios de buena y mala calidad es superior al valor futuro de los impuestos que tiene que cubrir para formalizarse como empresa.

3.2. Variación de parámetros

En la sección anterior mencionamos que la cooperación se mantiene en equilibrio cuando se cumplen las condiciones que se presentan en el Teorema 1. Para los agentes productivos, la cooperación se determina por la internalización de la utilidad que obtienen al comparar servicios de buena calidad contra servicios de mala calidad:

$$(U(SC) + U(MC)) \geq \frac{I}{\delta_e}.$$

De la expresión anterior tenemos que:

$$\delta_e(U(SC) + U(MC)) \geq I.$$

Por consiguiente, los agentes productivos son indiferentes entre pagar sus impuestos y no hacerlo cuando:

$$U(SC) + U(MC) = \frac{I}{\delta_e}.$$

Teorema 2. Se sabe que el incentivo mínimo que el agente productivo necesita para cooperar es:

$$U(SC) + U(MC) = \frac{I}{\delta_e}.$$

cuando gobierno y empresa interactúan infinitivamente siguiendo un comportamiento tit-for-tat. Por lo anterior, se tiene que:

1. Existe una relación positiva entre el impuesto mínimo y el tamaño del impuesto. Es decir, conforme el impuesto de registro crezca, la percepción de los servicios públicos también se debe incrementar para que las empresas se mantengan en la formalidad.
2. Hay una relación negativa con respecto a la tasa de descuento. Es decir, conforme la empresa más se interesa en el futuro, disminuye el tamaño de la diferencia que el productor percibe entre servicios de buena y mala calidad, $U(SC) - U(MC) = \delta_e$.

Los resultados anteriores relacionan el proceso de formalización, y mantenimiento en dicha situación fiscal, con respecto a la paciencia de los jugadores. Entonces, la cooperación puede mantenerse como un equilibrio a través del tiempo cuando el agente representativo y el gobierno tienen presente tanto sus pagos presentes como futuros. De la expresión del teorema 1, tenemos:

$$I\delta_g \geq C_1.$$

Entonces, el impuesto en el cual el agente g es indiferente entre cooperar o no es equivalente a:

$$I^* = \frac{C_1}{\delta_g}$$

En otras palabras, al dividir el costo entre la tasa social de descuento se obtiene el valor futuro. Por consiguiente, el impuesto debe ser igual al valor futuro de los costos de proveer servicios de buena calidad para que el gobierno cumpla con los objetivos de proveer servicios públicos de calidad.

4. Incentivos a la formalización en diferentes países

La informalidad es una característica que prevalece en los agentes productivos de las zonas urbanas de los países en desarrollo (IIED, 2015). Puesto que en dichos países las ciudades tienen una perspectiva de crecimiento poblacional sostenido, es necesario generar estrategias de política pública que incrementen la recaudación fiscal, pues esto permite a los gobiernos proveer servicios de calidad a la población. Formalizar aquellas empresas que no están registradas ante la autoridad fiscal es una estrategia que puede ayudar a lograr el objetivo anterior.

Como se ha explicado en las secciones previas, la formalización de las empresas guarda una relación estrecha con el Dilema del Prisionero en su versión DI (Erazo-Guijarro y Gibaja-Romero, 2019). Es decir, los agentes productivos se pueden beneficiar de los servicios públicos, como la salud y la educación, a pesar de que no cumplan con el pago de impuestos correspondientes. Por consiguiente, tal como lo demuestra el Teorema 2, los gobiernos deben generar incentivos que permitan a los agentes productivos internalizar los beneficios de la formalización; es decir, al pagar los impuestos correspondientes, los beneficios asociados a los servicios de buena calidad superarán los costos de cumplir con la reglamentación fiscal.

Tabla 3. Tasas de descuento. Distintos países.

Pais	TSD
Ecuador	2.62%
Argentina	3.56%
Bolivia	2.83%
Chile	5.83%
Colombia	4.72%
Perú	4.04%
Uruguay	5.39%
México	4.95%
China	8%
Estados Unidos	8%
Reino Unido	6%
Filipinas	15%
India	12%

Fuente: elaboración propia con información de Harrison (2010) y Moore, Vining y Boardman (2013).

La (im)paciencia de las empresas juega un papel central en el análisis costo-beneficio de políticas públicas pues los agentes económicos distinguen entre el consumo presente y el consumo futuro (Gibaja, Pérez, & Guadalupe, 2017). Este valor se conoce como factor de descuento o tasa de preferencia del consumo futuro. Existe una extensa literatura que estima el factor de descuento y su opuesto, la tasa social de descuento que mide la preferencia por el consumo presente. Cabe mencionar que la efectividad de las políticas públicas depende de las tasas anteriores. Entonces, podemos utilizar dichas tasas para medir y determinar si un proyecto público es viable o no (Moore, Boardman, & Vining,

2013).

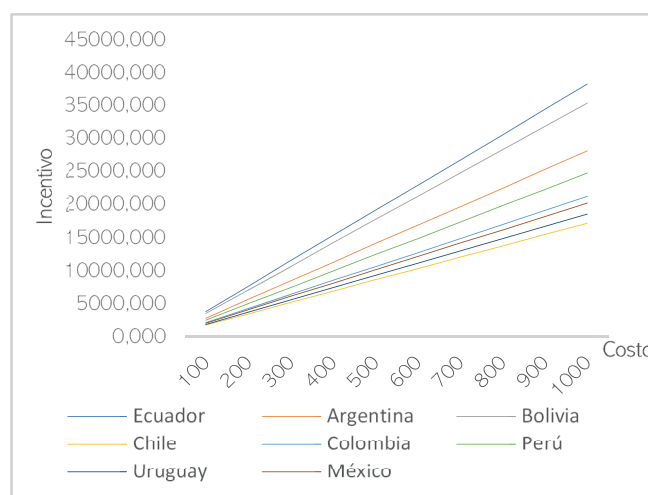
En la tabla 3 mostramos algunas tasas de preferencia por el consumo futuro de economías desarrolladas y emergentes. En dicha tabla se observa que México y Ecuador tienen tasas bajas de descuento. En este sentido, se puede decir que los habitantes de México y Ecuador son más impacientes que los de Filipinas, Estados Unidos y Reino Unido, pues su preferencia por el consumo futuro es menor.

Con la tasa de preferencia de consumo futuro podemos calcular el impuesto bajo, el cual el gobierno es indiferente entre proveer servicios de buena calidad y servicios de mala calidad. Considerando $C_1 = 200$ dólares, podemos utilizar la fórmula encontrada en el Teorema 2:

$$I^* = \frac{C_1}{\delta_g}$$

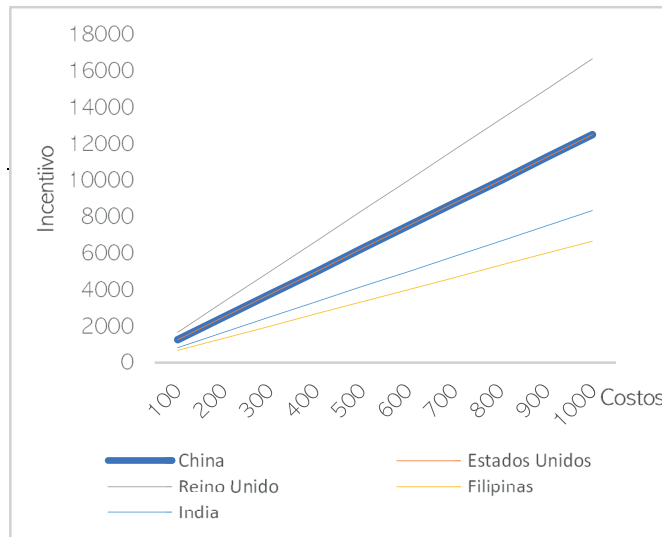
Entonces, se obtiene que el impuesto a considerar debe ser al menos de \$7633,58; \$3430,53 y \$2500 para que los gobiernos de Ecuador, Chile y Estados Unidos, respectivamente, produzcan servicios de buena calidad en caso de que el costo sea igual a 200. En la figura 1 y 2 encontramos las diferentes trayectorias de los impuestos cuando se considera diferentes costos. Para el cálculo utilizamos la tasa de preferencia por el consumo futuro que se detalla en la tabla 3.

Figura 1. Impuestos para países en vías de desarrollo.



Fuente: elaboración propia

Figura 2. Impuestos para países desarrollados.



Fuente: elaboración propia

Por consiguiente, las políticas públicas de formalización propuestas por el gobierno deben generar beneficios que superen el valor futuro de los impuestos. En este sentido, particularmente para los países en desarrollo, las externalidades asociadas a los servicios públicos de calidad deben incrementar la rentabilidad de los agentes productivos que deseen formalizarse. Lo anterior se puede alcanzar, por ejemplo, con procesos de producción más eficientes, facilidades para la obtención de inversión privada y la posibilidad de internacionalizar las actividades.

En otras palabras, la ecuación:

$$U(SC) + U(MC) = \frac{I}{\delta_e}$$

resume el hecho de que los agentes productivos están conscientes de las implicaciones que tienen los servicios públicos cuando el gobierno los proporciona de buena o mala calidad. Es decir, no basta que los costos de formalización sean bajos, al mismo tiempo, dichos costos se tienen que equilibrar con las externalidades positivas o negativas que generan los servicios públicos que a partir de ellos se produzcan.

5. Conclusiones

El objetivo de este artículo es proponer un modelo de teoría de juegos que permita estudiar y generar alternativas de cooperación entre agentes productivos y el gobierno. Dado que el pago de impuestos y el generar servicios de calidad depende de los pagos que reciba

cada uno de los jugadores, entonces es necesario el surgimiento de una política pública que permita la cooperación entre ellos. En este sentido, analizamos el surgimiento de cooperación entre el gobierno y agentes productivos a través del dilema del prisionero repetido infinitas veces.

Por lo anterior, nuestro modelo identifica las condiciones necesarias que permitan garantizar la cooperación por parte de ambos agentes bajo el contexto de que la formalización es un proceso dinámico. Específicamente, los servicios que brinda el gobierno deben ser mayores o por lo menos iguales a los impuestos que pagan los agentes productivos. Más aún, los servicios de calidad tienen una relación negativa sobre la paciencia de las empresas. Es decir, los agentes productivos cooperan cuando la provisión de servicios públicos de calidad proporciona una utilidad superior a la inversa de la tasa de descuento.

Referencias

1. Adame, V., & Tuesta, D. (2017). *El laberinto de la economía informal: estrategias de medición e impactos*. BBVA Research Working Paper (No. 17/17). <https://www.bbvaresearch.com/wp-content/uploads/2017/08/Laberinto-de-la-economia-informal.pdf>
2. Alberti, H. O. (2020). *Informalidad, economía y derecho*. Universidad Católica de Córdoba.
3. Álvarez Causelo, P. (2013). *Juegos dinámicos*. Apuntes de Teoría de Juegos - Curso 2012-2013. Departamento de Economía. Universidad de Cantabria. Material publicado bajo licencia Creative Commons BY-NC-SA 3.0. <https://ocw.unican.es/pluginfile.php/895/course/section/989/Tema4.pdf>
4. Anyigba, H., Bugbilla, D., Omotosho, S., Asiedu, M., & Gomado, D. (2020). *Economic globalization, informality and informal employment: the African perspective*. (June 29, 2020).
5. Axelrod, R. (2006). *La evolución de la cooperación*. Universidad de Michigan.
6. Azevedo Araujo, R., & Almeida de Souza, N. (2010). An evolutionary game theory approach to the dynamics of the labour market: A formal and informal perspective. *Structural Change and Economic Dynamics*, 21(2), 101-110.
7. Baker, A., Berens, S., Feierherd, G., & González, I. (2020). *Labor Informality and Its Political Consequences in Latin America*. Latin American Public Opinion Project. Insights Series #144. Vanderbilt University. <https://www.vanderbilt.edu/lapop/insights/IO944en.pdf>
8. Banerjee, V., Duflo E. (2011). *Poor economics: A radical rethink of the way to fight global poverty*. New York: public affairs, perseus books.
9. Del Pozo, E. (2015). *Taxes and transition: formalising small-scale farmers in Peru*. Briefing.
10. Dihn, T., Xiao, L., Dusit, N., Ping, W., & Zhu, H. (2015). *Applications of Repeated Games in Wireless Networks: A Survey*. Singapore: School of Computer Engineering.

11. Elgin, C., & Tosun, H. K. (2017). *A note on informality and public trust*. *Economics Bulletin*, 37(4), 2595-2601.
12. Erazo Guijarro, F. D., & Gibaja Romero, D. E. (2019). El dilema de la informalidad y como combatirla. *KAIRÓS. Revista de ciencias económicas, jurídicas y administrativas*, 2(2), 8-16. <https://doi.org/10.37135/kai.003.02.01>
13. Fudenberg, D. (2015). *Evolution and Cooperation in Noisy Repeated Games*. United States: American Economic Association.
14. Galarza, F., & Requejo, F. (2019). *Reducing Informality Using Two-Sided Incentives: Theory and Experiment* (No. 2019-003). Banco Central de Reserva del Perú.
15. Gibaja, D., Pérez, I., & Guadalupe, P. (2017). *Cooperation and memorable experiences in rural tourism: a game theoretic approach*. Puebla: Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla.
16. Harrison, M. (2010). *Valuing the future: the social discount rate in cost-benefit analysis*. Technical report, Australian Government: Productivity Commission.
17. IIED. (2015). *Inclusive governance of informal markets: the street vendors of Surakarta*. UK: Briefing.
18. Kamhoua, C. A., Pissinou, N., Kwiat, K., & Iyengar, S. (2012). *Game theoretic analysis of users and providers behavior in network under scarce resource*. Hawaii: International Conference on Computing, Networking and Communications.
19. Kanbur, R., & Keen, Michael. (2014). *Thresholds, informality, and partitions of compliance*. *Int tax public finance*. Springer science + Business media New York, 536 - 559.
20. Ladino, G. D. C. A. (2018). *Empresas y formalización tributaria, algunas particularidades en las regiones colombianas*. *Revista Sinergia*, 1(2), 78-95.
21. La Porta, R., & Shleifer, A. (2014). *Informality and development*. *Journal of economic perspectives*, 28(3), 109-126.
22. Loayza, N. (2018). *Informality: why is it so widespread and how can it be reduced?*. World Bank Research and Policy Briefs, (133110).
23. Mejía, D., & Posada, C. (2007). *Informalidad: teoría e implicaciones de política*. Bogotá: Universidad de los Andes.
24. Miyagawa, E., Miyahara, Y., Sekiguchi, T. (2008). The folk theorem for repeated games with observation costs. *Journal of Economic Theory*, 139(1), 192-221. <https://doi.org/10.1016/j.jet.2007.04.001>
25. Moore, M., Boardman, A., & Vining, A. (2013). More appropriate discounting: the rate of social time preference and the value of the social discount rate. *Journal of Benefit-Cost Analysis*, 4(1), 1-16. <https://doi.org/10.1515/jbca-2012-0008>
26. Moreno Ramos, P. (2017). *Aplicaciones económicas de juegos repetidos*. Bilbao: Universidad del País Vasco. Facultad de Economía y Empresa.
27. Pérez Ruiz, B. L. (2020) *Análisis de la Transición de la Economía Informal a la Formal: un Enfoque Sociorganizacional para Latinoamérica* [tesis de maestría, Universidad Nacional Abierta y a Distancia], Repositorio institucional UNAD. <https://repository.unad.edu.co/>

28. Ulyssea, G. (2020). Informality: Causes and consequences for development. *Annual Review of Economics*, 12(2020), 525-546. <https://doi.org/10.1146/annurev-economics-082119-121914>