

INCLUSIÓN DE FUTUROS DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN PORTAFOLIOS DE ACCIONES

JUAN FERNANDO RENDÓN-GARCÍA

juanrendon@itm.edu.co
Instituto Tecnológico Metropolitano, Departamento de Finanzas
Calle 54A No. 30 - 01 Medellín, Colombia

ALFREDO TRESPALACIOS

alfredotrespalacios@itm.edu.co
Instituto Tecnológico Metropolitano, Departamento de Finanzas
Calle 54A No. 30 - 01 Medellín, Colombia

HERNAN DARÍO VILLADA-MEDINA

hernanvillada@itm.edu.co
Instituto Tecnológico Metropolitano, Departamento de Finanzas
Calle 54A No. 30 - 01 Medellín, Colombia

JUAN GABRIEL VANEGAS-LÓPEZ

jvanegas1@tdea.edu.co
Tecnológico de Antioquia I.U., Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas
CI 78B 72A 220, Oficina 13-S6

Recibido (19/09/2020)
Revisado (04/05/2021)
Aceptado (14/07/2021)

RESUMEN: El propósito de este trabajo es medir el efecto de incluir un contrato de futuros de energía eléctrica en un portafolio de acciones. Se modeliza el precio de las acciones con un Modelo Browniano Geométrico Multivariado, mientras que el modelo de futuros sobre energía eléctrica empleado considera la volatilidad de corto plazo del mercado, la velocidad de reversión a la media del precio spot y la prima forward de largo plazo (diferencia entre precio esperado de bolsa y el precio del futuro). Esta metodología se aplica a un conjunto de acciones y a un contrato de futuros del mercado colombiano. Los resultados muestran que al incluir un contrato de futuros de electricidad en un portafolio de acciones se presentan movimientos de la frontera eficiente del portafolio en la dirección de la reducción del riesgo que no necesariamente implican una reducción del rendimiento esperado. Además, se observa que a menor volatilidad, menor velocidad de reversión a la media y menor nivel de apalancamiento del contrato de futuro, mayor es el aporte a la diversificación del portafolio (menor riesgo para niveles iguales de rentabilidad esperada). Por otra parte, la prima de riesgo no tiene un efecto significativo sobre la frontera eficiente.

Palabras Clave: teoría moderna de portafolios, selección de portafolios, gestión de riesgos, futuros de energía eléctrica, mercados de energía eléctrica.

ABSTRACT: The purpose of this work is to measure the effect of including an electric power future contract in a portfolio of shares. The share price is modeled with a Multivariate Geometric Brownian Model, while the electricity futures model selected considers the short-term volatility of the market, the speed of reversion to the mean of the spot price and the long-term forward premium (difference between the expected stock price and the future price). This methodology is applied to a set of shares and a futures contract in the Colombian market. The results show that when including an electricity future contract in a portfolio of shares, movements of the efficient frontier of the portfolio are presented in the direction of risk reduction that do not necessarily imply a reduction in the expected return. In addition, it is observed that the lower volatility, the lower the speed of reversion to the mean and the lower the leverage level of the futures contract, the greater the contribution to portfolio diversification (lower risk for equal levels of expected profitability). On the other hand, the risk premium does not have a significant effect on the efficient frontier.

Keywords: modern portfolio theory, portfolio selection, risk management, electricity futures contracts, electricity markets.

1 Introducción

El rendimiento de los mercados accionarios está determinado por factores relacionados con el desempeño futuro de la economía, así mismo los determinantes de su incertidumbre. Agudelo (2011) explica cómo bajo la hipótesis de mercados eficientes es necesario que los precios de los activos reflejen adecuada y rápidamente toda la información disponible que afecte el valor económico de las empresas, incluyendo la correspondiente a variables macroeconómicas. Agudelo y Gutiérrez (2011) encuentran, por ejemplo, que el mercado accionario mexicano reacciona ante anuncios de la inflación, el de Colombia ante anuncios de la balanza comercial, Chile y Colombia ante anuncios de la tasa de interés y, además, los tres mercados reaccionan al desempleo.

Por otra parte, existe un activo que debido a sus dificultades para el almacenamiento y transporte durante mucho tiempo y distancias considerablemente largas, obedece a una dinámica diferente al desempeño económico de corto plazo. Uribe y Trespalacios (2014) encuentran relaciones del precio de la electricidad en Colombia con la demanda y el tipo de tecnología utilizada para la generación de energía (térmica o hidráulica), así como con la ocurrencia de fenómenos de carácter macroclimático como El Niño-Oscilación del Sur (ENOS)¹ (Albani et al., 2021; Barrera et al., 2020; Abril-Salcedo et al., 2020); además de estacionalidad.

La energía eléctrica tiene como característica principal ser una de las formas de energía con mayores campos de aplicación, toda vez que es fácilmente transformable en una gran variedad de otras formas de energía, como lo explican Trespalacios et al. (2017). Durante los años noventa, se presentó una oleada de liberalización de los mercados de electricidad a nivel mundial que llevó al ámbito privado la realización y explotación de proyectos de generación, transmisión, distribución y comercialización de electricidad; actividades que antes eran desempeñadas por la mayoría de los gobiernos nacionales. Estos mercados de electricidad vinieron acompañados desde el principio de una serie de instrumentos financieros que les permite la cobertura de riesgo de precio dentro de los que se destacan los contratos de largo plazo, también conocidos como PPA (*Power Purchase Agreement*) y que pueden ser reconocidos también como contratos forward de electricidad.

Estos contratos forward son definidos, en términos de plazos cantidades y precios, a la medida de cada una de las partes involucradas, esta característica los convierte en herramientas idóneas para cada participante en cuanto a la cobertura de sus necesidades. Sin embargo, como cada contrato es único se dificulta deshacer algún tipo de posición pactada, haciendo irreversibles las decisiones y traslada el riesgo de incumplimiento entre todos los participantes del mercado. Como solución a estas dos situaciones aparecen los contratos de futuro que estandarizan plazos y cantidades y, como lo exponen Pantoja et al. (2017), elimina el riesgo de incumplimiento y brindan la posibilidad de aumentar la cantidad de posibles negociadores.

De acuerdo con Lucia y Schwarts (2002) y Hull (2021), el precio de la energía eléctrica con entrega a plazo corresponde a las expectativas del precio spot (también llamado precio al contado o de bolsa) y no hay razones para esperar que exista una correlación importante entre el rendimiento de los futuros que tienen como subyacente el precio spot y el rendimiento de las acciones; haciendo que el mercado eléctrico y los mercados accionarios actúen de forma independiente. García et al. (2011) estudian el precio del mercado de contratos de largo plazo para usuarios no regulados (principalmente industriales), encontrando que los niveles de estos derivados sobre energía eléctrica dependen de la evolución del precio spot, tanto de su nivel como su volatilidad, también de la demanda de energía eléctrica y los aportes hídricos. Sikora et al. (2017) encuentran que para Chile el precio spot de la energía entre 2011 y 2016 está explicado entre un 50% y 75% por la generación de energía eléctrica y los aportes de gas y carbón y, aunque el mercado ha venido evolucionando, el resto de los determinantes corresponden únicamente a variables del propio mercado como la influencia de las fuentes no convencionales de energías renovables y las variaciones de generación con diésel como fuente primaria.

¹ El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) se refiere a las oscilaciones asimétricas en el Océano Pacífico tropical entre la fase fría de La Niña y la fase caliente de El Niño. Ésta última, está asociada con una disminución de las lluvias y del caudal de los ríos, afectando la generación de la energía hidráulica la cual se obtiene aprovechando la fuerza del agua de ríos o arroyos que descienden de las montañas (Morcillo et al., 2020).

Dado que los determinantes de los mercados de energía eléctrica se concentran en elementos que consideran la disponibilidad actual y futura del recurso natural, la afectación del precio spot no tiene como determinantes variables económicas o financieras como lo explica Pilipovic (1998) y tampoco entonces los derivados de energía eléctrica dependerán de los movimientos en los mercados financieros o variaciones macroeconómicas. Además, Pantoja et al. (2017) demuestran cómo los futuros sobre acciones y los futuros sobre electricidad no obedecen de la misma forma a su respectivo subyacente.

El objetivo de este trabajo es medir el efecto de la inclusión de un contrato de futuros de energía eléctrica en un portafolios de acciones. Se parte de la hipótesis de trabajo de que un portafolio de inversiones construido con activos del mercado bursátil y del mercado de futuros de electricidad deberá lograr un efecto de diversificación más alto que considerar sólo el portafolio del mercado bursátil. La importancia de este trabajo consiste, en primer lugar, en abordar el estudio en conjunto de dos mercados que tradicionalmente han sido estudiados de forma independiente: el mercado accionario y el mercado de electricidad. En segundo lugar, este trabajo es un aporte al tema de la optimización de portafolios en el mercado eléctrico sobre el cual, como lo mencionan Liu et al. (2006), Sun et al. (2020), Faia et. Al. (2021) y Perea González y Zavaleta Vásquez (2020), existen muy pocas investigaciones.

Para cumplir con este propósito se realiza simulación de Montecarlo de los precios de las acciones con un Modelo Browniano Geométrico Multivariado como el expuesto por Björk (2009) y, para el precio de los futuros de electricidad, se utiliza el modelo estocástico propuesto por Trespalacios et al. (2012), que fue utilizado para otros propósitos por Pantoja et al. (2017). Como caso de estudio se presenta una aplicación en el mercado colombiano, aunque la metodología puede ser extendida a operaciones en otros países o incluso con múltiples países y diferentes mercados de electricidad.

Se encuentra cómo es posible modificar los niveles de riesgo de un portafolio de acciones al adicionarle futuros de electricidad, reduciendo los niveles de riesgo de portafolio sin afectar considerablemente el rendimiento, esto se logra con la construcción de fronteras eficientes como lo sugieren Bodie et al. (2018) para los casos con y sin futuros de electricidad en el portafolio. El supuesto de correlación cero entre el mercado accionario y los futuros de energía eléctrica no sólo se valida a través de la literatura, sino que también se muestra cómo el propio desempeño de las variables ha tenido este nivel de comovimiento. Así mismo se expone la metodología con la claridad suficiente para que actores del mercado puedan replicarla. Este trabajo puede ser considerado para la estructuración de portafolios de inversión. No obstante, se recomienda a cada actor tomar la metodología y aplicarla por sí mismo, toda vez que los parámetros utilizados en estas simulaciones son susceptibles de sufrir modificaciones conforme avance el desarrollo de cada mercado y para este trabajo no se realizó ningún tipo de análisis de persistencia.

A continuación, se expone una revisión de literatura sobre mercados financieros y mercados de electricidad, luego se muestran los modelos matemáticos utilizados para la modelización de las acciones, contratos de futuros y portafolios. Posteriormente, se presenta una aplicación de los resultados teóricos obtenidos y, finalmente, se exponen las conclusiones del trabajo.

2 Revisión de literatura

La literatura académica encargada de estudiar el mercado eléctrico como una opción de cobertura es amplia y presenta gran variedad de enfoques, no solo contextuales, sino también metodológicos. Uno de los trabajos pioneros se remonta a 1976, cuando Bar-Lev y Katz proponen la conformación de un portafolio para la adquisición de combustibles fósiles que le permita a la industria de servicios públicos ser más eficiente en el manejo de los recursos escasos. Más adelante, Blackmon (1985) expuso la necesidad de desarrollar un mercado de futuros para el sector eléctrico. Una de las primeras evaluaciones de este tipo de inversiones ocurrió en Europa, concretamente en Noruega y el Reino Unido, donde Amundsen y Singh (1992) destacaron que el principal problema no radicada en la incertidumbre de precios, sino más bien en la competitividad y el funcionamiento de los mercados subyacentes dada la condición monopolística del sector. Otra consideración importante la expresan Awerbuch y Berger (2003), mostrando que una cartera de tecnologías energéticas con diferentes características financieras podría ser menos costosa a lo largo del tiempo que una cartera construida exclusivamente a partir de sistemas basados en combustibles.

Por su parte, Liu et al. (2006) y Deng y Oren (2006) señalan que existen diferentes mecanismos para enfrentar el riesgo en el mercado eléctrico (Tabla 1). Además de los señalados futuros (futures), los autores han evidenciado la existencia de coberturas (*hedging*) que incluyen derivados financieros, contratos a plazos (*forwards*), opciones (*options*) contratos por diferencias (*swaps*), contratos especiales de electricidad (*updated* y *optional contracts*), instrumentos financieros derivados (*instruments valuation*) y transacciones estructuradas. Ahora bien, las herramientas numéricas aplicadas a la modelación para determinar el precio de los derivados de electricidad comprenden dos conjuntos de técnicas: fundamental y técnica; donde la primera se basa en la simulación del funcionamiento del sistema y del mercado para llegar a los precios del mercado, la segunda intenta modelar directamente el comportamiento estocástico de los precios de mercado con base en series históricas de datos (Deng y Oren, 2006).

Tabla 1. Instrumentos financieros utilizados en las coberturas de electricidad y métodos de evaluación. Fuente: elaboración propia con base en Liu et al. (2006) y Deng y Oren (2006).

Instrumentos financieros	Metodologías para determinar el precio de derivados de electricidad
<ul style="list-style-type: none"> • Coberturas (<i>hedging</i>) • Contratos a plazos (<i>forwards</i>) • Futuros (futures) • Opciones (<i>plain call, put, spark spread, callable</i> y <i>putable, swing</i>) • Contratos por diferencias (<i>swaps</i>) • Contratos especiales de electricidad (<i>updated</i> y <i>optional contracts</i>) • Instrumentos financieros derivados (<i>instruments valuation</i>) • Transacciones estructuradas (<i>tolling contracts, load-serving full-requirement contracts</i>) • Derivados financieros sobre la capacidad de transmisión de electricidad (<i>financial transmission rights, flowgate rights</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> • Aproximación fundamental: modelado de redes de transmisión y sistemas en escenarios específicos • Aproximación técnica: modelos de series de tiempo discretas (vectores autoregresivos y sus variantes, cadenas de Markov, modelos de difusión continua del tiempo, modelos de simulación binomiales, multinomiales y Monte Carlo; análisis de decisiones)

En cuanto al rango de aplicaciones concretas de trabajos que muestran portafolios de inversión involucrando el mercado eléctrico, se encuentran resultados mixtos. Roques et al. (2008), emplearon la teoría de portafolio de media-varianza para demostrar la importancia de las correlaciones entre electricidad, emisiones de CO_2 y los precios de los combustibles. En el trabajo de Liu y Wu (2007) se asume la optimización de portafolios como un problema de programación cuadrática con una prima libre de riesgo y n activos de riesgo.

Entretanto, Hanly et al. (2018) utilizando modelos de varianza y valor en riesgo (VaR) en tres mercados europeos de electricidad, encuentran que las coberturas de futuros de electricidad son más efectivas en la gestión del riesgo cuando se comparan con otros mercados de commodities, pero más ineficientes cuando se comparan con otros activos energéticos, principalmente en el corto plazo (frecuencia semanal). Barrera et. Al. (2020) estudiaron la posibilidad de realizar cobertura cruzada entre el precio de 93 productos agrícolas colombianos y contratos de futuros de electricidad. Los resultados mostraron que la cobertura cruzada contribuye a una reducción del riesgo del 32% en el mejor de los casos.

En un enfoque similar, García et al. (2017) usan estas mismas técnicas para obtener portafolios en una empresa de generación eléctrica, mostrando que cuando la aversión al riesgo del inversor se incrementa, una proporción baja del portafolio aplica para el mercado inmediato (spot) debido a la alta volatilidad presentada; razón por la cual, dado que este mercado está en constante cambio día a día, se hace necesario utilizar pronósticos GARCH para decidir la cuota del portafolio a ser aplicada.

Para el caso de los comercializadores europeos de electricidad se encuentran dos trabajos que muestran resultados contradictorios. En un primer ejercicio para el caso francés, Boroumand et al. (2015) muestran que una estrategia óptima de cobertura difiere según la hora del clúster con respecto a los indicadores de

riesgo VaR y CVaR, al tiempo que también señalan la eficacia significativamente superior de las carteras de cobertura intra-día sobre las carteras diarias semanales y anuales. No obstante, en el contexto austriaco-germano, Boroumand y Goutte (2017) comprueban que la utilización de coberturas intra-diarias con forwards es estructuralmente ineficiente en comparación con las opciones financieras y los activos físicos, sin importar la hora del día. Otras aplicaciones muestran enfoques para estimar el VaR de una cartera que incluye futuros de petróleo crudo y gas natural en el mercado energético que combina cópulas constantes o variables en el tiempo con modelos tipo GARCH para construir distribuciones multivariantes condicionales conjuntas (Lu et al., 2011). Entretanto, Jamshidi et al. (2018) proponen una optimización en dos tiempos en un escenario de dominancia estocástica para hacer frente a las incertidumbres que se generan para las empresas a la hora de tomar decisiones en los contratos a plazos en los mercados de electricidad, donde se considera un intervalo de rentabilidades, que produce menores fluctuaciones que los modelos CVaR tradicionales.

Ahora bien, como lo explican deLlano-Paz et al. (2017), la reducción en el caso del componente sistemático, a su vez, es menor y no puede cancelarse. Por esta razón, el riesgo relevante para evaluar ya no es el riesgo general, sino el riesgo no diversificable o sistemático, lo cual muestra un alejamiento de la perspectiva de una composición de cartera basada en un solo activo y opta por su combinación con otros valores.

En síntesis, las técnicas aplicadas en la simulación de opciones financieras en conjunción con los mercados eléctricos, en palabras de Deng y Oren (2006), plantean escenarios de cuantificación, seguimiento y control de los riesgos de negociación en los mercados mayoristas y minoristas de energía eléctrica, lo que a su vez requiere herramientas y metodología de gestión de riesgos adecuadas que permitan generar certeza en la estimación de costos e ingresos a través de prácticas de cobertura y comercialización de activos.

3 Modelización matemática

En esta sección se explican los modelos empleados para el precio de las acciones y del contrato de futuros de electricidad, así como el modelo empleado para obtener el valor esperado y la volatilidad de la rentabilidad de portafolios compuestos por ambos tipos de activos.

3.1 Modelización del precio de las acciones

De acuerdo con la hipótesis de mercados eficientes, como lo explican Bodie et al. (2018), los precios de las acciones reflejan todas las expectativas sobre el desempeño de cada compañía, a tal punto que no es posible conocer con anticipación el precio al que se realizará la próxima transacción. Un modelo matemático que ha logrado describir esta situación corresponde a el Modelo Browniano Geométrico (MBG) que tiene como supuesto básico que los rendimientos de los precios de las acciones son independientes y pueden ser representados mediante una distribución normal. Si bien el supuesto de normalidad puede no evidenciarse en series históricas, debido al teorema central del límite siempre que se esté analizando una cantidad de periodos suficientes hacia el futuro, el supuesto de normalidad cobra validez.

Mikosch (1998) explica el MBG para el precio spot de una acción S_t para el tiempo t partiendo de la ecuación (1) la cual es una ecuación diferencial estocástica donde dt es el diferencial del tiempo, dW es el diferencial del proceso Browniano (o proceso de Wiener), μ y σ son respectivamente el promedio y la desviación estándar de corto plazo de los rendimientos de la acción. La solución a la ecuación (1) es la ecuación (2), donde S_0 es el precio inicial de la acción, t es el tiempo transcurrido desde el momento inicial y W_t corresponde a un Movimiento Browniano.

$$dS_t = \mu S_t \cdot dt + \sigma S_t \cdot dW_t \quad (1)$$

$$S_t = S_0 \cdot e^{(\mu - \sigma^2/2)t + \sigma \cdot W_t} \quad (2)$$

Debido al efecto exponencial, S_t no corresponde a un proceso de tipo gaussiano, lográndose explicar con una distribución lognormal con el siguiente valor esperado y varianza:

$$E[S_t] = S_0 e^{\mu t} \quad (3)$$

$$Var(S_t) = S_0^2 e^{2\mu t} (e^{\sigma^2 t} - 1) \quad (4)$$

Para el caso multidimensional, es decir, cuando se desee representar el movimiento conjunto de varios activos, basta con hacer una modificación de las relaciones anteriores. La importancia de modelar conjuntamente varias acciones radica en lograr incorporar un movimiento acorde con las relaciones que se aprecian en la economía y que el riesgo logre representarse en su debida proporción entre sus componentes sistemática e idiosincrática respecto al portafolio que se pueda construir, componentes de riesgo que son explicados por Agudelo (2011).

Si se considera el vector Y_t que contiene el precio de n activos ($S_{1t}, S_{2t}, \dots, S_{nt}$) que se mueven según un movimiento MBG, la forma multivariada describe su movimiento.

$$\underline{Y}_t = \begin{bmatrix} S_{1t} \\ S_{2t} \\ \vdots \\ S_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 e^{(\mu_1 \cdot t + \sigma_1 \cdot W_{1t})} \\ S_2 e^{(\mu_2 \cdot t + \sigma_2 \cdot W_{2t})} \\ \vdots \\ S_n e^{(\mu_n \cdot t + \sigma_n \cdot W_{nt})} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde la correlación entre los movimientos $W_{1t}, W_{2t}, \dots, W_{nt}$ está definida a través de una matriz de correlación.

3.2 Modelización del precio de contratos futuros sobre electricidad

Trespalacios et al. (2012) muestran cómo a partir del modelo de reversión a la media para el precio spot de energía eléctrica propuesto por Lucia y Schwartz (2002), se puede derivar el movimiento del precio para contratos de venta a plazo que tienen implícito una prima de riesgo forward. Si α es la prima de riesgo de largo plazo del mercado de contratos de energía, κ la velocidad de reversión a la media del precio spot, σ_f el parámetro de volatilidad de corto plazo del precio spot y dW_x es el diferencial de un movimiento de un proceso de Wiener, el precio del contrato futuro F_t que se firma en el momento t y que tiene por periodo de madurez el momento T , se mueve conforme la ecuación diferencial estocástica (6).

$$dF_t = \mu_f \cdot dt + \sigma_f \cdot e^{-\kappa \cdot (T-t)} dW_x \quad (6)$$

$$\mu_{f_t} = -\alpha \cdot \kappa \cdot e^{-\kappa \cdot (T-t)} \quad (7)$$

Esta ecuación diferencial estocástica tiene por solución la forma cerrada que se muestra en la ecuación (8), donde M_t es una función determinística que puede ser interpretada como la manera en que evoluciona la prima de riesgo del mercado de contratos a plazo y t_0 corresponde a el último momento para el que se conoce información de la valoración de los contratos futuros; así F_0 es el último precio conocido del contrato futuro con vencimiento en T .

$$F_t = F_0 + M_t + \int_{t_0}^t \sigma_f e^{-\kappa(T-s)} dW_x \quad (8)$$

$$M_t = -\alpha [e^{-\kappa(T-t)} - e^{-\kappa(T-t_0)}] \quad (9)$$

La esperanza y la varianza condicionadas al momento t_0 pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$E[F_t] = F_0 + M(t) = F_0 - \alpha [e^{-\kappa(T-t)} - e^{-\kappa(T-t_0)}] \quad (10)$$

$$Var[F_t] = \frac{\sigma_f^2}{2\kappa} [e^{2\kappa(T-t)} - e^{-2\kappa(T-t_0)}] \quad (11)$$

En la ecuación (10) se puede observar que cuando α es positiva la expectativa del mercado es que en la fecha de vencimiento el precio del contrato de futuros será menor que el precio inicial. En tanto que, si el valor de α es negativo, la expectativa del mercado es que en la fecha de vencimiento el precio del contrato de futuros será mayor que el precio inicial.

El parámetro κ está asociado con la eficiencia de mercado puesto que una alta velocidad de reversión a la media implica que los participantes del mercado incorporan la información de dicha desviación más rápidamente.

3.3 Modelización del portafolio

La modelización del portafolio se realiza siguiendo la presentación de Bodie et al. (2018) del Modelo de Markowitz o Modelo Media-Varianza (Markowitz, 1952). Este modelo supone que las preferencias de los inversionistas se ven adecuadamente expresadas con el momento de primer orden (la media) y el momento de segundo orden (la varianza) de la distribución de los retornos de un portafolio durante un periodo. Es decir, la selección del portafolio óptimo o eficiente se basa en dos parámetros de la distribución de los retornos: la media y la varianza. Si bien existen otros modelos o teorías, el Modelo de Markowitz marcó el inicio de la teoría moderna de portafolios y ha servido como punto de referencia para modelos más complejos.

Las expresiones que se presentan a continuación del valor esperado y de la volatilidad del portafolio suponen que el portafolio está compuesto por n acciones y un contrato de futuros sobre energía eléctrica. Además, w_i representa el porcentaje de la inversión total del portafolio en la acción i , mientras que w_f representa el porcentaje invertido en el futuro. De esta manera, los pesos de las acciones y del contrato de futuros cumplen la siguiente relación:

$$\sum_{i=1}^n w_i + w_f = 1 \quad (12)$$

3.3.1 Valor esperado de la rentabilidad del portafolio

El valor esperado de la rentabilidad del portafolio, r_p , para el momento t , está dado por:

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E[r_i] + w_f \cdot NA \cdot \ln\left(\frac{E[F_t]}{F_0}\right) \quad (13)$$

Donde F_0 corresponde a el precio inicial del contrato de futuros, $E[F_t]$ es el valor esperado del precio del contrato de futuros para el momento t (asumiendo que la fecha de vencimiento del contrato es posterior a t) y NA es el nivel de apalancamiento del contrato de futuros que se calcula de la siguiente manera:

$$NA = \frac{100\%}{\% \text{ de garantía del contrato de futuro}} \quad (14)$$

Considerando las ecuaciones (10) y (13), el valor esperado del portafolio puede simplificarse como:

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E[r_i] + w_f \cdot NA \cdot \ln \left(1 + \frac{M(t)}{F(t_0)} \right) \quad (15)$$

3.3.2 Varianza de la rentabilidad del portafolio

Para la varianza de la rentabilidad del portafolio, σ_p^2 , se encuentra la siguiente expresión basada en el supuesto que la covarianza entre los rendimientos de cualquier acción y el contrato de futuros de electricidad es cero.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} + w_f^2 \cdot NA^2 \cdot \sigma_f^2 \quad (16)$$

Donde σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de la acción i y la acción j .

4 Caso de aplicación

4.1 Composición del portafolio

Con el fin de aplicar los resultados obtenidos en la sección anterior, se presenta un portafolio con las seis acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) y un contrato de futuros de electricidad. La selección de únicamente seis empresas es arbitraria y obedece a los costos computacionales que implicaría un número mayor de empresas, pero no hay ninguna restricción para la extensión de esta metodología a un número mayor de acciones. La selección de empresas colombianas tampoco representa ninguna restricción para la replicación de este modelo en mercados financieros de otros países ya que como lo muestran León y Trespalacios (2015), la volatilidad del índice accionario en Colombia (COLCAP) está explicada por factores macroeconómicos y financieros, tanto del orden nacional como extranjero. Además, también muestran cómo los rendimientos del índice bursátil colombiano (COLCAP) están significativamente relacionados con otros índices bursátiles, entre otros, con el Bovespa (Brasil), el S&P500 (Estados Unidos), el Nikkei (Japón) y el IGBVL (Perú).

El efecto de la incorporación de futuros de electricidad en el portafolio de acciones se analiza a través de la comparación de la frontera eficiente del portafolio con y sin futuros de electricidad. La frontera eficiente permite conocer la mejor relación riesgo-rentabilidad que puede ser lograda con la selección de portafolio; esto es cuáles son los menores valores de riesgo que pueden obtenerse para cada nivel de rentabilidad esperado, modificando los pesos w_i y w_f del portafolio.

Los precios de las acciones fueron tomados de la página oficial de la Bolsa de Valores de Colombia² y los precios del precio spot de electricidad fueron tomados de la página oficial de la empresa Derivex³ quien se encarga de administrar el Mercado de Derivados Estandarizados de Commodities Energéticos en Colombia. Todas las series de tiempo se tomaron desde enero de 2010 hasta marzo de 2021 con frecuencia mensual.

En la Tabla 2 se presentan las estadísticas descriptivas de los rendimientos de los precios y del precio spot de electricidad y en la Tabla 3 se presenta la matriz de correlaciones.

Tabla 2. Estadísticas descriptivas de los rendimientos mensuales de las acciones y del rendimiento del precio de energía eléctrica

	Ecopetrol	BancolombiaPf	ISA	Sura	GrupoArgos	Nutresa	Electricidad
Mínimo	-22,40%	-19,66%	-27,56%	-17,66%	-22,45%	-12,23%	-85,16%
Máximo	12,26%	14,00%	13,87%	22,31%	28,72%	13,57%	76,12%
Promedio	0,00%	0,01%	0,02%	-0,01%	-0,02%	0,00%	0,01%
Volatilidad	2,05%	1,64%	1,75%	1,66%	2,00%	1,27%	12,11%

Tabla 2. Matriz de correlaciones de los rendimientos mensuales de las acciones y del rendimiento del precio de energía eléctrica

	Ecopetrol	BancolombiaPf	ISA	Sura	GrupoArgos	Nutresa	Electricidad
Ecopetrol	100,00%						
BancolombiaPf	39,43%	100,00%					
ISA	30,41%	35,10%	100,00%				
Sura	43,00%	52,40%	47,10%	100,00%			
GrupoArgos	39,42%	44,27%	44,82%	60,71%	100,00%		
Nutresa	28,68%	30,14%	32,31%	36,11%	35,87%	100,00%	
Electricidad	-9,74%	-11,96%	-4,10%	-6,39%	-2,77%	9,51%	100,00%

4.2 Simulación de precios de las acciones y del futuro

Considerando que el portafolio está compuesto por n acciones y un contrato de futuros de electricidad, el conjunto de $n + 1$ ecuaciones que se proponen para la simulación se presentan a continuación.

$$\Delta S_{i_t} = \mu_i \cdot S_{i_{t-1}} \cdot \Delta t + \sigma_i \cdot S_{i_{t-1}} \cdot (\Delta t)^{\frac{1}{2}} \cdot \epsilon_{i_t} \text{ con } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (17)$$

$$\Delta F_t = -\alpha \cdot \kappa \cdot e^{-\kappa \cdot (T-t)} \cdot \Delta t + \sigma_f \cdot e^{-\kappa \cdot (T-t)} \cdot (\Delta t)^{\frac{1}{2}} \cdot \epsilon_{f_t} \quad (18)$$

Donde cada ϵ_{i_t} y ϵ_{f_t} son números pseudoaleatorios que provienen de una distribución normal estándar. La correlación entre las ϵ_{i_t} está definida a través de la matriz de correlaciones de la Tabla 3. Las correlaciones entre cada combinación de ϵ_{i_t} y ϵ_{f_t} se consideran iguales a cero teniendo en cuenta la premisa de correlación cero entre los rendimientos de las acciones y los rendimientos del futuro de energía eléctrica. La generación de los números pseudoaleatorios se realiza utilizando factorización de Cholesky.

En la Tabla 4 aparecen los valores de cada parámetro del precio del contrato de futuros de energía que se utilizan en las simulaciones de los seis casos estudiados. Los valores de α (prima de riesgo de largo plazo del mercado de contratos de energía) se toman de los resultados de Rodríguez et. al. (2021). La estimación

² <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portallbvc>

³ <https://www.derivex.com.co/>

de los valores de κ y σ_f se presentan en el Anexo A. El nivel de apalancamiento (NA) de los contratos de futuro en el mercado de derivados estandarizados de commodities energéticos en Colombia varía dependiendo del tiempo que falta para el vencimiento del contrato (Méndez-Castro, 2020), de modo que a menor tiempo al vencimiento menor es la garantía y por lo tanto mayor NA (ver ecuación (14)). En los casos analizados se consideran valores de NA de 10 y 2 que corresponden a garantías del 10% y 50% respectivamente.

Tabla 4. Parámetros considerados para precio de futuro de electricidad

Caso	Parámetros del futuro			
	σ_f	κ	α	NA
1	(Sin contrato de futuros)			
2	14,4	0,58	10	10
3	60,54	0,58	10	2
4	14,4	0,33	10	2
5	14,4	0,58	20	2
6	14,4	0,58	10	2

4.3 Frontera eficiente del portafolio

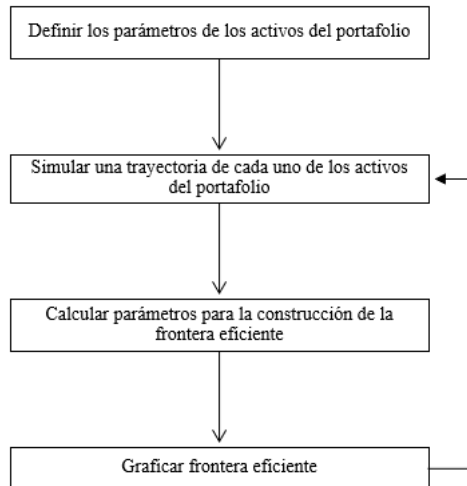


Figura 1. Pasos empleados para la obtención de las fronteras eficientes

Los pasos para la obtención de la frontera eficiente son los siguientes (Bodie et al., 2018): (1) se definen los parámetros de cada uno de los precios de las acciones a simular. Esto corresponde a los parámetros propios y de correlación. Luego, (2) se realiza la simulación de una única trayectoria de todos los activos del portafolio. (3) Con las trayectorias simuladas de cada activo se obtienen los parámetros para la construcción de la frontera eficiente ex post. En este paso se responde la pregunta: Para estas trayectorias, ¿cuál hubiese sido la frontera eficiente según las trayectorias simuladas?; con la información obtenida (4) se grafica la frontera eficiente y se almacenan los parámetros relevantes. Después, (5) se repiten los pasos (2) a (4) de acuerdo con el número de trayectorias deseadas. Finalmente, (6) se repiten los pasos (1) a (5) incluyendo el futuro de electricidad dentro del portafolio. En la Figura 1 se presenta un esquema con estos pasos.

En la Figura 2 se presentan las fronteras eficientes promedio obtenidas para los seis casos analizados de simulación del portafolio. En cada caso se simularon 10.000 caminos de cada activo del portafolio. El caso 1 corresponde a la frontera eficiente promedio del portafolio únicamente con acciones de las seis empresas (sin incluir el futuro de energía eléctrica). Esta frontera se encuentra dominada por todas las demás fronteras que incluyen el futuro de electricidad ya que se observa que para los mismos niveles de rentabilidad se obtienen valores mayores de volatilidad. En el caso 2 el portafolio incluye el contrato de

futuros con valores de σ_f , κ , α y NA de 14.4%, 0.58, 10 y 10 respectivamente. La curva obtenida presenta una disminución importante en los valores de volatilidad respecto al caso 1 para todos los valores de rentabilidad. En el caso 3 los parámetros σ_f y NA toman valores de 60.54 y 2 respectivamente, mientras que los parámetros κ y α son iguales al caso 2. La curva obtenida para este caso muestra dominancia sobre los casos 1 y 2 puesto que presenta iguales niveles de rentabilidad con menores niveles de riesgo.

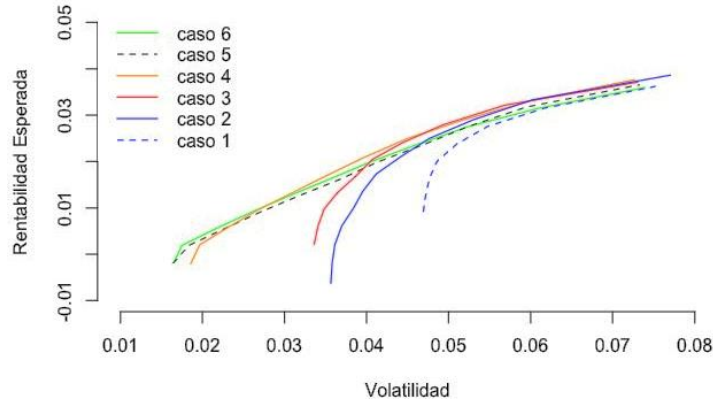


Figura 2. Fronteras eficientes promedio

En los casos 4, 5 y 6 el contrato de futuros tiene valores de σ_f y NA de 60.54 y 2 respectivamente, mientras que los parámetros κ y α toman diferentes valores que parecen no tener un efecto importante en la frontera eficiente promedio puesto que las curvas tienen un comportamiento similar, aunque se aprecia el efecto de κ en el portafolio de mínima varianza del caso 4. Para rentabilidades superiores al 2% el caso 4 tiene un comportamiento muy similar al del caso 3. También se observa que para rentabilidades superiores al 3% el comportamiento de los 6 casos estudiados es similar mostrando dominancia de los casos 2, 3, y 4.

En la Tabla 5 se presentan los resultados obtenidos del portafolio de mínima varianza para los seis casos estudiados. Para cada caso se presenta la rentabilidad esperada del portafolio ($E[R_p]$), la volatilidad del portafolio (σ_p) y los respectivos pesos óptimos de cada uno de los activos que conforman el portafolio. Los resultados muestran que a pesar de que los parámetros del contrato de futuros son diferentes, la volatilidad del portafolio de mínima varianza en los 6 casos disminuye conforme la participación del contrato de futuros aumenta. Todos los casos que incluyen el contrato de futuros presentan una volatilidad menor al caso que únicamente está conformado por acciones. Comparando los casos 5 y 6 se observa que la variación de α no tiene un efecto sobre los resultados del portafolio. El portafolio 4, que tiene un valor de κ menor que en los portafolios 5 y 6, presenta una reducción en la volatilidad respecto a estos dos casos. El efecto del aumento de la volatilidad del futuro (σ_f) sobre la volatilidad del portafolio (σ_p) se aprecia al comparar el caso 3 con los casos 4, 5 y 6 donde se evidencia que a mayor σ_f mayor σ_p . El efecto del nivel de apalancamiento (NA) se observa al comparar el caso 2 y el 6 mostrando que a mayor NA mayor σ_p .

Tabla 5. Resumen de resultados del portafolio de mínima varianza

Caso	Parámetros del futuro				Portafolio mínima varianza		Pesos óptimos de las acciones y el contrato de futuros en el portafolio de mínima varianza						
	σ_f	κ	α	NA	$E[R_p]$	σ_p	Ecopetrol	BancolombiaPf	ISA	Sura	GrupoArgos	Nutresa	Futuro
1	(Sin contrato de futuros)				1,3%	4,69%	12,1%	18,1%	17,5%	11,6%	7,6%	33,2%	0%
2	14,4	0,58	10	10	-0,2%	3,55%	8,1%	11,6%	10,2%	7,9%	5,2%	24,0%	33,0%
3	60,54	0,58	10	2	0,2%	3,41%	7,2%	10,5%	9,8%	7,4%	5,0%	21,9%	38,3%
4	14,4	0,33	10	2	-0,2%	1,86%	3,8%	4,4%	4,3%	3,3%	2,9%	7,5%	73,9%
5	14,4	0,58	20	2	-0,2%	1,63%	3,2%	4,0%	4,1%	2,6%	2,4%	6,3%	77,4%
6	14,4	0,58	10	2	-0,2%	1,62%	3,3%	3,5%	3,6%	2,8%	2,5%	6,6%	77,7%

5 Conclusiones

El propósito de este trabajo es medir el efecto de incluir un contrato de futuros de energía eléctrica en un portafolio de acciones. Se modeliza el precio de las acciones con un Modelo Browniano Geométrico Multivariado, mientras que el modelo del precio de contratos de futuros sobre energía eléctrica utilizado considera la volatilidad de corto plazo del mercado, la velocidad de reversión a la media del precio spot y la prima forward de largo plazo (diferencia entre el precio esperado de bolsa y el precio del futuro). Esta metodología se aplica a un conjunto de acciones y a un contrato de futuros de electricidad del mercado colombiano.

Los resultados muestran que al incluir un contrato de futuros de electricidad en un portafolio de acciones se presentan movimientos de la frontera eficiente del portafolio en la dirección de la reducción del riesgo que no necesariamente implican una reducción del rendimiento esperado. Además, se observa que a menor volatilidad del futuro, menor velocidad de reversión a la media de los contratos de futuro y menor nivel de apalancamiento, mayor es el aporte a la diversificación del portafolio (menos riesgo para niveles iguales de rentabilidad esperada). Por otra parte, la prima de riesgo no tiene un efecto significativo sobre la frontera eficiente. Teniendo en cuenta que se consideraron parámetros plausibles del mercado se puede concluir que el nivel de apalancamiento es la variable que mayor incidencia tiene sobre el riesgo del portafolio (entre mayor apalancamiento mayor riesgo).

De otro lado, si bien la relación riesgo-rendimiento del portafolio de renta variable se modifica con la inclusión del futuro de electricidad, existen valores de los parámetros de los futuros que no logran una diferencia significativa de la región que ocupa la frontera eficiente, con lo que un estructurador de portafolios de este tipo debe ser cuidadoso sobre los momentos del mercado de energía y analizar si el efecto de diversificación esperado sí ocurrirá cuando se defina el conjunto de transacciones a utilizar. Por ejemplo, en los tiempos en el que se produce el fenómeno del Niño la volatilidad de los contratos de futuro aumenta y por lo tanto disminuyen los beneficios de diversificación. Lo mismo ocurre cuando aumenta la velocidad de reversión a la media.

De otro lado, los supuestos en los que se basa este trabajo no representan ningún tipo de restricción para la replicación de este modelo en mercados financieros de otros países siempre y cuando la generación de la electricidad de la que dependen los contratos de futuro sea principalmente de generación hídrica dado que no existe una correlación entre el riesgo sistemático que afecta a las acciones y las condiciones climáticas de las que depende el precio de electricidad subyacente.

Cuando se realiza la estimación de los parámetros para modelar el precio del contrato de futuros de electricidad se aprecia cómo cada uno de ellos cambia en el tiempo, por lo cual las estrategias de inversión basadas en la propuesta de este documento deben ser de corto plazo. Este punto puede ser abordado en futuras investigaciones que permitan identificar las razones por las cuales estos parámetros se modifican y, de ser necesario, implementar estructuras de portafolio donde los parámetros sean cambiantes durante el periodo de inversión.

Agradecimientos

Los autores agradecen a los revisores anónimos por sus valiosos comentarios para mejorar la calidad de este trabajo.

Referencias

- Agudelo, D. & Gutiérrez, Á. (2011). Anuncios macroeconómicos y mercados accionarios: el caso latinoamericano. *Academia. Revista Latinoamericana de Administración*, (48), 46-60.
- Agudelo, D. (2015). *Inversiones en renta variable: Fundamentos y aplicaciones al mercadeo accionario colombiano*. Universidad EAFIT.
- Amundsen, E. & Singh, B. (1992). Developing futures markets for electricity in Europe. *The Energy Journal*, 13(3), 95-112.

- Awerbuch, S. & Berger, M. (2003). Applying portfolio theory to EU electricity planning and policy-making. *IEA/EET*, Working Paper 03, 1-70.
- Bar-Lev, D. & Katz, S. (1976). A portfolio approach to fossil fuel procurement in the electric utility industry. *The Journal of Finance*, 31(3), 933-947.
- Barrera, G., Cañón, A. & Sánchez, J. C. (2020). Managing Colombian farmers price risk exposure with electrical derivatives market. *Heliyon*, 6, 1-15.
- Björk, T. (2009). *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford University Press.
- Blackmon, B. (1985). *A Futures Market for Electricity: Benefits and Feasibility*. Energy and Environmental Policy Center, John F. Kennedy School of Government, Harvard University.
- Bodie, Z., Kan, A. & Marcus, A. (2018). *Investments*. McGraw Hill.
- Boroumand, R. H., & Goutte, S. (2017). Intraday hedging with financial options: the case of electricity. *Applied Economics Letters*, 24(20), 1448-1454.
- Boroumand, R., Goutte, S., Porcher, S. & Porcher, T. (2015). Hedging strategies in energy markets: The case of electricity retailers. *Energy Economics*, 51, 503-509.
- deLlano-Paz, F., Calvo-Silvosa, A., Antelo, S. & Soares, I. (2017). Energy planning and modern portfolio theory: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 77, 636-651.
- Deng, S. & Oren, S. (2006). Electricity derivatives and risk management. *Energy*, 31(6-7), 940-953.
- Faia, R., Pinto, T., Vale, Z. & Corchado, J.M. (2021). Portfolio optimization of electricity markets participation using forecasting error in risk formulation. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 129, 1-12.
- García, R., González, V., Contreras, J. & Custodio, J. (2017). Applying modern portfolio theory for a dynamic energy portfolio allocation in electricity markets. *Electric Power Systems Research*, 150, 11-23.
- Gaviria, E. & Carrasquilla, A. (2014). Contraste de modelos estocásticos para el precio de la energía en Colombia. *Revista de la Facultad de Ciencias*, 3(1), 41-55.
- Hanly, J., Morales, L. & Cassells, D. (2018). The efficacy of financial futures as a hedging tool in electricity markets. *International Journal of Finance & Economics*, 23(1), 29-40.
- Hull, J. (2021). *Options, futures and other derivatives* (11th ed.). Pearson.
- Jamshidi, M., Kebriaei, H. & Sheikh-El-Eslami, M. (2018). An interval-based stochastic dominance approach for decision making in forward contracts of electricity market. *Energy*, 158, 383-395.
- León, S. & Trespalacios, A. (2015). *Factores macroeconómicos que influyen en la volatilidad del índice accionario COLCAP* [Tesis de maestría, Universidad EAFIT]. Archivo digital.
- Liu, M. & Wu, F. (2007). Portfolio optimization in electricity markets. *Electric Power Systems Research*, 77(8), 1000-1009.
- Liu, M., Wu, F. & Ni, Y. (2006, June). A survey on risk management in electricity markets [conference]. *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*. Montreal, Canada. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1709009>
- Lu, X., Lai, K. & Liang, L. (2014). Portfolio value-at-risk estimation in energy futures markets with time-varying copula-GARCH model. *Annals of Operations Research*, 219(1), 333-357.
- Lucia, J. & Schwartz, E. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange. *Review of derivatives research*, 5(1), 5-50.
- Maradey, K., Pantoja, J. & Trespalacios, A. (2017). Analysis of the financial margins required to hedge risks in electric power futures markets. *Ecos de Economía*, 21(45), 67-105.
- Méndez-Castro, C.M. (2020). *Conceptualización del modelo colombiano de commodities de energía eléctrica teniendo como referencia los mercados norteamericano y español*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín.
- Mikosch, T. (1998). *Elementary stochastic calculus with finance in view*. World Scientific.
- Perea González, A.P. & Zavaleta Vázquez, O.H. (2020). Designing an optimal electricity supply portfolio based on the Markowitz model: The case of a user in Mexico. *Contaduría y Administración*. 65(1), 1-20.
- Pilipovic, D. (1998). *Energy risk: Valuing and managing energy derivatives*. McGraw-Hill.

- Rendón, J., Hinestroza, A. & Moreno, L. (2011). Determinantes del precio de la energía eléctrica en el mercado no regulado en Colombia. *Revista Ciencias Estratégicas*, 19(26), 225-246.
- Rodríguez, D., Trespalacios, A., & Pantoja, J. (2021). Analysis of the risk premium implicit in forward energy contracts. *Instituto Tecnológico Metropolitano*. Working Paper.
- Roques, F., Newbery, D. & Nuttall, W. (2008). Fuel mix diversification incentives in liberalized electricity markets: A Mean–Variance Portfolio theory approach. *Energy Economics*, 30(4), 1831-1849.
- Sikora, I., Abad, J. & Salvagno, J. (2017). Determinantes del precio spot eléctrico en el sistema interconectado central de Chile. *Revista de Análisis Económico*, 32(2), 3-38.
- Sun, B., Wang, F., Xie, J. & Sun, X. (2020). Electricity Retailer Trading Portfolio Optimization Considering Risk Assessment in Chinese Electricity Market. *Electric Power Systems Research*, 190, 1-12.
- Trespalacios, A., García, J. & Pantoja, J. (2012). Estrategia de cobertura a través de contratos a plazo en mercados eléctricos. *Academia. Revista Latinoamericana de Administración*, (50), 148-157.
- Trespalacios, A., Pantoja, J., & Fernández, O. (2017). *Análisis de mercados de electricidad*. Universidad EAFIT.

Anexo A. Estimación de los parámetros empleado en el modelo de precio de contrato de futuros.

A continuación se presenta la metodología empleada para el cálculo de los parámetros κ y σ_f que aparecen en la modelización del precio del contrato de futuros de electricidad. El valor de α (prima de riesgo de largo plazo del mercado de contratos de energía) se toma de los valores de los FRP (*forward risk premium*) estimados por Rodríguez et. al. (2021).

1. Estimación de κ (velocidad de reversión a la media)

El contrato de futuros sobre electricidad propuesto por Trespalacios et. al. (2012) parte del modelo de precio spot de un factor propuesto por Lucia y Schwartz (2002):

$$P_t = f_t + x_t \quad (1)$$

$$dx_t = -\kappa x_t \cdot dt + \sigma \cdot dw_x \quad (2)$$

Discretizando la ecuación (2) se obtiene:

$$\Delta x_t = -\kappa x_{t-1} \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \epsilon_t, \text{ donde } \epsilon_t \sim N(0,1) \quad (3)$$

Tomando $\Delta t = 1$ se obtiene:

$$\Delta x_t = -\kappa x_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t$$

$$x_t - x_{t-1} = -\kappa x_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t$$

$$x_t = x_{t-1} - \kappa x_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t$$

$$x_t = (1 - \kappa)x_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t$$

$$x_t = \varphi x_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t \quad (4)$$

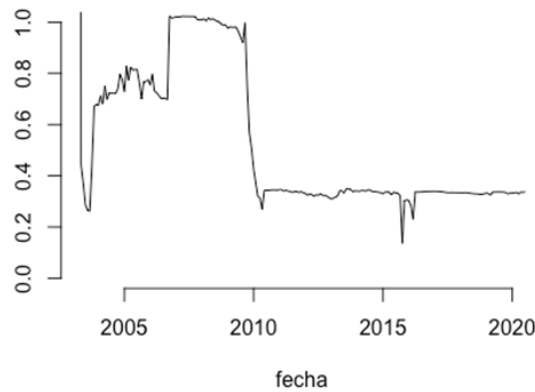


Figura 1. Estimación recursiva del parámetro κ

Según la ecuación (4), x_t es un proceso AR(1) con parámetro φ . Por lo tanto, κ puede estimarse de manera recursiva mediante una regresión de mínimos cuadrados ordinarios (MCO). La Figura 1 muestra cómo el valor de κ cambia a través del tiempo. Para la simulación se utilizó el valor promedio de κ de 0.58 y el último valor estimado de 0.33.

2. Estimación de σ (volatilidad del precio del contrato futuro)

Asumiendo los residuales de la ecuación (4) al cuadrado, es decir $\sigma^2\epsilon^2$, como una medida de la volatilidad del contrato de futuro de electricidad, se realiza una regresión lineal del logaritmo natural de dichos valores contra una variable categórica que toma el valor de 1 cuando aparece el fenómeno de El Niño y 0 en tiempos en los que no hay fenómeno de El Niño.

$$y = \ln(\sigma^2\epsilon^2) = a + bx \quad (5)$$

En la ecuación (5), e^a representa la varianza del precio del contrato futuros en tiempos en los que no ocurre el fenómeno de El Niño y e^{a+bx} representa la varianza del precio del contrato futuros en tiempos en los que ocurre el fenómeno de El Niño. En la Tabla 1 se presentan los resultados de la regresión.

Tabla 1. Resultados de la regresión lineal para el cálculo de σ

Coefficients				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
Intercept	5.3348	0.1665	32.049	< 2e-16 ***
b	2.8717	0.4117	6.975	4.09e-11 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.196 on 206 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.1911, Adjusted R-squared: 0.1871

F-statistic: 48.65 on 1 and 206 DF, p-value: 4.086e-11

Según la Tabla 1, los valores de a y b son 5.3348 y 2.8717 respectivamente, y a partir de ellos se obtiene que la volatilidad del precio del contrato de futuros en periodos de fenómeno de El Niño es de \$60.54 y en periodos en los que no se produce el fenómeno de El Niño es de \$14.40. Ambos valores se usaron en los diferentes casos de aplicación del trabajo.