

# CONDICIONES DE ESTABILIDAD DE LA DOLINA Y EL SALON DE LOS DIBUJOS DE CINCO CUEVAS, BOCA DE JARUCO

Vladimir Otero Collazo<sup>1</sup> y Leslie F. Molerio-León<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Grupo Ciro Berrios. Sociedad  
Espeleológica de Cuba  
<sup>2</sup>Inversiones Gamma, S.A.  
Apartado 6246. CP 10600  
La Habana 6, La Habana, Cuba  
especialistaprincipal@gmail.com

*Morfologías hipogénicas en Cinco Cuevas*  
Foto: Vladimir Otero Collazo

## RESUMEN:

Se discuten los resultados de la aplicación de un grupo de modelos matemáticos para caracterizar la estabilidad del sector de las Pictografías de Cinco Cuevas, Boca de Jaruco, provincia de Mayabeque que muestran que a) el sector de la Dolina de Los Dibujos es inestable en la zona de la cornisa, b) la bóveda del Salón de Los dibujos es estable pero no admite cargas mucho más elevadas que las que soporta naturalmente y c) las pendientes del hemicono de acceso es estructuralmente estable. Cualquier medida ingeniera de escombreo, pavimentación, anclaje de estructuras o modificación de la morfología de las secciones debe evitarse pues requiere de estudios de detalle. La sección de bóveda sobre la dolina está en equilibrio inestable para cargas mayores de  $3000 \text{ kg/m}^2$  (29,4 kPa).

**Palabras clave:** cargas, derrumbes en cuevas, equilibrio estático, estabilidad estructural.

## ABSTRACT:

This paper discusses the results of the application of several mathematical models for the characterization of the structural stability of the Paintings Sector (rupestrian drawings) of Cinco Cuevas, Boca de Jaruco, Mayabeque, Cuba. It was concluded that a) the sector of the Paintings Doline is unstable in the zone of the cornice; b) the rooftop is stable with loads no much higher than those naturally supported and c) the slopes of the access doline are structurally stable. Static loads due to equipment and machinery movement and visitors has to be computed properly up to the Acceptable Change Limit. The rooftop over the doline is in unstable equilibrium to loads aver  $3000 \text{ kg/m}^2$  (29,4 kPa).

**Key words:** loads, cave breakdown, static equilibria, structural stability.

## INTRODUCCIÓN

El modelo conceptual del problema del colapso de cavernas y la subsidencia del terreno debido a ello ha sido magníficamente simplificado por Scheidegger (1991)<sup>1</sup>: *“un sistema cavernario no puede crecer indefinidamente; eventualmente la cavidad se torna inestable y colapsa. No obstante, en un medio elástico, la estabilidad de la cavidad es independiente de sus dimensiones...”*

Ya en 1852, Père de Gabriel Léon Jean Baptiste Lamé (22 de julio de 1795 - 1 de mayo de 1870) trabajando en la estabilidad de bóvedas para el diseño de la suspensión de puentes definió, en 1852, que el máximo esfuerzo cortante  $\sigma_{max}$  en una compresión isotrópica pura ( $p$ ) alejada de una cavidad esférica se puede expresar como:

$$\sigma_{max} = \frac{3}{2}p$$

que es independiente del radio de la esfera. Por ello, continúa Scheidegger (1991:312), *“...si la resistencia al cortante del material es mayor que el cortante máximo mencionado, la cavidad es estable y puede crecer indefinidamente. Como obviamente éste no es el caso, debe asumirse que el material deberá mostrar algún tipo de comportamiento reológico inelástico...cuya naturaleza exacta no se conoce...”*

<sup>1</sup> A cave system cannot grow indefinitely: eventually the cavities become unstable and collapse. However, in an elastic medium, the stability of a cavity is independent of its size.

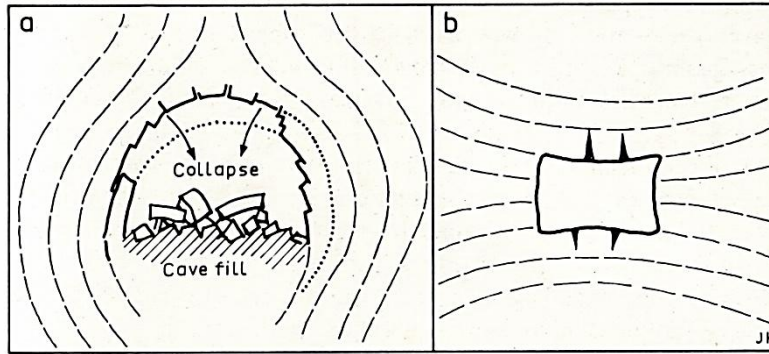


Fig. 1: Efectos del campo de esfuerzos sobre la sección de la galería. En a) Alargamiento de la cavidad mediante el fracturamiento (astillamiento fue el término usado por Davies, 1969) bajo elevadas presiones de roca en profundidad; b) Esfuerzos alrededor de una galería somera (según Davies, 1969)

La subsidencia debida al colapso de un espacio subterráneo se supone que tiene lugar a lo largo de los planos de cizallamiento que conectan el borde de la cavidad con la superficie del terreno. El modelo más sencillo es el que explica el proceso en medios granulares, donde el ángulo  $\alpha$  de estos planos obedece la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{1}{2}\varphi + 45^\circ$$

En la que  $\varphi$  es el ángulo de fricción interna de las rocas. Otro modelo clásico es el que aplica la Teoría de la Difusión y el Movimiento Estocástico de las partículas (Scheidegger, 1991) desarrollado por Litwiniszyn en 1963 y, en la que la subsidencia vertical  $w$  de un estrato a una altura  $z$  de la cavidad se describe por la siguiente ecuación de difusividad (la constante  $K$ , se obtiene de datos de campo):

$$\frac{\partial w}{\partial z} = K \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

## ASPECTOS CONCEPTUALES

Aún no se dispone de una metodología bien establecida para identificar la capacidad de sostenimiento de las galerías subterráneas en el karst, sobre todo, de las galerías someras, que son las más sensibles y que representan los mayores peligros de inestabilidad natural o inducida. Definir, entonces cualitativamente el o los puntos de debilidad está en dependencia de:

- El modelo de cuerpo sólido que se adopte
- Las condiciones de borde del problema; es decir, la conceptualización e identificación del plano de debilidad o los puntos calientes
- El modelo de semejanza dinámica

Ello es fundamental pues definen la solución matemática del problema ingeniero básico; esto es, identificar y cuantificar la capacidad de resistencia del sistema en puntos singulares. Es conveniente detenerse brevemente en este punto.

Los elementos del relieve cársico puntuales (no areales), constituyen, matemáticamente, puntos singulares. Su formación responde a la conjunción de un grupo de factores que permiten su desarrollo en un punto geográfico particular y no en otro. Todo el conjunto de procesos que luego tienen lugar en ese punto estaban definidos a priori, por ello y, en consecuencia, el desarrollo ulterior de los procesos de erosión, transporte y sedimentación, que allí convergen pueden crear (o realmente crean), singularidades adicionales. La anisotropía tridimensional progresiva del campo de propiedades físicas, propiedad genérica de los sistemas cársicos y que hace depender el valor de cualquier atributo o propiedad de la dirección en se mida a partir del centroide del sistema es la singularidad que diferencia el karst de cualquier otro sistema físico natural.

Los conceptos anteriores llevan a distinguir el karst como un sistema físico singular en el que se cumplen las siguientes características (Molerio, 1981, 1985, 2007, 2013a; March y Molerio, 1987):

- Se trata de un sistema termodinámico abierto, es decir, en interacción con el medio exterior;
- Las variables del campo de propiedades físicas exhiben anisotropía tridimensional progresiva;
- El espacio que constituye el medio acuífero se presenta rigurosamente jerarquizado;
- Cada espacio presenta un dominio de flujo particular y entre ellos se manifiesta un activo intercambio de masa y energía;
- Consecuentemente, el campo de propiedades físicas se define y estructura para cada espacio;

- Se manifiesta una fuerte influencia del factor de escala sobre el campo de propiedades físicas;
- En el sistema, el trabajo se manifiesta mediante la formación y desarrollo de estructuras autorreguladas de disipación de energía que, mediante retroalimentación, afectan el proceso;
- Un momento de inercia, función del estado inicial del sistema, que modula jerárquicamente las respuestas a los estímulos inducidos natural o artificialmente;
- La elevada dependencia del tiempo de las propiedades que caracterizan el campo de propiedades físicas;
- La irreversibilidad del proceso de carsificación y su evolución unidireccional.

Las cavernas son fragmentos, truncados o no, de sistemas de drenaje subterráneo. Este concepto debido a W.B. White, es el fundamento del modelo conceptual del desarrollo del karst epigenético y, por ello, el eje de desarrollo de la modelación de la espeleogénesis desarrollada por Molerio en diferentes trabajos (ver bibliografía). El origen de las cavernas en el karst epigenético está gobernado por un balance de masas tal que la tasa de crecimiento de los conductos, como consecuencia de la remoción de masa de las paredes de la cavidad o el conducto, es igual a la tasa de transporte de masa en solución. El desarrollo de los conductos cárnicos subterráneos parte de los siguientes presupuestos:

- Las galerías subterráneas son espacios lineales y no planares o areales;
- Las topologías lineales por lo común se desarrollan a lo largo de las intersecciones entre superficies;
- En cuanto al desarrollo de las cavernas estas superficies son de dos tipos: la zona de máxima concentración de solvente y la zona de máxima concentración de flujo;
- La superficie máxima de concentración de solvente (MCS) es generalmente horizontal o subhorizontal y depende de la evolución geoquímica del medio, la fuente de aporte y el tiempo de residencia de las aguas en el macizo;
- Las superficies de máxima concentración de flujo (MCF) suelen estar fuertemente inclinadas y, con menor frecuencia, pueden ser completamente horizontales;

- En la intersección de las superficies MCF y MCS se encuentra no solamente el mayor volumen de fluido sino la más elevada concentración de solvente, de ahí que en ella ocurre la mayor probabilidad de disolución y por ello, de desarrollo de cavernas;
- El trabajo que se realiza en el punto de intersección no da lugar al equilibrio térmico. El intercambio de masa y energía conduce al desarrollo progresivo de un sistema abierto en el cual, la entropía crece a partir de un instante inicial  $t_0$  en que el sistema deja de ser cerrado;
- Las superficies MCF se encuentran en la dirección de la componente de conductividad hidráulica en el sentido de la velocidad. El flujo lateral se encuentra en la dirección de la componente de gradiente hidráulico, de manera que la máxima probabilidad de desarrollo puede determinarse conociendo éstas, lo que significa que el desarrollo de la red de cavernas no es un fenómeno aleatorio y, por tanto, puede predecirse;
- Conociendo la orientación de las superficies más favorables para el desarrollo de las redes de conductos es imprescindible entonces, determinar la dirección en que ocurre el proceso de excavación. De acuerdo con el segundo principio de la termodinámica, ello ocurre en la dirección del máximo incremento de la entropía;
- Cada espacio del universo cárstico, incluidas las cavernas, se desarrolla según los principios de la termodinámica de los procesos de no equilibrio y a ella corresponden valores de la función de disipación de energía crecientes que se expresan como una sumatoria a partir del centro de gravedad del mismo.

Desde el punto de vista matemático se puede, entonces, definir tal singularidad inicial básica siguiendo a Bear (1988). Si una función  $f(z)$  no es analítica en cierto punto  $z_0$ , pero es analítica en cada punto de la vecindad de  $z_0$ , entonces  $z_0$  es un punto singular o una singularidad de  $f(z)$ . Por ejemplo,  $f(z) = 1/(z - z_0)$  es analítica en cualquier punto excepto en  $z = z_0$ , donde es discontinua; por ello,  $z = z_0$  es un punto singular. Un punto de no flujo es singular, como lo son también aquellos donde:

- La descarga específica  $q$  (convergente o divergente) es infinita
- Existen términos fuente o sumidero puntuales, que son singularidades logarítmicas
- En el ángulo de una estructura donde hay movimiento de fluido (punto de vórtice)

- En una depresión donde convergen un grupo de líneas de flujo en tanto otras lo evitan.

Los modelos conceptuales y la correspondiente solución analítica o numérica de la estabilidad de cavernas se basan en modelos físicos con soluciones conocidas a las que pueden o no agregarse determinados factores de corrección; las más comunes han sido los modelos de vigas (White y White, 1969, 1997; Chen y Yi, 2017) y de túneles y, generalmente, considerando cargas estáticas naturales o impuestas. Solamente en pocos casos se han aplicado cargas dinámicas y más raramente, ensayos de capacidad de carga en modelos naturales (Molerio et al., 1990).

Dos inconvenientes constituyen restricciones básicas para la aplicación de cualquier modelo; a saber:

1. La información geotécnica de laboratorio solamente puede derivarse de ensayos a rocas “sanas”, que no reflejan realmente el grado de carsificación. Esto es importante puesto que el proceso de carsificación y cavernamiento provoca un empeoramiento sostenido de las propiedades geotécnicas del material de tal modo que las capacidades de resistencia suelen ser menores (a veces mucho menores) que la roca sana, limitación a cuya solución es común acercarse mediante los criterios de prevención de colapso de Hoek y Brown (ver bibliografía).
2. Los modelos de túneles y galerías mineras, que se consideran una aproximación válida deben considerar que el tiempo es un factor importante que distingue éstos de una cueva. Los procesos de compensación de equilibrio en cuevas se alcanzan en escalas temporales mucho mayores que las de los túneles y galerías mineras, que son obras ingenieras diseñadas y ejecutadas siguiendo patrones y orientaciones que no, necesariamente coinciden con aquellos a lo largo de los cuales se desarrollan las cavernas. De esta manera, las soluciones de reforzamiento y fortificación que se aplican en un caso pueden no ser válidas en otras. Sorprende, en numerosas ocasiones cómo ciertas bóvedas de cuevas sobre amplísimas galerías y a muy poca profundidad de la superficie pueden mantenerse o haber permanecido estables a lo largo del tiempo, como el caso de los *tiankengs* (Eavis, 2006; Molerio, 2000).

Las soluciones del problema de la definición de la estabilidad (o la inestabilidad) natural o a acciones externas (como el caso que se trabaja en este artículo) consideran algunas de estas aproximaciones, ya en detalle:

- Relación espesor de bóveda-ancho de la sección
- Teoría del arqueamiento
- Bloques deslizantes
- Falla por flexión gravitacional
- Efectos del humedecimiento y desecación (o inundación y avenamiento) de los conductos subterráneos

## EL ENTORNO GEOLÓGICO DE CINCO CUEVAS

Recientemente Otero et al. (2021) y Molerio et al. (2021) publicaron una contribución muy detallada sobre el karst y las cuevas de Boca de Jarico, donde Cinco Cuevas ocupa una posición privilegiada por sus valores geológicos, hidrológicos y arqueológicos.

El tercio inferior de la cuenca del río Jaruco (Fig. 2) es una zona particularmente compleja en lo que respecta a las condiciones de ocurrencia, yacencia y distribución de las aguas subterráneas. Se trata de un acuífero cársico litoral conforme, somero, de baja productividad, en rocas muy jóvenes (Mioceno superior-Pleistoceno) sometido a fuertes presiones externas por el desarrollo gasopetrolífero (exploración, producción, aprovechamiento energético del gas acompañante de los pozos, acciones de recuperación secundaria de petróleo en pozos), el abasto a la comunidad de Boca de Jaruco, sus alrededores y su infraestructura de servicios, que enfrenta, de manera simultánea, los efectos secundarios de pérdida de calidad de las aguas subterráneas por intrusión marina y contaminación por hidrocarburos del acuífero regional.

Procesos geoquímicos internos actuales y paleoprocesos de carsificación y cavernamiento han vinculado episodios mixtos epigénicos e hipogénicos que han conducido a un impresionante desarrollo del karst subterráneo, donde varias decenas de





cuevas y conductos cárnicos distribuidos en diferentes niveles hipsométricos han sido identificados, altamente concentrados en pequeños sectores, provocando una notable anisotropía y heterogeneidad del campo de propiedades físicas del acuífero

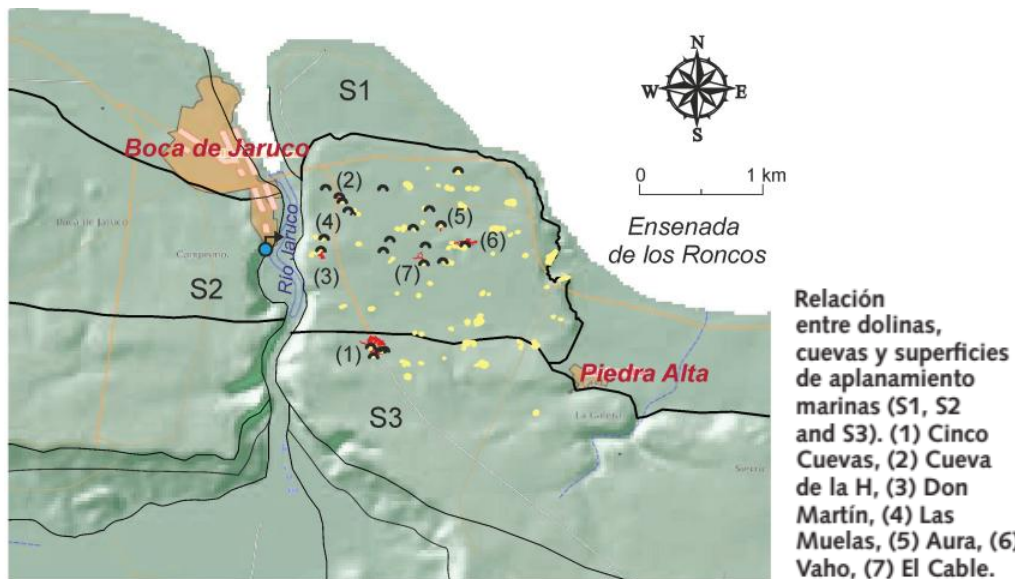


Fig. 2: Distribución espacial de las cuevas conocidas en la margen oriental del río Jaruco (según Otero et al., 2021)

## SINTESIS GEOESPELEOLÓGICA DE CINCO CUEVAS

De 18 cuevas conocidas en el área, Cinco Cuevas, llamada así por presentar cinco accesos desde el exterior, todas a través de dolinas de hundimiento, es una de las tres que permiten acceder al nivel actual de las aguas subterráneas y es la de mayor desarrollo de la región (Figs. 3 y 4). Las otras son las cuevas del El Cable y El Aura.

Cinco Cuevas es una forma cárnica originada por procesos mixtos epigenéticos e hipogenéticos debidos a mezcla de aguas en las antiguas interfaces agua dulce – agua marina y eventualmente por procesos asociados a la migración de gases desde la profundidad (Molerio y Grau, 2011; Molerio, 2013b; Otero et al, 2019). Otero et al. (2021 ha indicado que “en Cinco Cuevas se observan dos niveles de cavernamiento principales bien diferenciados, aunque pueden distinguirse algunos más de menor importancia. El nivel más elevado se caracteriza por un mayor desarrollo de galerías laberínticas, grandes salas con enormes estructuras de colapsos y secuencias de rellenos de terrarossa recubiertas por espeleotemas”.

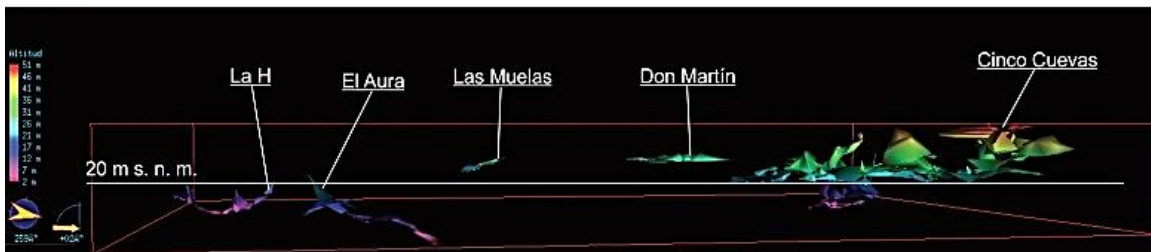


Fig. 3: Perfil longitudinal N-S que muestra el desarrollo de cavernamiento local en Boca de Jaruco. Nótase el desarrollo de cinco Cuevas (Otero et al., 2021)



Fig. 4: Topografía en planta de Cinco Cuevas dirigido por Vladimir Otero Collazo. Enmarcada en el círculo las secciones estudiadas.

Las evidencias de corrosión hipogénica se muestran en muchos sectores de la cueva (Fig. 5), así como de los procesos reconstructivos en los niveles superiores que, en general, están inactivos o permanecen inactivos durante gran parte del año.



*Fig. 5: Morfologías hipogénicas en Cinco Cuevas (foto Vladimir Otero)*

## **PROCESOS DE CLASIFICACIÓN Y EVIDENCIAS DE INESTABILIDAD ESTRUCTURAL EN CINCO CUEVAS**

Las evidencias de inestabilidad estructural natural e inducida de las bóvedas, piso y paredes son muy abundantes en Cinco Cuevas. Se encuentran en todos los niveles de la cueva y son de los siguientes tipos:

- Clasificación
  - Caos de bloques
  - Conos de deyección
  - Conos centrales
- Espeleotemas colapsadas
  - Por creeping o solifuxión
  - Por sismicidad (paleosismicidad)
- Dolinización

## Clastificación

La evidencia más completa de los factores que controlan la estabilidad de los sistemas cársticos la marcan los procesos de clastificación que, más generalmente son de dos grupos: a) de clastofosilización, por un lado, o b) de desarrollo espeleogenético por otro. Pero estos procesos solamente pueden ser observados en el subsuelo, ya sea accediendo a cavernas a través de simas, dolinas y sumideros (sinkholes en general) cuya aparición se trata de prevenir a lo largo de las franjas o secciones de estudio o que se puedan documentar en los alrededores del área de proyecto o bajo condiciones geológicas, geomorfológicas, hidrogeológicas, geoespeleológicas y aún antropizadas (desarrollo de infraestructura urbana, semiurbana, otras obras civiles o hidrotécnicas) y otras semejantes.

Los procesos de clastificación en cinco Cuevas son básicamente graviclásticos y quimioclásticos, aunque Otero (com.pers.), basado en la distribución de los niveles superpuestos de galerías, supone que existen algunas evidencias de procesos mecanoclásticos (Fig. 6). Muchos de estos procesos de clastificación han sido inducidos por voladuras internas o desgajamientos de la pared y aun descarga de presiones laterales asociadas a las varias etapas de extracción de guano de murciélago y ocupación temporal de la cueva.

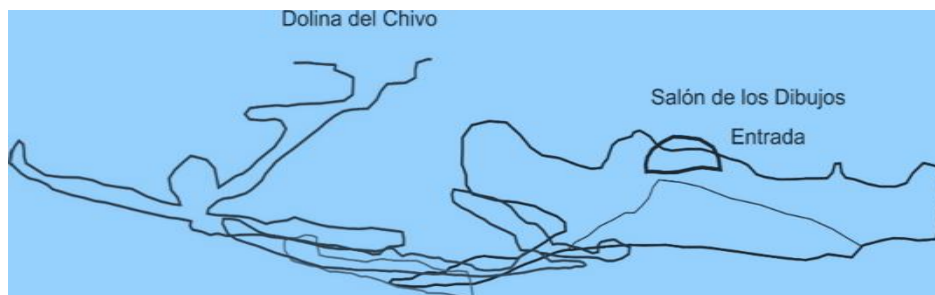


Fig. 6: Superposición de niveles de galerías en Cinco Cuevas según Vladimir Otero Collazo

Algunas contribuciones han identificado causas muy específicas que provocan inestabilidades de las bóvedas, sea de cavidades naturales o artificiales. La más comúnmente argumentada, la **sufusión** (mencionada antes) ha sido también corroborada por los resultados de la documentación de campo y la modelación matemática (Gospodaric, 1985), la **erosión en superficie**, el epikarst o la zona no saturada –la llamada acción vadosa

(Osborne, 2001; Ginés, 2000); el **efecto de la actividad minera** combinado con la sufusión (Osvath, 2005); el **crecimiento de las bóvedas sea por erosión remontante o por reajuste de la estabilidad del macizo** (Ćalić-Ljubojević, 2001; Parise y Lollino, 2011) y los efectos de **la fatiga y la debilidad estructural** del macizo (Eavis, 2006; Jiang, Ming-Hua y Wen-Gui, 2008).

Aunque la sistemática es muy variada, los trabajos de Montoriol (1951, 1954) son especialmente rigurosos en ese sentido y su contribución al estudio de los procesos de clastificación es especialmente importante (Figs. 7-11). La Tabla 1 resume los procesos de clastificación y los mecanismos que los provocan según la sistemática de Montoriol (1951). En 1954 distinguió un subtipo adicional de proceso glyptoclástico, el monorreticular, cuyo mecanismo combina erosión + decalcificación + gravedad sobre un sistema monorreticular. Llopis (1982:144-145) señala que los sedimentos clásticos autóctonos se expresan morfológicamente de la siguiente manera:

- **Caos de bloques**, acumulaciones de bloques paralelepípedicos de tamaños diversos, con o sin matriz arcillosa; a veces presentan matriz arenosa: Isótropos y anisótropos según su origen.
- **Conos de deyección**, acumulaciones de bloques donde se ha establecido una selección gravitacional; los mayores están en la parte baja, los pequeños en lo alto; el depósito se apoya sobre una pared o pendiente y adopta la forma de un cono de deyección torrencial epigeo. Disposición anisótropa; matriz arcillosa o arenosa.
- **Conos centrales**, depósitos perfectamente cónicos situados debajo de chimeneas de hundimiento. Disposición isótropa de los bloques; generalmente con matriz arcillosa resultante de la decalcificación.
- **Coladas de bloques**, que proceden de la emigración por soliflucción de alguna de las formas anteriores; especialmente se originan a expensas de caos sedimentarios sobre una pendiente; la velocidad de deslizamiento es mayor cuando la matriz arcillosa es abundante.



**Tabla 1 . Resumen de los procesos clásticos (Según Montoriol, 1951; ver nota en el texto sobre la modificación de 1954).**

Proceso	Mecanismo	Morfología
<b>Quimoclástico</b>	Decalcificación + gravedad	Disposición anárquica. Elementos decalcificados. Carencia de formas erosivas en la bóveda y en los elementos. Bóveda corrientemente parabólica
<b>Glyptoclástico</b>	Erosión + Decalcificación + Gravedad	Disposición anárquica. Elementos decalcificados y sin muestras de erosión o muy localizadas. Bóveda con signos erosivos
<b>Graviclástico</b>	Erosión + Gravedad	Disposición anárquica. Carencia de signos de erosión en la bóveda y en los elementos Elementos más o menos paralelepípedicos y carentes de decalcificación. Corrientemente la bóveda aparece constituida por porciones lisas
<b>Mecanoclástico</b>	Energía cinética	Disposición ordenada. Elementos decalcificados o no.

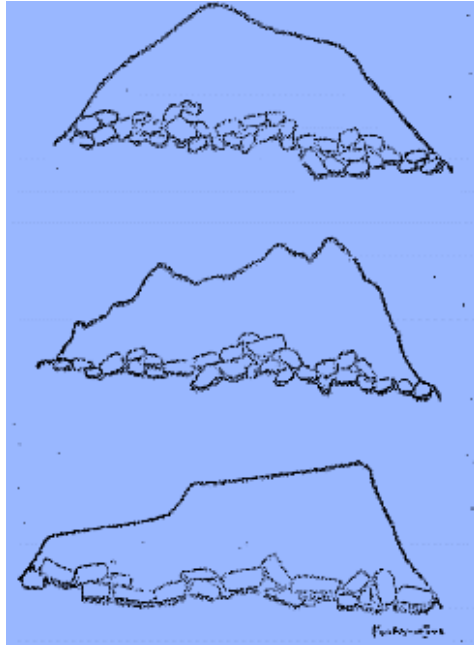
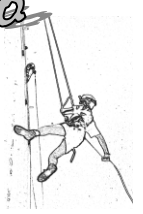


Fig. 7: Tipos de procesos clásticos según Montoriol, 1951. De arriba – abajo: quimioclástico, glyptoclástico y mecanoclástico.



Fig. 8: Caos de bloques (Foto Vladimir Otero)



*Fig. 9: Cono de deyección.  
Foto: Vladimir Otero*



*Fig. 10: Sección del cono central.  
Foto: Vladimir Otero*



*Fig. 11: Solifluxión y colapso del piso.  
Foto: Vladimir Otero*





## Colapso de espeleotemas

La Fig. 12 muestra uno de los varios casos de estalagmitas colapsadas en Cinco Cuevas. En la región de Boca de Jaruco se han registrado evidencias de paleosismos en diferentes cuevas (Molerio, 2016, 2017; Molerio, Balado y Núñez, 2016, 2018; Núñez, Díaz y Molerio, 2017; Molerio et al., 2019; Núñez, Díaz y Molerio, 2020), una de ellas, Don Martín, muy próxima, en el caso que nos ocupa, la explotación de guano de murciélago puede haber sido una de las causas del colapso de estas formaciones, cuya importancia para determinar paleosismos y su intensidad es notable.



*Fig. 12: Estalagmita colapsada.  
Foto: Vladimir Otero*

Estos procesos son especialmente importantes para la cuantificación de la estabilidad estructural de la cavidad y la evaluación de peligro y **es altamente recomendable que se estudien detalladamente en el caso que se prevean visitas sistemáticas de turistas o persona no especializado a la cueva.**



## Dolinización

Desde el punto de vista ingeniero, los procesos de dolinización revisten la mayor importancia en tanto indican que en el espacio donde una dolina de cualquier tipo se desarrolla, convergen factores geológicos, geomecánicos, hidrológicos y geoquímicos específicos que permiten la formación justamente ahí y no en otro sitio. Para cada caso, entonces, es imprescindible definir cuáles son las condiciones de borde e iniciales que controlan que, en ese dominio singular geo e hidrodinámico tenga lugar la formación de la dolina.

La dolinización en el espacio de Cinco Cuevas, y en toda la región estudiada, es uno de los procesos más importantes de inestabilidad estructural (como se infiere del propio nombre de la cueva, que habla de cinco accesos). Todas las dolinas identificadas son de hundimiento y, por tanto, indican procesos de carsificación o cavernamiento bajo ellas. Tipos intermedios de dolinas (y procesos) son aquellos de tipo subsidente (dolinas de subsidencia) y dolinas sufosivas, asociadas al drenaje subterráneo bajo ellas. Esta combinación de fenómenos y procesos provoca el fallo del piso de la depresión y su consiguiente colapso (Figs. 13-15).



*Fig. 13: Circuito subterráneo bajo la dolina del Chivo.*

*Foto: Vladimir Otero.*



*Fig. 14:* Procesos combinados de dolinización subsidente (de hundimiento) con desarrollo de hemicono graviclástico desplazado por solifluxión. Foto: Vladimir Otero.

*Fig. 15: Dolina de hundimiento  
(Foto Vladimir Otero)*

Los hemiconos clásticos frecuentes en las dolinas constituyen un escenario de inestabilidad que también se expresa en la Dolina de Los Dibujos debido al hecho de que no constituyen pavimentos rocosos o arcillosos coherentes, sino que están tapizados con rocas (clastos) de diferente tamaño, irregulares, sueltas; esto es, no englobadas en matriz arcillosa alguna y pueden desplazarse; y de hecho lo hacen, por procesos de solifluxión





(movimiento deslizante de material seco sobre arcilla húmeda o , saturada de agua o desplazadas por torrentes asociados a lluvias intensas que penetran en la cueva o por creeping; esto es, movimientos gravitatorios lentos de los clastos inestables individuales. La falta de consolidación convierte estas superficies en planos inclinados inestables que propician caídas a los visitantes, desprendimientos de rocas naturales o inducidos (Figs. 16 y 17).



*Fig. 16: Plano inclinado del hemicono clástico de una de las dolinas de acceso al interior de Cinco Cuevas. Foto: Leslie Molerio*



*Fig. 17: Fuerte pendiente de la Dolina de Los Dibujos que constituye un escenario de peligro de movimiento de laderas. Foto: Jorge Garcel.*

## APLICACIÓN DE MODELOS DE VIGAS A LA DEFINICIÓN DE LA ESTABILIDAD DE LA CUEVA

La **relación espesor de la bóveda-ancho de la sección** es uno de los recursos más utilizados. Waltham, Bell y Culshaw (2005) y Waltham y Lu (2007) han señalado que **una potencia de 2 m será marginalmente estable sobre luces de galerías entre 10 y 25 m, dependiendo de la resistencia de las rocas. Bajo este esquema, las dos secciones modeladas en Cinco Cuevas, son estables.**

Pero espesores de 8 m pueden ser insuficientes para galerías de 20 m de ancho en materiales débiles o funcionar bien hasta en galerías de 50 m de ancho. En la práctica, la primera aproximación se logra partiendo de que la bóveda será estable **si el espesor excede el ancho de la sección de galería, pero igual lo consideran demasiado conservativo y válido para calizas débiles mientras que para rocas más duras (y menos fracturadas, añadimos) el espesor seguro debe moverse entre el 50 y el 70% del ancho de la sección.** En 148 secciones estables y abortadas de cuevas en calizas de diferente capacidad de resistencia nosotros hemos encontrado una relación de 1,63 entre el espesor y el ancho de la sección.

Davies (1951) aplicó un modelo sencillo de vigas para analizar el proceso de clastificación. El modelo conceptual se basó *“en la distribución de esfuerzos en una cavidad en rocas estratificadas gruesas en cuyo caso los estratos de la bóveda están separados por combaduras elásticas (flechas) que funcionan como vigas de luz igual al ancho de la galería y espesor igual al de los estratos. Como el ancho de las vigas no participa de las ecuaciones finales, el cálculo es independiente de la extensión de la capa continua a lo largo de la galería. Si la luz de la bóveda está intacta, se considera una viga fija; si aparece fuertemente agrietada o fragmentada, se toma como una viga en voladizo. De este modo, la suposición principal es que la resistencia de la roca dentro de la capa es mucho mayor que a través del plano de estratificación. Las vigas del techo están unidas por el peso de la roca detrás de las paredes de la galería; de este modo, las vigas no son libres de rotar, por lo que el agrietamiento no es condición suficiente para transformar una viga fija en una en voladizo. Las caras de las juntas están comprimidas y la resistencia a la compresión son mucho mayores que la resistencia al cortante”* (White, 1988). White y

White (1969) también aplicaron un modelo de vigas para el cálculo de la estabilidad de las bóvedas, más adelante resumido por W.B. White (1988) y desarrollado por E.L. White (2005). Entre otros autores, Chen y Yi (2017) también aplican un modelo de este tipo

De ahí, entonces (White, 1988), que la resistencia al fracturamiento en el punto donde la viga se une con la pared viene determinado por el máximo esfuerzo de flexión o arqueamiento que puede ser tolerado por el estrato de roca. El espesor crítico de viga ( $t_{crit}$ ) que soportará su propio peso, para una **viga fija**, viene dado por:

$$t_{crit} = \frac{\rho l^2}{2S}$$

Y para una **viga en voladizo** es, entonces:

$$t_{crit} = \frac{3\rho l^2}{2S}$$

Donde,

$S$ , es el esfuerzo de flexión  $S = \frac{My}{I}$  y  $\rho$ , la densidad del material.

Siendo,  $M$ , el momento de arqueamiento;  $y$ , la distancia de cálculo e  $I$ , el momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutral, que se obtiene de:  $I = \frac{bh^3}{12}$ , para  $b$ , el ancho de la sección y  $h$ , la altura. ( $I$ , tiene dimensiones de longitud a la cuarta potencia). Así, según Chen y Yi (2017), para el caso de una **viga en voladizo**, el **momento de arqueamiento**  $M$ , se define como:

$$M = \frac{1}{2} pl^2$$

Para una **viga simplemente apoyada**,

$$M = \frac{1}{8} pl^2$$

Y para una **viga fija**,



$$M = \frac{1}{12} pl^2$$

El **esfuerzo cortante**  $Q$  define el **espesor crítico de roca sobre la bóveda**,  $H$ , del modo siguiente:

$$H \geq \sqrt{\frac{4Q}{\tau}}$$

En donde,

$p$ , carga total en la bóveda (kN/m)

$l$ , ancho (luz) de la galería (m)

$\sigma$ , resistencia calculada al arqueamiento y estimada como 1/8 de la resistencia a la compresión (kPa)

$B$ , ancho de la viga y losa (estimada en 1 m)

$H$ , espesor de roca sobre la bóveda (m)

$Q$ , esfuerzo cortante de las paredes ( $Q=1/2pL$ )

$L$ , la longitud de la viga

$\tau$ , resistencia al cortante de la caliza, estimada como 1/12 de la resistencia a la compresión (kPa).

En el ulterior desarrollo de White (2005), el **espesor crítico para un modelo de viga fija** (Figs. 2-4) viene dado por:

$$t_{crit} = \frac{\rho L^2}{2S(\cos\theta)}$$

En la que ahora se ha introducido el ángulo de buzamiento  $\theta$  en grados. Para la consistencia de unidades,  $\rho$ , en  $\text{kg/m}^3$  y  $S$  en MPa. Si la bóveda no está soportada en ambos lados de la sección entonces se adopta un modelo de **viga en voladizo** y el espesor crítico se define entonces como (Figs. 18 y 19):



$$t_{crit} = \frac{3\rho L^2}{2S(\cos\theta)}$$

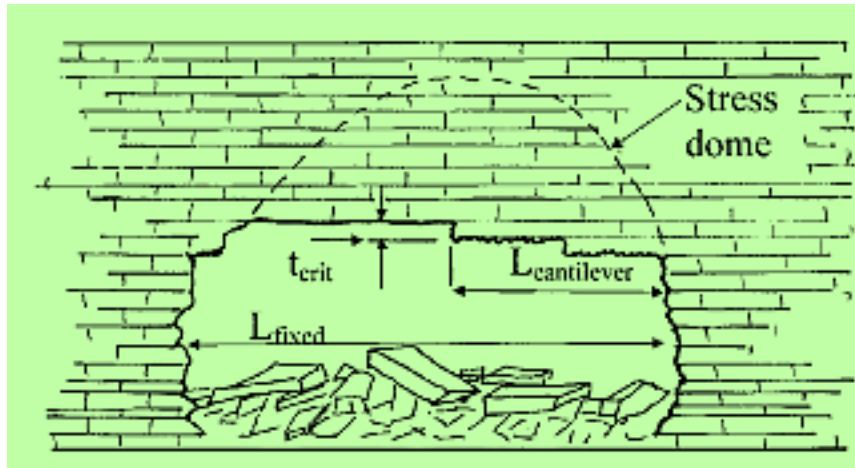


Fig. 18: Modelos de viga fija (fixed) y en voladizo (cantilever) según White (2005) señalando el bulbo de esfuerzos.

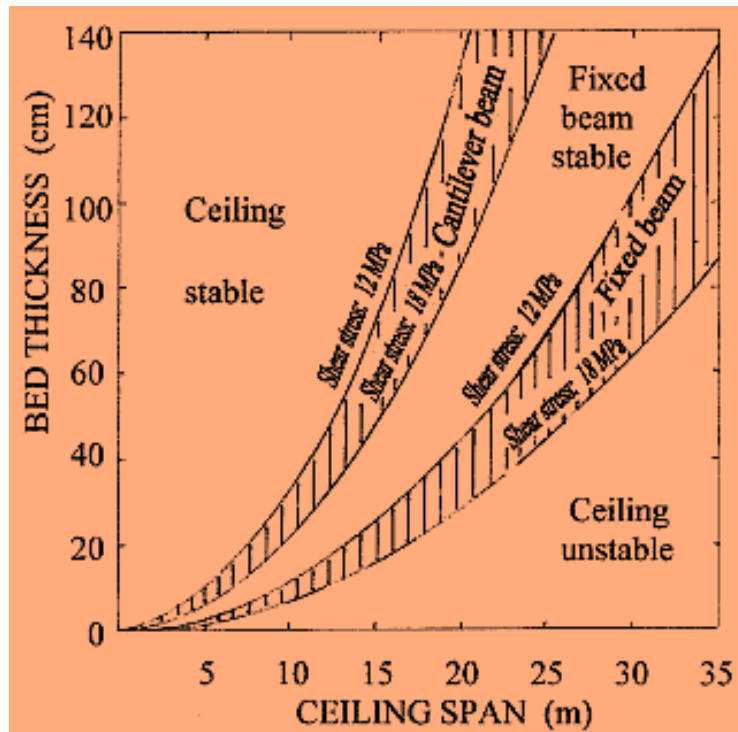


Fig. 19: Nomograma de estabilidad de bóvedas según un modelo de viga fija para el caso especial de capas horizontales tomado de White (2005). Los valores típicos de esfuerzo cortante para las calizas paleozoicas del ejemplo se mueven entre 12 MPa (1700 psi; 120 kg/cm<sup>2</sup>) a 18 MPa (2600 psi; 180 kg/cm<sup>2</sup>)



Los datos de partida para la modelación se resumen en la Tabla, donde ANCHO, ancho de la sección en m; ALTURA, altura de la bóveda desde el piso; ALPA, altura del arranque desde el piso en m; POTEN, espesor de roca sobre la bóveda en m; CORTANTE MÁXIMO, en  $\text{kg/m}^2$ ; Cortante roca, en  $\text{kg/m}^2$ ;  $\rho$ , densidad de la roca en  $\text{kg/m}^3$ ; CARGA vertical sobre la clave de la bóveda en  $\text{kg/m}^2$ ; RADIO, de la sección en m (Fig. 20).

**Tabla. Parámetros geométricos y geotécnicos de modelación**

LOCALIDAD	ANCHO	ALTURA	ALPA	LON	POTEN	CORTANTE MAX	CORTANTE ROCA	$\rho$	CARGA (ph)	RADIO
Dolina Dibujos	6,0	2,9	2,0	5,9	0,5	1987,5	3000,0	2500,00	1325,00	3,00
Salón Dibujos	14,9	4,6	3,3	9,6	5,0	18750,0	3000,0	2500,00	1250,00	7,45

La Dolina puede considerarse adscrita a un modelo de viga en voladizo y el salón a un modelo de viga fija. **Según este modelo, la Dolina de Los Dibujos está en el límite de la estabilidad para un modelo de viga fija y la bóveda del Salón de Los Dibujos está en zona inestable.**

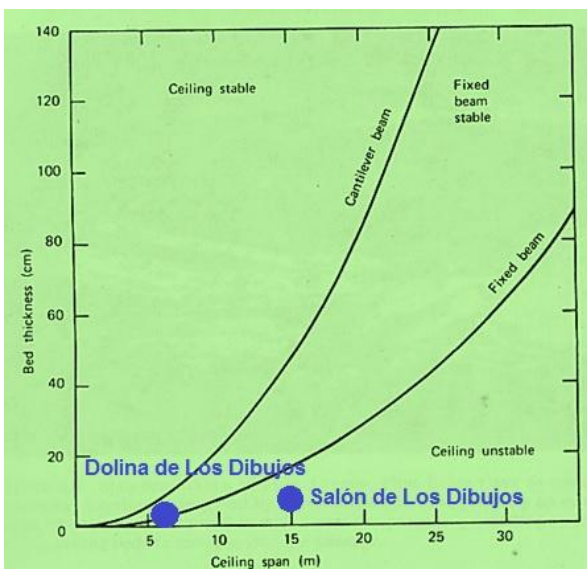


Fig. 20: Resistencia crítica de rompimiento aplicando modelos de vigas para estimar la estabilidad de bóvedas de galerías subterráneas. Los cálculos están basados en las propiedades de la Caliza St. Genevieve de Indiana meridional (EE.UU), con una resistencia al cortante de 18,2 MPa y densidad de 2,65  $\text{g/cm}^3$  derivados de una media de cuatro muestras procesadas por el Servicio Geológico de Indiana (tomado de White, 1988). Según este modelo, la Dolina de Los Dibujos está en el límite de la estabilidad para un modelo de viga fija y la bóveda del Salón de Los Dibujos está en zona inestable.



Para el caso de **cambio de la condición de carga**, introduciendo una estructura de tipo pilar o columna en el **sistema de modelos de vigas**, Jiang, Zhao y Cao (2008), por su parte, parten del modelo conceptual sencillo de la Fig. 21 que introduce el Módulo de Elasticidad ( $E$ ) como variable de consideración, para definir la estabilidad límite en un caso de distribución de carga uniforme ( $q$ ) distribuida a lo largo del ancho de la cámara o galería ( $L$ );  $I$ , es el momento de inercia de la viga, como fue definido anteriormente.

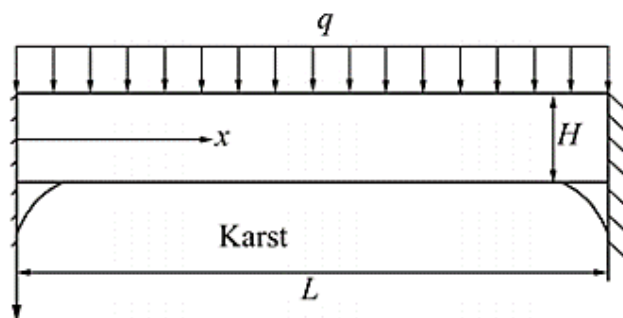


Fig. 21: Modelo mecánico simplificado de Jiang, Zhao y Cao (2008).

El desarrollo del método está basado en la **Teoría de las Catástrofes** de Thom (1977) que representa la propensión de los sistemas estructuralmente estables a manifestar discontinuidad (pueden producirse cambios repentinos del comportamiento o de los resultados), divergencia (tendencia de las pequeñas divergencias a crear grandes divergencias) e histéresis (el estado depende de su historia previa, pero si los comportamientos se invierten, conducen entonces a que no se vuelva a la situación inicial). La teoría de las catástrofes comparte ámbito con la Teoría del Caos y con la teoría de los sistemas disipativos desarrollada por Prigogine a partir de 1947.

El criterio:

$$\frac{2EI}{L^3\pi^2} - \frac{q\pi^2}{L^2} \geq 0$$

Define que no se produce una inestabilidad catastrófica en la condición  $u \geq 0$  y, de modo análogo, la carga límite viene dada por:



$$q \leq \frac{EH^3}{6L^6\pi^4}$$

Y el espesor seguro de roca sobre la bóveda equivale a:

$$H \geq \sqrt[3]{\frac{6L^6q\pi^4}{E}}$$

Los resultados de la Tabla 2 muestran **que el sector de la dolina presenta la bóveda inestable, no así el Salón de Los Dibujos, con valores de estabilidad q y H cercanos al límite, pero aún por debajo.**

Tabla 2 Resultados del Modelo de Jiang, Zhao y Cao (2008)

Modelo de Jiang, Zhao y Cao (2008)	Dolina			Salón		
	Calculado	Real	Condición	Calculado	Real	Condición
q (Carga límite en kg/m <sup>2</sup> )	0.0098	1325	INESTABLE (Calculado > Real)	11140	12500	ESTABLE (Calculado < Real)
H (espesor seguro sobre la bóveda en m)	0.003		INESTABLE (Calculado > Real)	≥ 4 ESTABLE	5	ESTABLE (Calculado < Real)

Zhen y Zhonda (2019) aplican algunas soluciones analíticas basadas en modelos de vigas, siguiendo las normativas chinas de construcción de carreteras que parten de la hipótesis del arqueamiento nulo para el diseño de cimentaciones y construcción en terrenos cársicos en la cual **se asume el techo de la caverna como una viga simplemente apoyada**. En este modelo, dos soluciones analíticas se adoptan. La primera, deriva las relaciones entre la resistencia a la tensión de la masa rocosa y la resistencia no confinada a la compresión  $\sigma_{ci}$ , el tipo de roca  $m_i$  y el Índice Geológico de Resistencia (GSI) y basada en la presunción de la existencia de una viga simplemente apoyada para la cual se calcula la

altura final de la cimentación. La otra aproximación supone un modelo de viga fija., pero no serán consideradas en este reporte.

## DISTRIBUCIÓN DEL CAMPO DE ESFUERZOS EN LOS ALREDEDORES DEL CONDUCTO

A una cierta distancia de la sección del conducto la roca también se muestra de alguna manera alterada y sus propiedades geotécnicas pueden estar disminuidas por razón del desarrollo de la carsificación y el cavernamiento favorecidos por la debilidad estructural del sistema en ese punto (puntos singulares). En este sentido es fundamental identificar las condiciones de estabilidad del macizo a cierta distancia de la galería.

Una forma de acercarse a ello es aplicando diferentes métodos basados en la distribución del campo de esfuerzos y las respuestas de deformación, calculando la extensión de las zonas de deformaciones elásticas y plásticas. Este es un método común en la evaluación de túneles y, con las reservas del caso puede adoptarse su formulación matemática para estimar el radio de influencia del campo de deformaciones asociado al desarrollo de los conductos subterráneos lo cual, por su parte, resulta fundamental para evaluar las medidas para cimentaciones o para la instalación de cargas permanentes u ocasionales<sup>2</sup>.

Una aproximación, el Modelo CLEO, ha sido desarrollada por Molerio (1990, 1993, 2017a, 2018a, 2018b; 2019a, 2019b, 2019c, 2019d, 2020a, 2020b, 2021), en la que se parte del concepto de **esfuerzo efectivo**, el criterio de Mohr-Coulomb para la ruptura de una roca, que equivale a:

$$\sigma_{eff} = (o) + (S - p) \tan \varphi$$

donde  $(o)$  es el esfuerzo cortante crítico;  $S$ , la presión normal;  $p$ , la presión de poros;  $\varphi$ , el ángulo de fricción interna y  $\sigma(c)$  una constante empírica, la resistencia cohesiva.

---

<sup>2</sup>Un caso que hemos evaluado recientemente trata de evaluar la capacidad de resistencia y estabilidad del suelo a cargas puntuales en una zona de karst activo somero sometida a las cargas asociadas al establecimiento de una plataforma de perforación de petróleo en tierra (onshore) y toda su infraestructura de exploración y producción. (Molerio León, L.F., E.J. Balado Piedra (2014): **Conclusiones sobre la geología ambiental y alcance de responsabilidad respecto a los activos y pasivos ambientales en el Pad 5 del Campo Yumurí Oeste y su área de influencia**, 5:)



El campo de esfuerzos alrededor de una cavidad puede describirse a partir de la **Función de Esfuerzos de Airy** ( $\Phi$ ) que, para los esfuerzos radiales se define como:

$$\sigma = \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi}{\delta r}$$

en tanto los esfuerzos tangenciales y cortantes se describen mediante,

$$\sigma_t = \frac{\delta^2 \Phi}{\delta r^2}$$

$$\tau = -\frac{\delta}{\delta r} \left( \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi}{\delta \theta} \right),$$

donde  $r$  es el radio de la cavidad.

Existen varias soluciones de la distribución de esfuerzos en dependencia de las condiciones de contorno del problema y de ciertas simplificaciones que se adoptan para la geometría del conducto.

La **Solución de Kastner** permite obtener la condición límite para la deformación plástica, de manera tal que,

$$\sigma_p - \sigma_{rp} \left( 1 + \frac{\sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) - 2C \left( \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) = 0$$

Por lo que los **esfuerzos plásticos** equivalen a:

$$\sigma_{rp} = \left( \frac{\sigma_{ny}}{\Gamma_p - 1} \right) \left[ \left( \frac{r}{a} \right)^{\Gamma_p - 1} - 1 \right]$$

$$\sigma_p = \left( \frac{\sigma_{ny}}{\Gamma_p - 1} \right) \left[ \Gamma_p \left( \frac{r}{a} \right)^{\Gamma_p - 1} - 1 \right]$$

$$p = 0$$

donde  $\sigma_{ny}$  es la resistencia a la compresión de la roca;  $r$ , la distancia desde el centro de la galería;  $a$ , el radio de la galería y,

$$\Gamma_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Los **esfuerzos elásticos** se describen mediante,

$$\sigma_{er} = p \left( 1 - \frac{r_a}{r^2} \right) + \frac{r_a}{r^2} \sigma_r$$

$$\sigma_{et} = p \left( 1 + \frac{r_a^2}{r^2} \right) + \frac{r_a}{r^2} \sigma_r$$

siendo  $r_a$ , el radio del círculo límite de la zona plástica, donde los esfuerzos elásticos y plásticos se equilibran:

$$r_a = a \left( \frac{2}{\Gamma_p} + 1 \right) \left[ \frac{\sigma_{ny} + p(\Gamma_p - 1)}{\sigma_{ny}} \right]^{\frac{1}{\Gamma_p - 1}}$$

La **relación entre los esfuerzos verticales y horizontales**,  $\Gamma$ , determina la extensión de la zona plástica en un grado considerable. Así, la presión vertical  $p$ , presión geostática, equivale a:

$$pv = \gamma H$$

Siendo  $H$ , el espesor de roca sobre la bóveda de la cavidad y,  $\gamma$ , la densidad de la roca. Las **presiones horizontales**, entonces, se describen mediante:

$$ph = pv \left( \frac{\mu}{1 - \mu} \right)$$

Donde  $\mu$ , es la relación de Poisson.

Para la condición de esfuerzo hidrostática, donde  $pv = ph$ , entonces, en el **Modelo de Kérisel**,

$$\sigma_t = pv \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_r = pv \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\tau = 0$$

Las Figs. 6 y 7 muestran los límites de la deformación elastoplástica de la Dolina y el Salón de Los Dibujos en Cinco Cuevas **que pueden considerarse nulos a partir de los 12 y 30 metros del centro geométrico de ambas secciones, tomadas como elementos circulares aplicando el Modelo de Kérisel** (Figs. 22 y 23).

Efectivamente, para la relación  $r/a > 4$ , la extensión de la zona perturbada equivale aproximadamente al doble del diámetro (ancho) de la galería. En la Dolina de Los Dibujos, ese valor se encuentra entre 10 y 15 metros del centro de la galería y, en el Salón de Los Dibujos, entre 30 y 40 metros.

Para el relleno se determinó la presión pasiva de la tierra está dada por la siguiente fórmula derivada de la Teoría de Coulomb:

$$\sigma_p = \sigma_z \cdot K_p + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p}$$

Donde,  $\sigma_z$  es la Tensión Efectiva Vertical Geoestática y  $K_p$ , el coeficiente de la presión pasiva de la tierra según Coulomb;  $c$ , es la cohesión del suelo. El coeficiente de la presión pasiva de la tierra  $K_p$  está dado por:

$$K_p = \frac{\cos^2(\varphi + \alpha)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos(\delta - \alpha) \left( 1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\delta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha)}} \right)^2}$$

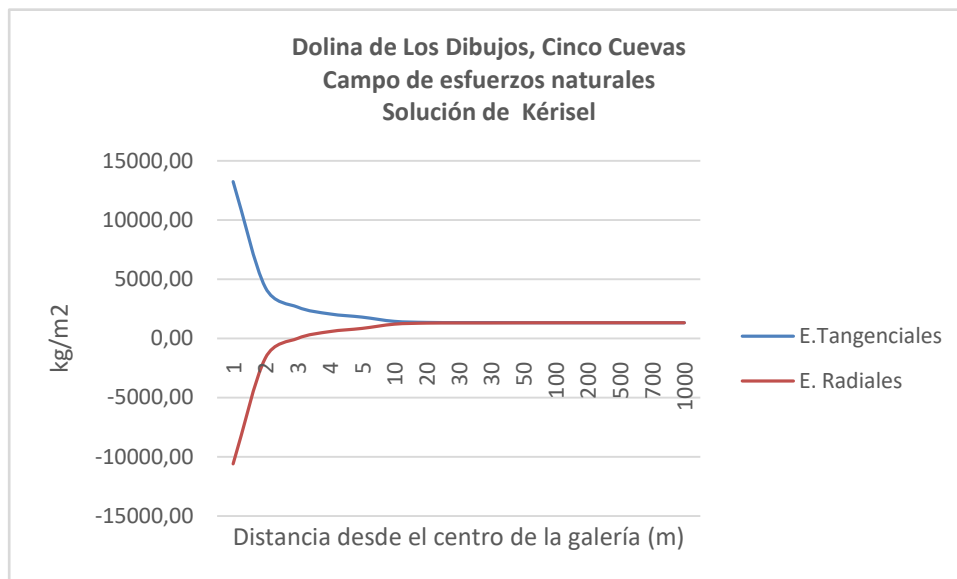


Fig. 22: Distribución de esfuerzos tangenciales y radiales de la Dolina de Los Dibujos, Cinco Cuevas.

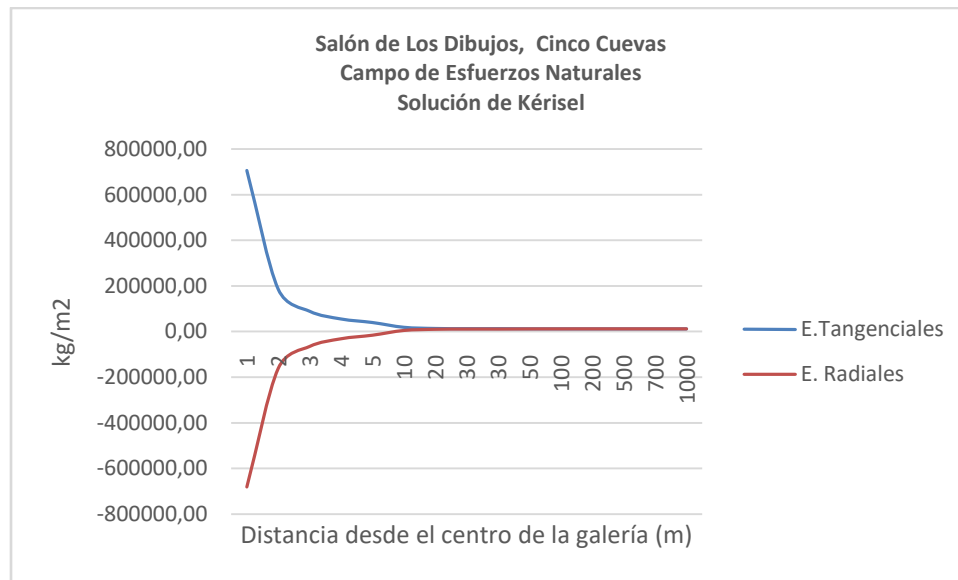


Fig. 23: Distribución de esfuerzos tangenciales y radiales en el Salón de Los Dibujos, Cinco Cuevas

Los componentes verticales  $\sigma_{pv}$  y horizontales  $\sigma_{ph}$  de la presión pasiva de la tierra están dados por:

$$\sigma_{px} = \sigma_p \cdot \cos(\alpha + \delta)$$

$$\sigma_{pz} = \sigma_p \cdot \sin(\alpha + \delta)$$

Donde  $\delta$ , es el ángulo de fricción de la estructura – suelo y  $\alpha$ , la inclinación de la cara posterior de la estructura.

El Coeficiente de Jaky ( $K_0$ ) se toma como  $K_0 = 1 - \text{sen} \gamma$ , que equivale a 0,72 para  $\gamma = 16^\circ$ . Y la presión lateral de terreno en reposo para un suelo seco se determina según:

$$P_0 = \frac{1}{2} K_0 \gamma H^2$$

La aproximación de Chen y Yi (2017) se aplica para resolver la distribución del campo de esfuerzos radiales ( $\sigma_r$ ), tangenciales ( $\sigma_\theta$ ) y cortantes ( $\tau_{r\theta}$ ) en un modelo de sección circular (Fig. 24) tiene la expresión siguiente:





$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \left[ \left( 1 - \frac{R_0^2}{r^2} \right) + \left( 1 + \frac{3R_0^4}{r^4} - \frac{4R_0^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right] \\ \sigma_\theta = \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \left[ \left( 1 + \frac{R_0^2}{r^2} \right) - \left( 1 + \frac{3R_0^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ \tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \left[ \left( 1 - \frac{3R_0^4}{r^4} + \frac{2R_0^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \right] \end{cases}$$

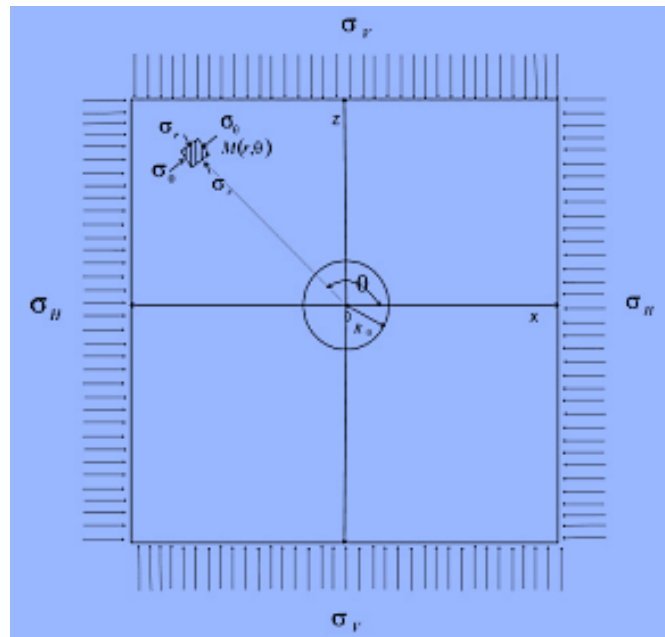


Fig. 24: Distribución de esfuerzos en los alrededores de una cavidad circular (Modelo de Chen y Yi, 2017).

Donde los subíndices  $h$  y  $v$  son consistentes para las direcciones horizontal y vertical del campo de esfuerzos;  $\theta$ , para el ángulo polar en  $M$ , positivo contado en contra de las manecillas del reloj;  $r$ , para el vector radio y  $R_0$  para el radio de la sección de galería. La fórmula del esfuerzo adyacente a la cavidad ( $r=R_0$ ) y el esfuerzo en la pared de la cavidad circular se determina mediante:

$$\begin{cases} \sigma_r = 0 \\ \sigma_\theta = \sigma_h(1 - 2 \cos 2\theta) + \sigma_v(1 + 2 \cos 2\theta) \\ \tau_{r\theta} = 0 \end{cases}$$



La **redistribución teórica de esfuerzos** se considera hasta una distancia 6 veces el radio de la sección ( $r=6R_0$ ) y, a partir de ahí, se supone que las rocas reciben una influencia despreciable respecto a la redistribución del campo de esfuerzos. Hasta  $5R_0$  desde el centro de la galería, el campo de esfuerzos vertical y horizontal se calcula del modo siguiente:

$$\begin{cases} \sigma_v = \alpha_A P_0 + \sigma_A \\ \sigma_h = \beta(\alpha_B P_0 + \sigma_B) \end{cases}$$

Donde se han introducido las variables complementarias,  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  para los coeficientes de esfuerzos adicionales en los puntos **A** y **B**, respectivamente;  $p_0$  para el esfuerzo adicional del substrato;  $\sigma_A$  y  $\sigma_B$  para el esfuerzo del peso propio del suelo y las rocas en **A** y **B**, respectivamente;  $\beta$ , el coeficiente de presión lateral de la masa de roca, que equivale a  $\beta = \mu / (1 - \mu)$  ( $\mu$  puede tomarse como 0.2 para las calizas).

Si a la distancia  $r=5R_0$  la redistribución de esfuerzos no provoca daños en las rocas, se concluye que la cavidad es estable y las expresiones que la caracterizan en correspondencia con el Criterio de Estabilidad de Griffith son las siguientes:

$$\begin{cases} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = 8\sigma_t & \sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0 \\ \sigma_3 = -\sigma_1 & \sigma_1 + 3\sigma_3 < 0 \end{cases}$$

Donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  son los esfuerzos máximos y mínimos respectivamente, tomando la compresión positiva;  $\sigma_t$ , es la resistencia uniaxial a la tensión (tomada con signo negativo). Los esfuerzos tangenciales  $\sigma_\theta$  y radiales  $\sigma_r$ , son los máximos y mínimos respectivamente alrededor de la cavidad, en tanto el esfuerzo el esfuerzo cortante,  $\tau_{r\theta} = 0$ .

Para secciones que se aparten de la circular, ovals, por ejemplo, se aplica la ecuación siguiente para calcular las componentes del campo de esfuerzos:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{\sigma_v [m(m+2)\cos^2\theta - \sin^2\theta] + \sigma_h [(2m+1)\sin^2\theta - m^2\cos^2\theta]}{\sin^2\theta + m^2\cos^2\theta} \\ \sigma_r &= \tau_{r\theta} = 0 \end{aligned} \right\}$$

Entonces los resultados de estabilidad a los esfuerzos naturales se presentan en la Tabla 3

Tabla 3. Extensión de las deformaciones y rangos de estabilidad (en metros) de los esfuerzos naturales en dos secciones de Cinco Cuevas (medidas desde el centro geométrico de las secciones)

Modelo	Dolina de Los Dibujos		Salón de Los Dibujos	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
Kérisel	10	15	30	40
Griffith	30	36	75	90

Cualquier medida ingeniera de escombro, pavimentación, anclaje de estructuras o modificación de la morfología de las secciones debe evitarse si no se elaboran estudios de detalle. Las cargas estáticas debidas al traslado de equipos y visitantes tienen que ser calculada hasta el Límite de Cambio Aceptable. La sección de bóveda sobre la dolina está en equilibrio inestable a cargas mayores de  $3000 \text{ kg/m}^2$ .

## COMENTARIOS FINALES

La literatura que aborda los problemas de inestabilidad de las formas cársticas es abundante, como se habrá concluido de esta contribución, pero también resulta polémica en muchos casos. La asociación entre los fallos constructivos y el karst también ha sido muy debatida y, en general, para ambas situaciones existen herramientas conceptuales y metodológicas bien desarrolladas y explicadas en algunas obras clásicas sobre el tema. Ya el aspecto específico del efecto que pueden provocar vibraciones asociadas a explosiones en el conjunto obras civil-karst está mucho menos debatido en la literatura especializada. La necesidad de responder las demandas de los operadores de compañías de petróleo y gas en las particulares condiciones del conjunto edificaciones patrimoniales, históricas y viviendas en diferente grado de conservación pero igual necesitadas de protección y minimización absoluta de daños en regiones con un importante grado de desarrollo del karst y el cavernamiento somero obligó a desarrollar estos estudios específicos, nada definitivos y susceptibles de sostenido mejoramiento, pero como una primera aproximación conceptual y metodológica a la solución del problema.

El tema de la estabilidad de las formas cársticas y, en particular, de las cuevas, es sumamente complejo. Las construcciones en el karst siempre están amenazadas por fallos

en la capacidad de soporte del sistema cársico por la propia naturaleza y evolución de los procesos hidro y termodinámicos que tienen lugar en estos sistemas caracterizados por su heterogeneidad, anisotropía tridimensional progresiva y la dependencia del tiempo de las propiedades que estructuran el campo de propiedades físicas.

El sistema cársico, por su propia naturaleza termodinámica va en busca siempre del equilibrio y mucho de ese equilibrio en cuanto concierne a la estabilidad de las formas que lo integran se expresa mediante respuestas del tipo de hundimientos, subsidencia, destechamiento de cavidades; en fin, de procesos que conducen a fallos de terreno y de las estructuras que soportan. Bajo tierra, estas evidencias se concentran en los procesos de clastificación y subsidencia, creeping y solifluxión asociados.

Cuando esos procesos son inducidos artificialmente se requiere de previsiones muy detalladas y exige de una documentación de campo y laboratorio minuciosa y rigurosa. Las contradicciones que se derivan del registro histórico de eventos de fallo de estructuras y de terreno son contradictorias. Cargas dinámicas del tipo de carreteras y sistemas viales que cruzan por debajo del terreno, siguiendo galerías subterráneas, o en la superficie, directamente sobre la clave de salones y conductos muestran en muchas ocasiones condiciones de equilibrio de desafían las condiciones de equilibrio más precarias. Del mismo modo, cargas estáticas sobre la clave de bóvedas aparentemente en equilibrio exhiben una capacidad de resistencia mucho mayor de lo que puede esperarse, incluso, de la capacidad y propiedades de resistencia de la roca.

El registro de evidencias es tan variado como heterogéneo y causas semejantes, en entornos análogos, brindan resultados diferentes. Factores secundarios de control pueden devenir como disparadores sorpresivos de asentamiento o hundimiento del terreno y arrastrar las obras civiles construidas sobre ellos.

En este sentido, muchos métodos se basan en el uso de propiedades geotécnicas básicas de las rocas; v.gr. resistencia a la compresión, porosidad, resistencia al cortante, entre otras. Los siguientes inconvenientes deben ser tomados en cuenta siempre:

- a) La carsificación y el cavernamiento provocan un empeoramiento sostenido de las propiedades ingeniero geológicas de las rocas
- b) Los valores de esas propiedades que reporta el laboratorio sólo pueden ser obtenidos de materiales “sanos” muchas veces, muy lejos de la situación dominante en el

terreno; y, si bien, algunas aproximaciones más realistas se pueden obtener de ensayos directos en el campo, sobre la zona de trabajo, las limitaciones financieras y de recursos suelen ser grandes obstáculos para la movilización de estos equipos y el desarrollo de ensayos “in situ”.

- c) Muchos nomogramas y modelos analíticos para definir la resistencia del macizo han sido tomados de otras soluciones y requieren de ciertos coeficientes de corrección. Estos, aún están en ciernes y la selección, por tanto, del factor de seguridad debe ser tomada con cautela, pero con objetividad a fin de lograr el balance adecuado entre la conservación que se requiere y la seguridad que se espera del proyecto.

## RECONOCIMIENTOS

Este estudio fue preparado para responder a una solicitud reciente de la Dirección Provincial de Patrimonio de Mayabeque, que ha incluido entre sus planes la protección de los recursos históricos y arqueológicos de la región de Boca de Jaruco. Cinco Cuevas, la mayor de las decenas de cavidades que se concentran en la margen oriental del tercio inferior del río Jaruco fue la última de las cavidades estudiadas por nuestro querido amigo Vladimir Otero (1962-2021) y en la que tuvimos la oportunidad de compartir con él. Fueron días de intenso trabajo espeleológico con los queridos amigos Mariam Alonso, Antonio González y Oriol Chávez y en los que con su entusiasmo particular planeaba estudios de detalle del karst local, uno de los cuales era la siempre interesante evaluación de la estabilidad de las cuevas en su soñado Parque Temático del Karst de Boca de Jaruco. Rendimos tributo a su memoria en esta contribución.

## CONCLUSIONES

En el caso de Cinco Cuevas, las evidencias de inestabilidad estructural natural e inducida de las bóvedas, piso y paredes son muy abundantes. Se encuentran en todos los niveles de la cueva y son de los siguientes tipos:

- Clasificación
  - Caos de bloques
  - Conos de deyección

- Conos centrales
- Espeleotemas colapsadas
  - Por creeping o solifuxión
  - Por sismicidad (paleosismicidad)
- Dolinización

Para la identificación y cuantificación de la estabilidad estructural de las bóvedas del sector de la Dolina y Salón de Los Dibujos se aplicaron varios recursos físicos y matemáticos determinísticos basados en:

- Modelos de vigas simples (fijas y en voladizo):
  - Relación espesor bóveda-ancho de la sección Waltham, Bell y Culshaw, 2005 y Waltham y Lu, 2007
  - Davies, 1951
  - White, 1988
  - Molerio, 1990
  - Cambio de la condición de carga (Teoría de las Catástrofes) Jiang, Zhao y Cao, 2008
  - Chen y Yi, 2017
- Modelos basados en la distribución del campo de esfuerzos
  - Solución analítica de Kérisel basada en la Función de Esfuerzos de Airy (Molerio, 1990)
  - Estabilidad de Griffith (Molerio, 1990)

Los resultados para las bóvedas de las dos secciones estudiadas se resumen en el cuadro siguiente:

Modelo	Dolina de Los Dibujos	Salón de los Dibujos
Relación espesor bóveda-ancho de la sección Waltham, Bell y Culshaw, 2005 y Waltham y Lu, 2007	Estable	Estable



Davies, 1951	Estable	Estable
White, 1988	Límite de estabilidad	Inestable
Molerio, 1990	Límite de estabilidad	Inestable
Cambio de la condición de carga (Teoría de las Catástrofes) Jiang, Zhao y Cao, 2008 Chen y Yi, 2017	Inestable	Estable
Solución analítica de Kérisel basada en la Función de Esfuerzos de Airy (Molerio, 1990)	Límite de estabilidad	Estable
Estabilidad de Griffith (Molerio, 1990)	Inestable	Estable

Cualquier medida ingeniera de escombro, pavimentación, anclaje de estructuras o modificación de la morfología de las secciones debe evitarse requiere de estudios de detalle. Las cargas estáticas debidas al traslado de equipos y visitantes tienen que ser calculada hasta el Límite de Cambio Aceptable. La sección de bóveda sobre la dolina está en equilibrio inestable a cargas mayores de 3000 kg/m<sup>2</sup>.

## BIBLIOGRAFÍA

- ČALIĆ-LJUBOJEVIĆ, J (2001): Upward Growth of Bedding-plane Anastomoses. 13th International Congress of Speleology. 4th Speleological Congress of Latin América and Caribbean 26th Brazilian Congress of Speleology. Brasília DF, 15-22 de julho de 2001: 69-72.
- CARVAJAL ROJAS, A. (2008): Manual Sistema de refuerzos de rocas con pernos SAFEROCK®, Gerdau Aza, Santiago de Chile, 225:
- CHEN, DONGQIN, CAO YI (2017): Study on Roof Safe Thickness of Rock Foundation with Karst Cave and Karst Cave- surrounding Rock Stability. 4th International Conference on Mechanics and Mechatronics Research (ICMMR 2017) IOP Publishing, 6:



- DAVIES, W.E. (1951): Mechanics of cavern breakdown. National Speleological Society Bulletin, 13, 36-42.
- DAVIES, W.E. (1969): Origin of caves in folded limestone. Bull. Natl. Speleol.Soc. 22:5-18
- EAVIS, A. (2006): Large collapse chambers within caves. Speleogenesis and Evolution of Karst Aquifers, The Online Scientific Journal, 4 (1) 3:
- FU, W., Y. LIAO: (2010): Non-linear shear strength reduction technique in slope stability calculation. Computers and Geotechnics, 37, (3): 288–298, 2010.
- GINÉS, ÀNGEL (2000): Patterns of collapse chambers in the endokarsts of Mallorca (Balearic Islands, Spain) Acta carsologica, 29/2 (2000): 139-148
- GOSPODARIC, R. (1985): Age and development of collapse dolines above the cave systems. The examples from classical karst of Slovenia (NW Yugoslavia). Ann. Soc. Geol. Belgique, 108:113-116
- HAMMAH, R. T. YACCOUB, B. CORKUM, AND J. CURRAN (2005): The shear strength reduction method for the generalized Hoek-Brown criterion. In/ Alaska Rocks 2005, The 40th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS): Rock Mechanics for Energy, Mineral and Infrastructure Development in the Northern Regions, held in Anchorage, Alaska, June 25-29, 2005 ARMA/USRMS 05-810
- HOEK E. Y E.T. BROWN (1980a): Underground Excavations in Rock . London: Institution of Mining and Metallurgy 527:
- HOEK, E. Y E.T. BROWN (1980b): Empirical strength criterion for rock masses. J. Geotech. Eng Div., ASCE 106(GT9), 1013-1035.
- HOEK, E. AND BROWN, E.T. (1988): The Hoek-Brown failure criterion - a 1988 update. In Rock engineering for underground excavations, proc. 15th Canadian rock mech. symp., (ed. J.C. Curran), 31-38. Toronto: Dept. Civ. Engineering, University of Toronto.
- HOEK, E., C. CARRANZA-TORRES (2002): Hoek-Brown failure criterion—2002 Edition. in Proceedings of the Fifth North American Rock Mechanics Symposium, vol. 1.; 18–22, Toronto, ON, Canada, July 2002
- JIANG CHONG, MING-HUA ZHAO, WEN-GUI CAO (2008): Stability analysis of subgrade cave roofs in karst region. J. Cent. South Univ. Technol. (2008) 15(s2): 038–044
- LLOPIS LLADÓ, No (1982): Fundamentos de Hidrogeología Cárstica. Introducción a la Geoespeleología. Tomado de la primera edición spaola, Madrid, 1970, Editorial Blume. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 269:
- MARCH DELGADO, C. & L.F. MOLERO LEÓN (1987): A General Approach to an Algorithm for Groundwater Flow in Karstic Aquifers. Hydro- And Thermodynamical Considerations. Internatl. Symp. Groundwater Monitoring and Management, Dresden, GDR, 21:



- MOLERIO LEÓN, L. F. (1981): Notas para un Modelo Conceptual del Desarrollo del Karst en Cuba. Voluntad Hidráulica, La Habana, XVIII (56):21-23
- MOLERIO LEÓN, LESLIE F. (1985): Dominios de Flujo y Jerarquización del Espacio en Acuíferos Cársicos. Simp. XLV Aniv.Soc. Espel. Cuba, La Habana: 54; In/Núñez Jiménez, A. (1990): Medio siglo explorando a Cuba. Historia documentada de la Sociedad Espeleológica de Cuba. Tomo II, Imprenta Central de las FAR, La Habana, :322
- MOLERIO LEÓN, LESLIE F. (1990): CLEO. Presentación de un Algoritmo para el Cálculo de la Estabilidad de las Cavernas. Congr. 50 Aniv.Soc. Espel. Cuba, La Habana: 89
- MOLERIO LEÓN, LESLIE F. (1993): Problemas Ingenieriles en Áreas Cársicas: La Estabilidad de las Cavernas. II Jornadas Venezolanas de Geología Ambiental, Maracaibo, Venezuela, 15:
- MOLERIO LEÓN, L.F. (2000): Equilibrio de grandes bóvedas subterráneas, límites de crecimiento y clasificación: aplicaciones a las adaptaciones ingenieras de cavernas. Congr. 60 Aniv. Soc. Espel. Cuba, Programa y Resúmenes, Camagüey, 18-21 de Abril, 2000. Resumen. :103-104
- MOLERIO LEÓN, L.F. (2013a): Resumen de la Tipología Hidrogeológica del Karst Cubano. Aragonito, No. 1, Suplemento del Periódico Digital Espeleológico El Explorador, Cuba:1-25
- MOLERIO LEÓN, L.F. (2013b): Evidencias de carsificación y cavernamiento mixto epi-hipogenético en la Cobertura Neot autóctona de la Franja de Crudos Pesados del Norte de La Habana-Matanzas. Mapping Latino. 2 Septiembre 2013, 17:  
<http://mappinglatino.com/blog/2013/09/02/evidencias-de-carsificacion-y-cavernamiento-mixto-epi-hipogenetico/>
- MOLERIO-LEÓN, L.F. (2016): Paleoseismology and Speleothems: Looking for the Speleological Record of Earthquakes in Western Cuba. NSS News, May 2016, National Speleological Society, 174(5):8-11
- MOLERIO LEÓN, L.F. (2017): Subsistencia inducida por relleno artificial de cavernas: la Cueva de Los Camarones, Habana del Este, Cuba. Argentina Subterránea - Año 17 - Nro. 42 : 23-35 — octubre de 2017 - Malargüe – Mendoza- Argentina. ISSN 1851-894X, [www.fade.org.ar](http://www.fade.org.ar)
- MOLERIO-LEÓN, L.F. (2017): Evidencias espeleológicas de paleosismos en el Occidente de Cuba. Gota a gota, n° 14 (2017): 76-88 Grupo de Espeleología de Villacarrillo, G.E.V. (ed.)  
<https://sites.google.com/site/espeleovillacarrillo/home/gota-a-gota-no-14-2017?overridemobile=true&tmpl=%2Fsystem%2Fapp%2Ftemplates%2Fprint%2F&showPrintDialog=1>
- MOLERIO-LEÓN, L.F. (2018): Neotectónica y patrones de cavernamiento en Punta Guanós, Matanzas, Cuba (IV).Estabilidad estructural del macizo. Gota a Gota, n° 15: 58-63. Grupo de



Espeleología de Villacarrillo, G.E.V. (ed.) <https://sites.google.com/.../espe.../home/gota-a-gota-no-14-2017>

-MOLERIO-LEÓN, L.F., E. J. BALADO PIEDRA, L. NÚÑEZ HAUGH, C. ALDANA VILAS (2019): La incorporación de la evidencia espeleológica al registro de paleosismos en Cuba. Octava Convención de Ciencias de la Tierra, Geociencias'2019, XIII Congreso de Geología (GEOLOGÍA'2019), Geomorfología y Paisajes Cársticos GEO7-P10. La Habana, Resumen: 127

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2019a): Respuesta dinámica de las cuevas y obras civiles en el karst a la exploración sísmica en tierra: aspectos conceptuales y metodológicos. Simposio XXXV Aniversario del comité Espeleológico Provincial de La Habana, Sociedad Espeleológica de Cuba, Quinta de los Molinos, La Habana, Septiembre 21, 2019. <https://www.researchgate.net/publication/336262700>

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2019b): Modelación matemática analítica de los procesos de colapso de cavernas. Argentina Subterránea 19(46): 27-44. [www.fade.org.ar](http://www.fade.org.ar) — [www.sinpelos2011.wordpress.com](http://www.sinpelos2011.wordpress.com)—<https://issuu.com/fade3>

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2019c): Inestabilidad crítica de cavernas (I): Inventario de evidencias. Grupo Espeleológico de Villacarrillo, Jaén, España, Gota a gota, n° 18 (2019): 17-31, <https://drive.google.com/file/d/12LavS6JAIoQmsLkc7Y9iIA1emwgOl18h/view>

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2019d): Inestabilidad crítica de cavernas (II): Procesos de dolinización. Grupo Espeleológico de Villacarrillo, Jaén, España, Gota a gota, n° 18 (2019): 73-79 <https://drive.google.com/file/d/1T6mEAXu-W5o5jjEwG16HWN2-3VZbsq4O/view>

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2020a): Inestabilidad crítica de cavernas (III): Procesos de clastificación. Grupo Espeleológico de Villacarrillo, Jaén, España, Gota a gota, n° 19 (2020): 10-16 <https://drive.google.com/file/d/1GMadzKzfbKwkYeJR4ssMFHbJiHFngqWH/view>

-MOLERIO LEÓN, L.F. (2020b): Incorporación de la evidencia espeleológica de paleosismos y paleohidrología a la seguridad de los sistemas hidráulicos de América Latina y El Caribe. Premios Latinoamérica Verde. 31: <https://www.researchgate.net/publication/341726375>

-MOLERIO-LEÓN, L.F. (2021): Karst en fracturas de distensión del Litoral Norte de Artemisa-Matanzas: Consecuencias ingeniero-geológicas e hidrogeológicas. La Habana, 25:, Preprint. <https://www.researchgate.net/publication/352015257>, DOI: [10.13140/RG.2.2.14254.64325](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.14254.64325)

-MOLERIO-LEÓN, L.F., E.J. BALADO PIEDRA, L. NÚÑEZ HAUGH (2016): Registro espeleológico de los terremotos. CubaGeográfica 2(4) Enero-Junio:22-23

-MOLERIO-LEÓN, L.F., E.J. BALADO PIEDRA, L. NÚÑEZ HAUGH (2018): Cronoestratigrafía relativa de eventos paleosísmicos en el tercio inferior del río Jaruco, Cuba Occidental. Gota a gota, n° 15: 93-96. Grupo de Espeleología de Villacarrillo, G.E.V. (ed.) <https://drive.google.com/file/d/1dcAmVOyhMMOivNMeRv6sdvO8kIPVi78L/view>



- MOLERIO LEÓN, L.F., REBECA HERNÁNDEZ DÍAZ, ISIS FERNÁNDEZ GÓMEZ, ANTONIO GONZÁLEZ RAMÓN, VLADIMIR OTERO COLLAZO, ORIOL CHÁVEZ BONORA, MARIAN ALONSO (2021): Patrones geoquímicos e isotópicos en un acuífero cársico litoral: gestión de las aguas subterráneas en el Yacimiento Gasopetrolífero de Boca de Jaruco, Cuba. IX CONVENCIÓN DE CIENCIAS DE LA TIERRA – GEOCIENCIAS 2021
- MOLERIO LEÓN, LESLIE F.; M. HERNÁNDEZ MORET; O. VELÁZQUEZ SÁNCHEZ; M. GUERRA OLIVA & M. LABRADA CORTÉS (1990): Estudio Experimental de Resistencia a Cargas Dinámicas en la Bóveda de una Caverna. Congr. 50 Aniv.Soc.Espel. Cuba, La Habana: 88
- MOLERIO LEÓN, L.F. Y E. GRAU GONZÁLEZ (2011): Episodios hipogénicos de carsificación y espeleogénesis en el territorio de La Cachurra-Santa Marta, Matanzas. El Explorador, Periódico digital espeleológico, Cuba, No. 89, Septiembre 30, 2011:1-4.
- MONTORIOL POUS, J. (1951): Los procesos clásticos hipogeos. Rass. Speleol. Italiana III, 4:119-129
- MONTORIOL POUS, J. (1954): Resultado de nuevas observaciones sobre los procesos hipogeos. Rass. Speleol. Italiana III, 6: 103
- MONTORIOL POUS, J. (1954?): Clave para la determinación de los procesos clásticos hipogeos (*sin colación en el original*)
- NÚÑEZ HAUGH, L.; J.A. DÍAZ DUQUE; L.F. MOLERO-LEÓN (2017): Indicadores de paleosismicidad derivados de espeleotemas fracturadas en cavernas del Campo Gasopetrolifero de Boca de Jaruco, Mayabeque, Cuba. XII Congreso de Geología (GEOLOGIA '2017). VI Simposio de Riesgos Geológicos. Procesos Costeros. Séptima Convención Cubana de ciencias de la Tierra GEOCIENCIAS '2017. GEO9-P5
- NÚÑEZ HAUGH, L., DÍAZ LUQUE, J.A. Y MOLERO-LEÓN, L.F. (2020): Indicadores de paleosismicidad derivados de espeleotemas fracturadas en cavernas del campo gasopetrolífero de Boca de Jaruco, Mayabeque, Cuba. Gota a gota, nº 21: 1-9. Grupo de Espeleología de Villacarrillo, G.E.V. (ed.) [https://drive.google.com/file/d/1cVDcfDpiY37culf4eC\\_dstQOIPi42Dhw/view](https://drive.google.com/file/d/1cVDcfDpiY37culf4eC_dstQOIPi42Dhw/view)
- OSBORNE, R.A.L. (2001): Cave Breakdown by Vadose Weathering. International Journal of Speleology 31(1-4): 37-53.
- OZSVATH, D. L. (2005): Into the Abyss: The Case of the Collapsing Sinkhole. National Center for Case Study Teaching in Science. <http://www.sciencecases.org/abyss/abyss.asp>
- PARISE, M., P. LOLLINO (2011): A preliminary analysis of failure mechanisms in karst and man-made underground caves in Southern Italy. Geomorphology 134 (2011) 132–143
- OTERO, V. A. GONZÁLEZ, O. CHÁVEZ, M. ALONSO (2019): Evidencias de procesos hipogénicos en la caverna de Cinco Cuevas. Boca de Jaruco, Mayabeque, Cuba. Simposio XXXV

Aniversario del comité Espeleológico Provincial de La Habana, Sociedad Espeleológica de Cuba, Quinta de los Molinos, La Habana, Septiembre 21, 2019, 25:

-OTERO COLLAZO, V., A. GONZÁLEZ RAMÓN, L. MOLERO LEÓN, O. CHAVEZ BONORA, M. ALONSO MARTÍNEZ (2021): Sobre la espeleogénesis de las cavidades de Boca de Jaruco, Mayabeque-Cuba. Primeros resultados de las campañas de 2019-2020. Boletín SEDECK, 16, 15: <https://www.leg.mn.gov/docs/2013/other/130624/vol2.pdf>

-SCHEIDEGGER, A.E. (1991): Theoretical Geomorphology. Third, Completely Revised Edition. Springer-Verlag, 434:

-THOM, R. (1977): Stabilité structurelle et morphogénèse, Interédition, París, 1977 [Editorial Gedisa](#))

-WALTHAM, T., F. BELL, M. CULSHAW (2005): Sinkholes and subsidence. Karst and Cavernous rocks in Engineering and Construction. Springer & Praxis Publishing, Chichester, UK, 382:

-WALTHAM, T., Z. LU (2007): Natural and anthropogenic rock collapse over open caves. -In/ Parise, M. & Gunn, J. [Eds] Natural and Anthropogenic Hazards in Karst Areas: Recognition, Analysis and Mitigation. Geological Society, London, Special Publications, 279, 13–21. Geological Society London Special Publications · January 2007.

-WHITE, E.L. (2005): Breakdown In/ Culver, D.C. & W.B. White (2005): The Encyclopedia of Caves. Elsevier Academic Press, Mass, California, London:56-60

-WHITE, W.B. (1988): Geomorphology and Hydrology of Karst Terrains. Oxford Univ. Press, New York, Oxford, 464:

-WHITE, E.L. AND WHITE, W.B. (1969): Processes of cavern breakdown. Bull. Natl Speleol. Soc., 31,83–96.

-WHITE, W. B., E. L WHITE,.(1997): Mechanics of Breakdown: Relative Importance of Shear Strength and Fracture Toughness, Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Congress of Speleology, Switzerland, 1997, Vol. 1, p. 155

-ZHEN, ZHANG, ZHONGDA CHEN (2019): Constraint Embankment Construction to Prevent the Collapse of Underground Caves. Hindawi Advances in Civil Engineering, Volume 2019, Article ID 3607574, 18:

Este trabajo se citará como: OTERO COLLADO, V. y MOLERO-LEÓN, L.F. (2022): “Condiciones de estabilidad de la dolina y el salón de los dibujos de Cinco Cuevas, Boca de Jaruco”, *Mundo Subterráneo*, nº 7, pp. 42-85, Club Espeleo-Deportivo Nivel 10 (ed.)