CON-TEXTOS KANTIANOS.
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Kant sobre las definiciones matemáticas[1]

Mirella Capozzi
Universidad de Roma "La Sapienza", Italia

(Traducción de Laura Pelegrín[*], con la colaboración de Luciana Martínez[**])

I

I.1. La definición y la teoría del esquematismo.

¿Qué quiere decir Kant con 'definición'? Estrictamente hablando,

(*) definir es "exponer originariamente el concepto detallado de una cosa, dentro de los límites de él" (A 727 = B755)[2].

[1] Traducción de: Capozzi, M. "Kant on Mathematical Definition", en: Dalla Chiara, M. L. (ed.) *Italian Studies in the Philosophy of Science*, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1980, 423-452. La editorial Springer, actual portadora de los derechos del texto, ha extendido a la autora la licencia para esta traducción.
[*] Universidad Diego Portales – Universidad de Leiden. lauraalejandrapelegrin@gmail.com.
[**] Universidad Kant de Kaliningrado (IKBFU). luciana.mtnz@gmail.com.
[2] En las citas de los textos de Kant, se siguen las siguientes traducciones. *Crítica de la razón pura*. Trad. de Mario Caimi, México: FCE, 2009. *Lógica*. Trad. de María Jesús Vázquez Lobeiras, Madrid: Akal, 2000. *Crítica del discernimiento*. Trad. de Roberto Aramayo y Salvador Mas, Madrid: Alianza, 2012. *La polémica sobre la Crítica de la razón pura (Respuesta a Eberhard)*. Trad. de Mario Caimi, Madrid: Mínimo Tránsito, 2002. *Investigaciones sobre la distinción de los principios de la teología natural y de la moral*, Trad. de Eduardo García Belsunce, Buenos Aires: Prometeo, 2007. *Principios formales del mundo sensible e inteligible (Disertación de 1770)*. Trad. de José Gómez Caffarena, Madrid: *Consejo Superior de Investigaciones Científicas*, 1996.

[Received: 21 de abril de 2021
Accepted: 6 de noviembre de 2021]

Es decir, el concepto debe ser presentado con todas las notas *(Merkmale)* que son suficientes para su distinción y que puede verse que le pertenecen directamente, es decir, sin ninguna prueba. En otras palabras, el concepto *original* debe ser presentado en su *completitud* y *precisión* (A727 = B755 nota al pie; *Logik* §99). De acuerdo con Kant, solo algunos pocos conceptos son definibles en el sentido de la afirmación citada (*) y esos pocos son conceptos matemáticos.

Sin embargo, a lo largo de la *Crítica*, la definición se vincula con la noción de significado. Por ejemplo, al hablar de las categorías, Kant sostiene que son modos de darle al objeto "su *significado* según una función cualquiera del entendimiento (...), es decir, de *definirlo*" (A245. Las cursivas son mías). Esto nos coloca ante el problema de cómo encaja el sentido (*) de la definición en la teoría del significado de Kant, ya que seguramente él no creía que los conceptos que no son definibles en el sentido (*) carecieran de significado. Para resolver el problema, comenzaremos por explicar en qué consiste para Kant dar un significado a un concepto, y luego compararemos el sentido (*) de la definición con tal explicación.

Kant dice que un concepto tiene significado cuando "se refiere a un objeto" (B303), es decir, cuando se "hace real" a través de una referencia, ya sea *a priori* o *a posteriori*, a una intuición. El modo en el que se establece tal referencia se describe en la teoría del esquematismo. (Por cierto, Kant parece admitir una conexión entre definición y significado incluso con independencia de cualquier referencia de conceptos a objetos, como en el caso del "significado lógico" puro (A147 = B186) de categorías no esquematizadas. Esta cuestión se abordará más adelante).

[424] La teoría del esquematismo, aunque aparentemente concebida para explicar cómo las categorías se refieren a las intuiciones, es una teoría omnicomprensiva de las relaciones que los conceptos en general tienen con las intuiciones (y viceversa). Como es bien sabido, el esquematismo es un procedimiento de la facultad de la imaginación (*Einbildungskraft*) destinado a proporcionarles a los conceptos esquemas que puedan actuar como intermediarios entre ellos y las "imágenes", es decir, intuiciones. Kant distingue cuidadosamente los esquemas y las imágenes. Un esquema es una determinación *a priori* de la intuición del tiempo que depende de la *Einbildungskraft* "productiva" y relaciona conceptos con imágenes; una imagen, por otro lado, depende de la *Einbildungskraft* "reproductiva" y es el producto final de todo el procedimiento de esquematización.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Esta teoría general no solo no ignora las diferencias entre los diversos tipos de conceptos, sino que incluso las realza al facilitarnos la comprensión de aquello que diferencia los conceptos definibles de todos los demás. De hecho, si bien todo concepto esquematizable tiene un significado, los esquemas no son todos del mismo tipo y solo algunos de ellos pueden garantizar una definición estricta de los conceptos a los que se refieren.

Por lo tanto, "el esquema de un concepto puro del entendimiento [el esquema trascendental de una categoría] es algo que no puede ser llevado a imagen alguna" (A142 = B181). Esto significa que los conceptos categoriales, aunque capaces de referirse a objetos y, por tanto, significativos, no tienen un significado determinado de forma completa y precisa. Por tanto, en el sentido estricto (*) de la definición, las categorías pueden tener una "exposición" pero nunca una "definición" (A729 = B757; A244 - 5).

En cuanto a los conceptos empíricos, Kant está tan seguro de su significatividad que sostiene que "[n]os servimos de una multitud de conceptos empíricos sin oposición de nadie, y nos consideramos autorizados, aun sin deducción, a asignarles un sentido y una significación imaginaria, porque siempre tenemos a mano la experiencia, para demostrar la realidad objetiva de ellos" (A84 = B117). Sin embargo, los conceptos empíricos plantean un problema opuesto al planteado por las categorías: sus esquemas pueden reducirse a innumerables imágenes, pero tales esquemas guardan una semejanza demasiado estrecha con ejemplos empíricos comunes y, por lo tanto, no pueden alcanzar una precisión y una completitud mayores que las obtenidas mediante la ejemplificación[3]. De modo que es fácil entender por qué los conceptos empíricos no logran satisfacer los requisitos en sentido (*) para una definición y solo son posibles de una "denominación" por la que son explicados pero nunca propiamente definidos (A728 = B756; *R* 2917).

Finalmente, el *Schematismuskapitel* trata de "conceptos sensibles puros" [425] que, a juzgar por los ejemplos de Kant, son conceptos de figuras en el espacio, es decir, conceptos geométricos. Sus esquemas son "un producto y, por así decirlo, un monograma de la

---

[3] Véase *Kritik der Urteilskraft*, AA 5, §59: las intuiciones necesarias para probar la realidad de los conceptos "si se trata de conceptos empíricos [...] se denominan *ejemplos*. Si son conceptos puros del entendimiento, se denominan *esquemas*". Cf. también A138 = B177. Sobre esta pregunta cf. W.H. Walsh, "Schematism", *Kant-Studien* 49 (1957), reimpreso en R.P. Wolff (ed.), Kant. *A Collection of Critical Essays*, Londres, Macmillan, 1968, pp. 75-6.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

imaginación pura *a priori*, por el cual, y según el cual, las imágenes llegan a ser, ante todo, posibles" (A141 = B181). Ahora bien, la naturaleza monogramática de estos esquemas es lo que permite atribuir un significado completo y preciso a los conceptos sensibles puros. De hecho, tales esquemas, a diferencia de los de los conceptos puros, pueden reducirse a imágenes; y tales imágenes, a diferencia de las de los conceptos empíricos, están completamente "prefiguradas" por el *typus* de sus esquemas monogramáticos[4]. Por lo tanto, los conceptos sensibles puros son los únicos estrictamente definibles entre los conceptos significativos.

Esto muestra que la teoría de la definición de Kant es consistente con su teoría del significado, que a su vez se basa en la división de conceptos en conceptos *dados* y conceptos *hechos*[5], *a priori* o *a posteriori* (*Logik* §4). Dentro de este marco, el sentido (*) de la definición fija un conjunto de condiciones solo satisfacibles por conceptos que no están dados "ni por la naturaleza del entendimiento, ni por la experiencia" (A729 = B757), sino que se fabrican arbitrariamente (*a priori*), es decir conceptos matemáticos. Luego, se podría concluir que es su *origen* específico lo que distingue los conceptos definibles en sentido (*) de todos los demás.

Sin embargo, esta conclusión no explica realmente cómo los conceptos matemáticos se diferencian de otros conceptos con respecto a lo que tienen *en común*, es decir, la búsqueda y el hallazgo de un significado. Además, queda por verse por qué Kant habla también de "definiciones nominales" y, al referirse a las categorías, como ya hemos mencionado, de un significado "lógico". Por tanto, parece necesario profundizar en su teoría de la definición para desentrañar estas cuestiones que no son meras cuestiones de terminología.

1.2. Las diferenciaciones entre definiciones analíticas y sintéticas, nominales y reales. Extensión e intensión. La conexión entre las dos diferenciaciones.

Para empezar, Kant es perfectamente consciente de las dificultades a las que se enfrenta cualquier teoría de la definición que deba hacer uso de la lengua alemana, que tiene un solo término (*Erklärung*) para indicar "definición", así como "exposición" y "explicación" (A730

---

[4] Cf. H.J. Paton, *Kant's Metaphysics of Experience.* 2 vol. London, Macmillan, 1951, I, p. 36.

[5] "*gemacht*". Seguimos la elección de Vázquez Lobeiras. Caimi emplea en este caso el término "fabricados". En la presente traducción, seguimos la elección de Vázquez Lobeiras en el caso del atributo ("conceptos hechos", y no "conceptos fabricados") y a Caimi en el caso del verbo ("fabricar", no "hacer"). [N.de t.]

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

= B758). No obstante, siguiendo una tradición filosófica profundamente arraigada, sí da una clasificación de definiciones en sus lecciones sobre lógica, a saber, en la *Logik* Jäsche y en otras *Vorlesungen* sobre el mismo tema. [426]

Específicamente, se dice que las definiciones son (1) analíticas o sintéticas y (2) nominales o reales. Hay *definiciones analíticas* de conceptos dados, *a priori* o *a posteriori* (*Logik* §§100, 101). *Las definiciones sintéticas* se refieren a conceptos *hechos* (*concepti factitii*) (*Logik* §§ 100, 102). Sin embargo, dado que los conceptos hechos por una síntesis empírica de fenómenos dados no son propiamente definibles (*Logik* § 103), las definiciones sintéticas son posibles solo en el caso de los conceptos hechos *a priori* por medio de una construcción, es decir, los conceptos matemáticos. Obviamente, esta primera distinción entre definiciones es una fiel réplica de la clasificación de conceptos en cuanto a su *origen* y como tal, no dice más de lo que ya sabíamos a partir de nuestro análisis previo.

La distinción entre definiciones nominales y reales es más compleja, debido a los numerosos sentidos y funciones que tienen los términos "nominal" y "real" en las afirmaciones de Kant sobre las definiciones. He seleccionado tres de ellas para cada uno de los términos en cuestión:

Definiciones nominales: (1) contienen el significado dado arbitrariamente a un cierto nombre (*Logik* § 106), es decir, dan un "significado convencional" a un nombre (*R* 3006); (II) son aquellas cuyo concepto indica suficientemente todo lo que se sabe *subjetivamente* de una determinada cosa[6]; (III) indican solo la esencia lógica (*logische Wesen*) de los conceptos que definen (*Logik* §106; *R* 3966).

Definiciones reales: (I) como todas las definiciones, realizan la función principal de 'dar un nombre' a los conceptos para poder distinguirlos entre sí (*Logik Philippi*, p.460); (II) permiten expresar todo lo que *objetivamente* pertenece a los conceptos definidos; (III) contienen la esencia real (*Realwesen*) de los conceptos definidos y son suficientes para el conocimiento del objeto (*Object*) de acuerdo con sus determinaciones internas (*Bestimmungen*), en la medida en que muestran la posibilidad del objeto (*Gegenstand*) a partir de sus notas internas (*Merkmale*) (*Logik* §106; *R* 3006).

[6] Cf. *Logik Philippi,* p. 456: las definiciones son nominales "wenn der Begriff zureichend ausdrückt alles was ich von der Sache erkenne".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Dado que las definiciones nominales y reales en el sentido (I) equivalen esencialmente a lo mismo, comencemos directamente con el sentido (II). Aquí claramente Kant está considerando las definiciones desde el punto de vista de la relación entre el sujeto y el objeto de conocimiento y, por tanto, desde el punto de vista de la *Materie* de los *definienda*. Esto significa que un concepto que le es *dado* a uno mismo puede tener una definición nominal, pues basta con que su definiens contenga [427] lo que uno conoce *subjetivamente* del concepto, es decir, su *forma*. Pero como no se puede hacer explícito *todo* lo que *objetivamente* pertenece a un concepto, a menos que lo haya *fabricado* realmente, una definición real solo es posible para un concepto cuyo *definiens* se pensó *originalmente* como perteneciente a él. En un caso como éste, sin embargo, la definición nominal coincidirá con la real.

Se puede ver fácilmente que aquí Kant vuelve a distinguir entre definiciones apelando al *origen* de los *definienda*: los conceptos dados *a priori* (*RR* 2914, 2918,2926,2995) o *a posteriori* (RR 2934,2936,2945; *Logik Philippi*, p. 460) solo pueden definirse nominalmente, mientras que los conceptos hechos *a priori* pueden tener definiciones reales.

Para apreciar la distinción entre definiciones nominales y reales en el sentido (III) anterior, debemos recordar algunos aspectos de la teoría de los conceptos de Kant. Esta teoría, en conformidad con la lógica tradicional, coloca los conceptos en un orden jerárquico en el que los conceptos subordinados son la extensión (*Umfang*) de los conceptos superiores y los conceptos superiores son el contenido (*Inhalt*) de los conceptos subordinados [7]. Consecuentemente, cualquier concepto superior está contenido *en* los conceptos subordinados (como en el caso de 'metal' que está contenido en 'oro', 'cobre', 'plata', etc.) mientras los contiene *bajo* sí mismo (*Logik* §7).

Ahora bien, la esencia lógica, de la que se trata en las definiciones nominales en el sentido (III), corresponde al *Inhalt* de un concepto en la medida en que este último contiene todas las *Merkmale* necesarias (es decir, las notas que siempre deben encontrarse en la cosa representada; *Logik*, AA 9: 60, 61) de ese concepto. Por tanto, una definición nominal caracteriza al *definiendum* en términos de los *essentialia* que son su intensión. Para hacer esto, no es necesaria la intervención de la intuición (ya sea *a priori* o *a posteriori*), ya que todo lo que está en cuestión en una definición nominal es el aspecto lógico del concepto.

[7] Las nociones de *Umfang* e *Inhalt* están obviamente conectadas con las nociones de *étendue* y *compréhension* de la *Lógica Port Royal*.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Así, cuando Kant habla de un significado lógico independiente de la intuición de conceptos dados *a priori* (categorías), tiene en mente su esencia lógica, que puede ser objeto de una definición nominal. En este sentido, podemos explicar cómo se vinculan definición y significado también desde un punto de vista puramente lógico, aclarando así la expresión “significado lógico”, mencionada en I.1.

Una definición real en el sentido (III) apunta, en cambio, a la *Realwesen* de un concepto y tiene que explicar su posibilidad sobre la base de las *Merkmale* internas solamente. Ahora bien, conocer la *Realwesen* de algo significa conocer los predicados de los cuales (como principios de determinación) depende todo lo que pertenece a la existencia de esa cosa[8]. Por lo tanto, una definición real es tal que [428] permite a uno decidir, cuando se enfrenta a cualquier objeto, si este objeto cae bajo el concepto del *definiendum* o no. Así, una definición real permite usar el concepto definido como un *Erkenntnisgrund* con respecto a todos los conceptos que constituyen su extensión. Obviamente, los conceptos empíricos no pueden ser determinados de tal modo que se tornen aplicables (como principios de determinación) a la *totalidad* de su extensión, ya que uno no puede determinar completa y precisamente los límites de esta extensión. En resumen, uno no puede enunciar una regla que le permita decidir, por ejemplo, si, para cualquier *x* posible, '*x* es un metal' es verdadero o falso.

Entonces, ¿sería correcto concluir que solo los conceptos no empíricos tienen definiciones reales? La respuesta es sí, aunque solo en parte. Para Kant, de hecho, las definiciones reales deben mostrar la *posibilidad* de los *definienda* con respecto no solo a su forma sino también a su *Materie*. Esto restringe el rango de las definiciones reales a los conceptos hechos *a priori*, que son los únicos cuya posibilidad *der Materie nach* puede mostrarse simplemente sobre la base de sus *Merkmale* internas, sin ninguna apelación a la experiencia efectiva. Esto significa que los conceptos realmente definidos también tienen un tipo de *existencia* que se puede establecer *a priori*. Pues, en toda definición real, el *definiens* contiene una marca clara mediante la cual la "realidad objetiva" del *definiendum* se prueba más allá de toda duda (A242, nota al pie). Así, una definición real (1) nos permite *reconocer* todo lo que pertenece al *definiendum* como el ámbito de su aplicación, es decir, como su *Umfang*; (2)

[8] *Logik,* AA 9: 61: "Zum Real-Wesen des Dinges (esse rei) die Erkenntniss derjenigen Prädicate erfordert wird, von denen alles, was zu seinem Dasein gehört, als Bestimmungsgründe, abhängt". Ver también *R* 2321.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

efectivamente *produce* el concepto que define. Claramente, esta producción no debe entenderse como la producción de una instancia particular del concepto, sino más bien, al involucrar solo la intuición *pura*, como el establecimiento de una regla para producir (o reconocer) cualquiera de sus instancias.

Todo esto proporciona una evidencia concluyente de la insuficiencia del origen como criterio para juzgar la referencia objetiva de los conceptos definidos. Afortunadamente, sin embargo, esto no crea ninguna oposición entre las distinciones analítico-sintético y nominal-real de las definiciones. Por el contrario, tales distinciones están estrechamente relacionadas, ya que las definiciones nominales indican la esencia lógica de los conceptos solo sobre la base de un análisis de su *Inhalt*[9]. Por otro lado, las definiciones analíticas de conceptos dados son nominales en los sentidos (II) y (III): en el sentido (II), porque el análisis de las *Merkmale*[10] coordinadas o subordinadas de conceptos dados da como resultado lo que se sabe *subjetivamente* sobre ellos; en el sentido (III), porque ningún análisis de conceptos dados *a priori* puede conducir a su *Realwesen*, mientras que cualquier análisis de conceptos dados *a posteriori* está dirigido solo a su *Inhalt* lógico (si se analizan las *Merkmale* que están subordinados *a parte post*).

De manera similar, las definiciones reales solo son posibles en el caso de los conceptos hechos *a priori* [429], es decir, los conceptos definibles sintéticamente. Nótese que en este caso las dos distinciones entre definiciones se reducen en realidad a nada. Un concepto hecho *a priori* no solo tiene definición real sino también nominal (completa y precisa): pues, en "conceptos arbitrarios" lo que es subjetivo y lo que es objetivo coinciden (*R* 4016), y tanto la síntesis como el análisis de las *Merkmale* coordinadas o subordinadas (tanto *a parte ante* como *a parte post*) son completos y precisos[11]. A la inversa, una definición sintética solo es posible en el caso de los conceptos cuyas *Merkmale* subordinadas y coordinadas pueden analizarse exhaustivamente. En resumen, la capacidad peculiar de los conceptos hechos *a priori* de tener definiciones reales y sintéticas les permite satisfacer los requisitos de definiciones de nuestro sentido (*) incluso cuando están definidos analítica y nominalmente. Por esta razón, las definiciones sintéticas y reales tienen un estatus especial y, en ciertos contextos, parecen ser las únicas que 'merecen' el nombre de definiciones.

[9] Cf. *RR* 2994, 2995.
[10] Cf. *Logik,* AA 9: 59.
[11] Para una exposición minuciosa de este punto, véase: J. Proust, “Analyse et définition chez Kant”, *Kant-Studien* 66 (1975), especialmente pp. 17-27.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Todo esto no deja lugar a dudas sobre que la atención de Kant al *Inhalt* y *Umfang* de los conceptos va más allá del respeto obediente a la lógica tradicional, ya que parte de su interés por el *significado* considerado como la referencia objetiva de los conceptos (como es especialmente claro a partir de las definiciones reales en el sentido III). Es en esta perspectiva que las definiciones reales se convierten en "el ideal", por así decirlo, al que cualquier definición intenta acercarse pero que solo las definiciones de conceptos hechos *a priori* pueden alcanzar[12].

I.3. El esquematismo. El estatus especial de las definiciones matemáticas.

Hemos visto lo que Kant quiere decir con "definición nominal" y con "significado lógico" de conceptos. Por lo tanto, nos quedamos con solo una de las preguntas mencionadas al final de la Sección I.1, a saber, cómo los conceptos definibles en sentido (*) difieren de los otros conceptos significativos con respecto a la forma en que establecen su propio significado.
Para encontrar una respuesta a esta pregunta, reconsideraremos brevemente el esquematismo desde el punto de vista de las definiciones reales. Es obvio que las definiciones reales, que involucran tanto conceptos como intuiciones, son el resultado de una esquematización. No es tan obvio, sin embargo, que indiquen el significado de los *definienda* no solo a través de, sino también *en* sus esquemas: una definición real, como hemos visto anteriormente, corresponde al establecimiento de una regla (un esquema) a la que *todas* las instancias del *definiendum* deben adecuarse, más que a la producción de cualquiera de sus instancias.
En cuanto a los conceptos empíricos y a priori, ya hemos mostrado que [430] su indefinibilidad en el sentido (*) depende de la naturaleza ejemplar de los esquemas de los conceptos empíricos y de la incapacidad de los esquemas trascendentales de ser reducidos a imágenes particulares. Ahora podemos decir con más precisión que lo que impide definir

[12] Este privilegio de las definiciones reales se desprende del hecho de que, en el caso de los conceptos empíricos, incluso una definición real incompleta e imprecisa es mucho más útil (y utilizada) que una definición nominal igualmente incompleta e imprecisa. En el caso de las categorías, aunque se podría intentar darles definiciones nominales y analíticas (A244-5), lo importante es el procedimiento de esquematización que muestra la forma en que las categorías se refieren a los objetos y, por tanto, muestra su realidad. Se podría decir que la esquematización de categorías es una 'definición real' fructífera pero sólo provisional de ellas (A731 = B759 Nota al pie).

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

tales conceptos es la imposibilidad de definirlos *en* sus esquemas. Inversamente, la completitud y precisión de las definiciones reales son consecuencia de la naturaleza esquemática de su referencia objetiva o, como dice Kant, de la "construcción esquemática" (*Entdeckung*, AA 8: 192 n.) hecha por el sujeto.

Sin embargo, la prioridad del significado sobre el origen como criterio para clasificar las definiciones no es motivo para subestimar la importancia de este último, ya que ambos criterios se basan en la misma teoría de los conceptos, que proporciona tanto su vocabulario como la evidencia de su conexión. Simplemente queremos enfatizar que, dado este trasfondo común, la prioridad del criterio del significado es la verdadera contribución kantiana a la teoría de la definición.

Esto es en gran parte resultado de la constante reflexión de Kant sobre la naturaleza de la matemática y, en particular, sobre la definición matemática. Si las referencias a las definiciones matemáticas se han mantenido al mínimo en las páginas precedentes, esto no se debe solo a que ya se ha puesto bastante énfasis en la identificación de Kant del sentido (*) con el sentido matemático de la definición, sino también para evitar en esta etapa algunas distinciones que pertenecen a la esfera de la definición matemática (ver Parte III). Además, todo lo que realmente debe destacarse en este momento es que las definiciones matemáticas pueden establecerse como el modelo sobre el que se ha construido la teoría de Kant de las definiciones sintéticas y reales, hasta el punto que se puede apreciar plenamente la importancia creciente del criterio de significado a través de un análisis del desarrollo del pensamiento kantiano sobre las definiciones matemáticas desde algunos de sus escritos anteriores hasta su obra principal. En la Parte II nos ocuparemos, de manera sucinta, justamente de esto.

II

II.1. Clasificaciones tempranas de los conceptos y las definiciones. El criterio del origen.

La mejor evidencia de que el criterio del significado es el *novum* de la *Crítica* es el hecho de que en los escritos tempranos el origen era el único criterio para clasificar los conceptos y las definiciones. De hecho, el así llamado *Preisschrift,* publicado en 1764, comienza afirmando que la matemática siempre forma y [431] define sus conceptos a través de un

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

"enlace arbitrario" de conceptos (AA 2:276). Esa afirmación ha sido frecuentemente interpretada de dos maneras contradictorias entre sí: o bien como precursora de la doctrina crítica de la definición matemática en A713/B741, o como un pensamiento kantiano *unicum*, que exhibe un abordaje convencionalista-combinatorio de las definiciones en matemática.

Las dos interpretaciones son insatisfactorias. El *Preisschrift* es precursor de la *Crítica,* pero sólo en la medida en que sostiene que los conceptos matemáticos son conceptos hechos y sus definiciones son, por consiguiente, sintéticas. Sin embargo, no contiene nada parecido a la idea crítica de que los conceptos matemáticos deben ser *construidos,* en el sentido de que debemos exhibir a priori la intuición que les corresponde (A713 = B741). El *Preisschrift* carece de una teoría acerca de la referencia objetiva de los conceptos; es decir, carece precisamente de un criterio del significado.

Por otro lado, el *Preisschrift* no es tan diferente de la *Crítica* como para justificar que sea considerado como una concesión, única en la carrera filosófica de Kant, al convencionalismo. En primer lugar, el anti-convencionalismo de Kant en matemática es una de las pocas características de su pensamiento que permanecen inalteradas en todos los estadios de su pensamiento filosófico.[13] En segundo lugar, el término "arbitrario", como bien señala L. W. Beck, no significa "aleatorio"[14], sino, antes bien, "independiente de la experiencia". Por último, Kant habla de una conexión arbitraria de *conceptos,* lo que significa que algunos conceptos individuales están dados como los únicos con los que puede comenzar una conexión "arbitraria". Kant llega a mencionar esos conceptos: son los conceptos "de magnitud[15] en general, el de unidad, el de conjunto, el de espacio…", que deben presuponerse para la aritmética general, el álgebra, la geometría (AA 2: 279). Así, la arbitrariedad de la conexión se restringe a una esfera de contenido precisamente determinada

[13] Ya en sus primeros escritos Kant enfatizó la naturaleza "hipotética" (es decir, axiomática) de cualquier sistema matemático (cf. por ejemplo *Gedanken*, AA 1: 139-40). Pero no permitió que esto interfiriera con su esfuerzo por dar a la matemática una base objetiva, aunque al principio apoyó este esfuerzo desde la metafísica.

[14] L.W. Beck, "Kant's Theory of Definition", *Philosophical Review* 65 (1956), reimpreso en R.P. Wolff (ed.), Kant. *A Collection of Critical Essays*, op. cit., pág. 31.

[15] "Grösse". Caimi traduce "cantidad"; García Belsunce opta por "magnitud". En esta traducción, seguimos la elección de Caimi salvo en las referencias textuales a *Investigaciones sobre la distinción de los principios de la teología natural y de la moral,* en las que se cita la traducción de García Belsunce.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

por una serie de conceptos dados y por un número de principios (*Grundsätze*) que expresan sus propiedades generales y regulan su uso.[16]

Sin embargo, se ha afirmado que la interpretación convencionalista-combinatoria también se apoya en la mención, en el *Preisschrift,* de la capacidad, específica de la matemática, de representar conceptos *bajo,* y no sólo a través de, signos (AA 2: 278) y de operar con ellos. Esto es ciertamente así, pero uno no debería pasar por alto el cuidado de Kant en explicar que (i) hay una relación mutua de semejanza (*Ähnlichkeit*) entre los conceptos geométricos y sus representaciones (AA 2: 292); (ii) los signos aritméticos (*Buchstabenrechnung*) son suficientes para la certeza (ibid.); (iii) los símbolos algebraicos deben ser interpretados (AA 2: 278). Además, [432] todos estos signos son “visibles” (*sichtbare*, AA 2: 279), es decir, signos sensibles que conllevan la evidencia inmediata de la sensibilidad, especialmente cuando son semejantes a los conceptos que representan.

Ahora, más allá de contradecir la interpretación convencionalista, ¿llega todo esto (la restricción del contenido y la conexión con la sensibilidad) a un solapado criterio del significado? Pienso que no. Seguramente la cuestión del significado esté presente en el *Preisschrift,* pero éste no contiene (ni necesita) en sentido propio un criterio de significado. Por un lado, las restricciones del contenido de las definiciones matemáticas tienen la función de reglas de formación de los conceptos matemáticos y, como tales, constituyen un criterio concerniente a su *origen*. Por otro lado, el trasfondo metafísico del *Preisschrift*, como veremos, es suficiente para garantizar el significado de conceptos definidos arbitrariamente. Por esto, no hay necesidad de reglas especiales para asignarles un significado a conceptos en general y a conceptos matemáticos en particular. Así, sin *reglas*, no hay *criterio* del que hablar.

Para comprender mejor la situación puede ser útil prestar atención a otro texto de este período, en el que, en un contexto más amplio, Kant investiga el estatus modal de los conceptos matemáticos: el *Beweisgrund.* En él, Kant afirma que los conceptos matemáticos pertenecen a la esfera de la posibilidad, en la medida en que no son ni “necesarios” en sí mismos, ni efectivamente “existentes” (AA 2: 75). Se ve fácilmente que esto concuerda con

[16] Estas proposiciones fundamentales, que son "*augenscheinliche Sätze*", corresponden, a juzgar por los ejemplos de Kant, tanto a los *analytische Grundsätze* como a los axiomas (AA 11: 281: "Das Ganze ist alle Theilen zusammen genommen gleich; zwischen zwei Punkten kann nur ein gerade Linie sein"). Probablemente esto se vincule con el hecho de que Kant se refiere aquí a la matemática en general.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

la tesis del *Preisschrift,* según la cual los conceptos matemáticos no son "dados" ni "encontrados", sino fabricados por sus definiciones.

El paso siguiente de Kant consiste en analizar algunos de esos conceptos, llegando a la siguiente conclusión: en todos los conceptos posibles, podemos distinguir lo *formal* (o *lógico*) y lo *material* (o *dato)* de la posibilidad (AA 2: 77-78). Sobre esta base defiende la dependencia de la posibilidad en la existencia, sosteniendo que si se quitara *todo* lo que existe, no quedaría nada, ni siquiera el *dato* para conceptos posibles, como los matemáticos (AA 2:78).

Desde luego, Kant no quiere decir que para fabricar (o definir) un concepto posible, como el del triángulo rectángulo, sus *materialia,* es decir "ángulo recto" y "triángulo", deban efectivamente existir. Simplemente dice que debe suponerse que algo existe y que, en el caso de la geometría, esto es el espacio (AA 2: 80-81). Así, mientras que desde el punto de vista del *Preisschrift* es suficiente considerar el espacio como primitivo, desde el punto de vista del *Beweisgrund* es necesario atribuir al espacio algún tipo de existencia.

Por consiguiente, la conexión entre los conceptos matemáticos y la existencia [433] puede remontarse a los términos primitivos de la matemática y a las proposiciones fundamentales acerca de ellos. Así sabemos que y dónde la cuestión del significado está activa en este momento del pensamiento filosófico de Kant, pero no podemos decir que tenga una teoría establecida al respecto.

II. 2. Del criterio del origen al criterio del significado.

La prioridad de la existencia sobre la posibilidad, desde un punto de vista gnoseológico tiene pocas consecuencias, la más interesante de las cuales es que el modo como uno llega a conocer lo que existe, es decir la experiencia, debe tener un estatus privilegiado entre los *modi cognoscendi*. Una vez que este resultado autónomo de la investigación kantiana en el tema del conocimiento entra en contacto con Hume a fines de los '60, un período de radical empirismo estaba casi destinado a sobrevenir. No intentaré proponer una reconstrucción, detallada o no, de este período. Sin embargo, creo que los siguientes comentarios proporcionan al menos una pista de las razones por las que este período marcó el comienzo de la emergencia del significado como criterio.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

La repentina eliminación de la metafísica de la filosofía de Kant, causada por su "crisis" empirista, hizo imposible seguir dando por sentada la conexión entre la matemática y el mundo existente. Y esto vale tanto para los términos primitivos como para los derivados. Entonces Kant, para salvaguardar la referencia objetiva, la significatividad de la matemática, no dudó en vincularla directamente con la existencia por medio de la experiencia: la matemática renunció su carácter a priori (RR 3750, 3738, 3923).[17] Lo más importante aquí, aparte de la extravagancia de la resolución con respecto a las doctrinas críticas, es que la referencia objetiva de los conceptos matemáticos había ganado tal importancia, que Kant pasó por alto (temporariamente) sus propias afirmaciones acerca del carácter no empírico de la matemática.

Como se sabe, esa posición extrema (para Kant) sería abandonada principalmente porque la posesión segura de significado *via* inducción se contrarrestaba por la pérdida de universalidad de los conceptos matemáticos, así como de las leyes físico-matemáticas. Muchas "caídas" (*Umkippungen*) intelectuales, registradas en el *Nachlass,* se producirían todavía por soluciones provisionales de este problema antes de la revolución que conduciría a la *Crítica*[18]. La importancia del significado como un test para todos los conceptos, empero, permanecería establecida sin cuestionamiento.

Desde luego que el criterio del origen volvió a ser valorado, pero sólo después de haber sido [434] privado (al menos con respecto a los conceptos matemáticos) de cualquier connotación "combinatoria" que pueda haber tenido. Esto fue posible porque Kant estableció finalmente las *reglas,* es decir el criterio, para el significado de los conceptos en el (lamentablemente demasiado breve) *Schematismuskapitel.*

[17] *R* 3970: "Alle *principia primitiva* sind entweder elementarsätze und analytisch oder *axiomata* und sind synthetisch. Die rationale sind analytisch, die empirische synthetisch, imgleichen mathematische"; *R* 3738: "Alle analytische Urtheile sind rational und umgekehrt. Alle synthetische Urtheile sind empirisch und umgekehrt ... "; *R* 3923: "Einige Grundsätze sind analytisch und betreffen das formale der Deutlichkeit in unserer Erkenntnis. Einige sind synthetische und betreffen das materiale, als da find die arithmetischen, geometrischen und chronologischen imgleichen die empirischen".

[18] El punto de inflexión en esta transición del empirismo extremo a la crítica puede verse en *R* 3932: "Die ideen und regeln der Vernunft werden auch in dem Verhältnisse empirischer Begriffe gebrauchet, und dieses ist ihr natürlicher und richtiger Gebrauch; sie sind als den aber auf *iudicia empirica primitiva* gegründet, die nur durch induction allegemein sind. Aber eben diese Urtheile der Vernunft, so fern sie rein sind, sollen an sich allgemein seyn". Entonces, Kant hizo la pregunta fundamental: *(R* 3926) "Wie werden empirische und synthetische [Urtheile] allgemein?".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

III

III. 1. Las definiciones de la matemática desde un punto de vista sistemático: algunas preguntas abiertas.

En la Parte I y la Parte II nos hemos ocupado de la teoría de la definición matemática de Kant en general. Ahora discutiremos una sospecha de unilateralidad que podría surgir de la teoría misma: es un hecho que en la mayoría de los escritos críticos y precríticos, Kant se refiere a las definiciones de términos geométricos no primitivos y reconoce un estatus especial a los esquemas monogramáticos de conceptos geométricos.

Esta sospecha de un sesgo geométrico es aún más desconcertante si se confronta con la clara conciencia de Kant del carácter sistemático de la matemática. Pues él concibe la matemática como un sistema con respecto a (1) su objeto de estudio y (2) su estructura interna. Desde estos dos puntos de vista, no se le asigna una posición privilegiada a la geometría, ni *a fortiori* a las definiciones de sus términos derivados.

Podemos corroborar la visión sistemática de Kant de la matemática en lo que respecta a su objeto de estudio a partir de la evidencia proporcionada por las notas de sus lecciones tomadas por Herder en los años 1762-1763. Las dos series de notas que constituyen la parte matemática de los *Nachschriften* de Herder coinciden en indicar la cantidad en general como objeto de estudio de la matemática y en organizar sus contenidos como se indica en la Tabla I[19].

Las ligeras diferencias entre las dos series se superan fácilmente ya que la subdivisión de la Mathesis universalis en la serie I corresponde a la de la serie II si se descartan el cálculo común y todas las partes del análisis excepto el álgebra. Asimismo, la subdivisión de la Mathesis specialis en la serie I corresponde, en su parte "pura", a la subdivisión relativa al espacio en la serie II, siendo la geometría precisamente la parte especial de la matemática que se ocupa del espacio puro. Todo esto muestra que las diferentes partes de la matemática

[19] Véase *H. Nach,* pp. 17-18; 29-30. Esta división de la matemática era común en los principales libros de texto de la época, como C. Wolff, *Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften,* Halle 1717, que Kant usó en sus lecciones.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

están orgánicamente relacionadas entre sí, de modo que todas las afirmaciones kantianas sobre la matemática, incluidas las que versan sobre las definiciones, deberían estar destinadas a referirse, a menos que se indique lo contrario, a la totalidad de la matemática. En cuanto al aspecto sistemático de la matemática desde el punto de vista de

[435]

	Serie I	Serie II
Mathesis Universalis	(1) Cálculo común (2) Cálculo superior (A) Buchstabenrechnung [álgebra de enteros] (B) Análisis: Álgebra de ecuaciones Cálculo del infinito	(A) Aritmética ("durch Zahlen") ['a través de números'] (B) Álgebra ("durch andre Zeichen") ['a través de otros signos']
Mathesis Specialis	(1) "Pura" (A) geometría pura (B) trigonometría (2) "Impura sive applicata"" ['impura o aplicada']	(1) espacio: geometría trigonometría (2) del tiempo (2) de la fuerza

su estructura interna, Kant asignó indiscutiblemente un carácter *deductivo* a todas las disciplinas matemáticas, independientemente de su capacidad de tener 'axiomas'. Por tanto, no podía desconocer algunos de los problemas concernientes a los sistemas deductivos, tales como: ¿se introducen sus términos primitivos por definición o de otro modo? ¿Cuál es la relación entre los términos primitivos y los principios de tales sistemas?

Para encontrar una respuesta a estas preguntas y, en general, para disipar las sospechas de unilateralidad sobre la teoría de las definiciones matemáticas de Kant, trataremos por separado cada parte de la matemática pura de acuerdo con la división del objeto de estudio presentada.

III.2. Mathesis universalis

Mathesis universalis (*allgemeine Grössenlehre*) es la ciencia de la cantidad (*Grösse, quantitas*) y de las operaciones que se pueden realizar sobre la cantidad. Su objetivo principal es proporcionar un conjunto de proposiciones fundamentales universales válidas para todas

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

las ciencias cuantitativas. Es de notar que Kant no habla aquí de axiomas o 'principios' (*Prinzipien*; *Logik* §36 Anmerkung 2), sino solo de los *analytische Grundsätze* que, según los ejemplos que da, corresponden a las κοιναί 'έννοιαι [nociones comunes] de Euclides[20]. Su analiticidad los hace flexibles con respecto a la interpretación: para Kant, un *Grundsatz* analítico, como 'el todo es mayor que la parte', es válido (es decir, origina una proposición verdadera) cualquiera sea su interpretación *cuantitativa,* pues no requiere ninguna 'traducción' preliminar, por ejemplo, en términos aritméticos. Obviamente, una vez interpretadas, todas estas proposiciones dejan de ser [436] analíticas y fundamentales y se convierten en proposiciones sintéticas *a priori* de la rama específica de la matemática en cuyos términos han sido interpretadas.

Sin embargo, la *allgemeine Grössenlehre* tiene otra función muy importante: es también una *allgemeine Arithmetik* (AA 2: 282) en la medida en que, según *H. Nach*, contiene el álgebra como una de sus partes. En este sentido, constituye el instrumento de cualquier generalización aritmética (ver sección III.4) y, al sustituir los *Zahlen* por sus *Zeichen*[21], se convierte en una ciencia sintética *a priori*: esta relación especial con la aritmética puede explicarse mejor haciendo referencia a las definiciones.

Lo primero que hay que notar en este respecto es que el objeto de estudio y el único término primitivo del álgebra es (como en el caso de la *allgemeine Grössenlehre*) la magnitud indeterminada (AA 2: 287). Este es un concepto matemáticamente indefinible ya que, según el *Preisschrift*, es un concepto inanalizable que debe ser asumido en la matemática sin definición (AA 2: 279); según la *Crítica*, es una categoría.

---

20 Los ejemplos de Kant de *Grundsätze* analíticos son:
(1) "2 Grössen einer 3. gleich sind gleich sich selbst" *(H. Nach,* p. 23; AA 11: 556);
(2) "Gleiches, zu Gleichem hinzugethan oder von diesem abgezogen, in Gleiches gebe" (A164 = B204);
(3) " $a = a$, das Ganze ist sich seiber gleich" (B17; *R* 4634; *H. Nach,* p. 23; *Prol.* §2);
(4) "$(a + b) > a$*,* d.i. das Ganze ist grösser als sein Theil" (B17; *Prol.* §2; AA 8: 196);
(5) "Das Ganze ist allen Theilen zusammen genommen gleich" (Ak. II, 281). Aquí *Grundsätz* (3) es un caso especial de la noción común de Euclides (4); *Grundsätz* (5) corresponde al axioma introducido por Clavius. Todos los otros *Grundsätze* corresponden exactamente a las nociones comunes de Euclides. (Cf. T. L. Heath El comentario de Heath a su traducción de Euclides, *The Thirteen Books of the Elements,* New York, Dover Publications, 19562 , vol. I, pp. 221-232).

21 Véase AA 9: 40-8: "El matemático no puede hacer la más mínima afirmación sobre cualquier objeto sin exhibirlo (o, si estamos considerando sólo cantidades sin cualidades, como en álgebra, exhibiendo las relaciones cuantitativas que representan los símbolos) en la intuición". Cf. también *R* 13.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Sin embargo, el concepto de cantidad es esquematizable y, por tanto, significativo, pero, dada su naturaleza categorial, su esquematización es un proceso que está lejos de ser directo. De hecho, la cantidad busca "su soporte y sentido en el número, y éste a su vez en los dedos, en las cuentas del ábaco, o en las rayas y puntos que se ofrecen a la vista" (A240 = B299). Por tanto, aquí están involucrados dos pasos: de la cantidad categorial a los conceptos de número (es decir, a los conceptos de la cantidad determinada con respecto a la unidad); de los conceptos de número a la intuición sensible. Ambos pasos implican el esquema numérico, "una representación que abarca la adición sucesiva de lo uno a uno (homogéneos)" (A142 = B182). Pero mientras todo el proceso necesario para indicar la referencia objetiva de la cantidad no la define, el segundo paso es suficiente para producir la determinación de la definición estricta. Por supuesto, dado que esta determinación depende del hecho de que el esquema numérico no se aplica directamente (como esquema trascendental) a la categoría, sino más bien a los conceptos de número, estos últimos, y no la cantidad *unbestimmte*, son susceptibles de definición estricta (ver Sección III.3).

En cuanto a las operaciones algebraicas, Kant no las define sino que simplemente menciona algunas "reglas fáciles y seguras" (AA 2: 278) que regulan su uso. No establece estas reglas claramente, pero se refiere a ellas como si fueran capaces de definir implícitamente los signos de operaciones algebraicas. Obviamente, tales definiciones implícitas no tienen suficiente precisión y completitud y, por lo tanto, no son definiciones estrictas. Además, las reglas que constituyen estas definiciones implícitas son analíticas y se les puede asignar una [437] referencia objetiva solo a través de una interpretación. En efecto, requieren de una interpretación aritmética: deben dárseles valores numéricos si se quiere que sean verdaderas y sintéticas *a priori*.

Por eso, en cuanto álgebra, la *allgemeine Grössenlehre* tiene una relación especial con la aritmética, tanto que también una regla como "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*", que se demuestra por medios puramente algebraicos (*H. Nach*, p. 23) y es independiente de la definición de adición de números específicos (véase la sección III.4), no puede ser sintética a menos que se le asigne un significado aritmético al transformar referencias a cantidades indeterminadas en referencias a cantidades determinadas[22].

[22] "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*" es una proposición perteneciente al álgebra que no debe confundirse con el *Grundsätz* analítico de la *allgemeine Grössenlehre* enumerado como (2) en la nota 20 anterior. En álgebra, "addiren" se refiere a una operación que se realiza con números, aunque no con números determinados. El "hinzutun" del *Grundsätz* analítico (2) se refiere en cambio a una operación que podría

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Ahora bien, dado que la determinación insuficiente es responsable de la indefinibilidad de la cantidad en el sentido (*), debemos preguntarnos si la aritmética propiamente dicha (*Zahlwissenschaft*), que es la ciencia de la cantidad determinada con respecto a la unidad, admite definiciones sintéticas y reales y, de ser así, qué son y cómo se introducen los términos primitivos que se incluyen en las definiciones de los números.

III.3. Definiciones aritméticas. Números y términos primitivos.

La esquematización de la cantidad considerada arriba muestra que el número es un concepto que pertenece a la categoría de totalidad (B111) y sintetiza (relaciona) unidad y pluralidad. Por tanto, los números, al ser el resultado de una relación, es decir, de un acto intelectual, son conceptos intelectuales: como dice Kant, el número es un concepto "se quidem intelectuales" (Disertación Inaugural; AA 2: 397). Sin embargo, ¿no hemos visto que los conceptos definibles en sentido (*) tienen esquemas monogramáticos y, por tanto, son conceptos puros y sensibles?

Recordemos los requisitos de definibilidad de Kant resumidos en A729 = B757: "no quedan otros conceptos que sean aptos para ser definidos, que aquellos que contienen una [1] síntesis [2] arbitraria [3] que pueda ser construida *a priori*". Ahora bien, los conceptos de número satisfacen:

Requisito [1]: "ningún otro concepto puramente arbitrario de la razón pura puede surgir en nosotros sino los [obtenidos] por repetición, consecuentemente. conceptos de número y cantidad" (*R* 3973)[23];

realizarse, por ejemplo, también en entidades espaciales (o geométricas) y por lo tanto no necesariamente en números. S. Stenlund ha sostenido recientemente que, si la operación de adición es para Kant una primitiva no definida y sus propiedades se exponen como axiomas (que la definen implícitamente), entonces fórmulas como 7 + 5 = 12 son sintéticas, donde 'sintético' significa 'no decidible solo a partir de definiciones' (ver S. Stenlund, 'Analytic and Synthetic Arithmetical Statements', en S. Stenlund (ed*.), Logical Theory and Semantic Analysis*, Dordrecht, Reidel, 1974, pp. 199-211). Ahora bien, aunque Stenlund tiene razón al decir que para Kant la adición tiene una definición implícita, no distingue entre suma algebraica y aritmética. De hecho, parece tener en mente sólo la adición de números específicos, como en 7 + 5 = 12, que para Kant tiene una definición explícita (Cf. III.4).

[23] El texto alemán es: *(R* 3973) "Keine andere, bios willkürliche Begriffe der reinen Vernunft können in uns entstehen, als die durch die Wiederholung, folglich der Zahlen und Größe".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Requisito [2]: "nuestro contar (esto se nota especialmente en lo números mayores) es una *síntesis según conceptos*, porque ocurre según un fundamento común de unidad (p.ej. la decena)" (A78 = B104);

Requisito [3]: en cualquier conocimiento racional "solo se deben considerar [438] las relaciones, y estas son dadas [...] o inventadas [*gedichtet*]. Pero no podemos establecer ninguna otra relación de cuya posibilidad podamos estar seguros, salvo por los compuestos según la cantidad mediante la repetición en *Zahlwissenschaft*" (*R* 3940). Además, "nuestra razón no contiene más que *relationes*. Ahora bien, si estas no se dan a través de las relaciones según el espacio y el tiempo en la experiencia, o mediante la repetición y la síntesis de muchos en uno en matemática pura, entonces estas no son *relationes* que se refieran a objetos sino sólo *relationes* de nuestro concepto según nuestra razón" (*R* 3969)[24].

Todo esto equivale a decir que los conceptos de número están hechos a priori (*gedichtet*, *willkürlich*) y, por tanto, satisfacen el criterio de origen para las definiciones sintéticas. Al mismo tiempo, el énfasis en la "repetición" y en la "síntesis de muchos en uno", como las únicas relaciones (aparte de las dadas en la experiencia) que se refieren a los objetos, muestra que los conceptos de la *Zahlwissenschaft* también satisfacen el criterio de significado para las definiciones reales. En resumen, los conceptos de número pueden construirse porque tanto su *Inhalt* como su *Umfang* pueden ser determinados de manera completa y precisa por nuestro esquema de cantidad (el esquema de número), tal como sucede con los conceptos sensibles puros, gracias a sus esquemas monogramáticos.

Esto no significa que no existan diferencias entre los conceptos de número y los conceptos sensibles puros. En lo que respecta a la definición, las definiciones de números, a diferencia de las definiciones geométricas, siempre deben ser técnicamente *genéticas*, es decir, deben mostrar la regla que los genera también en su forma. Esto depende del hecho de que el esquema de número, a diferencia de los esquemas monogramáticos, no solo es el mismo para todos los conceptos de número, sino que también les proporciona significado de una sola

[24] Texto original: *(R* 3940) "In allem Erkenntnisse der Vernunft sind nur Verhältnisse zu betrachten, und diese sind entweder gegebene [...] oder gedichtet. Dichten aber können wir keine Verhältnisse, (von) deren Möghlichkeit wir überzeugt seyn können, als den Grösse nach durch Wiederholung in der Zahlwissenschaft"; *(R* 3969) "Unsere Vernunft enthält nichts als *relationes.* Wenn nun diese nicht gegeben sind durch die Verhältnisse nach Raum und Zeit in der Erfahrung, auch nicht durch und die Zusammensetzung des Eins aus vielen bey der reinen Mathematik, so sind sie keine *relationes,* welche auf objecte gehen, sondem nur Verhältnisse unserer Begriff nach Gesetzen unserer Vernunft"

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

manera (A165 = B205-6), a saber, considerándolos bajo la forma de un tiempo *unidimensional*.

Vale la pena señalar que las primeras obras de Kant ya contienen, además de una definición de número que se hace eco de la tradicional euclidiana[25], una definición fundada en la repetición de la unidad. Pero, mientras que en el período precrítico la noción de repetición parece depender enteramente de la noción de medida[26], en el período crítico la noción de repetición se convierte en el elemento que -dentro del esquematismo- determina la realidad de las definiciones de números utilizando, más bien que dependiendo de, la relación número-medida. Esto apoya nuestra tesis de que el *novum* crítico consiste en el énfasis puesto en la realidad de las definiciones matemáticas que eclipsa en parte la atención prestada al origen de los definienda.

La cuestión de los términos primitivos surge tan pronto como uno se da cuenta de que, aunque las definiciones de números son definiciones de conceptos hechos *a priori*, en ninguna parte Kant dice que tales conceptos se fabrican *ex nihilo*. [439] Por el contrario, los conceptos de número se originan en una síntesis de unidad y pluralidad, y, entonces, sus definiciones presuponen unidad (que no se debe confundir con el número uno) y pluralidad. Una vez más, si miramos las teorías precríticas de Kant, encontramos que el *Preisschrift* en realidad indica la unidad y el conjunto (*Einheit* y *Menge*) como los conceptos inanalizables (*unanflösliche*) de la aritmética (AA 2: 279-80), mientras que *H. Nach* (p. 21), refiriéndose a la unidad, dice que en matemática debe considerarse como un "bekandter Begrif".

También en la *Crítica* estos conceptos son simplemente "asumidos", pero ahora por la razón de que son categoriales, es decir, conceptos dados *a priori*. Como tales, tienen una definición nominal (e inútil para la matemática), o se fundan en la intuición *a priori* a través del esquematismo. En este último caso, dado que su esquema es trascendental, no pueden tener definiciones reales y sintéticas, pero son, sin embargo, conceptos cuantitativamente significativos y, por tanto, pueden utilizarse en matemática.

[25] *H. Nach,* p. 21: "Ein Ganzes, aus vielen Dingen von einerlei Art, deutlich ausgedrückt, ist Zahl".

[26] Para la conexión precrítica entre número, repetición y medida, ver *H. Nach,* p. 17: "das Maas der Grösse (Vielheit) ist die Einheit, oder Eins"; "wenn ich deutlich ausdrücke, wieviel in einer Sache das Eins enthalten, so ist das eine Zahl".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

III.4. Operaciones aritméticas. La cuestión de los axiomas.

La *Zahlwissenschaft* no es solo la ciencia de los números, sino también la ciencia de las operaciones que se pueden realizar con los números. Por tanto, también debemos investigar si Kant cree que esas definiciones son estrictamente definibles. Ciertamente, no las identifica con las de la *allgemeine Grössenlehre*, ya que no tienen definiciones implícitas. De hecho, en *H. Nach* (p. 22) "addiren" se califica explícitamente como la operación que "encuentra un número (la suma), que es igual a diferentes números (del mismo tipo pero *no* de la misma magnitud) tomados en conjunto"[27]. Así, las operaciones aritméticas sí se refieren a algo preciso que, en el caso de la adición, es la combinación, la síntesis, de diferentes números en uno. Por cierto, una síntesis está involucrada no solo en la adición sino también en la sustracción (AA 11: 555) y presumiblemente en las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética.

Sin embargo, ¿esta referencia objetiva de las operaciones aritméticas las hace estrictamente definibles? Consideremos, por ejemplo, el caso de la adición. Podemos notar que (1) es una operación esquematizada por el esquema numérico ya que se refiere al conteo de unidades; (2) como los conceptos de número, puede determinar su *Umfang a priori*, completa y precisamente a través de la construcción. Por lo tanto, la definición de la adición como la combinación de unidades satisface los requisitos de definibilidad estricta. Esto se puede deducir también del hecho de que esta operación está sujeta a las restricciones impuestas a los números por su origen y significado [440]. Pues cualquier adición de números puede tener lugar *de una sola manera* y no es posible la adición de un número efectivamente infinito de addenda (así como tampoco la adición de addenda de magnitud infinita) porque no tendría una referencia objetiva.

Podemos generalizar esta conclusión diciendo que las cuatro operaciones aritméticas son estrictamente definibles. Pero, por esta misma razón, también tienen un campo de aplicación limitado y no tienen otra universalidad que la universalidad de uso. De hecho, debemos recordar que para Kant, una operación aritmética es solo una operación realizada en números *específicos*. Como sostiene con tanta fuerza, 7 + 5 = 12 es una proposición sintética *a priori*, pero también es "singular" y una "fórmula numérica" (A164 = B204).

[27] Aquí el término 'addiren' tiene un significado definido y, en este sentido, constituye la interpretación aritmética del término 'hinzutun' usado en álgebra.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Esto nos lleva directamente a la pregunta de por qué, para Kant, "la aritmética no tiene axiomas" (AA 11: 555; A164 = B204). Para comprender el verdadero significado de esta afirmación tenemos que examinarla a la luz tanto de la relación entre *allgemeine Arithmetik* (álgebra) y la aritmética, como de la influencia de la intuición en los fundamentos de la aritmética.

Ante todo, la relación álgebra-aritmética es, como hemos mencionado antes, una relación de interpretación de la primera en términos de la segunda. Es por interpretación que el álgebra adquiere un significado aritmético. En particular, las operaciones aritméticas proporcionan un significado para los signos algebraicos de operaciones. Pero la relación entre álgebra y aritmética es una relación *mutua*: por un lado, las operaciones aritméticas dan un significado a las algebraicas, por otro lado, las reglas que constituyen las definiciones implícitas de operaciones algebraicas también pueden aplicarse a las operaciones aritméticas. De hecho, la aritmética, en la medida en que pertenece al sistema general de la matemática, presupone una *allgemeine Arithmetik*. En *H. Nach* (p. 27), Kant da una demostración de 8 + 4 = 12 que hace un uso esencial de la regla algebraica "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*". El álgebra, por tanto, es importante para la ampliación del conocimiento aritmético: como dice Kant, "el álgebra es una ciencia ampliativa" (AA 11: 554).

El hecho de que la demostración de 8 + 4 = 12 antes mencionada se encuentre en un texto precrítico no quita mérito al papel que también desempeña el álgebra en la aritmética según la teoría crítica posterior. Esto es algo que debe enfatizarse porque algunas de las observaciones de la *Crítica* sobre 7 + 5 = 12 han engañado a muchos de los lectores de Kant haciéndoles creer no solo que todas estas operaciones requieren contar con los dedos, sino también que Kant no tenía una teoría sobre operaciones con números más grandes o que consideró que los números pequeños (y las operaciones con ellos) eran muy diferentes a la de los números más grandes (y las operaciones con ellos).

[441] Ahora bien, Kant nunca se ha expresado de forma tan ambigua como para justificar tales malas interpretaciones. Para él, no hay diferencias entre números pequeños y más grandes, tanto que, para explicar la verdadera naturaleza del esquema numérico, se refiere al caso de números más grandes (A140 = B179). Además, en contraste con su crítico, Eberhard, quien sostenía que el concepto de quiliágono es una idea de la razón porque difícilmente

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

podría ser representado inmediatamente en la intuición, Kant argumentó que el *número* de lados de una figura geométrica es irrelevante en lo que concierne a su la naturaleza matemática "porque [...] la construcción del objeto puede ser completamente prescrita" (AA 11: 47).

Pero si Kant no distingue entre números según su magnitud, tampoco distingue entre operaciones a realizar sobre números, cualquiera que sea su magnitud. Esto explica cómo el álgebra puede ser el trasfondo común para todas las operaciones aritméticas. Consideremos, por ejemplo, una igualdad como 1000 + 2000 + 1 = 1000 + 2001. Esto parecería establecerse como una igualdad correcta solo calculando cada uno de sus miembros y luego apelando al siguiente *Grundsatz* analítico de la *allgemeine Grössenlehre*: cosas iguales a una tercera cosa son iguales entre sí. Sin embargo, la regla algebraica "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*" nos permite establecer la igualdad anterior, independientemente del cómputo de sus miembros, considerándola como una de sus instancias. La posibilidad de esta prueba indirecta, naturalmente, muestra toda su importancia cuando se trata de números más grandes porque elimina la dificultad del cómputo práctico[28].

Esto no significa que la *Zahlwissenschaft* tenga axiomas (proposiciones universales sintéticas *a priori*) después de todo. Pues tan pronto como se da un significado aritmético a proposiciones como "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*", dejan de ser tanto analíticas y universales como *Grundsätze* analíticos. Sin embargo, su mera existencia proporciona evidencia suficiente para una conexión entre el álgebra y la aritmética. Tal conexión impide que uno atribuya a Kant una concepción de la aritmética como que conste sólo de infinitas fórmulas de números singulares, mutuamente independientes[29]. Por el

[28] Mi argumento está relacionado con el de D. Prawitz en *Meaning and Proofs: on the Discussion of the Conflict between Classical and Intuitionistic Viewpoints*, Institute of Philosophy, University of Oslo, 1976, pp. 24 ss. Prawitz da ejemplos muy significativos que involucran, por ejemplo, la ley de conmutatividad de la suma, mientras que en Kant solo encontramos usos menos relevantes de las leyes algebraicas, como el citado en el texto. No obstante, es interesante observar que un ex alumno de Kant, J. Schultz, aunque se mantuvo fiel a la filosofía kantiana, proporcionó una axiomatización del álgebra en *Prüfung der Kantischen Kritik der reinen Vernunft*, Königsberg 1789-1792, y en otros escritos sobre matemática. Sus axiomas incluyen la ley de conmutatividad de la adición. G. Martin, que se interesó por primera vez en las obras de Schultz, en *Arithmetik und Kombinatorik bei Kant* (Itzehoe 1938), Berlín, De Gruyter, 1972, llega a sostener que Schultz fue influenciado directamente por Kant en estas cuestiones. Pero, tenga o no razón Martin, su tesis es innecesaria para la solidez de mi argumento.

[29] Véase G. Knauss, "Extensional and Intensional Interpretation of synthetic propositions a priori", en L.W. Beck (ed.), *Proceedings of the Third International Kant Congress*, Dordrecht, Reidel, 1972, p. 358: "las fórmulas numéricas forman un conjunto infinito de individuos que no se pueden deducir unos de otros".

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

contrario, parafraseando un famoso dicho kantiano: el álgebra sin aritmética es vacía, la aritmética sin álgebra es ciega.

Finalmente, el hecho de que la aritmética no tenga axiomas deja claro que Kant nunca la consideró como la ciencia del tiempo en el mismo sentido en que la geometría es la ciencia del espacio: la intuición del tiempo no tiene influencia directa sobre las propiedades de los números (AA 9: 556) y "los objetos [442] de la aritmética y el álgebra, según su posibilidad, no están sujetos a condiciones temporales" (R 13). Esto es perfectamente consistente con la Estética Trascendental donde los axiomas del espacio corresponden a axiomas geométricos, pero los axiomas del tiempo[30] no tienen nada que ver con la aritmética. Así, la falta de un objeto especial de la aritmética y de axiomas sobre tal objeto conlleva, desde un punto de vista estructural, lo que hemos visto como típico de las definiciones aritméticas desde un punto de vista gnoseológico, es decir, la necesidad de que sean genéticas tanto con respecto a su forma como a su contenido. En geometría, por otra parte, como veremos más adelante, incluso las definiciones no genéticas son aceptables porque los axiomas son suficientes para garantizar la realidad de los conceptos geométricos.

III.5. Las definiciones en geometría.

La geometría es una ciencia más específica que la aritmética porque es la parte de la matemática pura que tiene un objeto especial, a saber, el espacio y las relaciones espaciales (AA 2: 397, 403; A163 = B204). Ahora bien, el espacio no puede definirse matemáticamente: en el *Preisschrift*, Kant lo llama un *unanflöslich Begriff* que debe asumirse en matemática simplemente de acuerdo con su representación común (AA 2: 278); en la *Crítica* se dice que el concepto de espacio geométrico no requiere legitimación filosófica (A87 = B120). Además, en consistencia con la tesis general de Kant según la cual los conceptos dados *a priori* pueden tener una "exposición" en lugar de una definición, la Estética Trascendental da una exposición pero no define el espacio. Naturalmente, no hay

[30] A31 = B47: el tiempo "tiene solo *una* dimensión; diferentes tiempos no son simultáneos, sino sucesivos [...]". En la *Disertación Inaugural* (AA 2: 397) el espacio es el tema de la geometría y el tiempo es el tema de la mecánica pura, no de la aritmética. Cf. también *Proleg*. §10.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

dudas sobre la validez objetiva y la significatividad del espacio (*objective Gültigkeit* y *Sinn und Bedeutung*) porque se puede establecer su aplicación necesaria a los objetos de la experiencia (A156 = B195). Por lo tanto, siendo un concepto matemáticamente indefinible pero significativo, el espacio es el verdadero *primum* geométrico[31].

Sin embargo, tradicionalmente, los primitivos de la geometría se identifican con nociones como "punto", "línea", etc. ¿Cómo lidia Kant con ellos? La respuesta a esta pregunta marca la diferencia entre cantidad y espacio y, en consecuencia, entre aritmética (universal o particular) y geometría. De hecho, el espacio, en cuanto objeto de la geometría, "contiene más" que la simple forma de la intuición, porque contiene la intuición *formal* (*formale Anschauung*) que proporciona la unidad de la representación (B161, Nota). En otras palabras, el objeto de la geometría no es tanto la forma de nuestra sensibilidad como la organización de patrones espaciales de acuerdo con tal forma.

[443] Esto implica que, si bien se puede hablar propiamente de una cantidad indeterminada, no se podría hablar de un espacio *vacío*. Pues los conceptos (y categorías) dependen de la actividad del sujeto para adquirir su forma, mientras que no se da originalmente ninguna representación intuitiva (*a priori* o *a posteriori*) al sujeto independientemente de su forma[32]. Así, por un lado, el espacio indeterminado no puede representarse en absoluto, por otro lado, el espacio está necesariamente presupuesto por todas sus determinaciones. En palabras del propio Kant, esto significa que "[a]l espacio, propiamente, no habría que llamarlo *compositum*, sino *totum*, porque las partes de él sólo son posibles en el todo, y no el todo mediante las partes. [...] [S]i suprimo toda composición en él, no debe quedar nada, ni siquiera el punto; pues éste sólo es posible como el límite de un espacio "(A438 = B466-68)[33].

[31] En el *Preisschrift* (AA 2: 277) Kant menciona, además del espacio, otro concepto matemáticamente indefinible, a saber, la semejanza (*Ähnlichkeit*). De hecho, insiste en que no se debe seguir el intento de C. Wolff de proporcionarle una definición matemática. Ahora, mientras E.W. Beth (*The Foundations of Mathematics*, North-Holland, Amsterdam, 1959, p. 45) cree que Kant pierde una buena oportunidad aquí para hacer algo "saludable" para la matemática, G. Martin en I. Kant. *Ontologie und Wissenschafistheorie* (Berlín, De Gruyter, 1969, p. 309) parece convencido de que Kant considera que la semejanza está implícitamente definida por sus propiedades. Sin embargo, dado que Kant no expone tales propiedades, parece más razonable decir que tenía en mente simplemente una "noción común" de semejanza y no la consideraba ni explícita ni implícitamente definible.

[32] Sobre esta cuestión, véase K. D. Wilson, "Kant on Intuition", *The Philosophical Quarterly* 25, 252 ss. (1975).

[33] A25 = B39: las partes del espacio no "pueden preceder al espacio omniabarcador, como si fueran elementos de él (a partir de los cuales fuese posible la composición de él); sino que sólo *en él* pueden ser pensadas". Véase también *Disertación inaugural*, AA 2: 403 Nota y A169 = B211. La *R* 3926 precrítica considera los conceptos de "parte" y "todo" -junto con los conceptos de unidad, pluralidad, espacio y tiempo- como dos de las nociones

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Así, Kant evita las definiciones negativas habituales de los términos geométricos primitivos tradicionales (una definición negativa "no es una definición real", *Logik*, §106 *n*, *R* 2916). Al mismo tiempo, obedece al imperativo aristotélico de probar la existencia de términos introducidos en geometría. Porque Kant prueba la existencia de términos no primitivos mediante definiciones sintéticas reales, es decir constructivas, y asume términos primitivos junto con su existencia. Lo hace (1) eligiendo arbitrariamente sobre qué partes simples construir geometría, ya que las partes espaciales simples no se dan *per se*; (2) indicando ostensiblemente (y mostrando así la existencia de) las partes elegidas[34].

El hecho de que los términos geométricos derivados de Kant tengan definiciones sintéticas y reales es un hecho bien establecido que no necesita explicación ulterior. Más bien, es interesante considerar la cuestión de los axiomas con respecto a las definiciones.

Para empezar, podemos notar que para Kant los axiomas geométricos "expresan las condiciones de la intuición sensible *a priori*" (A163 = B204) y "se pueden exponer en la intuición" (*Logik* §35). Además, los axiomas son principios universales sintéticos *a priori* inmediatamente ciertos (A 732 = B760; A299 = B356). Ahora bien, incluso un examen superficial de los ejemplos de axiomas de Kant aclara que ellos corresponden a *algunos* de los *postulados* de Euclides. Por ejemplo, desde Proclo, se ha demostrado que el axioma kantiano "dos líneas rectas no encierran un espacio" (A163 = B204) es reducible al primer postulado de Euclides[35]. Claramente, Kant considera axiomas (es decir, como *Principia* y

básicas de la ontología. Por lo tanto, la relación parte-todo puede incluirse entre los "pocos conceptos fundamentales del espacio" que, según el *Preisschrift* (AA 2: 282), son mediadores en la aplicación de la *Grössenlehre* universal a la geometría. Pero también en los escritos precríticos el espacio era anterior a las nociones primitivas tradicionales.

34 "Kant enfatizaba que el espacio era un individuo, cuya noción, entendida de una manera análoga a la ostensión, y la misma comprensión ostensiva, sería necesaria para las [...] primitivas de la geometría" (C. Parsons, "Kant's Philosophy of Arithmetic", en S. Morgenhesser, P. Suppes, M. White (eds.), *Philosophy, Science and Methodology*, Nueva York, St. Martin's Press, 1969, p. 574). Kant vinculó los primitivos geométricos con el conocimiento de un tipo inmediato incluso antes de desarrollar la Estética Trascendental, es decir, cuando todavía hablaba de una *recta ratio* que nos permite distinguir tales primitivos (véase, por ejemplo, AA 1:, 394,403, 409; AA 2:, 11, 16). Sobre este último punto Cf. G. Tonelli*, Elementi metodologici e metafisici in Kant dal 1745.al 1768*, Turín, Edizioni di Filosofia,1768, Turin, Edizioni di Filosofia, 1959, p. 148.

35 Véase el *Commentary to Euclid* de T.L. Heath a Euclides, *op. cit*., vol. I, p. 232. Kant no da una lista detallada de axiomas geométricos, sino que solo menciona algunos de ellos. Por ejemplo, además del axioma citado en el texto, (A) que "Entre dos puntos no pueda darse sino una recta" (AA 2: 281; 1 *Disertación inaugural*, §15 C; A163 = B204, A300 = B356; este axioma corresponde al primer postulado de Euclides y presupone la definición de "línea recta"); (B) "En un triángulo, dos lados, sumados, son mayores que el tercero" (A25 =

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

no simplemente *Grundsätze*) aquellos postulados euclidianos que expresan propiedades generales del espacio geométrico y retienen la función clásica de restricciones extra-lógicas sobre la arbitrariedad de las definiciones geométricas. El hecho de que algunos postulados euclidianos no se encuentren entre [444] los ejemplos de axiomas de Kant puede explicarse sobre la base de que su función originaria como supuestos existenciales en términos no primitivos se vuelve redundante en la *Crítica* por la esquematización involucrada en la definición de conceptos. Esto es evidente en el caso del tercer postulado de Euclides[36].

Ahora bien, dado que la imposibilidad de dar una definición real de una figura encerrada entre dos líneas rectas (A220 = B268) puede establecerse simplemente reconociendo que es imposible construirla (y por lo tanto no necesariamente apelando al axioma anterior), podría plantearse la siguiente pregunta: ¿se podría prescindir de los axiomas geométricos? La respuesta es claramente que no.

En primer lugar, Kant es perfectamente consciente de que la ciencia no se preocupa tanto por la forma en la que se obtienen sus objetos como por las propiedades de estos objetos (AA 9: 40-48). Pero las propiedades de los objetos geométricos se establecen probando teoremas sobre ellos y, a su vez, las pruebas apelan a las propiedades generales del espacio expresadas por los axiomas. En segundo lugar, la pregunta anterior parece análoga a la de la dispensabilidad - desde un punto de vista supuestamente 'kantiano' - de proposiciones como "*Gleiches zu Gleichem addiert gibt gleiche Summe*", dado que las proposiciones numéricas, por ejemplo: 1000 + 2000 + 1 = 1000 + 2001, pueden y deberían calcularse independientemente de ellas. Pero, de manera similar a lo ya señalado para la aritmética, las proposiciones universales (y *a fortiori* los axiomas geométricos) garantizan la constructibilidad y demostrabilidad de propiedades de conceptos matemáticos que son altamente complejos y difíciles de construir en la práctica. Esto significa que quienquiera que plantee la pregunta anterior se preocupa más por la formulación explícita que por la asunción de un conjunto de axiomas, pues es evidente que los asume tácitamente en todos los casos "fáciles" de construcción.

B39; en Euclides esta es la Proposición 20 del Libro I); (C) que "en el espacio no se den más que tres dimensiones" (AA 2: 281; *Disertación inaugural* § 15 C); D) "Tres puntos están siempre en un plano" (A 732 = B761).

[36] El tercer postulado de Euclides indica: "Describir un círculo con cualquier centro y distancia". Véase la nota 38 a continuación.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

Lo que es más, la pregunta refleja un punto de vista que es tan poco 'kantiano' como para pasar por alto el hecho de que Kant, aunque convencido del carácter euclidiano de la intuición del hombre (que, por su singularidad, justificaría la falta de una formulación explícita de los axiomas), ciertamente podría acomodar una geometría diferente dentro de su marco filosófico. Tal geometría (o geometrías) tendría la naturaleza de un "juego" (A239 = B298; A175 = B196) y sería incapaz de aplicarse a la realidad, pero aun así no sería absurda. Esta afirmación está apoyada indirectamente por el hecho de que la aritmética, que no tiene axiomas, no permite nada de ese tipo: solo hay *una* aritmética[37].

Esta diferencia estructural entre geometría y aritmética es responsable [445] del hecho de que las proposiciones aritméticas sean universales solo con respecto a su uso. De hecho, los axiomas en general no sólo expresan restricciones extralógicas sobre la *Willkürlichkeit* de las definiciones, sino que también garantizan la universalidad de los definienda. Por tanto, al no tener axiomas, la aritmética, por un lado, tiene que mostrar en cada caso la posibilidad de sus objetos mediante una definición técnicamente genética; por otro lado, no puede enunciar *a priori* las condiciones de su universalidad intrínseca.

La geometría es un caso diferente. Como se mencionó antes, para Kant no hay necesidad de definir conceptos geométricos en una forma estrictamente genética: "Si un círculo se define como una curva cuyos puntos son equidistantes de un punto medio, ¿no se da este concepto en la intuición? Y esto aunque la proposición práctica que sigue, a saber, *describir un círculo* (como una línea recta es rotada uniformemente alrededor de un punto), no se considere en absoluto"[38]. Obviamente, en el caso de conceptos geométricos complejos, se utiliza una forma de definición estrictamente genética, pero esto sólo significa que al definir tales

[37] Esto depende también de la estrecha conexión entre la aritmética y la lógica. Esta última fue identificada por Kant con la ciencia de expresar las verdaderas leyes del pensamiento humano y era, por lo tanto, única.

[38] Carta a K.L. Reinhold (AA 9: 40-48). En una carta a Marcus Herz (AA 9: 48-55), Kant dice: "Siempre puedo dibujar un círculo a mano alzada en la pizarra y poner un punto en él, y puedo demostrar todas las propiedades del círculo igualmente en él, presuponiendo la (así llamada) definición nominal, que de hecho es una definición real, incluso si este círculo no se parece en absoluto al que se dibuja girando una línea recta unida a un punto". Además, Kant considera la proposición "inscribir un círculo" como un "corolario práctico de la definición (o el así llamado postulado)", y de hecho esta proposición corresponde al tercer postulado de Euclides (Cf. Nota 36). En la propia terminología de Kant, entonces, los postulados son accesorios, por así decirlo, de definiciones que pierden parte de su antiguo prestigio. El *Preisschrift* proporciona más evidencia de la irrelevancia de la forma exterior de las definiciones matemáticas, cuando, en la misma página (AA 2: 278), Kant da una definición estrictamente genética y una no genética como ejemplos paradigmáticos de definiciones matemáticas.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

conceptos uno sigue más de cerca sus esquemas. En efecto, las definiciones genéticas de figuras complejas son una cuestión de utilidad práctica más que una necesidad. Más aún, todas las definiciones geométricas, a diferencia de las aritméticas, otorgan a sus definienda una universalidad intrínseca; por ejemplo, una vez que se da un triángulo por medio de una definición, también se dan todos los triángulos[39].

A pesar de estas diferencias entre geometría y aritmética, la geometría es una ciencia solo en la medida en que forma parte de la matemática, es decir, en la medida en que las figuras espaciales se someten a una determinación cuantitativa. Por tanto, no sólo los *Grundsätze* analíticos de la *allgemeine Grössenlehre*, sino también las reglas y operaciones de la aritmética particular, se aplican a la geometría. Esto es lo que Kant quiere decir cuando dice que "*Zahlwissenschaft* [...] *ist* [...] *das Instrument der ganzen Mathematik*" (*H. Nach*, p. 17). La peculiaridad de la geometría consiste en ser una ciencia cuantitativa cuyos objetos se consideran "juntamente con la cualidad de ellos" (A720 = B748). Los esquemas de las figuras geométricas son de hecho monogramas, es decir, esquemas ‘figurativos’.

Sin embargo, según Kant, la relación entre geometría y aritmética no es ni una mera cuestión de arquitectónica matemática, es decir, de una conexión ‘externa’ representada por compartir el lenguaje de los números, ni va en una sola dirección (es decir, de la aritmética a la geometría). En una carta a A.W. Rehberg (AA 9: 207-10) Kant enfatiza una vez más la "síntesis necesaria [*Zusammenhang*] del sentido interno con el sentido externo" cuando está involucrada una *cuantificación*: "el tiempo [...] tiene que ser imaginado como una línea, si ha de cuantificarse, del mismo modo que [...] [446] una línea sólo puede cuantificarse si se construye en el tiempo". Pero lo que realmente es digno de mención en esta carta es que Kant asume una conexión entre aritmética y geometría más estricta que la *Zusammenhang* general de intuiciones espaciales y temporales. Pues para una cantidad como $\sqrt{2}$, aunque no se puede representar como un "concepto numérico completo (la relación de $\sqrt{2}$ con la unidad)", puede tener una representación geométrica en la diagonal de un cuadrado de lado 1.

Así, la 'imagen' de $\sqrt{2}$ no es simplemente una imagen *espacial* (*a priori* o *a posteriori*), como es el caso de los 'conceptos numéricos completos', sino que es una cierta construcción

[39] En aritmética, no solo las definiciones, sino también los postulados son universales solo con respecto a su uso. Por ejemplo, las proposiciones como 7 + 5 = 12, que Kant llama postulados (AA 2: 555-6), tienen este tipo de universalidad (A164-B205).

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

geométrica. Por tanto, por un lado, podemos asociar la diagonal del cuadrado a √2 sólo porque la diagonal se considera *sub especie quantitatis* como un objeto matemático (véase *R* 13); por otro lado, es la asociación de la diagonal a √2 lo que hace que este último sea estrictamente definible. Sin esta asociación, √2 aún sería matemáticamente significativo, pero no estrictamente definible, ya que su referencia objetiva consistiría en un cálculo sin final (por lo tanto, nunca *completado*).

IV
Observaciones finales

Se pueden agregar tres observaciones generales como conclusión.

(1) La teoría de la definición de Kant concuerda con su visión general de que la verdad no es ni el resultado de una *adaequatio* inmediata entre la mente y el mundo ni el producto de una convención. En primer lugar, esto explica por qué Kant pone tanto cuidado al establecer los criterios para la significatividad de los conceptos: todos los conceptos significativos deben tener una referencia en el objeto, pero esta referencia debe estar mediada por esquemas. Ahora bien, aunque todos los conceptos que no tienen tal referencia no son significativos (lo que no significa que sean absurdos), solo los conceptos matemáticos cuya referencia objetiva se exhibe *a priori en* sus esquemas tienen un significado estrictamente definido. En segundo lugar, esto también explica la negativa de Kant a reducir la matemática a la lógica: todos los conceptos matemáticos deben mostrar su referencia objetiva, si bien sin ninguna intervención de la experiencia.

La construcción de conceptos matemáticos satisface estos requisitos. En este sentido, la intuición en la matemática no es sinónimo de "visualización": la completitud y precisión del significado, que se obtienen por construcción, se alcanzan mediante todos los conceptos cuyo *Umfang* está dado en su *totalidad* por sus esquemas. Esto significa que la constructibilidad es una propiedad no solo de los conceptos que son visualizables por el "ojo de la mente", sino también de aquellos [447] conceptos matemáticos cuya complejidad y abstracción difícilmente podrían permitir alguna visualización.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990

(2) La segunda observación concierne a la atención que se ha prestado en este artículo a la teoría de los conceptos de Kant, tal como la expone en sus *Vorlesungen* de lógica. Creo que esta teoría puede servir no solo como una ayuda terminológica, sino también como una poderosa herramienta conceptual para una comprensión más profunda del pensamiento de Kant en general.

Por ejemplo, al dirigir el enfoque, en este artículo, a la teoría de las definiciones matemáticas a través de la teoría de los conceptos de Kant, se puede reconsiderar el viejo tema de los juicios sintéticos *a priori* desde una nueva perspectiva. Pues, dado que toda definición es un juicio, toda definición matemática estricta es un juicio sintético *a priori*. Hace veinte años, L.W. Beck ya se movió en esta línea, pero me parece que se debe prestar más atención al *Inhalt* y al *Umfang* como responsables de la analiticidad y sinteticidad de los conceptos y los juicios. De esta manera, una investigación de la teoría de conceptos no sería un sustituto sino un complemento para el estudio del esquematismo, ya que, al considerar la extensión e intensión de los conceptos, no solo se trasciende su ordenamiento jerárquico sino que también se mira la teoría (esquematismo) sobre la forma en que se podría conocer su intensión y extensión. Y esto es de gran importancia para una filosofía que depende esencialmente de una epistemología.

(3) La tercera observación es más pertinente en relación con la matemática. Hemos visto cómo la teoría de las definiciones matemáticas se aplica a las diferentes partes y niveles de la matemática. Esto ha puesto de manifiesto la importancia que tiene la evaluación de Kant de la matemática como un sistema para su concepción del conocimiento matemático. De hecho, constituye tanto el punto de partida de sus reflexiones sobre el tema en su conjunto, como el territorio de prueba para los resultados de tales reflexiones. Además, todo esto debería situar el carácter elemental de los ejemplos matemáticos de Kant en la perspectiva correcta, ya que ha dado lugar a especulaciones sobre los límites de su conocimiento efectivo de la matemática. Como hemos visto, la consideración de la matemática como un sistema enfatiza el aspecto cuantitativo, es decir, conceptual, de todas sus partes. Por lo tanto, por un lado, el carácter elemental de los ejemplos no es la consecuencia de una supuesta necesidad de visualizar los conceptos matemáticos; por otro lado, como hemos visto, las partes no elementales de la matemática (por ejemplo, lo que en ese momento se consideraba álgebra) y las clases de números distintos de los números naturales pueden acomodarse dentro de la concepción de Kant general de la matemática.

CON-TEXTOS KANTIANOS
International Journal of Philosophy
N.º 14, December 2021, pp. 190-221
ISSN: 2386-7655
Doi: 10.5281/zenodo.5775990