

¿Son capaces nuestros estudiantes de interpretar una expresión matemática?: la competencia en el uso de simbología matemática

Martín Caraballo, Ana M. (ammarcar@upo.es)

Paralera Morales, Concepción (cparmor@upo.es)

Tenorio Villalón, Ángel F. (aftenvil@upo.es)

*Depto. Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla*

RESUMEN

La exposición de ideas, conceptos y procedimientos matemáticos requieren, en mayor o menor medida, del uso de un lenguaje propio (el lenguaje matemático) que no solo tiene unas construcciones y convenios particulares, sino que requiere del uso de una simbología que busca eliminar la ambigüedad y formular ideas de manera precisa y concisa. En este sentido, durante el último curso de ESO y los dos años de Bachillerato, el alumnado debería haber ido asimilando cierta simbología que permite expresar y comunicar ideas y conceptos matemáticos en mayor o menor medida previamente a su acceso a los estudios universitarios. La presente comunicación analiza los resultados obtenidos en estudiantes de primer curso de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Pablo de Olavide sobre el reconocimiento de simbología básica matemática y planteamos algunas de las dificultades que se pueden plantear a la hora de afrontar nuestras materias en función del nivel competencial mostrado a este respecto.

ABSTRACT

When presenting and explaining mathematical ideas, notions and procedures, we have to use an appropriate, formal language (the language of mathematics) to a greater or less extent.

This language is provided with its own grammar constructions and conventions, as well as an own symbology that allows us to present ideas and notions in a precise and concise way. In this respect, during the 4th year of Compulsory Secondary Education and the two years for the High School Diploma, students should have acquired some basic symbols to express and communicate mathematical concepts previously to their access to University degrees. This paper analyses the results of a survey about recognition of basic mathematical symbols according to the competence level of 1st-year students in the Faculty of Business from Pablo de Olavide University, including some of difficulties that our students may face when enrolling a mathematics course.

Palabras claves:

Lenguaje matemático; alfabetización tecnológica; comunicación científica; dificultades en el aprendizaje; simbología matemática.

Área temática: A1-Metodología y docencia.

1. INTRODUCCIÓN

En aplicación de la filosofía subyacente al Espacio Europeo de Educación Superior, la formación del estudiantado universitario se enfoca en la adquisición de competencias y la capacidad de aprender a aprender como objeto final del proceso de enseñanza/aprendizaje (Ministros Europeos de Educación, 1998, 1999). Esto conlleva que la asignatura no se debe limitar en evaluar si nuestro estudiantado ha acumulado de manera repetitiva una serie de contenidos o procedimientos, sino si es capaz de entenderlos, expresarlos (para explicárselo a una tercera persona) y aplicarlos de manera competente a situaciones similares. Esa capacidad de adaptación que tiene que desarrollar nuestro estudiantado requiere igualmente que pueda completar o complementar el contenido presentado en las sesiones de clase con otros materiales o fuentes que están a su disposición con el fin de sacar el mayor provecho a un enfoque constructivo del proceso de enseñanza-aprendizaje de nuestro estudiantado.

Sin embargo, el estudiantado de una asignatura de matemáticas de cualquier grado universitario (especialmente cuando se cursan en primer curso) va a tener que afrontar, además de las dificultades propias de asimilar conceptos y procedimientos, las correspondientes a enfrentarse al aprendizaje de un idioma distinto al materno (el lenguaje matemático) y del cual no ha sido consciente hasta ese momento (pese a que ha estado conviviendo con él durante la última etapa de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato). Incluso para estudiantes de los grados en Matemáticas o Física, asimilar el lenguaje matemático requiere conocer bien la propia lengua materna para, a partir de ella, usar un lenguaje formal que permita formalizar enunciados sin ambigüedades y de manera que su formulación sea precisa y concreta. Como indican Fedriani *et al.* (2016), el problema principal de cualquier estudiante reside en que necesitan manejar el lenguaje matemático para poder consultar manuales y poder expresar de manera adecuada las ideas matemáticas que están trabajando y que, además, conlleva problemas cuando se está estableciendo la transmisión de información en el aula en ambos sentidos (docente-estudiante-docente). En ese sentido, Fedriani *et al.* (2016) exponen que, para una amplia mayoría del estudiantado, la comprensión y uso competente de la simbología matemática es simplemente una mera sintaxis carente de cualquier significado o contexto. Por consiguiente, es sumamente difícil que, en tales

circunstancias, sean capaces de interpretar (o incluso leer) manuales, libros de textos o apuntes de las asignaturas de matemáticas, ya que los conceptos y argumentos se articulan en base al uso de esos símbolos que son incapaces de comprender y utilizar en base a una ausencia de la competencia lingüística matemática.

Como docentes, tenemos que trabajar con nuestro estudiantado para que desarrolle las competencias propias de nuestra materia y, entre ellas, está la competencia de poder expresar y comunicar de manera adecuada y correcta las nociones y razonamientos matemáticos. Obviamente, el nivel competencial que debe desarrollar el estudiantado dependerá de la rama a la que pertenece la titulación en la que se imparte la asignatura, pero siempre bajo unos mínimos que permitan asegurar que el/la estudiante es capaz de comprender y exponer conceptos matemáticos.

El término competencia proviene del mundo empresarial y fue introducido por McClelland (1973) con el fin de cuantificar si una persona era capaz de adaptar su pericia y conocimientos a las circunstancias a las que se enfrentaba en su puesto de trabajo. Aunque posteriormente autores como Roe (2002) y Mateo (2007) hicieron una traducción de esta noción al ámbito de la educación, nos centraremos en la definición de “competencia matemática” dada por Niss y Hojgaard (2011). Según estos dos autores, esta competencia consistiría en comprender el “entender, hacer, usar y tener opinión sobre las matemáticas y la actividad matemática en una variedad de contextos donde las matemáticas juegan o pueden jugar un papel” de modo que pueda desarrollarse “una disposición o presteza bien informada para actuar de forma apropiada en situaciones que envuelven cierto tipo de reto o estímulo matemático”. Además, la competencia matemática la desagregan en tres bloques a considerar, siendo uno de ellos el que permitiría, según la taxonomía hecha por los autores citados, evaluar la habilidad para “tratar con las herramientas y el lenguaje matemático” y, por tanto, incluye la capacidad de entender, reconocer y aplicar apropiadamente toda la simbología matemática; en el caso que nos ocupará, correspondiente al estudiantado de primer curso de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Pablo de Olavide, estaríamos refiriéndonos a la simbología matemática más básica y que se debería haber utilizado previamente durante los dos cursos académicos de Bachillerato.

Existen diversos trabajos previos sobre el análisis del nivel competencial del estudiantado de nuevo ingreso y que accede a los estudios universitarios. Dichos

trabajos se centran en analizar si este estudiantado tiene asimilados distintos bloques competenciales básicos de la matemática de la Educación Secundaria Obligatoria (ni siquiera del nivel de Bachillerato) al inicio de su primer curso académico en un grado universitario con el fin de disponer de información diagnóstica relativa a cuáles pueden ser las dificultades adicionales que pudiera tener que afrontarse por parte del estudiantado. Así, Martín Caraballo *et al.* (2014) exponían la utilidad de disponer de una prueba diagnóstica inicial con el estudiantado de sus asignaturas para disponer del nivel competencial del grupo-clase con el fin de incidir en las posibles deficiencias que puedan existir en dicho nivel competencial y, como proponen Tenorio Villalón y Martín Caraballo (2015, 2016), utilizar recursos y enfoques alternativos a la docencia de las matemáticas para poder superar o, al menos, suplir en lo posible las dificultades y carencias a nivel competencial que presenta el estudiantado.

El presente trabajo se centra en analizar el nivel competencial de nuestro estudiantado a la hora de interpretar y traducir al lenguaje natural distintos símbolos matemáticos básicos de uso frecuente en las asignaturas de Matemáticas que cursarán durante el primer curso de grado y que complementa trabajos previos como el de Distéfano *et al.* (2015) en el que se analizan símbolos de uso exclusivo en el ámbito matemático.

2. DESCRIPCIÓN DE LA ENCUESTA Y DE SU MUESTRA

Este trabajo se basa en la interpretación de los resultados obtenidos al analizar los datos del bloque competencial sobre simbología matemática incluido en una prueba diagnóstica que se realizó al iniciarse el período de docencia para los cursos 2015-2016, 2016-2017 y 2018-2019. Las personas destinatarias de dicha prueba los/las estudiantes de la asignatura “Matemática Empresarial I” de la Facultad de Ciencias Empresariales (localizada en el primer curso de diversos grados impartidos en dicho Centro); obteniéndose un total de 702 pruebas respondidas (que se desglosaban en 251 para el curso 2015-2016; 190 para el curso 2016-2017 y 261 para el curso 2018-2019). La muestra contiene representación de los cuatro grados de la Facultad de Ciencias Empresariales en los que se imparte la asignatura antes mencionada (tanto los grados en Administración y Dirección de Empresa y en Finanzas y Contabilidad como los dobles

grados correspondientes a la combinación de cada uno de los anteriores con el grado en Derecho).

Aunque una descripción más detallada de la prueba diagnóstica completa puede encontrarse en Martín Caraballo *et al.* (2020), aquí expondremos la formulación de la pregunta de dicha prueba diagnóstica relativa a la comprensión y reconocimiento de simbología matemática básica, cuyos resultados son los que serán empleados en el análisis realizado en el presente trabajo. La pregunta consistía en identificar un total de cinco símbolos matemáticos y dar su descripción o significado; dichos símbolos se seleccionaron entre los más comunes y habituales a ser usados durante el periodo de Educación Secundaria Obligatoria y, por tanto, deberían ser conocidos por el estudiantado previamente a su acceso de los estudios de grado. Asimismo, se seleccionaron símbolos cuyo uso es habitual y continuo en el desarrollo de la asignatura Matemática Empresarial I, que es en la que se llevó a cabo la prueba diagnóstica. De este modo, el equipo docente de la asignatura podía conocer el nivel de comprensión y desempeño que nuestro estudiantado presentaba en relación con la simbología matemática básica (tanto algebraica como conjuntista), ya que un uso adecuado y correcto de dicha simbología resulta clave para que se pueda leer y expresar conceptos y razonamientos matemáticos de manera correcta.

Seguidamente y con el fin de analizar los resultados de la pregunta sobre simbología matemática para analizar posibles dificultades de nuestro estudiantado, exponemos dicha pregunta en la Tabla 1 con los símbolos que esta incluía.

Indique el significado de los siguientes símbolos si los conoce:	
1.	\in :.....
2.	\exists :.....
3.	\forall :.....
4.	\subseteq :.....
5.	\neq :.....

Tabla 1. Pregunta sobre identificación de símbolos matemáticos en prueba diagnóstica. Fuente: elaboración propia.

Como puede observarse los símbolos que aparecen en la Tabla 1 son cinco de los cuantificadores y conectores más básicos cuando se usa el lenguaje matemático. De hecho, si queremos analizar el nivel competencial de nuestro estudiantado en el uso de la simbología matemática, no hay más remedio que plantearse una evaluación similar a la realizada para determinar la competencia gramatical. Así, los cuantificadores y los conectores lógicos o matemáticos (así como cualquier otro símbolo) establecen información sobre la propiedad u objeto al que hace referencia; por ejemplo, si usamos un adjetivo cuantificador, la función de dicho adjetivo (expresado por un símbolo en el caso que nos ocupa) sería la de expresar la cantidad de elementos u objetos a los que afecta el sustantivo al que acompaña dicho cuantificador tal y como indican Fedriani *et al.* (2018). En ese sentido y siguiendo a estos autores, indicamos una breve descripción de cada símbolo en la Tabla 1 con su sentido y significado:

- \exists : la denominación de este símbolo es “cuantificador existencial”. Se lee “existe”, “existe un”, “existe una” o “existe al menos un”, entre otras expresiones equivalentes. Su uso indica la existencia de uno o más elementos en un conjunto (no vacío) los cuáles verifican una condición o propiedad determinada.
- \forall : este símbolo, denominado “cuantificador universal”, se lee “para todo”, que precisamente es la traducción literal del símbolo en cuestión. Su uso está destinado a afirmar que todos los elementos de un conjunto satisfacen la condición o propiedad determinada que debería indicarse seguidamente en la expresión matemática.
- \subseteq : con este símbolo matemático, se expresa la inclusión (o contención) no estricta entre conjuntos de objetos. Su formulación sería $A \subseteq B$, que se leería como “el conjunto A está contenido en el conjunto B”. Este símbolo es el más utilizado para denotar la noción de inclusión, permitiendo además que los conjuntos A y B puedan ser iguales. Existe una variante de este símbolo para expresar la inclusión estricta, especificando que el contenido y el continente no son iguales; dicho símbolo es \subset . La lectura del símbolo \subseteq es “incluido o igual” o “contenido o igual”.

- \in : este símbolo es utilizado para denotar una relación de pertenencia de un elemento con el conjunto del que forma parte. La lectura de la expresión $x \in A$ es “el elemento x pertenece al conjunto A ”.
- \neq : el objetivo de este símbolo matemático es expresar relaciones entre objetos (números, elementos o incluso conjuntos) distintos. Perteneció a la familia de símbolos de desigualdad y su lectura es “distinto”, aunque tiene varias variantes para ser expresado como vemos en el siguiente ejemplo: la expresión “ $1 \neq 4$ ” puede traducirse al lenguaje natural como “1 no es igual a 4”, “1 es distinto de 4” o incluso “1 y 4 son distintos”.

3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS: DIFICULTADES DEL ALUMNADO EN EL USO DE LA SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA

Seguidamente analizaremos las respuestas dadas por el estudiantado a cada uno de los cinco símbolos arriba descritos y, en base a estos resultados, indicaremos algunas de las dificultades que podemos encontrar docentes y discentes (especialmente estos últimos) para el desarrollo de la asignatura. Este análisis de las respuestas se ha hecho tanto de manera global (puntuación máxima de 5 puntos, con 1 punto por cada símbolo) y restringida al rendimiento que ha mostrado el estudiantado a cada uno de los símbolos por separado. Asimismo, antes de cuantificar y valorar las dificultades que puede afrontar el estudiantado, hemos considerado conveniente consignar en la Tabla 2 las respuestas erróneas que se dieron para cada uno de los signos, ya que es significativo para entender el problema existente con el uso del lenguaje matemático y la formulación de ideas y razonamientos matemáticos.

Precisamente, la Tabla 2 muestra las múltiples y diversas respuestas erróneas devueltas por el estudiantado de la muestra y que en muchos casos se aparta significativamente del significado o sentido real del símbolo. En relación con el símbolo \in (“pertenece a”), respuestas como “dentro”, “dentro de” o “contiene” dan a entender que nuestro estudiantado no tiene asimilada la diferencia entre un elemento u objeto y un conjunto (es decir, una colección de elementos y objetos). Asimismo, se observa que hay estudiantes que consideran el símbolo \in como una grafía para el símbolo del euro (€) que no es un cuantificador o conector lógico, sino una unidad monetaria.

Obviamente, hay muchas otras respuestas a este símbolo que no tiene explicación alguna ya que incluso se considera una preposición, conector o abreviatura (“tal que”, “desde”, “en” o “dado”). Este desconocimiento del uso y significado del símbolo hará que el estudiantado tenga serias dificultades a la hora de leer diversas nociones y resultados relativos al álgebra lineal o al cálculo; por poner dos ejemplos concretos, un uso incorrecto (o, peor aún, el desconocimiento) del símbolo \in conlleva serios problemas para formular la expresión formal del dominio de una función o indicar los valores de polos o puntos críticos cuando resulta una familia infinita de tales (como ocurre en ocasiones al trabajar con funciones que incluye en su expresión funciones elementales periódicas).

\in	\exists	\forall	\subseteq	\neq
Todos los números	No hay solución	Cualquier número	Menor o igual	No es igual
Elemento	Excluye	Tal que	Incluye todo	Diferente
Comprende	No existe	Cuando	Contiene	Distinto que
Equivalente	No entra	Incremento	Contrario	Desigual
Dentro	Sin resultado	Siendo	Tal que	No igual
Sumatorio	Contrario	Total	Aproximado	Lo contrario
Épsilon	Sumatorio	Todos	Equivalente	Contrario al igual
Dentro de	Error	Conjunto	Conjunto	Opuesto
Contiene	No pertenece	Para cada	Comprende	Difiere
En	Entonces	Puesto que	Mayor o igual	Igualitario/semajante
Números reales	Tiene solución	Engloba	Compone	
Dado	Espacio	Incluye	Condicionado	
Euro	Incluido	Sirve para todo	Aproximado	
Tal que	Excepto	Vector		
Números enteros	El dominio de	Inversa		
Desde		Numeración		
Es decir		Traspuesta		
No se puede calcular		Siempre y cuando		
Entra dentro del intervalo		Monotonía		
		Gradiente		

Tabla 2. Respuestas dadas por el alumnado a cada símbolo en la prueba diagnóstica de la asignatura Matemáticas Empresarial I. Fuente: elaboración propia.

En relación con los símbolos \forall y \subseteq , queremos hacer especial mención de la diversidad de respuestas incorrectas (algunas sin relación alguna con el sentido o significado del símbolo) que da el estudiantado. Como veremos, en estos dos casos, esta situación será sumamente preocupante ya que son los dos símbolos con mayor tasa de respuesta en blanco (superior en ambos casos al 50% del estudiantado encuestado) y nos

lleva a plantearnos seriamente que el estudiantado puede ser la primera vez que ve el símbolo o que, si lo ha visto con anterioridad, no parece serles familiar (ya que ni siquiera intentan consignar una respuesta para este símbolo). Nuevamente, este desconocimiento de ambos símbolos nos lleva a dificultades para plantear restricciones en el dominio o subespacios vectoriales (condición de inclusión de conjunto) o de formular propiedades de objetos o dominio de funciones. Obsérvese que el desconocimiento conjunto de los símbolos \forall y \in hace que el/la estudiante tenga serias dificultades para leer o expresar la definición de prácticamente cualquier conjunto que se define a partir de otro por alguna propiedad (bien el dominio de una función bien un subespacio vectorial, por indicar dos ejemplos).

Antes de continuar queremos dejar constancia que el signo \neq es el que más ha sido reconocido y traducido al lenguaje natural de manera correcta. No obstante, algunas de las respuestas erróneas dadas por el estudiantado permiten detectar un reconocimiento del sentido y significado del símbolo, aunque no su uso correcto. Nos referimos a expresiones como “no es igual” o “no igual” (que deberían ser “no es igual a” o “no son iguales”) o la expresión “distinto que” (donde se usa incorrectamente la conjunción “que” en lugar de la preposición “de”). Asimismo, las respuestas “desigual”, “diferente” y “diferente que” permiten intuir que el/la estudiante tiene una idea muy intuitiva del símbolo, pero no la formaliza bien. Por ejemplo, la expresión “desigual” conllevaría que el símbolo \neq solo podría emplearse con números, cuando realmente se puede utilizar con cualquier par de objetos matemáticos del mismo tipo para indicar que no son idénticos.

Los ejemplos indicados al comentar las respuestas dadas por el estudiantado a los símbolos se basan en el temario que se imparte en la asignatura Matemática Empresarial I que, entre otros temas, incluye “Elementos Básicos del Álgebra Lineal y Matricial”, “Funciones de una variable” y “Funciones de varias variables” (incluyendo un tema específico de “Integración” y otro de “Sucesiones y series numéricas”). Obviamente, la simbología motivo de este trabajo es esencial para el correcto desarrollo de estos tres temas introductorios y para el temario de la asignatura Matemática Empresarial II, que se imparte posteriormente a la que es motivo de este trabajo; todo ello incluso contextualizando que es una formación matemática para estudiantes de Ciencias Económicas y Empresariales y, por tanto, reduciendo al mínimo posible el

formalismo requerido en las Matemáticas. Son innumerables las ocasiones en las que el profesorado de la asignatura se ve en la necesidad de aclarar (repetidas veces a lo largo del curso) el significado concreto de un mismo símbolo, lo que no solo conlleva una ralentización del desarrollo de la clase sino, lo que es más importante, serios problemas para la asimilación y adquisición de los conceptos y procedimientos por parte del alumnado lo que terminará reflejándose en carencias significativas en la adquisición de competencias.

Como puede verse en la Figura 1 y ya adelantábamos al comentar las respuestas erróneas dadas por el estudiantado, es significativamente destacable (y preocupante) el elevado porcentaje de respuestas en blanco correspondientes a los símbolos 3 (\forall) y 4 (\subseteq), que suponen un 65% y 85% de las encuestas respondidas. Si a estos porcentajes, les sumamos los porcentajes de respuestas incorrectas, estaríamos observando que más del 94% (prácticamente la totalidad de la muestra) no es capaz de reconocer (respuestas en blanco) o de interpretar correctamente (respuestas erróneas) el símbolo 4 (\subseteq), con los problemas subyacentes en la docencia para establecer conceptos o procedimientos basados en conjuntos que están contenidos en otros y, por tanto, poder plantear herencias de propiedades o una mejor comprensión de los conceptos relacionados con las restricciones por condiciones (e. g. subespacios vectoriales, formas cuadráticas restringidas u optimización con restricciones). En el caso del símbolo 3 (\forall), el porcentaje total de estudiantes que no reconocen o no interpretan correctamente el símbolo supera el 80% de la muestra, con lo que nos encontramos en una situación similar a la descrita para el símbolo 4, pero con el añadido de que el símbolo \forall es clave para formular definiciones y propiedades (como ya se expuso anteriormente). Teniendo en cuenta esta circunstancia, nuestro estudiantado va a tener serias dificultades no solo para expresar dominios o propiedades de los objetos, sino que le resultará complicada la correcta comprensión de la mayoría de las definiciones formales que se explican en el temario de la asignatura (incluso aun suprimiendo, como se hace en la asignatura, definiciones formales de los conceptos de límite o continuidad, que requieren de un más que considerable uso de notación para su formulación).

El tercer símbolo que plantea dificultades considerables para el estudiantado, según lo observado en la Figura 1, sería el símbolo 2 (\exists), ya que más del 50% de las

respuestas corresponden a no reconocer dicho símbolo o no interpretarlo correctamente. Este símbolo, al igual que el símbolo \forall es necesario para poder formular y expresar definiciones y propiedades, por lo que aquellos/as estudiantes que tengan problemas con ambos signos presentan muy serias dificultades para poder comprender cualquier definición formal o expresar propiedades matemáticamente, ya que no serían capaces de utilizar ninguno de los dos cuantificadores esenciales en matemáticas.

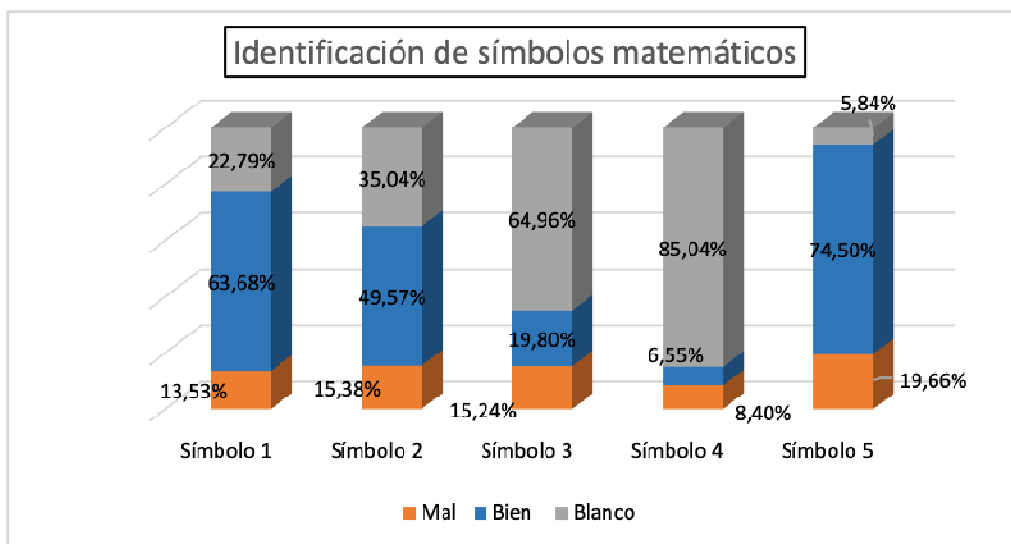


Figura 1. Diagrama de barras con la distribución de acierto, error y respuesta en blanco para cada símbolo (numerado según Tabla 1). Fuente: elaboración propia.

No es objeto de este trabajo hacer un mero análisis descriptivo de los datos obtenidos de la encuesta durante los tres cursos académicos analizados, sino poder obtener algunas conclusiones relevantes en relación con las dificultades que afronta nuestro estudiantado a la hora de cursar asignaturas de Matemáticas en base a su competencia en el reconocimiento y uso de la simbología matemática. No obstante, se puede acceder a un análisis estadístico descriptivo de las respuestas en Martín Caraballo *et al.* (2021), no solo de la muestra global sino de su desglose por curso académicos y por vía de acceso a los estudios universitarios.

Seguidamente, analizamos la respuesta conjunta de cada estudiante a los cinco símbolos y no a cada uno de los símbolos. En este sentido, cuantificamos la respuesta de cada estudiante con valores enteros de 0 a 5, donde 0 conlleva no haber reconocido o identificado correctamente ningún símbolo y 5 corresponde la correcta identificación de

todos los símbolos planteados. Como puede observarse de la Tabla 3, el 40% del estudiantado que respondió a la prueba diagnóstica identificó e interpretó correctamente al menos 3 símbolos, dejando un 60% de estudiantes que no superaron los dos símbolos correctamente identificados, de los cuáles casi un 10% no fue capaz de identificar e interpretar ninguno de los símbolos ni siquiera el símbolo \neq (“distinto de”); lo cual nos permitiría hacer el símil con el hipotético hecho de que nuestros/as estudiantes accedieran a la carrera sin conocer las letras del abecedario y las reglas básicas para formar palabras.

Calificación (No. de símbolos correctos)	Frecuencia	Porcentaje
0	65	9,3%
1	158	22,5%
2	198	28,2%
3	187	26,6%
4	83	11,8%
5	11	1,6%
Total de respuestas	702	100%

Tabla 3. Frecuencia y porcentaje de cada calificación relativa a la identificación de símbolos matemáticos para la muestra. Fuente: elaboración propia.

La distribución anteriormente expuesta en relación con el número de símbolos representados por estudiantes lleva a la conclusión de que más de la mitad del estudiantado desconoce la simbología básica con las consecuencias que esto tiene para una correcta comprensión y asimilación de las competencias matemáticas que han de adquirirse en el transcurso de la impartición de la asignatura Matemática Empresarial I.

Si sumamos a lo indicado previamente que, según la Tabla 3, el número de estudiantes que identifica correctamente los cinco símbolos preguntados no supera el 2% de la muestra, podemos considerar que el volumen de estudiantes que dispone de un manejo (al menos) rudimentario del lenguaje matemático al inicio del curso académico es meramente testimonial y en la práctica residual. Incluso en el caso de considerar

como un resultado aceptable el reconocimiento e interpretación correcto de 4 símbolos este no llegaría al 14% del estudiantado observado. Esta situación conlleva un esfuerzo adicional y, por lo general, de arduo desgaste por parte del equipo docente ya que, además de cumplir con las competencias establecidas para la asignatura, conlleva disponer de arrostros más que suficientes para afrontar el reto de que el estudiantado adquiera en unos cuatro meses los rudimentos básicos para saber leer y, a ser posible, escribir lo más esencial en el lenguaje matemático.

Si analizamos, desglosado por cada uno de los tres cursos académicos observados, los porcentajes de estudiantes en función del número de símbolos identificados e interpretados correctamente (véase Tabla 4), podemos observar que la situación expuesta de manera agregada se mantiene en términos generales, aunque con pequeñas variaciones.

Calificación (No. de símbolos correctos)	2015-2016	2016-2017	2018-2019
0	16,3%	2,6%	7.3%
1	33,1%	12,1%	19.9%
2	29,5%	26,3%	28.4%
3	17,5%	35,8%	28.7%
4	3,2%	20,5%	13.8%
5	0,4%	2,6%	1.9%

Tabla 4. Porcentaje de cada calificación relativa a la identificación de símbolos matemáticos, desglosado por curso académico. Fuente: elaboración propia.

En base a los datos mostrados en la Tabla 4, el curso 2016-2017 muestra un ligero mejor resultado (aunque no significativo a nuestro parecer) en relación con la competencia en reconocimiento e interpretación de simbología matemática por parte del estudiantado a comienzos de dicho curso académico. En ese curso, el volumen de estudiantes que reconoció e interpretó correctamente todos los símbolos superó en más de medio punto el resultado de la muestra agregada para esa misma condición (aunque sigue siendo un porcentaje prácticamente despreciable); a lo que se suma que, si se

considera también el estudiantado que reconoció 4 de los símbolos correctamente, ese porcentaje superaba el 20% (seis puntos porcentuales por encima del estudiantado con esa restricción en la muestra global).

Asimismo, el porcentaje de estudiantes que solo reconocen e interpretan correctamente dos símbolos se mantiene en porcentajes similares en los tres cursos académicos estudiados; y, para el caso de estudiantes que solo reconocieron y detectaron un único símbolo, el comportamiento es similar en los cursos 2016-2017 y 2018-2019, mostrando el curso 2015-2016 un comportamiento significativamente peor (un mayor porcentaje de estudiantes bajo esta condición).

En cualquier caso, en ninguno de los tres cursos académicos evaluados, el porcentaje de estudiantes que reconocieron e interpretaron correctamente dos símbolos fue inferior al 41% (curso 2016-2017) y casi llegó alcanzar el 80% (curso 2015-2016).

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo hemos analizado los resultados obtenidos en relación con la competencia en el reconocimiento e identificación de símbolos matemáticos en el estudiantado de primer curso en titulaciones de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Pablo de Olavide. Este análisis se ha hecho en el contexto de las dificultades que conlleva para nuestros/as estudiantes afrontar asignaturas de Matemáticas en estudios universitarios (aunque sean dentro de la rama de las Ciencias Sociales) cuando un alto porcentaje de este estudiantado no puede reconocer e identificar correctamente más de cuatro símbolos matemáticos básico (de cinco posible) a comienzos del curso académico. Estamos hablando de un porcentaje que ha oscilado entre más del 75 y el 86%, es decir, más de las tres cuartas partes del estudiantado analizado no sería capaz de escribir o leer una expresión simple y muy básica en lenguaje matemático. No estamos planteando que no sean capaces de leer (y comprender) la definición de límite; sino que, con este nivel competencial se hace sumamente difícil que puedan escribir correctamente y de manera comprensible un mero dominio de una función de una variable real (y mucho menos de varias variables).

Los resultados aquí expuestos plantean la ardua tarea que tiene el profesorado de las asignaturas introductorias de matemáticas en los grados de las ramas de Ciencias

Sociales. El profesorado ya no solo se enfrenta a una asignatura que, para el estudiantado, no es propia de la rama de conocimientos de la titulación que está cursando, sino que además le resulta literalmente un galimatías porque funcionalmente rozaría lo que podría llamarse el analfabetismo (en algunos casos solo funcional) matemático, ya que no es capaz de leer y escribir en el lenguaje correspondiente a expresar una idea o noción matemática. Esa imposibilidad práctica para poder desentrañar las expresiones formales que son esenciales y que se hacen imprescindible para formular conceptos y procedimientos puede conllevar una desmotivación que refuerza la apatía que suele mostrarse ante las asignaturas de esta materia.

En este sentido, parece necesario o, al menos, sumamente conveniente que el estudiantado dispusiera de herramientas y mecanismos que permitieran reforzar o, en la mayoría de los casos, desarrollar las competencias mínimas para poder leer y escribir enunciados básicos en lenguaje matemático.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DISTÉFANO, M.L.; POCHULU, M.D. y FONT, V. (2015). “Análisis de la complejidad cognitiva en la lectura y escritura de expresiones simbólicas matemáticas”. REDIMAT, Journal of Reseach in Mathematics Education, 4(3), pp. 202-233.
- FEDRIANI MARTEL, E.M.; MARTÍN CARABALLO, A.M.; PARALERA MORALES, C. y TENORIO VILLALÓN, A.F. (2016). “El aprendizaje del lenguaje matemático y su relevancia en el aula”. En España Pérez, F. (ed.): “Actas del XVI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas”, Jerez: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, pp. 135-143. Recuperado de <https://tinyurl.com/kmhzhrrpd>.
- FEDRIANI MARTEL, E.M.; MARTÍN CARABALLO, A.M.; PARALERA MORALES, C. y TENORIO VILLALÓN, A.F. (2018). “Apuntes para mejorar el dominio del lenguaje matemático. Niveles A1, A2 y B1. Material para docentes”. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

- MARTÍN CARABALLO, A.M.; PARALERA MORALES, C. y TENORIO VILLALÓN, A.F. (2014). “Competencias matemáticas en universidad: técnicas y metodologías para su adquisición”. En Fernández Fernández, C. (ed.): “Fórmulas renovadas para la docencia superior”, Madrid: ACCI, pp. 279-298.
- MARTÍN CARABALLO, A.M.; PARALERA MORALES, C. y TENORIO VILLALÓN, A.F. (2020). “Competencias matemáticas básicas del alumnado de nuevo ingreso en Ciencias Económicas y Empresariales: análisis comparativo para el periodo 2014-2019”. En: “Contenidos de vanguardia en el EEES”, Colección Ediciones Universitarias, Madrid: Ediciones Pirámide. Por aparecer.
- MARTÍN CARABALLO, A.M.; PARALERA MORALES, C. y TENORIO VILLALÓN, A.F. (2021). “Análisis de la competencia en el uso de la simbología matemática en el alumnado universitario de nuevo ingreso”. En: “Experiencias en contenidos curriculares docentes”, Colección Comunica, Valencia: Editorial Tirant Lo Blanch. Por aparecer.
- MATEO, J. (2007). “Interpretando la realidad, construyendo nuevas formas de conocimiento: el desarrollo competencial y su evaluación”. Revista de Investigación Educativa, 25(2), pp. 513-531.
- MCCLELLAND, D. (1973). “Testing for Competence rather than for Intelligence”. American Psychologist, 28(1), pp. 1-14.
- MINISTROS EUROPEOS DE EDUCACIÓN (1998). “Declaración conjunta para la armonización del diseño del Sistema de Educación Superior Europeo”. Recuperado de <https://tinyurl.com/yanveuwv>.
- MINISTROS EUROPEOS DE EDUCACIÓN (1999). “El Espacio Europeo de la Enseñanza Superior. Declaración conjunta de los ministros europeos de educación reunidos en Bolonia el 19 de junio de 1999”. Recuperado de <https://tinyurl.com/ycnuhtza>.
- NISS, M. y HOJGAARD, T. (2011). “Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in

Denmark”. IMFUFA tekst, 485/2011, 207pp. Recuperado de <https://tinyurl.com/y8taukdt>.

- ROÉ, R.A. (2002). “What makes a competent psychologist?”. *European Psychologist*, 7(3), pp. 192-202.
- TENORIO VILLALÓN, A.F. y MARTÍN CARABALLO, A.M. (2015). “Explicando la optimización de funciones con el uso de software de álgebra computacional y geometría dinámica”. *Anales de ASEPUMA*, 23, A111, 24pp. Recuperado de <https://tinyurl.com/y5fxoe5h>.
- TENORIO VILLALÓN, A.F. y MARTÍN CARABALLO, A.M. (2016). “Usando teoría de grafos para explicar Análisis Input-Output en economía y empresa”. *Opción: Revista de Ciencias Humanas y Sociales, Especial 10*, pp. 896-910.