ISSN (versão *online*): 2317-5125
95 Amazônia 243
Revista de Educação em Ciências e Matemáticas

Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental

Mathematical Problem Solving: analysis of the difficulties of students in 9th grade of elementary school

Marcelo Carlos de Proença[1]
Érika Janine Maia-Afonso[2]
Wilian Barbosa Travassos[3]
Giovana Rodrigues Castilho[4]

Resumo

O objetivo do artigo é descrever e analisar as dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental na resolução de problemas de Matemática. Realizamos uma pesquisa de caráter interpretativo e descritivo, tendo por base os cinco conhecimentos indicados por Mayer (1992). Os participantes foram 111 alunos de 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública, os quais resolveram dez situações de Matemática. Os resultados mostraram que as dificuldades dos alunos se concentraram no uso de conhecimentos ligados à compreensão de problemas, referentes aos significados de termos matemáticos e à organização das informações. De forma específica, há dificuldades em conhecimentos como o conceito de bissetriz, converter litros em mililitros, no uso de porcentagem e para propor resolução por meio de sistema de equações. Concluímos que é necessário que sejam implementadas políticas educacionais públicas que visem à valorização da educação escolar e priorizem um ensino para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos.
Palavras chave: Ensino de Matemática; Conhecimentos; Resolução de Problemas.

Abstract

The aim of this paper is to describe and analyze the difficulties of 9th grade students in mathematical problems solving. We developed an interpretive and descriptive research, based on the five knowledges indicated by Mayer (1992). The participants were 111 students from the 9th grade of elementary school in a public school, who solved ten situations of Mathematics. The results showed that the students' difficulties were focused in the use of knowledges related to the comprehension of problems, relative to the meanings of mathematical terms and the organization of information. Specifically, there are difficulties in knowledges such as the concept of bisector, converting liters to milliliters, using percentages and proposing solutions using a system of equation. We conclude that it is necessary to

[1] Universidade Estadual de Maringá | mcproenca@uem.br
[2] Universidade Estadual de Maringá | erikajaninemaia@gmail.com
[3] Universidade Estadual de Maringá | wiliantravassos@hotmail.com
[4] Universidade Estadual de Maringá | giovanacastilho34@gmail.com

implement public educational policies that aim to value school education and prioritize teaching for the development of mathematical knowledge.
Keywords: Mathematical teaching; Knowledges; Problem solving.

Introdução

De acordo com Gagné (1973), a resolução de problemas é uma das aprendizagens que corresponde ao topo da cadeia de aprendizagem, de modo que aprender a resolver problemas exige conhecimentos anteriores dos alunos como os conceituais e os princípios (relação entre conceitos). Nessa direção, Brito (2010), Cai e Lester (2012), Guérios e Medeiros Jr. (2016) e Proença (2018) apontaram que resolver problemas implica no uso de conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, devem mobilizar seus conhecimentos conceituais e procedimentais para a busca de uma solução.

Sobre a mobilização de conhecimentos matemáticos de alunos do ensino fundamental na resolução de problemas, as pesquisas de Melo (2015), Alvarenga, Andrade e Santos (2016), Zat e Groenwald (2016) e Kliemann e Dullius (2017) mostraram dificuldades de alunos em problemas aritméticos; as de Silva (2014) e de Costa et al. (2016), em problemas algébricos; e a de Stefani e Proença (2019), em problemas geométricos. Por exemplo, o estudo de Zat e Groenwald (2016), envolvendo 150 alunos do 6.º ano do ensino fundamental, mostrou que em dois dos dez problemas analisados 30% dos participantes tiveram dificuldades para interpretar/analisar as situações e para estabelecer uma aplicação do cálculo de subtração e multiplicação.

No caso do estudo de Silva (2014), que investigou 182 alunos do ensino fundamental (8.º e 9.º anos), revelou dificuldades na utilização da álgebra na resolução de problemas, sendo que quando apareciam incógnitas nos enunciados, foi possível observar em alguns casos o uso da álgebra, entretanto, nos problemas que não apareciam a incógnita no enunciado, a maioria dos alunos recorriam a estratégias aritméticas, ignorando a álgebra.

Já no estudo de Stefani e Proença (2019), os seis alunos do ensino fundamental (dois de cada ano escolar – 7.º, 8.º e 9.º anos) apresentaram dificuldades na resolução de problemas, relacionadas ao uso do conceito de perímetro e de área, em que evidenciaram desconhecer que perímetro corresponde à soma de todos os lados e que cálculo de área corresponde a multiplicar ou aplicar a fórmula corretamente, ao invés de somar as medidas dos lados.

Conforme as dificuldades encontradas em alunos de diferentes anos do ensino fundamental, apontadas nas pesquisas supracitadas, e levando em conta que os alunos do 9.º ano do ensino fundamental possuem habilidades e competências para resolver problemas de conteúdos dos anos anteriores, temos a seguinte indagação: *Teriam os alunos concluintes do ensino fundamental dificuldades em resolver problemas de conteúdos já estudados? Se sim, que conhecimentos mal formados estariam relacionados a tais dificuldades? Em quais etapas do processo de resolução há predominância das dificuldades?*

Essas indagações nos permitiram traçar como objetivo deste trabalho descrever e analisar as possíveis dificuldades de alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de Matemática, visto que essa investigação ajuda a revelar em quais conhecimentos matemáticos e até em outras formas de conhecimentos os alunos apresentam dificuldades, quando se engajam na resolução de problemas. Ainda, é possível apontar em quais conhecimentos há maior índice de dificuldades e, assim, propormos direcionamentos ao ensino em sala de aula quando o foco é levar os alunos a aprenderem a resolver problemas.

Assim, estruturamos o presente artigo obedecendo a seguinte forma: a) pautamo-nos nos pressupostos teóricos de Mayer (1992) sobre cinco conhecimentos necessários aos alunos a serem utilizados na resolução de problemas, porque tais conhecimentos podem ajudar a revelar com maior clareza sobre as dificuldades dos alunos; b) propomos na metodologia abordar problemas nas várias áreas de conteúdos de Matemática, indicadas na atual Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2018); c) versamos os resultados sobre descrições das dificuldades dos alunos, segundo nossas interpretações; d) e, por fim, tecemos as conclusões.

Resolução de problemas: aspectos sobre os conhecimentos envolvidos

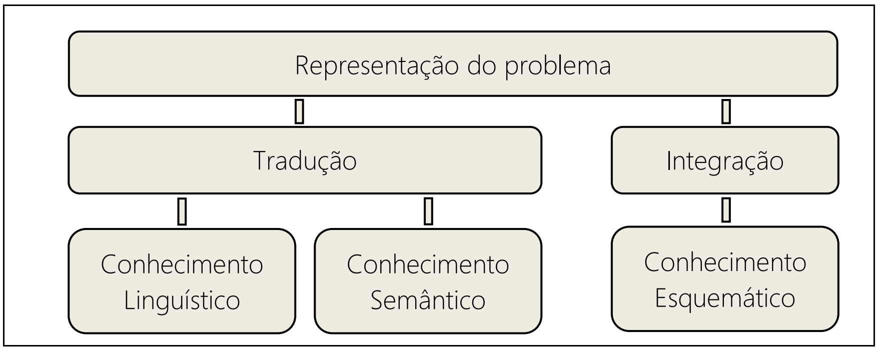
Quando se fala a respeito da temática da resolução de problemas, aborda-se o que é um problema e, consequentemente, o processo de resolução de problemas. Na visão de Echeverría (1998), "para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta." (ECHEVERRÍA, 1998, p. 48).

Ao encontrar uma dificuldade para obter uma solução – a meta – de uma situação matemática, a pessoa se envolveria, segundo Brito (2010), em um processo de pensamento, baseado em etapas/fases que descrevem o processo de resolução de problemas. Para essa autora, é nesse momento de busca da solução que a pessoa deve (deveria) mobilizar seus conhecimentos conceituais e procedimentais, aprendidos anteriormente. Entendemos tratar-se de conhecimentos matemáticos que deveriam ser construídos ao longo da escolarização.

Dentre os diversos autores que discorrem sobre o processo de resolução de problemas matemáticos, Mayer (1992) apontou na resolução de problemas dois estágios importantes, sendo eles: a representação do problema e a solução do problema. Sobre estes dois estágios, o referido autor elencou o total de cinco tipos de conhecimentos, os quais seriam importantes para se chegar a uma solução.

Segundo Mayer (1992), o primeiro passo para a resolução de um problema é a sua representação. Neste momento inicial, o solucionador faz uma conversão das palavras e figuras apresentadas no problema para uma representação mental interna, que se divide em dois subprocessos: a "*tradução do problema*, que envolve a conversão de cada frase ou cláusula principal em uma representação mental interna, e a *integração do problema*, que envolve a combinação de informações em uma estrutura coerente" (MAYER, 1992, p. 459, tradução nossa, grifos do autor).

Nesse sentido, Mayer (1992) apresentou os conhecimentos que seriam a base desses dois subprocessos da representação do problema. Segundo esse autor, o de tradução do problema dependerá do *conhecimento linguístico* e do *conhecimento semântico* do solucionador, enquanto o de integração dependerá do *conhecimento esquemático*, como pode ser observado no diagrama representado no Quadro 1.



Quadro 1: Diagrama que descreve o estágio de Representação do Problema. Fonte: Reorganizado de Mayer (1992).

Na tradução do problema, Mayer (1992) apontou que o conhecimento linguístico se refere ao conhecimento da língua em que o problema foi escrito na sua versão original, no caso desta pesquisa, a língua portuguesa. Neste conhecimento, o solucionador deverá reconhecer as palavras enunciadas no problema, bem como seus significados e terminologias, a fim de identificar quais são as ações envolvidas, quem as realizou e as possíveis expressões cotidianas que são apresentadas.

Tomemos como exemplo a seguinte situação que elaboramos: *Luiz deseja pintar com uma tinta azul as paredes do seu quarto, que possuem um formato retangular. Para tanto, ele foi até uma loja e verificou que na embalagem de uma lata de 20 litros de tinta estava escrito que ela rende 200 m² por demão. Como Luiz irá trocar a cor da tinta das quatro paredes do seu quarto, serão necessárias 5 demãos para cada parede. Sabendo que as paredes possuem largura de 320 cm e altura de 210 cm, uma lata de tinta será suficiente para que Luiz pinte todo o seu quarto?*

É possível observar que nesta situação o aluno necessitará do conhecimento linguístico para identificar que cada 'demão de tinta' tem como significado o de ser uma camada de tinta e que envolve a ação dessa camada de tinta ser passada na parede. Ademais, para determinar que o quarto a ser pintado é composto por paredes retangulares com 320 cm de largura e 210 cm de comprimento.

Ainda sobre a tradução do problema, o conhecimento semântico também é requerido. Trata-se de conhecimentos de fatos sobre o mundo, que não são fornecidos diretamente no problema, mas que são necessários para essa tradução. Esse conhecimento auxiliará na interpretação do problema, situando o solucionador sobre qual contexto a situação está inserida, o que, possivelmente, atribuirá sentido ao problema a ser resolvido. Da situação posta anteriormente, entende-se que o conhecimento semântico consiste em saber que '100 centímetros equivalem a um metro', o que permitirá converter (mentalmente ou pelo cálculo no papel) os 320 cm para 3,2 m e 210 cm para 2,10 m, uma vez que a unidade de medida que representa o rendimento da tinta foi fornecida por m². Assim, esse conhecimento não é fornecido, mas é necessário para que essa conversão ocorra corretamente.

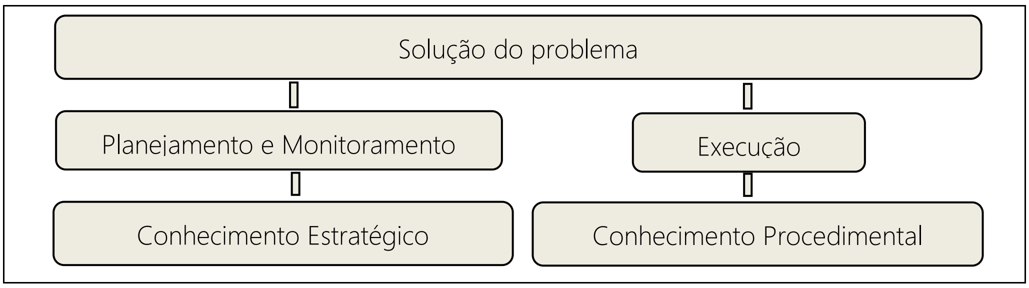
Por fim, para completar o estágio de representação do problema, tem-se o subprocesso de integração, o qual envolve o conhecimento esquemático da pessoa. Segundo Mayer (1992), para realizar a representação do problema de modo mais eficaz, não basta apenas traduzir as informações fornecidas no problema, mas sim compreendê-las. Essa compreensão envolve a organização das informações do problema em uma estrutura coerente, cujo processo pode ser guiado por esquemas. Assim, para o autor, o uso de conhecimento esquemático tem a função de auxiliar na organização das informações, derivada de um processo que permite identificar: (a) o que é relevante ou não para solucionar um problema; (b) o tipo do problema, como, por exemplo, ao envolver cálculo de área.

Com base, ainda, no exemplo da situação das tintas, descrita anteriormente, o conhecimento esquemático permite integrar a tradução, decorrente dos conhecimentos do solucionador, no seguinte esquema: reconhecer que todas as informações/dados fornecidos são relevantes para a busca da solução e identificar que se trata de uma situação (tipo de problema) que envolve o conteúdo matemático sobre área.

Sobre a identificação da informação irrelevante, Krutetskii (1986), em seu estudo sobre as habilidades matemáticas de alunos russos na resolução de problemas, evidenciou que os estudantes habilidosos são aqueles que, entre outras capacidades, conseguem perceber e isolar as informações supérfluas. No caso da identificação do tipo do problema, entendemos que isso se relaciona à habilidade de o aluno identificar, na situação dada, as ideias presentes, tais como as envolvendo os campos numérico, algébrico, geométrico, das relações métricas, dos fenômenos de incerteza e, também, do tratamento de dados.

Contudo, percebe-se que o estágio de representação do problema envolve esse conjunto de conhecimentos necessários a uma tradução e integração do problema. Ao que se refere ao processo de representação do problema, Echeverría (1998) destacou que é importante que a resolução e a assimilação do problema sejam iniciadas a partir dos conhecimentos que são previamente ativados na memória do aluno, sejam eles próprios da matemática, da linguagem, da semântica ou dos esquemas.

Em continuidade ao processo de resolução de problemas, Mayer (1992) apontou que o segundo passo é o estágio de solução do problema. Segundo esse autor, este estágio envolve dois subprocessos: *planejamento e monitoramento* e o de *execução*. Nesse sentido, depois de compreender o problema, é fundamental que o solucionador crie e elabore um plano para que, consequentemente, execute este plano para se obter uma solução. De acordo com Mayer (1992), esses dois subprocessos implicam no uso de *conhecimento estratégico* e *conhecimento procedimental*, conforme se mostra no diagrama representado no Quadro 2.



Quadro 2: Diagrama que descreve o estágio da Solução do Problema. Fonte: Reorganizado de Mayer (1992).

Assim, Mayer (1992), afirmou que o conhecimento estratégico é utilizado para planejar e monitorar a solução de um problema, ou seja, encontrar estratégias para solucioná-lo. Dessa forma, o autor refere-se a esse conhecimento como um "[...] conhecimento adicional para gerar e monitorar um plano de solução [...]" (MAYER, 1992, p. 475, tradução nossa). Como na situação anterior sobre as tintas, o planejamento da solução poderia ser considerado da seguinte forma: a) calcular a área de uma parede (3,2 m x 2,1 m); b) multiplicar por quatro, que é a quantidade total de paredes que será pintada; c) multiplicar a área total de paredes por cinco, que é a quantidade de camadas de tinta necessárias; d) verificar se o resultado obtido no último passo é inferior ou superior a 200 m², que se refere à medida que uma lata, isto é, 20 litros de tinta, permite preencher.

Por fim, Mayer (1992) definiu o conhecimento procedimental como o conhecimento utilizado para executar o plano de solução. Considerando a situação das tintas, o conhecimento procedimental seria executar o plano de solução determinado da seguinte forma: i) primeiramente, calcular a área total de cada parede (3,2 m x 2,1 m = 6,72 m²); ii) multiplicar o resultado pelo número de paredes do quarto (6,72 m² x 4 paredes = 26,88 m²); iii) multiplicar esse resultado por cinco (26,88 m² x 5 = 134,4 m²); iv) comparar este resultado à quantidade de 200 m², o que permitirá constatar que uma lata de 20 litros será suficiente para que Luiz pinte todas as paredes de seu quarto.

Metodologia

Participaram da pesquisa 111 alunos de quatro turmas do 9.º ano do ensino fundamental de escola pública de uma cidade do interior do estado do Paraná. Uma vez que o objetivo do presente artigo é o de analisar as dificuldades desses alunos na resolução de problemas de Matemática, a investigação é de caráter interpretativo com foco na descrição dessas dificuldades. Assim, tal investigação corresponde à uma pesquisa de natureza qualitativa, a qual, segundo Bogdan e Biklen (1994), tem como uma de suas características o fato de ser descritiva, utilizando-se de palavras ou de imagens.

Elaboramos 10 situações de Matemática (Apêndice), cujos conteúdos envolvidos são relativos ao 8.º ano do ensino fundamental, conforme é indicado nas cinco Unidades Temáticas (UT) da BNCC (BRASIL, 2018). Fizemos a escolha aleatória de dois conteúdos para cada UT. A opção por conteúdos do 8.º ano foi tomada como referência não apenas porque as situações elaboradas já tinham (deveriam ter) sido estudadas por alunos de 9º ano, mas ainda porque tais situações também envolviam o uso de conhecimentos que foram aprendidos nos demais anos escolares anteriores e que seriam importantes para as resoluções. A organização de cada uma das 10 situações de Matemática ficou da seguinte forma (UT – conteúdo (situação)):

- Números – Porcentagem (S4) e Notação científica (S9);
- Álgebra – Valor numérico de expressões algébricas (S3) e Sistema de equações polinomiais de 1º grau (S8);
- Geometria – Bissetriz (S1) e Mediatriz (S6) como lugares geométricos;
- Grandezas e Medidas – Medidas de capacidade (S2) e Área de figuras planas (S7);
- Probabilidade e Estatística – Média aritmética (S5) e Probabilidade de eventos (S10).

Primeiramente, para verificar se essas dez situações de Matemática estavam passíveis de serem entendidas pelos alunos de 9.º ano do ensino fundamental, solicitamos a um pesquisador na área de Educação Matemática, professor do Departamento de Matemática de uma universidade pública do Estado do Paraná, a tarefa de avaliá-las. Foram retornadas sugestões direcionadas a ajustes em algumas das situações de Matemática em termos de linguagem matemática e da própria estrutura das frases dos enunciados propostos.

Antes de aplicá-las aos participantes da pesquisa, realizamos um estudo piloto com 22 alunos do 1.º ano do ensino médio de escola pública. Neste estudo, que serviu para testar as situações de Matemática, pudemos corrigir o seguinte: a) na situação 7, o desenho da vista de cima da casa passou a ter uma linha dividindo o retângulo para ficar nítido o formato do telhado; b) na situação 5, trocamos parte da pergunta 'Qual é o número médio de horas (...)' por 'Qual a média aritmética de horas (...)', porque se trata de habilidade de uso de média aritmética e alguns alunos do estudo piloto calcularam média ponderada.

A coleta dos dados de nosso estudo ocorreu na segunda quinzena do mês de outubro de 2018. Na ordem, aplicamos às turmas do 9.º D (28 alunos) e 9.º C (24 alunos), período da tarde. Posteriormente, aplicamos às turmas do 9.º B (29 alunos) e 9.º A (30 alunos), período da manhã. Os alunos tiveram o tempo de duas horas-aula para resolver, individualmente, as 10 situações, sendo informados de que se tratava de assuntos referentes ao 8.º ano e que não receberiam explicações sobre termos matemáticos ou qualquer outro esclarecimento da forma de resolvê-las. Caso não conseguissem resolver, que descrevessem suas justificativas.

Para uma visão geral dos dados, primeiramente, computamos a quantidade de alunos, segundo as iniciativas para resolver as situações, conforme mostra o Quadro 3 a seguir.

Iniciativa de resolução	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Resolveram	9	12	56	47	10	18	41	20	15	16
Deixaram em branco	30	47	35	36	52	42	47	51	57	46
Apresentaram apenas a resposta	29	13	9	10	22	34	9	16	11	32
Não lembraram/não souberam resolver	19	24	10	6	8	13	12	21	13	13
Justificaram/explicaram a dificuldade	24	15	1	12	19	6	2	3	15	4

Quadro 3: Quantidade de alunos, segundo iniciativa para resolver as situações (n=111).

Para apresentar as dificuldades dos alunos em termos dos conhecimentos elencados por Mayer (1992), tomamos como referência a quantidade de alunos de duas categorias do Quadro 3, a saber: "resolveram" e "justificaram/explicaram a dificuldade". Dessa forma, a análise dos dados foi apresentada da seguinte maneira: a) uma tabela síntese da totalidade das dificuldades dos alunos nos estágios de representação do problema e solução do problema, segundo cada conhecimento: linguístico (CL), semântico (CS), esquemático (CEsq.), estratégico (CEst.) e procedimental (CP); b) cinco tabelas, por Unidade Temática, contendo a classificação e quantidade de dificuldades dos alunos em relação aos seus conhecimentos, bem como apresentação de figuras para ilustrar tais dificuldades.

Análise das dificuldades dos alunos

A Tabela 1, a seguir, mostra a síntese sobre a totalidade das dificuldades dos alunos investigados, apresentadas nos dois estágios do processo de resolução de problemas e em termos dos conhecimentos necessários para resolver as situações de Matemática.

De acordo com a Tabela 1, não identificamos dificuldades dos alunos no uso de conhecimentos linguísticos. Verifica-se que a concentração de dificuldades se encontra no uso dos conhecimentos semântico (128) e esquemático (123), os quais, juntos, envolveram nove conteúdos, cujas frequências de dificuldades foram maiores. Somente para o conteúdo notação científica a maior frequência de dificuldades foi no uso de conhecimento estratégico (13).

Tabela 1: Síntese das dificuldades dos alunos nos dois estágios de resolução de problemas.

Unidade Temática	Situação (conteúdo)	Representação do Problema			Solução do Problema		Total
		CL	CS	CEsq.	CEst.	CP	
Números	S4 (porcentagem)	-	3	32	5	4	44
	S9 (notação científica)	-	5	2	13	-	20
Álgebra	S3 (expressão algébrica)	-	46	6	-	1	53
	S8 (sistema de duas equações)	-	-	17	1	-	18
Geometria	S1 (bissetriz)	-	29	-	-	-	29
	S6 (mediatriz)	-	16	-	-	4	20
Grandezas e Medidas	S2 (capacidade)	-	6	14	1	1	22
	S7 (área de figuras planas)	-	2	34	5	-	41
Probabilidade e Estatística	S5 (medida de tendência)	-	18	6	1	1	26
	S10 (probabilidade de eventos)	-	3	12	1	-	16
Total (frequência)		-	128	123	27	11	289

Tabela 2: Classificação das dificuldades dos alunos nas situações da Unidade Temática Números.

Situação	Conhecimentos de Mayer (quantidade)				
	CS	CEsq.	CEst.	CP	Total
S4	Realizou a subtração 892,40-250 (1) Realizou a subtração 892,40-25 e do resultado subtraiu 15 (1) Afirmou não saber o que é "desconto" (1)	Realizou a divisão 892,40 por 25 (11) Realizou a subtração 892,40-15 (3) Realizou a regra de três "892,40 está para 25% enquanto x está para 15%" (1) Calculou 15% de 892,40 (1) Afirmou não ter conhecimento do que é porcentagem (11) Realizou a multiplicação 892,40 e 25 (5)	Calculou 25% de 892,40 apenas (5)	Apenas montou a estrutura da subtração 892,40-223,10 (1) Resultado incorreto da divisão 892,40 por 4 (2) Resultado incorreto da subtração 892,40-223,10 (1)	42
S9	Afirmou não saber o que é notação científica (2) Afirmou não lembrar do conteúdo (3)	Afirmou não saber usar porcentagem (1) Realizou a adição 6,29+6,305 (1)	Apenas realizou a subtração 6,429-6,305 (12) Dividiu o resultado da subtração 6,429-6,305 por 100 (1)	-	20

Diante do exposto na Tabela 1, as tabelas que seguem mostram as dificuldades dos alunos sobre o que eles fizeram em suas resoluções. Assim, conforme observa-se na Tabela 2, os alunos tiveram dificuldades na resolução da situação S4 (Números – porcentagem) em quatro dos cinco conhecimentos. Já na situação S9 (Números – notação científica), as dificuldades constatadas foram em três conhecimentos.

De acordo com a Tabela 2, identifica-se que na resolução da situação S4 (Números – porcentagem), houve duas dificuldades mais frequentes: a) 11 alunos realizaram a divisão 892,40 por 25; b) 11 alunos afirmaram não saber o que é porcentagem. Ambas indicam a falta do esquema de porcentagem, que está relacionado ao *conhecimento esquemático*. Além disso, 5 alunos fizeram uso da informação '15%' que, na verdade, é uma informação irrelevante do problema. Já na situação S9 (Números – notação científica), a maior dificuldade dos alunos foi em não transformar o número envolvido em notação científica (12 alunos), apresentando, apenas o resultado da subtração. Esta dificuldade está relacionada ao uso de *conhecimento estratégico*. As Figuras 1 e 2, a seguir, ilustram cada uma dessas dificuldades na resolução.

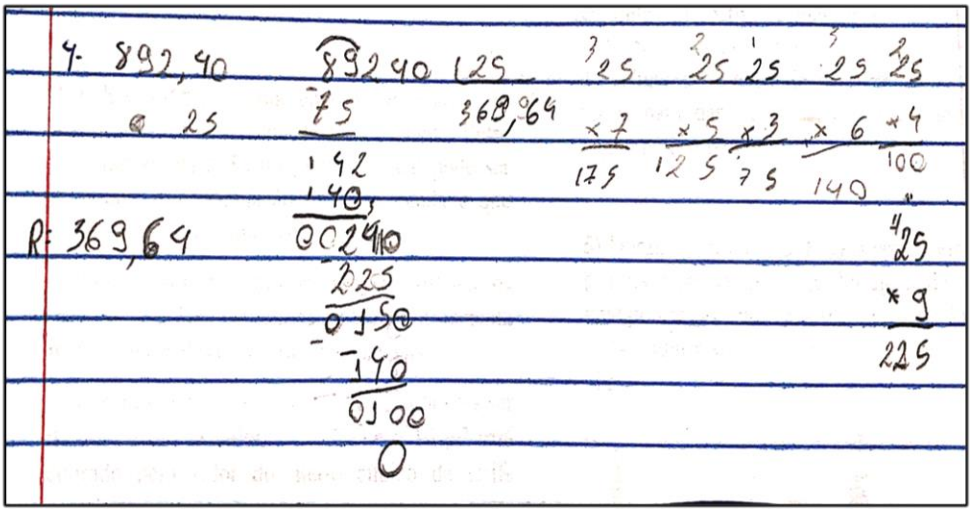


Figura 1: Resolução referente à situação 4. Fonte: Aluno 7 da turma D.

Verifica-se que ao invés de organizar os dados na ideia de porcentagem, foi feita uma divisão de modo que o valor 25 (da informação 25%) foi tomado como divisor. No caso da situação S9, a resolução a seguir mostra que o número obtido como resultado da subtração não foi transformado em notação científica.

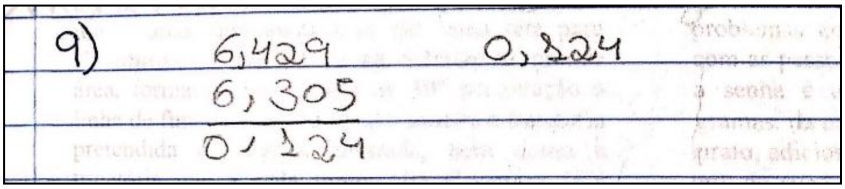


Figura 2: Resolução referente à situação 9. Fonte: Aluno 11 da turma C.

Conforme observa-se na Tabela 3, abaixo, os alunos tiveram dificuldades na resolução da situação S3 (Álgebra – expressão algébrica) em três conhecimentos. Já na situação S8 (Álgebra – sistema de equações), as dificuldades constatadas ocorreram no uso dos *conhecimentos esquemático* e *estratégico*.

Tabela 3: Classificação das dificuldades dos alunos nas situações da Unidade Temática Álgebra.

Situação	Conhecimentos de Mayer (quantidade)				
	CS	CEsq.	CEst.	CP	Total
S3	Realizou a multiplicação 0,5x7 (35) Realizou o cálculo com 0,5 (7) Considerou 0,5L=50ml (1) Considerou 0,5L=5ml (1) Considerou 0,5L=0,005ml (1) Afirmou não lembrar o conteúdo (1)	Realizou a multiplicação 560x28 (2) Realizou a subtração 560-28 (1) Realizou a multiplicação 560x7 (1) Realizou a multiplicação 28x7 (2)	-	Subtraiu 2800 ao invés de 28 (1)	53
S8	-	Realizou a subtração 66-14 (3) Realizou a adição 66+7 (1) Utilizou apenas uma incógnita (2) Realizou a divisão 28 por 2 (2) Realizou a multiplicação 66x7 (1) Realizou a subtração 28-7 (1) Realizou a multiplicação 28x7 (3) Afirmou não saber calcular (2) Realizou a adição 28+28 (1) Realizou a multiplicação 28x66 (1)	Realizou a adição 28+66 (1)	-	18

De acordo com a Tabela 3, identifica-se que na resolução da situação S3 (Álgebra – expressão algébrica) a maior dificuldade foi a conversão de litro em mililitro, pois dos 46 alunos com dificuldades no *conhecimento semântico* 45 deles utilizaram litro no lugar de mililitro em seus cálculos. Já na situação S8 (Álgebra – sistema de equações), a maior dificuldade dos alunos foi no *conhecimento esquemático*, e que, neste caso, os 17 alunos com dificuldades nesse conhecimento não organizaram os dados em um sistema de duas equações, o que possivelmente indica que os alunos não dominam ou não reconhecem esse conteúdo em uma situação com contexto. As figuras 3 e 4, a seguir, ilustram cada uma dessas dificuldades na resolução.

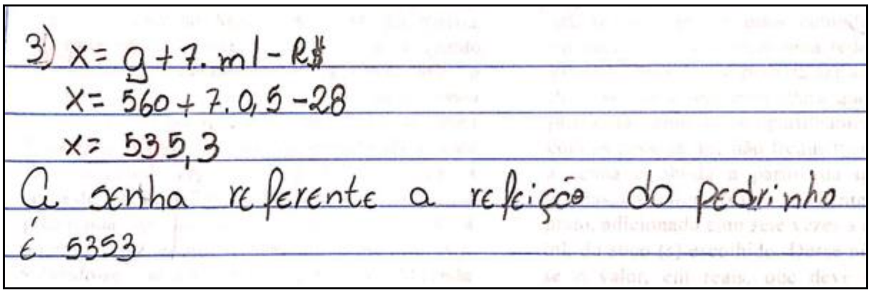


Figura 3: Resolução referente à situação 3. Fonte: Aluno 8 da turma B.

Verifica-se, nessa resolução da Figura 3, que o aluno conseguiu estabelecer a expressão algébrica, porém, na primeira passagem da resolução, não foi feita a conversão de 0,5 litros para 500 mililitros. Em consequência, apesar do procedimento de cálculo estar correto, acabou-se obtendo uma resposta incorreta.

No caso da situação S8, a resolução a seguir (Figura 4) mostra que se optou pelo uso inadequado de multiplicação dos totais de acessos das duas plataformas de cada um dos estudantes, ao invés de uma resolução por meio de sistema de duas equações. Trata-se de dificuldade de uso do *conhecimento esquemático* que não foi mobilizado pelo aluno e que, possivelmente, pode não estar bem formado no sentido de um pensamento algébrico adequado. Assim, percebe-se dificuldade para integrar os dados do problema em um esquema, baseado em sistema de duas equações.

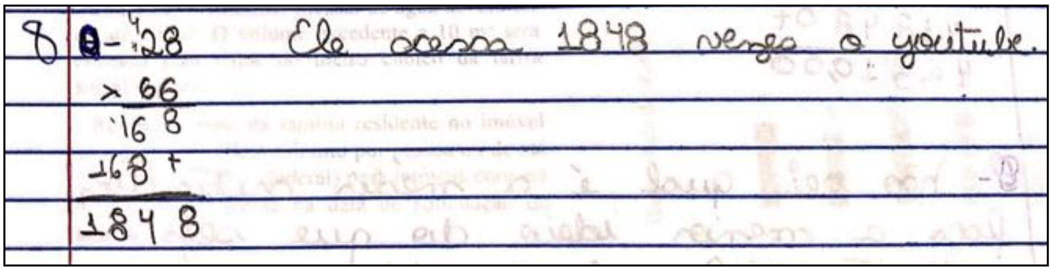


Figura 4: Resolução referente à situação 8. Fonte: Aluno 16 da turma D.

Essa dificuldade de estruturar os dados em uma forma algébrica pode ser identificado nas pesquisas de Gil e Felicetti (2016) e Costa et al. (2016), envolvendo alunos de 8.º anos do ensino fundamental. A análise dos dados mostrou que, respectivamente, 40,62%, de 32 alunos, tiveram dificuldades para identificar regularidades existentes em sequências e expressá-las por meio de uma expressão algébrica, e que 27,11%, de 56 alunos, apresentaram dificuldades para retirar dados do enunciado e estruturá-los algebricamente de forma correta.

Conforme observa-se na Tabela 4, abaixo, os alunos tiveram dificuldades na resolução da situação S1 (Geometria – bissetriz) apenas no uso do conhecimento semântico. Já na situação S6 (Geometria – mediatriz), as dificuldades constatadas foram no uso dos conhecimentos semântico e procedimental.

De acordo com a Tabela 4, identifica-se que na resolução da situação S1 (Geometria – bissetriz) a maior dificuldade corresponde à falta do conceito de bissetriz (10 alunos). Na situação S6 (Geometria – mediatriz), a maior dificuldade dos alunos foi relacionada ao conceito de mediatriz, pois os 16 alunos que tiveram dificuldades no *conhecimento semântico* não conseguiram indicar todos os pontos que pertencem à mediatriz da figura. As Figuras 5 e 6 ilustram cada uma dessas dificuldades na resolução.

Tabela 4: Classificação das dificuldades dos alunos nas situações da Unidade Temática Geometria.

Situação	Conhecimentos de Mayer (quantidade)		
	CS	CP	Total
S1	Apresentou ângulos referentes a C, M e N (1) Deu a resposta como 30 graus (4) Afirmou não conhecer o conceito de bissetriz (10) Afirmou não ter estudado o conteúdo (5) Afirmou não lembrar sobre ângulos (7) Afirmou não saber interpretar a questão (1) Afirmou não compreender a semirreta (1)	-	29
S6	Pontos H, I, J e L (1) Pontos G, K e B (1) Segmentos de reta AC e KC (1) Segmentos de reta CH, EF e AM (1) Pontos C, E, H, I, J e L (1) Todos pontos menos E (1) Pontos I e J (1) Pontos J e F (1) Pontos I e H (1) Pontos C e E (1) Segmentos de reta AM, CK, DE e FJ (1) Afirmou não lembrar o que é mediatriz (3) Afirmou não saber o que é mediatriz (2)	Apresentou resposta incompleta (faltou D e J) (1) Apresentou resposta incompleta (Faltou D e G) (1) Apresentou resposta incompleta (faltou G) (2)	20

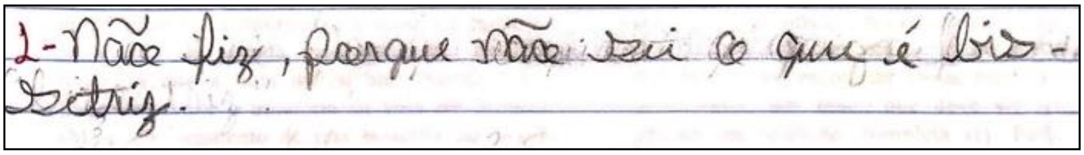

1- Não fiz, porque não sei o que é bis-setriz.

Figura 5: Justificativa referente à situação 1. Fonte: Aluno 3 da turma C.

Verifica-se que a resposta dada foi a justificativa de não saber o que é bissetriz, conceito necessário para resolver a situação de Matemática S1. De forma semelhante, na resolução da situação S6, conforme se mostra na Figura 6 a seguir, o aluno deu como resposta incorreta, em sua folha de prova, os pontos C e H, F e E, A e M. A obtenção de tais pontos mostra que o aluno fez uso do conceito de mediatriz de forma equivocada, revelando não compreender o significado matemático de tal conceito para poder aplicá-lo e obter a resposta correta (os pontos D, G, J).

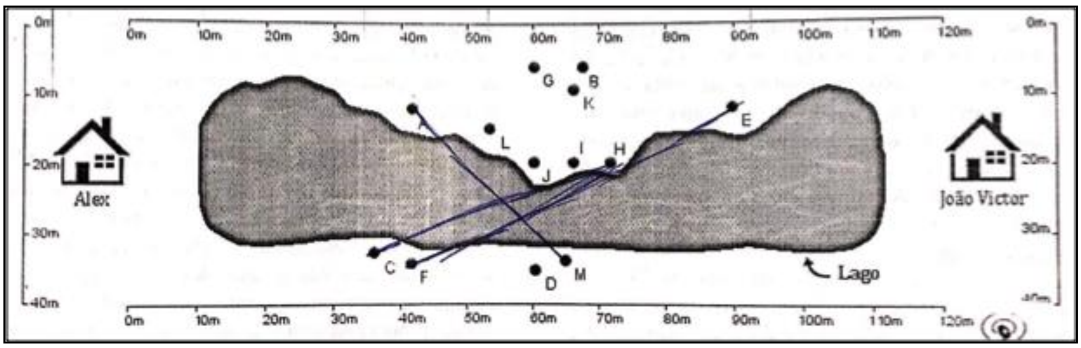


Figura 6: Resolução referente à situação 6. Fonte: Aluno 7 da turma B.

Conforme observa-se na Tabela 5, abaixo, os alunos tiveram dificuldades na resolução da situação S2 (Grandezas e Medidas – capacidade) em quatro conhecimentos. Já na situação S7 (Grandezas e Medidas – área de figuras planas), as dificuldades constatadas foram no uso de três conhecimentos.

Tabela 5: Classificação das dificuldades dos alunos nas situações da Unidade Temática Grandezas e Medidas.

Situação	Conhecimentos de Mayer (quantidade)				
	CS	CEsq.	CEst.	CP	Total
S2	Considerou $1m^3$=10.000L (1) Considerou $10m^3$=1000L (1) Assumiu m^3 como m^2 (1) Afirmou não saber quantos litros cabem em $1m^3$ (2) Afirmou não entender a pergunta (1)	Afirmou não lembrar do conteúdo (7) Afirmou não saber montar a equação (1) Afirmou ser incapaz de formular uma conta (1) Realizou a divisão 500 por 67 (1) Realizou a multiplicação 500x67 (3) Realizou a divisão 67 por 50 (1)	Realizou apenas a multiplicação 500 por 20 (1)	Realizou a divisão $\frac{1}{2}$ por 500 (1)	22
S7	Realizou a multiplicação 28x7 (1) Afirmou não conseguir compreender a imagem (1)	Realizou a multiplicação (4+4)x(6+6)x(12+12) (2) Realizou a adição 12x6+4x4 (6) Realizou a adição 6+6+12+12 (3) Realizou a multiplicação 6x6x12x12 (4) Realizou a multiplicação (4+4)x(6+12) (2) Realizou a multiplicação 4x4x6x12 (3) Realizou a multiplicação 6x12 (7) Realizou a adição 4+4+6+6+12+12 (3) Realizou a adição 12+6 (1) Realizou a adição 6x6+12x12 (2) Realizou a adição 4+4+6+12 (1)	Realizou o cálculo da área com Pitágoras (1) Realizou apenas a multiplicação 4x4 (1) Realizou a divisão 12 por 4 (1) Realizou apenas a adição 4+4 (1) Realizou apenas a multiplicação 4x12 (1)		41

De acordo com a Tabela 5, identifica-se que, na resolução da situação S2 (Grandezas e Medidas – capacidade), a maior dificuldade foi afirmar não lembrar do conteúdo envolvido (7 alunos), referente à dificuldade no uso de *conhecimento esquemático*, pois não conseguiram seguir um esquema que fosse coerente aos dados envolvidos. Já na situação S7 (Grandezas e Medidas – área de figuras planas), a maior dificuldade dos alunos também foi no uso de *conhecimento esquemático*, sendo que todas as classificações de dificuldades envolveram a informação irrelevante "6 metros (vista frontal da casa)" (34 alunos). Esta dificuldade mostrou pouca possibilidade dos alunos em integrar os dados da situação S7 em uma estrutura que fosse coerente para ter possibilidade de encontrar a resposta correta. As Figuras 7 e 8, abaixo, ilustram cada uma dessas dificuldades na resolução.

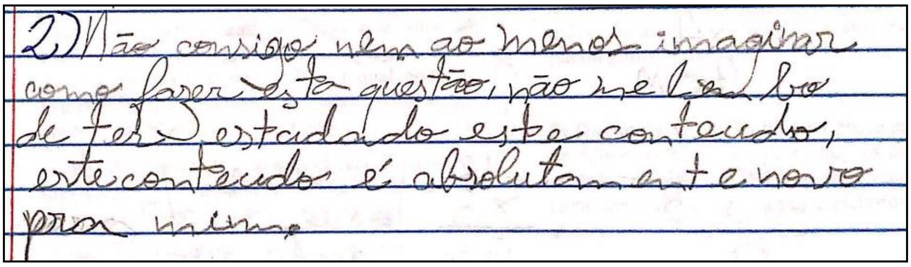

2) Não consigo nem ao menos imaginar como fazer esta questão, não me lembro de ter estudado este conteúdo, este conteúdo é absolutamente novo pra mim.

Figura 7: Resolução referente à situação 2. Fonte: Aluno 18 da turma D.

Verifica-se que a resposta dada evidencia desconhecimento total do aluno sobre qual conteúdo está relacionado à situação S2, resultado preocupante, pois trata-se de um conteúdo – capacidade – que deveria ter sido abordado em sala de aula. Já na resolução da situação S7, verifica-se na Figura 8, a seguir, que o aluno utilizou a informação irrelevante em sua estratégia, gerando uma resposta errada.

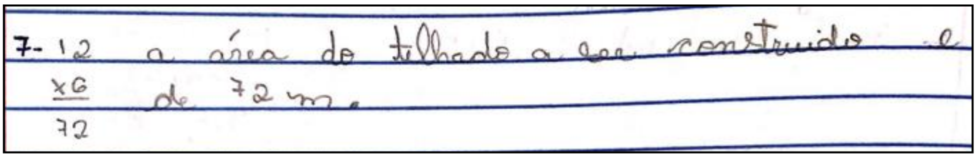

7- 12 ×6 72 a área do telhado a ser construído é de 72 m.

Figura 8: Resolução referente à situação 7. Fonte: Aluno 21 da turma D.

Apesar da situação S7 envolver relações métricas da Unidade Temática Grandezas e Medidas, entendemos que a dificuldade pode ter origem de uma má formação do pensamento geométrico, especificamente sobre compreender representações geométricas (vista de cima e vista frontal da casa). Exemplo semelhante é o estudo de Moura e Santos (2016) que mostrou que, dos 43 alunos de 9.º ano do ensino fundamental que resolveram um cálculo de área de um retângulo apresentado de forma inclinada (representação dada) e com suas medidas fornecidas, nenhum aluno conseguiu encontrar a resposta correta.

Tabela 6: Classificação das dificuldades nas situações da Unidade Temática Probabilidade e Estatística.

Situação	Conhecimentos de Mayer (quantidade)				
	CS	CEsq.	CEst.	CP	Total
S5	Afirmou não recordar o conteúdo (5) Afirmou não ter estudado o conteúdo (2) Afirmou não saber o que é média aritmética (5) Afirmou não saber o que é aritmética (6)	Dividiu total de alunos pelo total de horas (2) Utilizou média ponderada (2) Afirmou não saber resolver o problema (2)	Dividiu pelo total de alunos (1)	Resultado incorreto na adição (1)	26
S10	Afirmou não ter estudado porcentagem (2) Realizou a subtração 100-12 (1)	Realizou a multiplicação 24x10 (2) Realizou o cálculo com 20% (5) Realizou a multiplicação 24x24 (1) Realizou a divisão 32 por 10 (1) Realizou a multiplicação 24x8 (2) Realizou a divisão 24 por 8 (1)	Apenas realizou a adição 24+8 (1)	-	16

Conforme observa-se na Tabela 6, os alunos tiveram dificuldades na resolução da situação S5 (Probabilidade e Estatística – medida de tendência e dispersão) em quatro conhecimentos. Já na situação S10 (Probabilidade e Estatística – probabilidade de eventos), as dificuldades constatadas foram no uso de três conhecimentos.

De acordo com a Tabela 6, identifica-se que na resolução da situação S5 (Probabilidade e Estatística – medida de tendência e dispersão) a maior dificuldade envolveu a totalidade de classificações do *conhecimento semântico* que, em síntese, entendemos ser referente a não reconhecer o que é média aritmética (18 alunos), termo matemático presente no enunciado da situação S5. Já na situação S10 (Probabilidade e Estatística – probabilidade de eventos), a maior dificuldade foi no uso do *conhecimento esquemático*, referente a utilizar o dado '20%' (5 alunos), o que é uma informação irrelevante. As Figuras 9 e 10, abaixo, ilustram as dificuldades sobre média aritmética e uso da informação irrelevante.

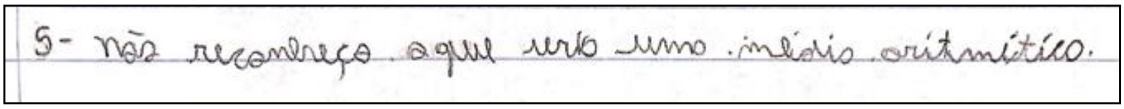


Figura 9: Justificativa referente à situação 5. Fonte: Aluno 22 da turma B.

Verifica-se que a resposta dada foi a justificativa de não reconhecer o que seria média aritmética, conceito necessário para resolver a situação S5. Resultado semelhante a esse foi encontrado na pesquisa de Damin, Junior e Pereira (2016) ao investigar 11 alunos do 8.º ano do ensino fundamental sobre o conceito de média aritmética, a qual mostrou que apenas 27% dos alunos responderam corretamente a uma atividade que envolvia média de idades, revelando uma compreensão desse conceito ainda a ser assimilada.

Já na resolução da situação S10, a seguir, o aluno não procurou obter o total de bolinhas (espaço amostral = 32 bolinhas) para depois tomar as 24 bolinhas brancas e dividir por 32. O que fez foi tomar as 24 bolinhas brancas e multiplicar, equivocadamente, por 20, valor este da informação irrelevante '20%'.

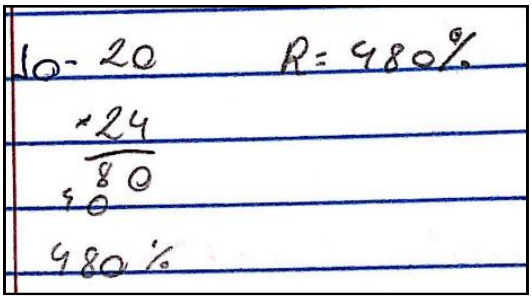


Figura 10: Resolução referente à situação 10. Fonte: Aluno 7 da turma D.

Essa dificuldade pode ser decorrente do pouco desenvolvimento do seu pensamento sobre fenômenos de incerteza e tratamento de dados.

Conclusões

No presente artigo, tivemos como objetivo descrever e analisar as dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental na resolução de problemas de Matemática. Para tal, analisamos as resoluções de 111 alunos de quatro turmas, buscando evidenciar suas dificuldades em termos dos cinco conhecimentos apontados por Mayer (1992) necessários à resolução de problemas.

Destacamos que as pesquisas citadas em nossa introdução já mostravam dificuldades dos alunos para resolverem problemas, de modo que buscamos nos aprofundar nos tipos de conhecimentos que os alunos apresentariam dificuldades, quando buscassem resolver situações de Matemática (possíveis problemas). Desse modo, com base nas resoluções dos alunos, pudemos constatar que não houve dificuldades ao uso de *conhecimentos linguísticos*, o que evidencia que de alguma forma a língua envolvida - língua portuguesa - nos enunciados das 10 situações de Matemática não gerou obstáculos aos alunos. No entanto, tendo em vista os estágios de representação do problema e de solução do problema, a análise dos dados mostrou que os *conhecimentos semântico* e *esquemático* foram os que os alunos apresentaram mais dificuldades. Esses dois conhecimentos envolveram nove situações, dentre as 10 resolvidas, com maior frequência de dificuldades.

Contudo, podemos inferir que é no estágio de representação do problema que os alunos apresentaram mais dificuldades quanto ao uso de seus conhecimentos. Especificamente, isso está relacionado ao uso de *conhecimento semântico*, pois vários alunos tiveram dificuldades relativas aos significados de conceitos matemáticos, referentes a saber quanto um litro equivale a mililitros, o que é uma bissetriz e o que é uma mediatriz, e a que corresponde média aritmética. Também está relacionado ao uso do terceiro conhecimento indicado por Mayer (1992), isto é, o *conhecimento esquemático*, uma vez que vários alunos tiveram dificuldades para utilizar o esquema correto de porcentagem; que ninguém conseguiu organizar um sistema de equações, que vários alunos desconhecem sobre medida de capacidade; que vários alunos utilizaram de informações irrelevantes para compor suas resoluções.

Destacamos que nosso estudo foi realizado a partir da análise das resoluções de alunos que buscaram resolver e apresentaram justificativas às 10 situações. Conforme mostra o Quadro 3, das iniciativas dos alunos, as categorias 'deixaram em branco', 'apresentaram apenas a resposta' e 'não lembraram/não souberam resolver' constituíram maior parte das iniciativas (ou não iniciativas) dos participantes. Somando-se essa informação aos resultados das dificuldades analisadas, é possível apontar, pelos participantes da pesquisa, que se deve ter grande preocupação com a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Diante do exposto, nossa pesquisa ajuda a denunciar que alunos de 9.º ano, que já passaram pelo estudo dos conteúdos investigados, ainda apresentam dificuldades em mobilizar seus conhecimentos matemáticos, principalmente os ligados à compreensão de problemas, revelando que ainda estão em construção. Destacamos que essas dificuldades que foram evidenciadas, bem como essas iniciativas, podem estar relacionadas ao tipo de ensino realizado em sala de aula ao longo do ensino fundamental, que por sua vez, sofre interferência de diversos fatores externos, tais como: o elevado número de alunos presentes em sala de aula, a falta de acompanhamento dos pais sobre o desempenho escolar de seus filhos, um sistema de ensino e currículo que são engessados, o desinteresse dos alunos quanto à dedicação aos estudos, dentre outros. Esses fatores revelam o quanto o ensino do professor em sala de aula pode sofrer interferências e que proporcionar a eles condições adequadas de trabalho deve ser uma preocupação de toda gestão escolar.

Dessa forma, visando contribuir para que ocorra uma mudança nesse cenário que nos deparamos, apontamos para a necessidade da realização/implementação de políticas educacionais públicas que possibilitem rever, refletir e propor um ensino, na escola, que direcione os alunos a aprenderem e a desenvolverem conhecimentos como os analisados neste artigo. Para tal, é importante que se proporcionem condições adequadas tanto de formação (inicial e continuada) quanto de trabalho aos seus professores, possibilitando que estes desenvolvam um ensino que envolva a formação de conceitos e a compreensão de procedimentos matemáticos em sala de aula, para que possam ser devidamente utilizados pelos alunos na resolução de problemas, uma vez que aprender a resolver problemas é importante. Enfim, acreditamos que ofertas de formação continuada aos professores, que recebam apoio por parte das IES (Instituições de Ensino Superior), também podem contribuir para a mudança deste cenário.

Referências

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; SANTOS, R. de J. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 12, n. 24, p. 39-52, 2016.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação*. Uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, Coleção Ciências da Educação. 1994, 335p.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. (versão final). Brasília: MEC, 2018.

BRITO, M. R. F. de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. 2. ed. Campinas: Alínea, 2010, p. 13-53.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? *Boletim GEPEM*, n. 60, jan./jun., 147-162, 2012.

COSTA, A. S. da; AZEVEDO, J. M.; RODRIGUES, M. P.; HAUSCHILD, C. A; DULLIUS, M. M. Investigando as dificuldades apresentadas em álgebra por alunos do oitavo ano do ensino fundamental. *Revista Destaques Acadêmicos*, Lajeado, v. 8, n. 4, p. 159-176. 2016.

DAMIN, W.; JUNIOR, S. G; PEREIRA, R. S. G. O conceito de média aritmética nos anos finais do ensino fundamental. *Boletim Online de Educação Matemática*, Joinville, v.4, n. 6, p. 48-68, 2016.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

GAGNÉ, R. M. *Como se realiza a aprendizagem*. (Tradução de Therezinha Maria Ramos Tovar). 1. ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S/A, 1973.

GIL, K. H.; FELICETTI, V. L. Reflexões sobre as dificuldades apresentadas na aprendizagem da álgebra por estudantes da 7ª série. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, Sergipe, v.1, n. 1, p. 19- 35, 2016.

GUÉRIOS, E.; MEDEIROS JR., R. J. Resolução de Problemas e Matemática no Ensino Fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, C.; MORETTI, M. *Ensinar e Aprender Matemática:* possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p. 209-232.

KLIEMANN, G. L.; DULLIUS, M. M. Análise de erros na resolução de problemas matemáticos. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 13, p. 166, 2017.

KRUTETSKII, V. A. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Trad. Joan Teller, do russo para o inglês. Chicago: University of Chicago Press, 1976.

MAYER, R. E. *Thinking*, *problem solving*, *cognition*. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992, 214p.

MELO, S. G. S. *A interpretação de enunciados em problemas de aritmética:* um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju. 2015. 64 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, Sergipe, 2015.

MOURA, A. P.; SANTOS, M. R. Concepção de estudantes do 9º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras planas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2016. São Paulo. *Anais*... São Paulo: 2016, p. 1-11.

PROENÇA, M. C. de. *Resolução de problemas:* encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de matemática em sala de aula. 1. ed. Maringá: EdUEM, 2018. 79p.

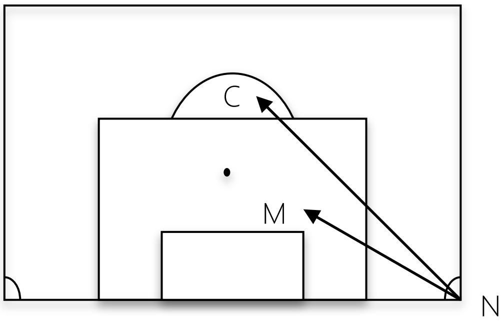
SILVA, M. A. *Resolução de problemas algébricos:* uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju/SE. 2014. 99f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, Sergipe, 2014.

STEFANI, A.; PROENÇA, M. C. de. Análise das dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro e área. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.8, n. 16, p. 97-118, jul./dez. 2019.

ZAT, A. D. O; GROENWALD, C. L. O. Resolução de problemas matemáticos no "sexto ano" do ensino fundamental no município de Canoas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v.11, n. 2, p. 437-456, 2016.

Apêndice: Situações de Matemática

1) No jogo do Brasil contra a Suíça, na primeira fase da Copa do Mundo de 2018, na Rússia, Neymar (N) foi bater o escanteio do lado esquerdo em uma jogada combinada com Miranda (M). Ao cobrar o escanteio, a trajetória da bola tomou outro rumo, direcionando-se em linha reta para Casemiro (C) que estava na entrada da grande área, formando um ângulo de 30º em relação à linha de fundo. A figura ao lado mostra a trajetória pretendida da jogada ensaiada, bem como a trajetória que a bola tomou até Casemiro (C). Sabendo-se que a trajetória da bola até Miranda (M) é um segmento de reta bissetriz do ângulo formado entre a linha de fundo e a semirreta NC, qual o ângulo formado pela linha de fundo e pela linha que liga o local do escanteio e a posição do Miranda?



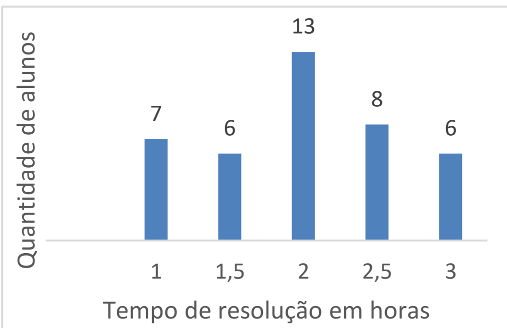
2) A SANEPAR é uma empresa que atua em Maringá no fornecimento de água e esgoto. Entre suas tarifas, há a Tarifa Social, a qual pode ser usufruída pela população de baixa renda e que apresentem as seguintes condições:

- Imóvel: somente devem ser cadastrados os imóveis com área construída de até 70 m^2 (setenta metros quadrados), para fins residenciais.
- Consumo: o consumo mensal de água deverá ser de até 10 m^3. O volume excedente a 10 m^3 será cobrado pelo valor do metro cúbico da tarifa social vigente.
- Renda: a renda da família residente no imóvel será de até ½ salário mínimo por pessoa ou de até 2 salários mínimos (federal) para imóveis com até 4 ocupantes, vigente na data de solicitação do benefício.

Se um casal, com renda total de um salário mínimo, resolver comprar uma caixa d´água de 500 litros para colocar em sua casa, de área construída de 67 m2, quantas dessas caixas representam o consumo mensal máximo da Tarifa Social?

3) Daniel é dono de um restaurante e, no intuito de oferecer mais comodidade aos seus clientes, decidiu colocar uma rede Wi-fi em seu estabelecimento que poderia ser acessada a partir de uma senha numérica. Para que não houvesse problemas com o compartilhamento desta rede com as pessoas que não frequentam o restaurante, a senha é obtida a partir: da quantidade, em gramas, da comida (c) que o cliente coloca em seu prato, adicionado com sete vezes a quantidade, em ml, do suco (s) escolhido. Desse número, subtrai-se o valor, em reais, que deve ser pago pelo cliente na refeição completa (r). Pedrinho foi almoçar no restaurante e pagou um total de R$ 28,00 pela refeição completa que era composta por um suco de 0,5 L e 560 g de comida. A partir da expressão algébrica que determina a senha numérica do Wi-fi, qual a senha referente à refeição de Pedrinho?

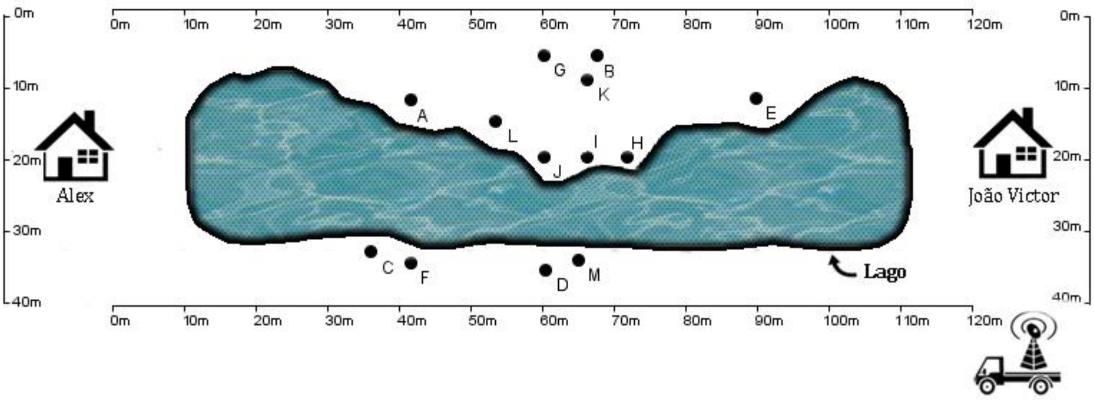
4) Um Smartphone Samsung Galaxy J7, Duos, Metal Preto, com 16GB de memória, Dual chip, Tela 5.5 polegadas, 4G, Câmera 13MP, Android 6.0 e Processador Octa Core de 1.6 Ghz, era vendido em uma loja por R$ 892,40. No entanto, no dia das mães, a loja deu um desconto de 25% para o pagamento à vista. Porém, nos dias seguintes, até o fim do mês, esse desconto foi de 15%. Se Douglas comprou, à vista, esse modelo de celular no dia 13 de maio de 2018, dia das mães, para dar de presente a sua mãe, quanto pagou pelo smartphone?



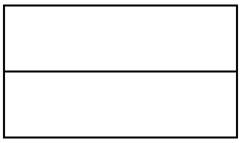
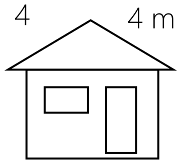
5) Durante a resolução de uma prova semestral, o professor da disciplina de Português de um certo colégio cronometrou o tempo aproximado em que cada aluno resolveu a prova e elaborou o gráfico abaixo.

Qual é a média aritmética de horas demandadas para a resolução da prova?

6) Alex e seu vizinho, João Victor, decidiram assinar um plano de internet para suas casas que ficam na zona rural. A figura abaixo mostra a distância entre as casas, bem como os pontos de A a M que corresponderiam aos possíveis locais de instalação da torre de transmissão do sinal de internet. Sabendo que o possível local de instalação é um dos pontos de uma reta mediatriz, relativa à distância entre as casas, quais seriam os possíveis pontos para a instalação da torre de transmissão de internet?



7) A figura abaixo mostra as representações, via desenho, das vistas de cima e frontal de uma casa a ser construída. O pedreiro quer fazer o telhado e precisa saber quantas telhas serão necessárias. Para isso, precisa, antes, saber a área do telhado. Com base nessas informações, qual a área do telhado a ser construído?

Vista de cima da casa	Vista frontal da casa
6 m (frontal)  12 m (lateral da casa)	4 4 m 

8) As plataformas Google e Youtube estão no topo do ranking entre os sites mais acessados do mundo, segundo o ranking realizado pela *Alexa*. Rafaela e Thiago decidiram instalar um contador automático de acessos a *sites* em seus computadores pessoais, assim saberiam quantas vezes acessavam estes dois *sites* por dia. Thiago, sendo DJ, acessa muitas vezes o Youtube buscando *hits* novos para suas *playlists*, desse modo, soma um total de 28 acessos entre os dois sites. Rafaela, estudando para o vestibular, acessa os dois sites 66 vezes por dia. Desse total, ela acessa o Google sete vezes a quantidade de acesso do Thiago neste *site*. Entretanto, ela acessa o Youtube metade das vezes que Thiago o acessa. Com base nessas informações, responda: quantas vezes Thiago acessa o Youtube?

9) O número de turistas estrangeiros que visitaram o Brasil em 2015 caiu 1,9% na comparação com 2014. Segundo Anuário Estatístico divulgado pelo Ministério do Turismo, 6,305 milhões de estrangeiros desembarcaram no país no ano de 2015, ante 6,429 milhões em 2014, quando foi realizada a Copa do Mundo no Brasil e registrado o recorde de chegadas de visitantes. Qual a diferença, em notação científica, da quantidade de turistas que visitaram o Brasil entre os anos de 2014 e 2015?

10) Vanessa é gerente da loja de sapatos Foot, em Maringá, e resolveu criar uma promoção para presentear seus clientes. Para isso, ela colocou em uma urna uma certa quantidade de bolinhas brancas e outras pretas. Cada bolinha branca correspondia a um desconto de 20% no valor final da compra e cada bolinha preta correspondia a uma cesta de café da manhã. Na urna, havia 24 bolinhas brancas e 8 bolinhas pretas. Elvira, uma cliente da loja, escolhe uma bolinha desta urna ao acaso. Qual é a probabilidade de Elvira ganhar 20% de desconto em sua compra?